



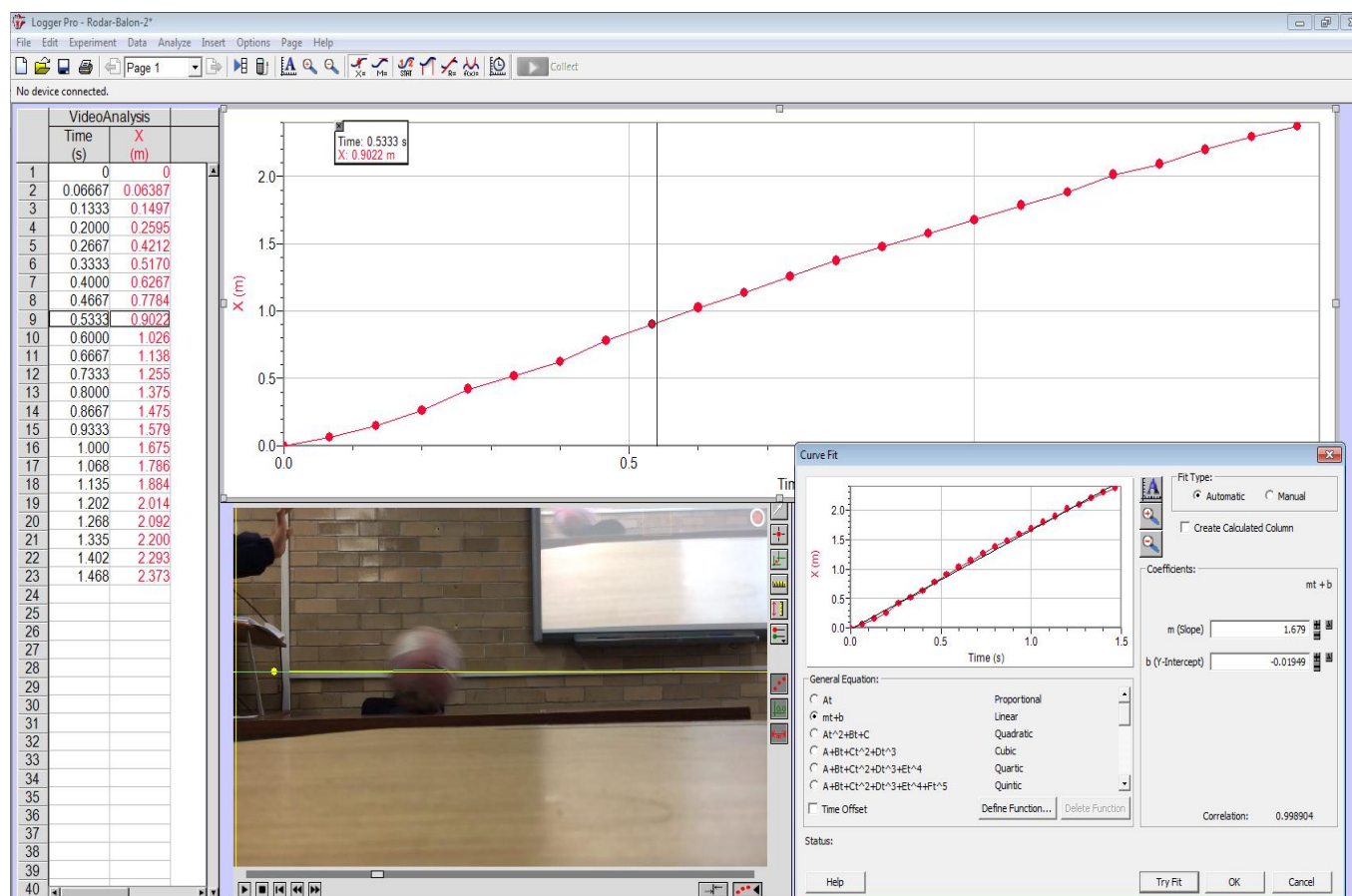
# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

www.lajpe.org

Volume 9

Number 4

December 2015



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network  
and the Institute of Science Education



---

# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

---

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:

<http://www.lajpe.org>

## Production and technical support

Enrique Martínez Roldán  
eroldan@gmail.com  
Isabel Contreras Arredondo  
isaconarr1@yahoo.com.mx

Latin American Journal of Physics  
Education is indexed in:

DOAJ

Dialnet

latindex

EBSCO  
PUBLISHING

INDEX COPERNICUS  
INTERNATIONAL

## EDITORIAL POLICY

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to [boubarkic@gmail.com](mailto:boubarkic@gmail.com) or [lajpe@lapen.org.mx](mailto:lajpe@lapen.org.mx). Further information is provided in the "Instructions to Authors" on [www.lajpe.org](http://www.lajpe.org)

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: C. Bourbaki, Editor in Chief, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba), calle 154 No. 12906 entre 129 y 133 Reparto Reynold Garcia, Matanzas, Cuba CP 40100. Phone: 53 45 265794

Copyright © 2015 Latin American Physics Education Network. ([www.lapen.org.mx](http://www.lapen.org.mx))

ISSN 1870-9095

## INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)  
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)  
Carl Wenning, Illinois State University (USA)  
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)  
David Sokoloff, University of Oregon (USA)  
Dean Zollman, Kansas State University (USA)  
Edward Redish, University of Maryland (USA)  
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)  
Gordon Aubrecht II, Ohio State University (USA)  
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)  
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)  
Jorge Valadares, Universidade Aberta de Lisboa, (Portugal)  
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)  
Lillian C. McDermott, University of Washington (USA)  
Marisa Michelini, University of Udine (Italy)  
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)  
Minella Alarcón, UNESCO (France)  
Orhan Karamustafaoğlu, Amasya University, (Turkey)  
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)  
Priscilla Laws, Dickinson College (USA)  
Ton Ellermeijer, (Netherlands)  
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)  
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

## EDITORIAL BOARD

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)  
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)  
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)  
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)  
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)  
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)  
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)  
Manuel Reyes, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)  
Mauricio Pietrocola, Universidad de Sao Paulo (Brasil)  
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)  
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)  
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)  
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

## EDITOR-IN-CHIEF

C. Bourbaki, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba)

## ASSOCIATED EDITOR

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Volume 9, Number 4, Dec. 2015

## CONTENTS/CONTENIDO

### Editorial

### Papers/Artículos

Análisis Físico del minuto 120 del partido Chile-Brasil en el Mundial de Futbol 2014

Mauricio Echiburu 4301

La paradoja de Aquiles y la tortuga: una discusión pedagógica desde la interpretación gráfica y la serie geométrica

Paco Talero, Fernanda Santana , Cesar Mora 4302

El modelo recursivo de enseñanza de las ciencias (REC) para el aprendizaje de la velocidad terminal en estudiantes de ingeniería

Carmen del Pilar Suárez Rodríguez, Manuel Sandoval Martínez, Cesar Mora,  
Mario Humberto Ramírez Díaz, Enrique Arribas Garde 4401

Modelación del movimiento a través del Ipad para el estudio del concepto de función

Leobardo Mendo-Ostos, Rosa Isela González-Polo, Apolo Castañeda 4402

¿Cómo valoran los ingenieros civiles su formación en Física?

Osaba Rodríguez, C. A, Ruqué Álvarez, L. 4403

Un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Física utilizando su esquema orientador

Rafael García Cañedo, Gloria Fariñas León, Hilario Falcón Tanda, Luis Ruqué Álvarez 4404

Project-based learning for electrostatic

César Mora, Carlos Collazos, Ricardo Otero, Jaime Isaza 4405

Using the knowledge of penumbra with a trick simulation

Mustafa Şahin Bülbül, Loo Kang Wee 4406

*continued/continuación*

**Reporte del XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología de la Universidad**

**Autónoma de Coahuila**

Luís Antonio García Trujillo, Mario H. Ramírez Díaz 4501

**Inexpensive Physics Toys for Demonstrations and Hands-on Learning**

Vasudeva Rao Aravind 4502

**Física y filosofía, relación interdisciplinaria: Una perspectiva desde algunos contenidos docentes de la enseñanza en la Educación Superior**

Ligio Ángel Barrera Kalhil, Josefina Barrera Kalhil,  
Wanilce Pimentel, Milagros de los D. Rosario Espinosa 4503

**Concepções alternativas e os conceitos científicos: uma contribuição para o ensino de ciências**

Núbia Maria de Menezes Leão, Josefina Barrera Kalhil 4601

**La espectroscopia y su tecnología: Un repaso histórico y su importancia para el siglo XXI**

Marco Antonio González Cantellán, Luis Manuel Montaña Zetina 4602

# Análisis físico del minuto 120 del partido Chile-Brasil en el Mundial de Fútbol 2014



**Mauricio Echiburu**

Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Viña del Mar,  
Agua Santa 7055, sector Rodelillo, Viña del Mar, Chile.

**E-mail:** mechiburu@uvm.cl

(Recibido el 26 de agosto de 2015, aceptado el 3 de octubre de 2015)

## Resumen

Este trabajo presenta el análisis, desde un punto de vista físico, de la última jugada del alargue del encuentro entre Chile y Brasil, en el Mundial de Fútbol 2014. En dicho partido, el jugador chileno Mauricio Pinilla estrelló el balón en el larguero del arco de Brasil obligando a un alargue a penales. El análisis de la jugada comprende un estudio sobre el movimiento del balón y su posterior rebote en el arco, determinando las velocidades a través de la observación de videos de la jugada, y de estimaciones razonables para la situación. Además, se realiza un análisis de la fuerza de arrastre del aire sobre el balón para la jugada, obteniendo de ello cálculos de la energía cinética del balón antes y después del rebote, para luego estimar la fuerza y deformación que actúa sobre el balón. Todo este análisis se desarrolló con información y tecnología disponible para cualquier persona, de forma que los resultados sean replicables en el aula de clases. Por esto último se sugieren actividades docentes a desarrollar utilizando este análisis como base, para trabajar diferentes fenómenos de la Física, desde una mirada más cercana para los estudiantes.

**Palabras clave:** Movimiento parabólico, Estrategias activas de Enseñanza en Física.

## Abstract

This paper presents the analysis, from a Physics point of view, of the last play of overtime in the match between Chile and Brazil, in the World Cup 2014. In this match, the Chilean player Mauricio Pinilla threw the ball into the Brazilian crossbar forcing extra time with penalties. The analysis includes a close study of the movement of the ball and its rebound, determining speeds through the observation of video recordings of the play, and reasonable estimates for the situation. Besides an analysis of the drag force of the air on the ball in the play, getting the estimates of the kinetic energy of the ball before and after the rebound, and then estimating the strength and deformation on the ball. All this analysis was developed with the information and technology available to anyone, so that the results can be replicated in the classroom. For educational activities, it is suggested to use this analysis as a base to work different physics phenomena to make them more significant for the students.

**Keywords:** Parabolic movement, Active teaching strategies in Physics.

**PACS:** 01.40.-d, 01.40.gb, 45.20.dg

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de la Física, en todos los niveles educativos es un constante desafío para docentes y estudiantes. Mayoritariamente, los alumnos y alumnas inician los cursos de Física con preconceptos errados, con niveles de pensamiento más cercanos a lo concreto que a lo abstracto, y con deficiencias en el uso de herramientas matemáticas. Además, en la sociedad actual, nos encontramos habitualmente con problemas como falta de hábitos de estudio o una búsqueda constante por soluciones rápidas, que requieran un mínimo esfuerzo por parte del estudiante. Por estos motivos, enseñar cuestiones como captura y manejo de datos, cinemática en una y dos dimensiones, análisis de gráficos, conservación de momentum lineal o energía mecánica, resultan extremadamente complejos.

Frente a estos inconvenientes se han diseñado e implementado múltiples estrategias y metodologías pedagógicas en un intento por “encantar” a los alumnos y alumnas en el estudio de las Ciencias. Algunas de estas estrategias y metodologías están basadas en aprendizaje activo [3], donde los estudiantes pasan a tener un rol fundamental en formar su conocimiento y en aprender [7], siendo una estrategia recurrente de estas metodologías buscar fenómenos que sean cercanos y cotidianos a la realidad del estudiante.

Bajo esta mirada, los deportes –y en específico el fútbol– nos proporcionan una gran cantidad de situaciones en las que los estudiantes pueden desarrollar ideas y conceptos en Física [9]. Cabe destacar que no por el hecho de utilizar recursos de este tipo, los temas a tratar en Física se tornan triviales o frívolos. Existen múltiples ejemplos de científicos notables que estudiaron fenómenos asociados a

los deportes, por citar sólo a algunos de ellos, nos encontramos con el trabajo de Marquéz G. G. de Coriolis: “*Théorie Mathématique des effects du jeu de billard*” (1835), a Lord Rayleigh con su artículo “*The irregular flight of a tennis ball*” (1870), y a J. J. Thomson, autor de “*Dynamics of a golf ball*” (1910) [6].

Este trabajo realiza un análisis de una jugada, en el partido Chile- Brasil del Mundial de Fútbol 2014. Primero, se analizó la jugada observando videos del partido, luego se buscó información sobre las dimensiones y características de la cancha. Más tarde, se determinó el tiempo que tardó el balón en viajar por la trayectoria que estudiaremos, y con esta información se calculó la velocidad inicial del balón.

Finalmente se realiza un análisis del rebote del balón posterior a la jugada, obteniendo las velocidades de impacto y rebote del balón sobre el larguero, y analizando la cantidad de energía utilizada en deformar la pelota, y la fuerza de impacto de esta con el larguero. La última sección de este trabajo contiene sugerencias para desarrollar clases activas en las que los estudiantes puedan trabajar temas como: desviación estándar, movimiento parabólico, conservación del momentum lineal y conservación de la energía mecánica, utilizando esta jugada del Mundial de Fútbol.

## II. MINUTO 120

Un ejemplo en donde podemos aplicar metodologías de aprendizaje activo para enseñar Física en el deporte, es el encuentro por octavos de final, de la copa del mundo Brasil 2014.

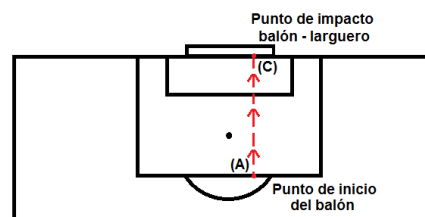
El 28 de junio, Chile enfrentó al anfitrión en el estadio Mineirão, en Belo Horizonte. El resultado al término de los 90 minutos fue un empate a un gol, y ambos equipos se fueron al alargue de 30 minutos adicionales, antes de recurrir a los penales que finalmente, definirían al vencedor.



**FIGURA 1.** El arquero Julio Cesar ve como el balón impacta el larguero de su arco, en el minuto 120, debido al tiro de Mauricio Pinilla.

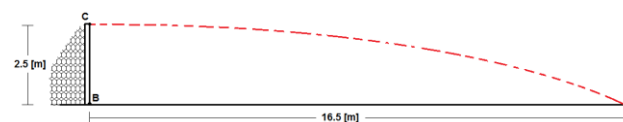
En una de las últimas acciones del partido, en el minuto 120, casi al término del alargue, el jugador chileno Mauricio Pinilla hizo temblar el larguero con un tiro potente, que si hubiera logrado entrar habría cambiado la historia del fútbol (Fig. 1). Finalmente, el encuentro fue ganado por Brasil en penales por el marcador de 3-2 [10].

De la jugada del minuto 120 se detectó que la pelota inició su movimiento, prácticamente desde la línea del área paralela al arco (Fig. 2).



**FIGURA 2.** El punto (A) es donde el balón inició su movimiento. El punto (C) es donde el balón impacta el larguero. La línea punteada indica la trayectoria aproximada del balón desde una vista superior.

Además, si se observan las repeticiones de la jugada, se comprueba que el balón no presenta rotaciones importantes, ni efecto mientras viaja hacia el larguero. Es decir, se tiene un ejemplo bastante cercano al del movimiento en dos dimensiones de un proyectil sin roce viscoso, ni efectos producto de la rotación del balón (Fig. 3).



**FIGURA 3.** Vista lateral aproximada de la trayectoria del balón.

La cancha del estadio Mineirão en Belo Horizonte, tiene un largo de 105 m y un ancho de 68 m. Además, la distancia entre la línea de fondo y la línea paralela del área grande es de 16.5 m (Fig. 4), siendo la altura de los arcos de 2.44 m, con tubos de sección circular de 12 cm de diámetro [11, 12].

Analizando detenidamente la jugada se observa que, el jugador Pinilla lanza la pelota desde la línea del área grande, además, viendo repeticiones en cámara lenta de la jugada, se observa que el balón no presenta rotación y describe una trayectoria prácticamente paralela al largo de la cancha.

De estas observaciones se puede concluir que, una descripción del movimiento, como un movimiento en dos dimensiones de carácter parabólico, no es algo que esté tan alejado de la realidad; y es una primera aproximación razonable para ser utilizada con fines pedagógicos.

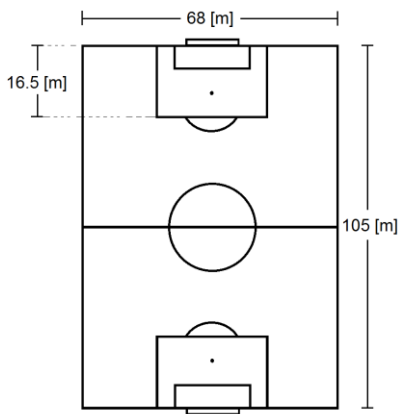


FIGURA 4. Esquema de la cancha del estadio Mineirão.

Si consideramos que el balón impactó el larguero aproximadamente en la mitad de su diámetro, entonces a la altura del arco hay que agregar 0.06 m, la mitad del diámetro de los tubos de los arcos, y por ende la altura o distancia vertical que se desplaza el balón es de 2.50 m.

Es decir, que sin realizar ninguna medición, sólo con datos que se encuentran disponibles en la red, y observando el lanzamiento de Pinilla, podemos obtener información relevante del desplazamiento horizontal y vertical del balón en la jugada. Donde  $v_A$  y  $\theta$  son: la magnitud y el ángulo de elevación respecto a la horizontal, de la velocidad inicial con que sale el balón (Fig. 5).

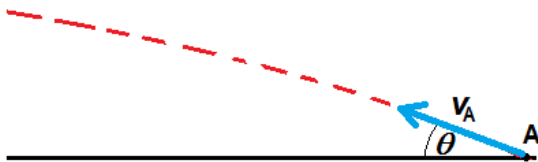


FIGURA 5. Velocidad inicial con que sale el balón. Donde  $v_A$  es la rapidez inicial y el ángulo  $\theta$  la elevación respecto a la horizontal.

### III. MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Con las ecuaciones de la cinemática lineal, y considerando la independencia de los movimientos horizontal (eje x) y vertical (eje y) como: un movimiento rectilíneo con velocidad constante, y uno rectilíneo con aceleración constante respectivamente, podemos plantear las siguientes expresiones:

$$v_x = \frac{x_{AB}}{t_{AC}}, \quad (1)$$

$$y = y_i + v_{yi} \cdot t_{AC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{AC}^2. \quad (2)$$

De la Ecuación (1),  $v_x$  es la rapidez en el eje x del balón, que consideramos constante,  $x_{AB}$  es la distancia horizontal desde el punto donde sale el balón hasta el larguero del arco (Fig. 3), que para el caso resulta ser equivalente a la distancia desde la línea del área hasta la línea de fondo, y  $t_{AC}$  es el tiempo que tarda el balón en recorrer dicha distancia.

En la Ecuación (2),  $y$  es la distancia vertical,  $y_i$  es la distancia vertical inicial, en  $t = 0$ , que para la situación es igual a cero,  $v_{yi}$  es la rapidez vertical inicial del balón y  $g$  es la aceleración de gravedad terrestre, igual a  $9.8 \text{ m/s}^2$ . El signo menos en la ecuación indica que la dirección de la aceleración va hacia abajo, mientras que la velocidad va hacia arriba.

Si consideramos los valores numéricos para el caso en particular, con  $x_{AB} = 16.5 \text{ m}$ ;  $y = 2.50 \text{ m}$ ;  $y_i = 0 \text{ m}$  y  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ , las ecuaciones (1) y (2) quedan:

$$v_x = \frac{16.5 \text{ m}}{t_{AC}}. \quad (3)$$

$$2.50 \text{ m} = v_{yi} \cdot t_{AC} - 4.9 [\text{m/s}^2] \cdot t_{AC}^2. \quad (4)$$

Considerado la característica vectorial de la velocidad, si analizamos la velocidad inicial del balón, y realizamos la descomposición vectorial para los ejes horizontal y vertical, entonces  $v_x$  y  $v_{yi}$  quedan:

$$v_x = v_A \cos \theta, \quad (5)$$

$$v_{yi} = v_A \sin \theta. \quad (6)$$

Si reemplazamos las ecuaciones (5) y (6) en las Ecuaciones (3) y (4), obtendremos un sistema de ecuaciones donde las incógnitas serán  $v_A$ ,  $\theta$  y  $t_{AC}$ , de la forma:

$$v_A \cos \theta = \frac{16.5 \text{ m}}{t_{AC}}, \quad (7)$$

$$2.50 \text{ m} = v_A \sin \theta \cdot t_{AC} - 4.9 [\text{m/s}^2] \cdot t_{AC}^2. \quad (8)$$

Este sistema de ecuaciones (7) y (8) no lo podemos resolver a menos que conozcamos alguna de las tres incógnitas.

### IV. ANÁLISIS DE LA JUGADA Y POSTERIOR REBOTE

A partir del video de la jugada resulta complejo determinar el ángulo de salida  $\theta$ , y la rapidez inicial del balón  $v_A$ . Pero, sí es posible obtener el tiempo que tarda el balón en ir desde el pie del jugador hasta el larguero, a través de múltiples mediciones.

La Tabla 1, muestra 30 mediciones del tiempo que tardó el balón en describir la trayectoria desde el punto A al punto C, medido a partir de la observación del video del partido de fútbol.



**TABLA I.** Datos del tiempo que tarda el balón en recorrer la trayectoria del punto A al punto C.

| Medición | Tiempo [s] | Medición | Tiempo [s] | Medición | Tiempo [s] |
|----------|------------|----------|------------|----------|------------|
| 1        | 0.62       | 11       | 0.49       | 21       | 0.54       |
| 2        | 0.81       | 12       | 0.73       | 22       | 0.76       |
| 3        | 0.48       | 13       | 0.56       | 23       | 0.48       |
| 4        | 0.68       | 14       | 0.52       | 24       | 0.49       |
| 5        | 0.70       | 15       | 0.48       | 25       | 0.54       |
| 6        | 0.62       | 16       | 0.51       | 26       | 0.54       |
| 7        | 0.54       | 17       | 0.54       | 27       | 0.39       |
| 8        | 0.51       | 18       | 0.51       | 28       | 0.59       |
| 9        | 0.54       | 19       | 0.49       | 29       | 0.40       |
| 10       | 0.46       | 20       | 0.54       | 30       | 0.52       |

Estas mediciones se realizaron con el cronómetro de un Smartphone. Pensando en que, esta toma de datos pueda ser replicada por la gran mayoría de los estudiantes, ya que poseen teléfonos inteligentes y no cronómetros de mayor precisión.

De los datos, se calculó el promedio del tiempo  $t_{AC}$  dando como resultado 0.55 s. Resulta interesante calcular la desviación estándar del tiempo, obteniendo 0.09 s. Este proceso puede ser utilizado de forma pedagógica para que los estudiantes comprendan y calculen el concepto de desviación estándar. En definitiva, el tiempo calculado es de:

$$\Delta t_{AC} = (0.55 \pm 0.09) [s]. \quad (9)$$

Reemplazando el tiempo promedio en las Ecuaciones (7) y (8), calculando y reordenando las ecuaciones, se obtiene que:

$$v_A \cos \theta = 30.0 [m/s], \quad (10)$$

$$v_A \sin \theta \cong 7.2 [m/s]. \quad (11)$$

Dividiendo la Ecuación (11) por la Ecuación (10), se simplifica  $v_A$  y obtenemos:

$$\tan \theta = 0.24.$$

Aplicando función inversa de la tangente nos da un ángulo  $\theta$  aproximadamente igual a:

$$\theta \cong 13.5^\circ. \quad (12)$$

Si ahora reemplazamos el valor del ángulo con que sale el balón en la Ecuación (10) o en la Ecuación (11), se obtiene una rapidez inicial cuyo valor es:

$$v_A = 30.8 [m/s]. \quad (13)$$

Convirtiendo la rapidez  $v_A$  de m/s a km/h obtenemos un valor cercano a 110.9 km/h. Este valor pone más en contexto a los estudiantes con las velocidades que diariamente experimentan en sus vidas, y es coherente con los valores medidos en situaciones similares.

Al seguir observando la jugada, se puede apreciar que la pelota rebota en el horizontal y que, luego de ello, la detiene el jugador chileno Marcelo Díaz, de pecho. En la filmación del encuentro se observa que, la cancha del estadio Mineirão tiene 16 marcas en el pasto, perpendiculares al largo de la cancha. Estas marcas se producen por la trayectoria de las cortadoras del césped, dejando así una buena referencia sobre las distancias dentro de la cancha.

Si suponemos que todas estas marcas son de anchos similares y sabemos que el largo total de la cancha es de 105 metros, entonces podemos estimar que el ancho de cada marca es del orden de  $(105/16) \text{ m} \cong 6.56 \text{ m}$ .

El jugador Díaz detiene el balón aproximadamente en el centro de la sexta marca, desde la línea de fondo del arco brasileño, es decir, a 5.5 marcas del larguero.

En definitiva, se puede estimar con una buena precisión que, el jugador Díaz recibe el balón que venía del rebote en el larguero, a una distancia horizontal de  $5.5 \times 6.56 \text{ m} \cong 36.0 \text{ m}$ . Además, el jugador tiene una altura de 1.68 m, y detiene la pelota de pecho, por lo que estimar que el balón termina su trayectoria a 1.2 m del pasto, no es “descabellado”.

Es decir, podemos deducir que el movimiento del balón, posterior al rebote en el larguero tiene un comportamiento de movimiento parabólico similar al análisis anterior (Fig. 6).

Como en la situación anterior, si planteamos las ecuaciones para el movimiento del balón entre los puntos C y F, deberemos determinar la rapidez en el punto C después del rebote  $v_C$ , el ángulo de salida de la pelota  $\phi$  y el tiempo  $t_{CF}$ .

Observando la filmación del juego, se puede nuevamente medir el tiempo que tarda el balón en viajar del punto C al punto F, es decir, desde que rebota en el larguero hasta que es detenida por el jugador Díaz a 36 metros del arco. Se tomaron diez mediciones del tiempo, observando el video de la jugada, obteniendo la Tabla II adjunta.

**TABLA II.** Datos del tiempo que tarda el balón en recorrer la trayectoria del punto C al punto F.

| Medición | Tiempo [s] | Medición | Tiempo [s] |
|----------|------------|----------|------------|
| 1        | 1.96       | 6        | 1.79       |
| 2        | 1.88       | 7        | 1.76       |
| 3        | 1.77       | 8        | 1.88       |
| 4        | 1.96       | 9        | 1.87       |
| 5        | 1.93       | 10       | 1.89       |



Calculando el promedio de estos lapsos de tiempo, obtenemos en aproximación un valor de 1.87 s. Nuevamente, el tiempo fue medido utilizando un teléfono Smartphone (por los motivos expuestos anteriormente, y porque nuestra motivación es que este análisis pueda ser replicado fácilmente por cualquier estudiante).

Con estos diez datos se calculó la desviación estándar, obteniéndose un valor aproximado de 0.07 segundos. En definitiva, el lapso de tiempo medido desde las grabaciones del partido es de:

$$\Delta t_{CF} = (1.87 \pm 0.07) [s]. \quad (14)$$

Es interesante destacar que pese a tener menor número de datos que en el caso anterior, la desviación estándar que se obtuvo fue menor. Esto se explica debido a que el intervalo de tiempo entre los puntos  $C$  y  $F$  es del orden de cuatro veces mayor al intervalo de tiempo que se midió entre los puntos  $A$  y  $C$ . Esto nos lleva a argumentar que los errores cometidos en la medición en el primer intervalo, son superiores y por ende una desviación estándar mayor.

Desde las ecuaciones de la cinemática y utilizando el argumento de que existe independencia de movimientos vertical y horizontal, podemos suponer un movimiento con velocidad uniforme en el eje horizontal entre los puntos  $C$  y  $F$ , es decir:

$$v_C \cos \phi = \frac{x_{CF}}{t_{CF}}. \quad (15)$$

Pero ya se conoce la distancia horizontal  $x_{CF}$ , cuyo valor es de 36 m, y el tiempo  $t_{CF}$ , obtenido desde el valor promedio de las mediciones de la Tabla II, es decir, 1.87 s. Con estos valores podemos decir que:

$$v_C \cos \phi = \frac{36.0 [m]}{1.87 [s]},$$

$$v_C \cos \phi = 19.25 [m/s]. \quad (16)$$

El tiempo medido para que la pelota viaje desde el punto  $C$  al punto  $F$ ,  $t_{CF}$ , es de 1.87 s. Este tiempo puede expresarse como:

$$t_{CF} = t_{CD} + t_{DE} + t_{EF}.$$

Pero al considerar el movimiento del balón como un movimiento de proyectiles sin viscosidad, entonces podemos considerar que  $t_{CD} \approx t_{DE}$ , por lo que, el tiempo total de la trayectoria sería:

$$t_{CF} = 2t_{DE} + t_{EF}. \quad (16)$$

Además, por los mismos argumentos de simetría, se puede determinar que la magnitud de la componente vertical de la velocidad en el punto  $C$  debería ser igual a la del punto  $E$  de la trayectoria, es decir:

$$v_{Cy} = v_{Ey} = v_C \sin \phi. \quad (17)$$

Podemos plantear que:

$$v_{Ey} = v_{Dy} + gt_{DE}.$$

Como ya sabemos, la velocidad vertical en el punto  $D$  es nula, por lo que reescribiendo la ecuación y considerando el argumento de simetría para la velocidad en el punto  $E$ , se obtiene:

$$v_C \sin \phi = 0 + gt_{DE}.$$

Si despejamos el tiempo  $t_{DE}$  se obtiene:

$$t_{DE} = \frac{v_C \sin \phi}{g}. \quad (18)$$

Además, teniendo la distancia  $y_{EF}$ , podemos expresar que:

$$y_{EF} = v_{Ey} \cdot t_{EF} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{EF}^2,$$

$$y_{EF} = v_C \sin \phi \cdot t_{EF} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{EF}^2.$$

Que si se re ordena obtenemos:

$$\frac{g}{2} t_{EF}^2 + v_C \sin \phi \cdot t_{EF} - y_{EF} = 0.$$

Esta es una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$t_{EF} = \frac{-v_C \sin \phi \pm \sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 4 \cdot \frac{g}{2} y_{EF}}}{2 \cdot \frac{g}{2}}.$$

Que al simplificar y descartando la solución negativa del tiempo se obtiene:

$$t_{EF} = \frac{-v_C \sin \phi + \sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}}}{g}. \quad (19)$$

Reemplazando los tiempos obtenidos en las Ecuaciones (18) y (19), en la Ecuación (16) se obtiene:

$$t_{CF} = 2 \cdot \frac{v_C \sin \phi}{g} - \frac{v_C \sin \phi}{g} + \frac{\sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}}}{g}.$$

Reduciendo la última expresión, multiplicándola por  $g$  y ordenando los términos se obtiene:

$$gt_{CF} - v_C \sin \phi = \sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}}.$$

Elevando al cuadrado toda la expresión nos queda:

$$g^2 t_{CF}^2 - 2gt_{CF} v_C \sin \phi + v_C^2 \sin^2 \phi,$$

$$= v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}.$$

$$g^2 t_{CF}^2 - 2gt_{CF}v_C \sin\phi = 2gy_{EF}.$$

Y despejando  $v_C \sin\phi$ :

$$v_C \sin\phi = \frac{g^2 t_{CF}^2 - 2gy_{EF}}{2gt_{CF}}.$$

Que al simplificar se tiene:

$$v_C \sin\phi = \frac{gt_{CF}^2 - 2y_{EF}}{2t_{CF}}. \quad (20)$$

Se conocen todos los valores numéricos del lado derecho de la ecuación (20),  $t_{CF} = 1.87$  s,  $y_{EF} = 1.3$  m y  $g = 9.8$  [m/s<sup>2</sup>]. Con estos valores calculamos, y queda:

$$v_C \sin\phi = 8.47 \text{ [m/s]}. \quad (21)$$

Ahora, si hacemos el cociente entre la Ecuación (21) y la Ecuación (16) se simplifica  $v_C$  y encontramos el ángulo  $\phi$ :

$$\frac{v_C \sin\phi}{v_C \cos\phi} = \frac{8.47}{19.25},$$

$$\tan\phi = 0.44,$$

$$\phi \cong 23.7^\circ. \quad (22)$$

Si reemplazamos el ángulo en la Ecuación (16) o en la Ecuación (21), y despejamos la rapidez  $v_C$ , se determina que:

$$v_C \cong 21.0 \text{ [m/s]}. \quad (23)$$

Nuevamente, si convertimos las unidades de esta rapidez a km/h, se obtiene una rapidez de 75.6 km/h. Este valor nos da una buena oportunidad para discutir la o las causas de las diferencias en las velocidades  $v_A$  y  $v_C$ . Cuestión que analizaremos en la sección siguiente.

## V. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y DEFORMACIÓN DEL BALÓN

La rapidez  $v_A$ , equivalente a 30.8 m/s –según nuestros cálculos– se puede considerar constante desde que la pelota sale del botín de Pinilla hasta golpear el larguero; ya se darán argumentos para validar dicha afirmación. Por otra parte, se calculó que la rapidez con que rebota la pelota en el larguero  $v_C$ , es de 21.0 m/s. ¿Por qué este cambio en la rapidez del balón?

La primera explicación que se tiende a dar respecto a esta diferencia es que la rapidez entre los puntos A y C (Fig. 6) se vio afectada por la fuerza de arrastre del aire respecto a la pelota. Si se analiza esta afirmación con más detalle, se detecta lo siguiente:

Para velocidades pequeñas respecto a la velocidad del sonido, el número de Reynolds –que mide la relación entre

las fuerzas inerciales y viscosas que actúan en la pelota, e indica el tipo de régimen (laminar o turbulento) del fluido [2] –está dado por:

$$Re = \frac{\rho D v}{\eta}. \quad (24)$$

Las condiciones el día del partido eran de 26 °C, con una humedad del 45%, y una altitud de 915 m. De ello se desprende la siguiente información donde:  $\rho$  es la densidad del aire, que para nuestro caso consideramos equivalente a 1.22 kg/m<sup>3</sup>,  $D$  es el diámetro del balón igual a 22 cm,  $v$  es la rapidez de la pelota y  $\eta$  es la viscosidad dinámica del aire, que para estos efectos se considera equivalente a  $1.83 \times 10^{-5}$  Pa s [13]. Con estos valores encontramos una relación entre el número de Reynolds y la velocidad del balón.

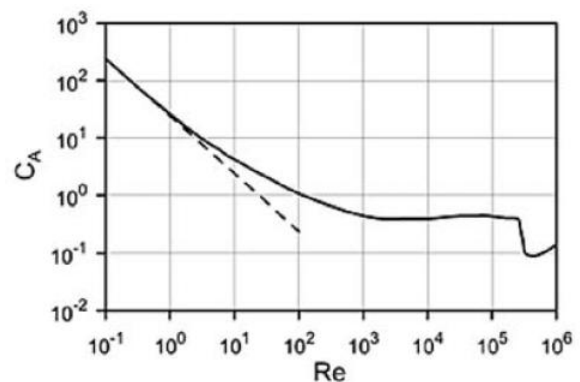
$$v = 6.82 \times 10^{-5} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot Re. \quad (25)$$

Si consideramos la velocidad  $v_A = 30.8$  m/s calculada anteriormente, obtenemos un número de Reynolds del orden de  $4.5 \times 10^5$ . Este valor nos indica que la fuerza de arrastre del aire sobre el balón no depende en forma lineal con la velocidad, sino más bien hay una dependencia entre la fuerza arrastre y el cuadrado de la velocidad dada por:

$$F = \frac{1}{2} C_A \rho A v^2. \quad (26)$$

Donde  $C_A$  es un coeficiente de arrastre del cual ya hablaremos,  $\rho$  la densidad del aire,  $A$  es el área de la sección transversal del balón y  $v$  la rapidez con que la pelota se mueve respecto al aire.

Valores grandes del número de Reynolds corresponden a fenómenos asociados a turbulencias. La línea continua de la Figura 7, muestra el coeficiente de arrastre medido en forma experimental, para una esfera lisa en función del número de Reynolds [5].

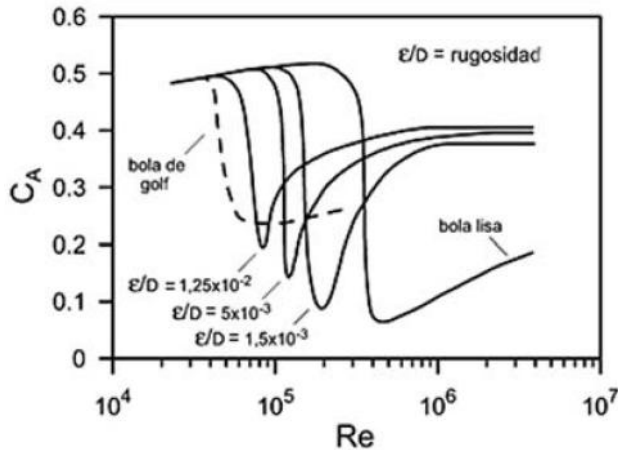


**FIGURA 7.** Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds, para una esfera lisa. La línea punteada corresponde a la fórmula de Stoke, donde la fuerza de arrastre es proporcional a la velocidad.

Del gráfico podemos observar una caída abrupta del valor de  $C_A$  alrededor del valor  $Re = 4 \times 10^5$ . Esta reducción del

valor del coeficiente se denomina *crisis de arrastre*, y tiene por consecuencia una disminución drástica de la resistencia del aire sobre la pelota.

Cabe destacar que la pelota no es una esfera lisa, y por ende, podríamos no estar en presencia de una situación de crisis de arrastre, a estas velocidades. Una indicación de esto se puede encontrar en la Figura 8, en donde se ven diferentes coeficientes de arrastre en función del número de Reynolds, para diferentes grados de rugosidad [1].



**FIGURA 8.** Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds, para diferentes grados de rugosidad. El valor  $\epsilon/D$  es el cociente entre  $\epsilon$  es la altura promedio de las irregularidades y  $D$  es el diámetro de la pelota.

La pelota Brazuca es bastante lisa, por lo que es razonable considerar valores para  $C_A$  cercanos a 0.3 dado el valor de  $Re$  anteriormente calculado. Utilizando la Ecuación (26), el valor de la fuerza de arrastre del aire sobre el balón, es aproximadamente igual a 6.6 N.

Debemos comparar esta fuerza, con la fuerza ejercida por la patada del jugador al balón. La pelota posee una masa de 437 gramos, y suponemos que el cambio en la velocidad fue de 0.0 hasta los 30.8 m/s, en el intervalo de tiempo en que la pelota estuvo en contacto con la zapatilla del jugador.

Aplicando principios sencillos de la mecánica de Newton, podemos determinar la fuerza ejercida sobre el balón, considerando el cambio en el momentum dividido por el intervalo de tiempo en que se realizó dicha variación; es decir:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t}. \quad (27)$$

La Tabla III muestra los posibles valores de la fuerza en distintos intervalos de tiempo.

**TABLA III.** Estimaciones de diferentes tiempos de contacto balón-botín y la fuerza asociada a dichos intervalos de tiempo.

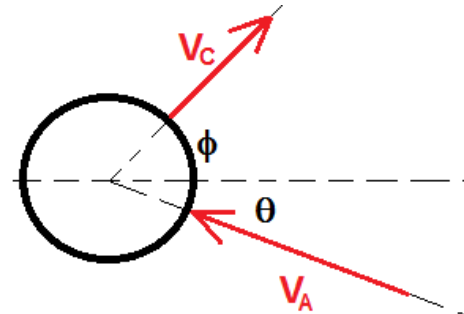
|   |      |           |    |      |     |
|---|------|-----------|----|------|-----|
| 1 | 0.01 | 1,345,960 | 8  | 50   | 269 |
| 2 | 0.1  | 134,596   | 9  | 60   | 224 |
| 3 | 1    | 13,460    | 10 | 70   | 192 |
| 4 | 10   | 1,346     | 11 | 80   | 168 |
| 5 | 20   | 673       | 12 | 90   | 150 |
| 6 | 30   | 449       | 13 | 100  | 135 |
| 7 | 40   | 336       | 14 | 1000 | 13  |

Se puede apreciar que los intervalos de tiempo muy reducidos y muy extensos, nos dan fuerzas enormes y extremadamente pequeñas para un jugador profesional –al menos para un jugador humano–.

La fuerza de una patada que impulsa un balón a 30 m/s es de 270 N [4]. Es decir que valores razonables de la fuerza ejercida por una patada sobre el balón, es para intervalos de tiempo del orden de 50 milisegundos.

Si bien es cierto que, estas fuerzas actúan en diferentes puntos de la trayectoria del balón, no es menor el hecho de que nos entregan una visión de las magnitudes de la dinámica de la pelota. Además, si el balón entra inmediatamente en crisis de arrastre con una fuerza del orden de 6 N, el cambio de velocidad en los 16.5 m que lo separa del arco debería ser menor.

Todo esto hace sustentable el argumento de que: la velocidad del balón, entre Pinilla y el arco no varía apreciablemente.



**FIGURA 9.** El círculo representa la sección transversal del larguero.

Dicho esto, podemos finalmente analizar la “perdida” de energía cinética en el rebote del balón con el larguero:

Observando la Figura 9, tenemos que la velocidad con que llega al larguero es  $v_A = 30.8$  m/s, y la velocidad con que rebota de este es  $v_C = 21.0$  m/s. Si además, se sabe que la masa del balón es de 0.437 kg, podemos calcular la energía cinética inicial y final.

$$K_{inicial} = \frac{mv_A^2}{2}, \quad (28)$$

$$K_{final} = \frac{mv_C^2}{2}. \quad (29)$$

Que al calcular se obtiene:

|  |                 |         |  |                 |         |
|--|-----------------|---------|--|-----------------|---------|
|  | $\Delta t$ [ms] | $F$ [N] |  | $\Delta t$ [ms] | $F$ [N] |
|--|-----------------|---------|--|-----------------|---------|

$$K_{inicial} = \frac{0.437 \times 30.8^2}{2} [J] \cong 207.3 [J],$$

$$K_{final} = \frac{0.437 \times 21.0^2}{2} [J] \cong 96.4 [J].$$

Calculando la diferencia de energías antes y después del choque, se obtiene que:

$$\Delta K = K_{final} - K_{inicial},$$

$$\Delta K = -110.9 [J].$$

De este resultado nace una pregunta: ¿a qué se debe el cambio en la energía cinética, antes y después del impacto del balón con el larguero?

Una explicación razonable es que parte de esta energía se utilizó en deformar la pelota. Si calculamos la variación de momentum lineal en el eje horizontal, tendremos que:

$$\Delta p_x = p_C \cos \phi - (-p_A \cos \theta), \quad (30)$$

Reemplazando los valores que hemos determinado anteriormente en la Ecuación (30), donde  $p_A = 13.46 \text{ Ns}$ ;  $\theta = 13.5^\circ$ ;  $p_C = 9.18 \text{ Ns}$  y  $\phi = 23.7^\circ$  se obtiene:

$$\Delta p_x = 21.5 [N \cdot s].$$

La deformación de un balón a alta velocidad cae en un régimen de deformación elástica, es decir, se deforma pero el cuerpo vuelve a su estado original, después de un cierto tiempo.

Los análisis de la deformación del balón debido a la patada de un jugador indican que, la deformación alcanza un máximo entre los 8 a 10 centímetros, con un impacto que no excede los 15 ms de duración, y con energías elásticas que van desde los 89.3 a 96.8 Joule [8].

Comparando estos datos con lo obtenido en nuestro trabajo, observamos que el tiempo estimado de contacto entre el jugador y el balón, es muy superior al obtenido en experimentos similares a la situación estudiada.

Si se reduce el tiempo de contacto a 15 ms, entonces utilizando la Ecuación (27), la fuerza ejercida sobre el balón sería del orden de 1430 N.

Si consideramos que el trabajo neto es equivalente a la variación de la energía cinética,  $W = \Delta K$ , y que gran parte de este trabajo es, debido a la deformación de la pelota, entonces podemos determinar la deformación  $\Delta x$  del balón.

$$W = \Delta K,$$

$$-F\Delta x = \Delta K,$$

$$\Delta x = -\frac{\Delta K}{F},$$

$$\Delta x = -\frac{-110.9}{1430} [m],$$

$$\Delta x = 0.077 [m].$$

Obteniendo una deformación aproximada de 7.7 cm.

Podemos comprobar esto último, con una rápida búsqueda de imágenes de balones de fútbol deformados, en internet (Fig. 10).



**FIGURA 10.** El jugador Chileno Gary Medel cabecea la pelota Jabulani en el Mundial de Fútbol Sudáfrica 2010.

## VI. CONCLUSIONES

Desde un punto de vista pedagógico y de divulgación de la Ciencia, este trabajo presenta múltiples ventajas. Primero, logramos acercar la ciencia al común de las personas a través de un deporte masivo como lo es el fútbol. Y en segunda instancia, utilizando este hecho cotidiano, tratamos diferentes tópicos, que los estudiantes pueden desarrollar de forma más activa y lúdica en el aula.

En este trabajo se realizan actividades de observación profunda y posterior análisis de un fenómeno cotidiano bajo la mirada de la Física, el costo de implementar actividades asociadas a esta investigación son prácticamente nulos, los equipos a utilizar están masificados y son de fácil acceso.

Además, se estudia el movimiento parabólico, se realiza estadística descriptiva analizando las desviaciones estándar con sus respectivas relaciones con la medición de intervalos de tiempo, se realizan descomposiciones vectoriales de velocidades, se utilizan y se resuelven ecuaciones de primer y segundo grado, se estudia el número adimensional de Reynolds y su relación con las fuerzas de roce viscoso debido al aire, se realizan cálculos utilizando y asociando el momentum lineal y las fuerzas que actúan sobre el balón, para finalmente estudiar la variación de la energía cinética relacionando esto con la deformación de la pelota.

En cada uno de los temas anteriores, se podrían desarrollar actividades bajo metodologías de aula activa.

Actividades como lecturas y guías colaborativas, ILD, PEER Instruction, modelación, tutoriales u otros, y medir los resultados de la aplicación de estas metodologías y estrategias en un grupo de estudiantes, para luego comparar esos resultados con un grupo de estudiantes que ha estudiado los contenidos antes discutidos, pero de forma tradicional.

Este es un trabajo pendiente y que esperamos poder desarrollar en un breve tiempo.

Para finalizar, hacemos notar que resultaría interesante en futuras investigaciones, determinar en forma más precisa

la deformación, considerando las características específicas del balón Brazuca. Así como también, poder estudiar las diferencias en la temperatura del aire al interior del balón, producto de los cambios de presión por los diferentes impactos.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos en primera instancia al periodista deportivo Luis Cabrera del Valle, que con sus gratas conversaciones y paciencia frente a nuestras consultas, definió en gran medida este trabajo.

También agradecemos al director de Ciencias Básicas, y al Director General de Mejora Docente de la UVM, Francisco González y Alfredo Santibáñez, por sus revisiones y contribuciones a este trabajo.

Y finalmente, agradecemos al equipo del área de Física, Natalia Fernández y Rolando Carmona, por su infinita paciencia al escuchar casi diariamente comentarios de fútbol.

## REFERENCIAS

- [1] Achenbach, E. J., *The effects of surface roughness and tunnel blockage on the flow past spheres*, Journal of Fluid Mechanics **65**, 113-125 (1974).
- [2] Aguiar, C. E. & Rubini, G. M., *A aerodinâmica da bola de futebol*, Revista de Enseñanza de la Física **19**, 71-110 (2006).

- [3] Crouch, C. H. & Mazur, E., *Peer Instruction: Ten years of experience and results*, Am. J. Phys. **69**, 970 (2001).
- [4] Kellis, E. & Katis A., *Biomechanical characteristics and determinants of instep soccer kick*, Journal of Sports Science and Medicine **6**, 154-165 (2007).
- [5] Landau L. D. & Lifshitz, E. M., *Fluid mechanics*, (Butterworth-Heinemann, Oxfordcap, 1987).
- [6] Leroy, B., *O efeito folha seca*, Revista Brasileira de Física **7**, 693-709 (1977).
- [7] Sokoloff, D. R., Laws, P. W. & Thornton, R. K., *Real time Physics: Active learning labs transforming the introductory laboratory*, European Journal of Physics **28**, (2007).
- [8] Tsaousidis N. & Zatsiorsky V., *Two types of ball – effector interaction and their relative contribution to soccer kicking*, Human Movement Science **15**, 861-876 (1996).
- [9] Yeo, S., Loss, R., Zadnik, M., Harrison, A. & Treagust, D., *What do students really learn from interactive multimedia? A physics case study*, Am. J. Phys. **72**, 1351 (2004).
- [10] Televisión Nacional de Chile, *Brasil vs Chile FIFA World Cup Brazil 2014*. <https://www.youtube.com/watch?v=ktxui1QmHQA&spfreload=10>.
- [11] FIFA, *Green Point Stadium: The stadiums for the 2014 FIFA World Cup Brazil*. <http://www.fifa.com/worldcup/des-tination/stadiums/stadium=771/>.
- [12] Wikipedia, *Estádio Mineirão*. [http://es.wikipedia.org/wiki/Estádio\\_Mineirão](http://es.wikipedia.org/wiki/Estádio_Mineirão).
- [13] Brasil, Governo, *Instituto Nacional de Meteorologia*. <http://www.inmet.gov.br/>.

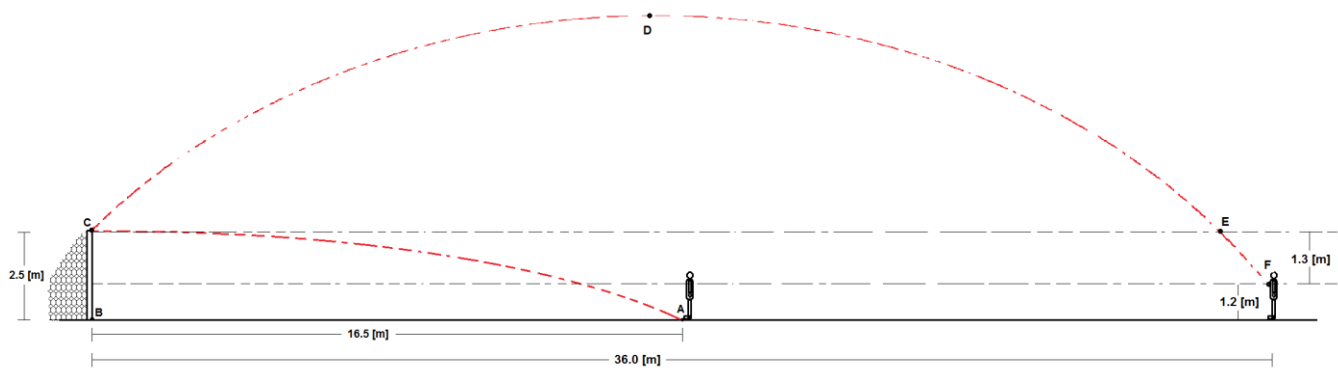


FIGURA 6. Esquema aproximado de la trayectoria del balón antes y después del rebote en el larguero (punto C).

# La paradoja de Aquiles y la tortuga: una discusión pedagógica desde la interpretación gráfica y la serie geométrica



**Paco Talero<sup>1,3</sup>, Fernanda Santana<sup>2</sup>, César Mora<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Depto. de Ciencias Naturales, Universidad Central, Bogotá D.C. Colombia.

<sup>2</sup>Fundación PhyMaC, Calle 167A No 5A-04, Bogotá, D.C. Colombia.

<sup>3</sup>Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.

**E-mail:** ptalerol@ucentral.edu.co

(Recibido el 9 de febrero de 2015, aceptado el 1 de octubre de 2015)

## Resumen

A partir de la interpretación gráfica del movimiento uniforme rectilíneo y la serie geométrica se aclara la popular paradoja de Aquiles y la tortuga. Este resultado puede usarse como ejemplo en cursos elementales de cálculo y mecánica.

**Palabras clave:** Movimiento rectilíneo, mathematical paradox.

## Abstract

The popular paradox of Achilles and the tortoise was clarified with graphical interpretation of rectilinear uniform motion and geometric series. This result can be used as example in the elemental calculus and mechanics classes.

**Keywords:** Rectilinear motion, paradojas matemáticas.

**PACS:** 05.10.Ln, 07.05.-t, 07.05.Tp, 07.70.-c

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

En general la interpretación correcta de gráficos bidimensionales es una necesidad para cualquier ciudadano moderno, pues gran parte de la información social, económica y cultural viene codificada en este tipo de gráficos.

En particular los científicos e ingenieros requieren una aguda interpretación gráfica que va mucho más allá de la simple lectura de datos sobre los correspondientes ejes, pues permite apreciar las variaciones, las tendencias y afinar en detalles conceptuales pertinentes. De manera que la formación de estos profesionales debe capacitarlos para obtener la habilidad de extraer toda la información expuesta en un gráfico de este tipo; al parecer, y de acuerdo con diversas investigaciones al final de cada curso introductorio este objetivo no se está logrando.

Y es que desde hace casi treinta años y en diversas partes del mundo, investigadores en el campo de la enseñanza de la física han venido demostrando que los estudiantes tienen algunas dificultades para entender el movimiento uniforme rectilíneo (MUR), especialmente en lo referente a la efectiva operatividad matemática; la adecuada narración de situaciones representadas gráficamente; la lectura correcta de gráficos simples y la adecuada identificación e interpretación de áreas y pendientes [1, 2, 3, 4].

En este sentido es necesario adecuar y producir nuevos enfoques de problemas relacionados con la interpretación gráfica en el MUR que permitan a los profesores y estudiantes enriquecer el abanico de situaciones comúnmente usadas para la discusión en el aula, lo cual corresponde al objetivo principal de este trabajo.

El trabajo está organizado de manera siguiente: en la sección 2 se describe el problema y se plantea una solución trivial mediante cinemática unidimensional; en la sección 3 se desarrolla una solución a través de series geométricas valiéndose de la interpretación gráfica y en la sección 4 se presentan las conclusiones.

## II. AQUILES Y LA TORTUGA

La conexión entre series geométricas y MUR es estudiada en [5] donde se aborda el conocido problema de Neumann de una mosca que se mueve entre dos trenes que se acercan entre sí, allí se pregunta por la distancia recorrida por la mosca que oscila entre cada tren hasta ser aplastada; en [5] se muestra una solución mediante series geométricas la cual pone de manifiesto que en este caso la suma infinita de distancias cada vez más pequeñas es finita. Al discutir con estudiantes este problema, al igual que el planteado en este trabajo, emerge de manera natural la idea errónea planteada

por Zenón, la cual consiste en pensar que en general la suma infinita de partes cada vez más pequeñas debería arrojar una tendencia al infinito y no un número finito.

Esta idea predomina en la mayoría de los estudiantes inscritos en cursos introductorios, se sugiere sea aprovechada como detonante cognitivo que busque contribuir a dar inicio y mantener la discusión de los estudiantes sobre problemas de este tipo. Con la paradoja de Aquiles y la tortuga Zenón buscaba poner en duda la estructura lógica del movimiento, en este trabajo se hace un planteamiento en términos cinemáticos precisos, lo cual dan un nuevo enfoque a este problema tradicional.

Se propone una carrera en línea recta y de longitud  $L$  entre Aquiles, el más rápido de Grecia, y una humilde tortuga, eso sí con la particularidad de que Aquiles le conceda cierta distancia  $x_0 \ll L$  de ventaja. Aquiles y la tortuga corren con rapidez constante  $v_A$  y  $v_T$  respectivamente; por supuesto  $v_A \gg v_T$ . Cuando se inicia la competencia la tortuga está en una posición  $x_0$  por delante de Aquiles con velocidad  $v_T$  y Aquiles está en el origen con velocidad  $v_A$  y sin embargo Aquiles nunca alcanzará a la tortuga. Y es por esto, según Zenón: cuando Aquiles alcance la posición  $x_0$  la tortuga ya no estará allí sino que estará por delante de Aquiles en una posición  $x_1$ , cuando Aquiles alcance la nueva posición  $x_1$  la tortuga ya no estará allí sino en una posición  $x_2$  por delante y cuando Aquiles esté en  $x_2$  la tortuga ya no estará allí sino en  $x_3$  y así sucesivamente, de manera que Aquiles nunca alcanzará a la tortuga. Pero resulta claro de la experiencia cotidiana que Aquiles siempre alcanza a la tortuga, la sobrepasa y gana la carrera! Esta es pues la paradoja!

Desde el punto de vista de la cinemática las funciones de posición  $x$  contra tiempo de Aquiles y la tortuga son respectivamente:

$$x_A = v_A t, \quad (1)$$

y

$$x_T = x_0 + v_T t. \quad (2)$$

El tiempo  $t_c$  y la posición de captura  $x_c$  se obtienen a partir de (1) y (2) y son respectivamente:

$$t_c = \frac{x_0}{v_A - v_T}, \quad (3)$$

y

$$x_c = \frac{x_0 v_A}{v_A - v_T}. \quad (4)$$

Sin embargo, estos resultados nada informan a cerca de la paradoja de Zenón.

### III. SOLUCIÓN TIPO ZENÓN

En esta sección se pretende aplicar los argumentos de Zenón, más no su conclusión, para encontrar las expresiones (3) y (4) a partir de series geométricas y un análisis gráfico de (1) y (2).

En la Fig.1 se muestra la gráfica de las funciones de posición contra tiempo junto con los respectivos tiempos y posiciones según los argumentos iniciales de Zenón. De acuerdo con la Fig.1 cuando Aquiles alcance la posición  $x_0$  habrá transcurrido un tiempo  $t_1$  y la tortuga se encontrará en la posición  $x_1$ . De acuerdo con las ecuaciones (1) y (2) se tiene:

$$t_1 = \frac{x_0}{v_A}, \quad (5)$$

y

$$x_1 = x_0 \left( 1 + \frac{v_T}{v_A} \right). \quad (6)$$

De manera similar, cuando Aquiles alcance la posición  $x_1$  en un tiempo  $t_1$  la tortuga ya no estará allí, estará en  $x_3$  y de acuerdo con las ecuaciones (1) y (2) ahora se tiene:

$$t_2 = \frac{x_0}{v_A} \left( 1 + \frac{v_T}{v_A} \right). \quad (7)$$

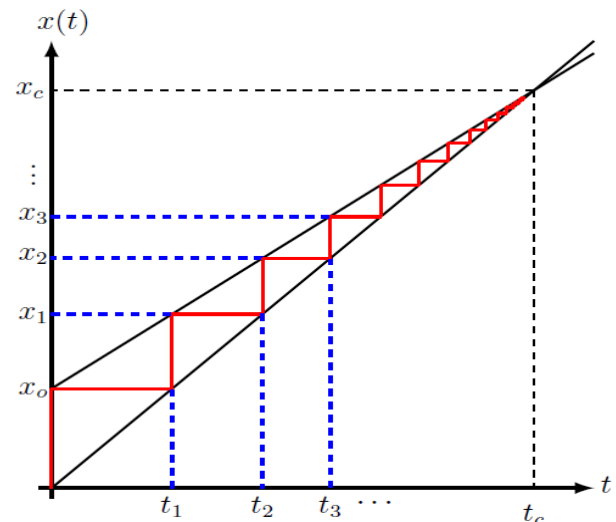


FIGURA 1. Gráficas de posición contra tiempo de Aquiles y de la tortuga.

$$x_2 = x_0 \left[ 1 + \frac{v_T}{v_A} + \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

De manera similar se obtiene:



$$t_3 = \frac{x_0}{v_A} \left[ 1 + \frac{v_T}{v_A} + \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^2 \right], \quad (9)$$

$$x_3 = x_0 \left[ 1 + \frac{v_T}{v_A} + \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^2 + \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^3 \right]. \quad (10)$$

Cuando el número de veces que se repite el proceso tiende a infinito la posición de Aquiles tiende a la posición de la tortuga y el tiempo al tiempo de captura, lo que se puede expresar como:

$$t_c = \frac{x_0}{v_A} \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^k, \quad (11)$$

y

$$x_c = x_0 \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^k. \quad (12)$$

De acuerdo con [6] es una serie geométrica. Para calcular la suma de los primeros  $n$  términos, sea

$$S = \sum_{k=0}^n \alpha^k \quad (13)$$

Con  $\alpha = \frac{v_T}{v_A}$ . De manera que la ecuación (13) se puede expresar como

$$S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots + \alpha^n. \quad (14)$$

Al multiplicar (14) por  $\alpha$ , se obtiene:

$$\alpha S = \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots + \alpha^n + \alpha^{n+1}. \quad (15)$$

Al restar (15) de (14) y resolver para  $S$  se encuentra:

$$S = \frac{1 - \alpha^{n+1}}{1 - \alpha} \quad (16)$$

Cuando  $n \rightarrow \infty$ ,  $\alpha^n \rightarrow 0$  ya que  $\alpha < 1$  y la ecuación (16) se convierte en:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{v_T}{v_A} \right)^k = \frac{v_A}{v_A - v_T}. \quad (17)$$

Esto implica que las ecuaciones (11) y (17) se reducen a las ecuaciones (1) y (2), solución que coincide con la encontrada desde la cinemática.

## IV. CONCLUSIONES

Se presentó una alternativa que falsea la paradoja de Zenón conocida como la paradoja de Aquiles y la tortuga, confrontando un método elemental basado en la cinemática y una solución que parte de las ideas de Zenón, pero que por sí misma contradice su conclusión; para ello se usó la serie geométrica y las ecuaciones elementales de posición contra tiempo. Se sugirió que este resultado puede ser usado en cursos introductorios de física y matemática como detonante cognitivo para iniciar una discusión Sobre el movimiento y luego abordar una solución desde la interpretación gráfica del MUR.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al departamento de Ciencias Naturales de la Universidad Central por el tiempo otorgado para desarrollar este trabajo, a la Fundación PhyMaC por facilitar la discusión física de las ideas y a Yenys María Monsalve por la digitación del manuscrito.

## REFERENCIAS

- [1] Trowbridge, D. E., McDermott, L. C., *Investigation of students understanding of the concept velocity in one dimension*, Am. J. Phys. **48**, 1020 (1980).
- [2] Trowbridge, D. E., McDermott, L. C., *Investigation of students understanding of the concept acceleration in one dimension*, Am. J. Phys. **49**, 242 (1981).
- [3] Beichner, R., *Testing student interpretation of kinematics graphs*, Am. J. Phys. **62**, 750 (1994).
- [4] Talero, P., *El movimiento unidimensional en gráficas* (Editorial Universidad Central, Bogotá, D.C., 2012).
- [5] Talero, P., Organista, O., Mora, C. y Galindo, E., *Experimentos virtuales sobre una mosca vagabunda: Más allá de la solución de Neumann*, Revista Brasileira Ensino de Física **35**, 2 (2013).
- [6] Stewart, J., *Calculus*, Séptima Edición, (Brooks Cole, México, D.F., 2012).

# El modelo recursivo de enseñanza de las ciencias (REC) para el aprendizaje de la velocidad terminal en estudiantes de ingeniería



**Carmen del Pilar Suárez Rodríguez<sup>1,2</sup>, César Mora<sup>3</sup>, Mario Humberto Ramírez Díaz<sup>3</sup>, Manuel Sandoval Martínez<sup>4</sup>, Enrique Arribas Garde<sup>5</sup>**

<sup>1</sup>Coordinación Académica Región Huasteca Sur, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, UASLP, Álvaro Obregón 64, Col. Centro, C.P. 78000. San Luis Potosí, S.L.P. México.

<sup>2</sup>Escuela Normal del Magisterio Potosino, ENESMAPO, Plantel 5. Ejido La Cuchilla, Tamazunchale, S. L. P., México.

<sup>3</sup>Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada CICATA, Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México, D. F.

<sup>4</sup>Universidad Politécnica del Golfo de México UPGM, Carretera Federal Malpaso – El Bellote, Km. 171, Monte Adentro, 86600 Paraíso, Tabasco.

<sup>5</sup>Facultad de ingeniería Informática, Universidad Castilla La Mancha, España.

**E-mail:** pilar.suarez@uaslp.mx

(Recibido el 8 de abril de 2015, aceptado el 25 de octubre de 2015)

## Resumen

El propósito de este trabajo es presentar el análisis del nivel de comprensión sobre el concepto de velocidad terminal en estudiantes de primer semestre de Ingeniería Mecánica Eléctrica dentro de un curso introductorio de Física en la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Unidad Región Huasteca Sur, en México. Para ello se diseñó un instrumento de 22 ítems, enfocados al movimiento de objetos dentro de un fluido, en caída libre principalmente. Los datos revelan que las actividades incluidas en la secuencia didáctica, elaborada con el Modelo Recursivo de enseñanza de las Ciencias, ha provocado mejoras significativas en el aprendizaje de conceptos relacionados a la velocidad terminal. Para un análisis objetivo de los datos, se ha utilizado el factor de concentración (FC) para medir los cambios en los modelos conceptuales de los estudiantes, obteniendo (en el postest) un 32 % de ítems en la zona HH, y un 58% en la zona MM después de la instrucción, resultados que son mucho más favorables que en el pre test. Esto indica que la instrucción ha impactado positivamente en los conocimientos sobre velocidad terminal en los estudiantes.

**Palabras clave:** Velocidad terminal, Modelo Recursivo de Enseñanza de las Ciencias, Ganancia normalizada de Hake.

## Abstract

The purpose of this paper is to present the analysis of the level of understanding about the concept of terminal velocity in freshmen year students of a Mechanic Electric Engineer within an introductory course in Physics at the Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Unidad Región Huasteca Sur, in South Mexico. For this, an instrument of 22 items was designed. The instrument was focused on the movement of objects within a fluid, in free fall mainly. The data revealed that the activities included in the didactic sequence, which was elaborated with the recursive model of Science teaching, has led to significant improvements in learning concepts related to terminal velocity. For an objective analysis of the information, the factor of concentration (FC) has been used to measure the changes in the conceptual models of the students, obtaining (in the posttest) a 32 % of items in the HH zone, and a 58 % in the MM zone after the instruction, results that are much more favorable than those in the pretest. This indicates that the instruction has impacted positively on the knowledge of terminal velocity in the students.

**Keywords:** Terminal Speed, Recursive Model of Science Education, Normalized gain Hake.

PACS:01.40.-d, 01.30.Ob, 01.40.G-

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCCIÓN

Como resultado de la investigación en educación en ciencias, se han realizado diversas propuestas para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, lo cual ha implicado el cambio de paradigmas, y con ello, el uso de metodologías,

estrategias de enseñanza-aprendizaje-evaluación, que requieren de una mejora en la práctica docente y en el involucramiento sustancial de los estudiantes en la construcción de su conocimiento [6, 7, 9, 11, 13]. Esta diversidad le da una amplia gama de posibilidades de aplicación al profesorado y así enriquecer su praxis, aunque

cuando no se tiene una sólida formación en enseñanza esta misma diversidad pareciera ser un obstáculo más que una herramienta en el desempeño de la labor docente.

En México, la instrucción Universitaria la realizan principalmente especialistas en las disciplinas y aun cuando los centros educativos se preocupan en la formación del profesorado, la instrucción tradicional (de transmisión recepción o magistral) sigue predominando [10], y como ha sido visto, no favorece en el estudiante las habilidades cognitivas para resolver problemas integrales del contexto, y mucho menos del desarrollo de valores y actitudes. Es por ello que se optó por integrar a los sistemas educativos latinoamericanos en un enfoque basado en competencias (EBC), que tiene como elementos base la construcción de conocimientos, actitudes y valores.

Se piensa que el EBC puede ayudar a solventar los retos que enfrentarán nuestros estudiantes universitarios al finalizar su formación profesional, como son: los procesos de globalización e internacionalización de las economías, cambios acelerados en el desarrollo de la ciencia y la tecnología, el deterioro ambiental y los problemas que ponen en riesgo la convivencia en sociedad.

La implementación del EBC en el nivel universitario, hace necesaria la construcción de propuestas que aporten elementos para una mejora de la práctica docente.

Es por ello que, se ha trabajado en la construcción del Modelo Recursivo de Enseñanza de las Ciencias (REC) [12] como una alternativa de enseñanza, que además de favorecer el aprendizaje de los contenidos científicos, permite atender otros aspectos necesarios para integrar la instrucción bajo el Enfoque Basado en Competencias (EBC).

Este modelo considera aspectos identificados por diversos autores como de suma importancia para favorecer el aprendizaje de las Ciencias, es decir, lo que los alumnos saben (ideas previas), saben hacer (estrategias de razonamiento), creen (concepciones epistemológicas) y creen que saben (metacognición) [3, 5, 14]. Aunque se centra principalmente en las creencias sobre la naturaleza de la ciencia –y hacia la física en este caso–, y su relación con la construcción de la cultura científica de los estudiantes, adicional al aprendizaje de contenidos de la disciplina.

Se ha evaluado el modelo mediante la aplicación en un curso introductorio de Física Universitaria, con estudiantes de ingeniería y el aprendizaje del concepto de velocidad terminal.

En este trabajo se reportan los resultados que evidencian la efectividad del modelo en cuanto a la construcción del concepto.

## II. FUNDAMENTACIÓN

Existen diversos trabajos sobre propuestas experimentales acerca de la caída de los cuerpos, especialmente en caída libre (Alonso, 2011), considerando la fuerza de rozamiento (Gluck, 2003), la fuerza de rozamiento y el empuje del aire en fluidos newtonianos [4] y no newtonianos, considerando

la viscosidad del medio [8], estudios acerca del cambio conceptual en caída libre, y en aulas-laboratorios de bajo costo [1]. Pero no se han documentado estudios relacionados a los efectos de la instrucción, utilizando un instrumento de evaluación para el aprendizaje del concepto de velocidad terminal, a pesar de ser un concepto importante debido a su relación con cursos posteriores en ingeniería –como Mecánica de fluidos–, y a que este concepto evidencia la profundidad de conocimientos de los alumnos en torno a otros conceptos relacionados con cinemática y dinámica, los cuales no han sido explorados.

## III. DESARROLLO

La secuencia didáctica de velocidad terminal considera actividades experimentales, teóricas, de análisis de situaciones reales, solución de problemas tipo y de discusión de resultados. Y utiliza recursos de aprendizaje como lecturas, videos, prácticas de laboratorio y uso de software de análisis de video, discusiones guiadas, y una combinación de metodologías de enseñanza –como aprendizaje basado en problemas, clases magistrales–, pero con un enfoque por cuestionamiento (by inquiry), y aprendizaje por investigación.

Con el objetivo de que las actividades propiciaran el aprendizaje colaborativo, algunas de ellas se realizaron de manera grupal. Al término de cada una de ellas se realizaba un ejercicio de autoevaluación para promover la metacognición. La secuencia fue desarrollada en seis sesiones de una hora, y con un tiempo estimado de dieciocho horas de trabajo independiente, pero bajo la supervisión del profesor. Las actividades de lectura fueron incluidas en un manual de prácticas de laboratorio y en una antología de lecturas de acompañamiento del curso de física.

Los contenidos académicos fueron: la identificación de las variables involucradas en un movimiento en caída libre, los efectos de las fuerzas de fricción en el movimiento acelerado, relación entre las fuerzas de fricción y el medio, el reconocimiento del concepto de velocidad terminal, la solución analítica del problema a través del planteamiento de una ecuación diferencial, y la aplicación de las leyes de Newton, la identificación de los parámetros relacionados con el rozamiento de un objeto que cae. Pensamiento crítico, habilidades metacognitivas y habilidades de comunicación.

## IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez terminado el pre diseño de la prueba de elaboración propia para medir conceptos relacionados a la velocidad terminal, se procedió a su aplicación como prueba piloto. En donde se encontró un pobre muestreo de contenidos, ambigüedad, generalidad y cierta clave de calificación previamente diseñada. Se aplicó a estudiantes de Ingeniería Agroindustrial que cursaban la asignatura de

Física, con un programa de estudios idéntico a la misma asignatura en la carrera de IME.

El tiempo destinado para su resolución fue de 60 minutos dentro del horario de la materia. A los estudiantes se les solicitó su participación, se aceptó a 25, quienes firmaron su consentimiento informado; se les entregó una hoja para registrar sus respuestas, y podían preguntar cualquier duda respecto a los términos utilizados en la redacción.

Así mismo, se pidió a ocho profesores –expertos en la disciplina– que dieran respuesta al instrumento y que aportaran sugerencias. A partir de esto, se encontró que era necesario modificar la redacción en dos de las preguntas, ya que no resultaba del todo clara para el alumno.

Además, el nivel de dificultad de ciertos problemas era muy elevado para su edad y grado escolar, pues requería de conceptos y procedimientos que aún no adquirían, pues eran estudiantes de nuevo ingreso a la Universidad. También se encontraron algunas respuestas erróneas dentro de los distractores, lo que permitió conformar la versión final del instrumento como se muestra en el Apéndice A.

Para la aplicación definitiva, a cada estudiante se le asignó un número de identificación para mantener su confidencialidad; aunque también firmaron un consentimiento informado donde aceptan participar en esta investigación.

Los sujetos fueron ( $N=17$ ) estudiantes universitarios, dieciséis hombres y una mujer, quienes respondieron al Instrumento sobre Velocidad terminal en dos momentos de la instrucción: a) al inicio como pretest y b) al final, como postest.

Se congregó a los alumnos en un aula, bajo la supervisión del profesor de la asignatura y responsable de la investigación; se entregaron los instrumentos y las hojas de respuesta. Posteriormente, se les leyeron las indicaciones y se les aclararon dudas; en ambos casos dieron respuesta al instrumento durante 60 minutos.

### A. Factor de concentración para el test velocidad terminal

Las respuestas de los estudiantes ante un test pueden considerarse como las salidas de la aplicación de uno de sus modelos, dentro de varios contextos físicos. Además, si los estudiantes tienen algún modelo físico consistente, las respuestas deberán estar más concentradas en una de las opciones que en otras, y representarán al modelo en cuestión.

Por otro lado, si no tienen ningún modelo o tiene varios, sus respuestas estarán distribuidas aleatoriamente entre todas las opciones. Una medida que permite obtener información de la distribución de las respuestas es el factor de concentración [2], cuyos valores se encuentran dentro del rango [0, 1], donde el valor más grande representa una respuesta con mayor concentración.

Cuando comparamos los resultados del pre y el pos test, la variación en los patrones que surgen de combinar el factor de concentración y el escore, pueden proporcionar más información que sólo la variación del escore.

El patrón de respuestas no solo proporciona una medida del desempeño de los estudiantes, sino indica si los estudiantes tienen ideas previas dominantes. Además, la variación del patrón indica cómo evoluciona el estado de los estudiantes con la instrucción.

En este análisis se utiliza un sistema binario de tres niveles, “L” (bajo), “M” (medio) y “H” (alto). En la Tabla I se muestra un código binario de tres niveles que permite cuantificar los modelos estudiantiles.

**TABLA I.** Esquema del código de tres niveles para el escore y el factor de concentración.

| Escore   | Nivel | F. Concentración | Nivel |
|----------|-------|------------------|-------|
| 0-0.4    | L     | 0.02             | L     |
| 0.41-0.7 | M     | 0.21-0.5         | M     |
| 0.71-1   | H     | 0.51-1           | H     |

En la Tabla II, se muestran los patrones de respuestas y sus implicaciones en la estrategia de enseñanza. Con base a estas tablas, se procede a explicar la distribución de datos de la Figura 1. Los diamantes azules representan las respuestas del pre test, el asterisco negro representa el promedio alcanzado en el pretest. Los círculos rojos representan las respuestas del pos test, el asterisco verde representa el promedio, y la flecha negra muestra el desplazamiento alcanzado entre el pre y el pos test.

**TABLA II.** Patrones de respuestas con un código de dos niveles.

| Pre test | Pos test | Significado del cambio de patrón                             |
|----------|----------|--------------------------------------------------------------|
| LL       | LL       | Los estudiantes no aprendieron nada                          |
|          | LH       | La enseñanza conduce a los estudiantes a modelos incorrectos |
|          | HH       | La enseñanza es altamente efectiva                           |
| LH       | LL       | Los estudiantes adquirieron preconceptos incorrectos         |
|          | LH       | La enseñanza no fue efectiva                                 |
|          | HH       | La enseñanza tiende a conceptos correctos                    |
| HH       | LL       | No se aprendió absolutamente nada                            |
|          | LH       | Conduce a modelos incorrectos                                |
|          | HH       | Los estudiantes son muy buenos en este tema                  |

Puede observarse que en el pre test, el 58% de las respuestas caen en la zona no deseada (LL, LM y LH). Dentro de este marco, LL representa una zona de respuestas aleatorias; es decir, los estudiantes tratan de adivinar la respuesta. LM es una zona de dos modelos incorrectos, y LH representa un modelo incorrecto dominante.

Sólo el 42% caen en la zona MM, la cual indica que los estudiantes tienen dos modelos, uno correcto y otro incorrecto. Esto representa una buena aceptación de las respuestas, sin embargo este porcentaje es muy bajo. Por último, la zona HH representa la existencia de un modelo correcto altamente aceptable. Para el pre test, no se alcanza esta zona. No obstante, después de la instrucción

desarrollada y aplicada durante este trabajo, las respuestas muestran un cambio altamente favorable en la mayoría de las preguntas del test.

Puede notarse que el 32% de respuestas caen en la zona HH, que es la más favorable porque es un modelo correcto dominante, e indica un gran avance en la comprensión de los fenómenos relacionados con la velocidad terminal.

Por otro lado, existe un 58% de preguntas que cambiaron de la zona LL hacia la zona MM; lo que representa un cambio favorable en general ya que, la mayoría de los estudiantes han adquirido un modelo correcto, y una menor parte un modelo incorrecto.

Sólo el 10% de las preguntas permaneció sin cambios (se mantuvo en la zona MM). Debe notarse también que, los modelos erróneos dominantes han desaparecido en el pos test, dando muestra de una buena organización de la secuencia didáctica.

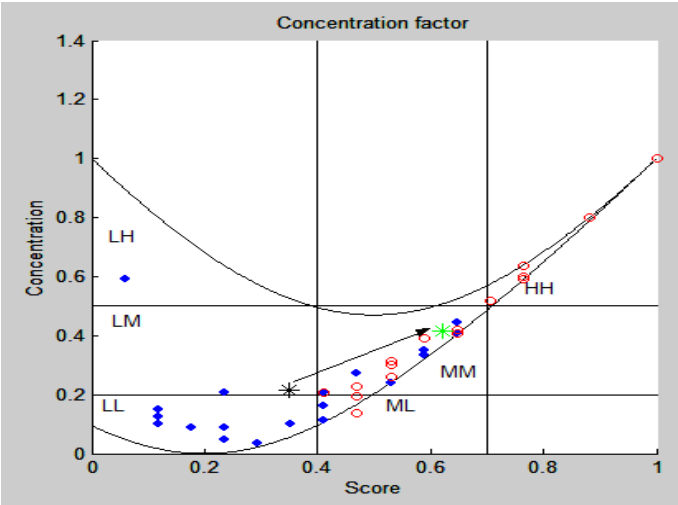


FIGURA 1. Factor de concentración para el test velocidad terminal.

Con estos datos podemos observar un cambio altamente favorable en los modelos físicos adquiridos por los estudiantes, durante la instrucción planificada. En varios casos, se han eliminado los modelos incorrectos dominantes, que tenían antes de iniciar el curso, y se han podido asimilar modelos correctos dominantes en la mayoría de los estudiantes.

B. Modelos físicos adquiridos

En la Tabla III, se muestran los modelos físicos previos y posteriores a la instrucción, basados en el código de dos niveles del factor de concentración. Puede observarse que, se alcanzan mejores modelos en el pos test, incluso seis ítem alcanzan modelos altamente aceptables; lo cual no se alcanzó en ningún ítem durante el pre test. Esto indica que la estrategia de enseñanza tiene un buen diseño y tiende a mejorar el aprendizaje en la comprensión de la velocidad terminal.

TABLA III. Modelos dominantes presentes en los estudiantes antes y después de la intervención educativa.

| Pre test |        | Modelo | Pos test |        | Modelo |
|----------|--------|--------|----------|--------|--------|
| 0.3529   | 0.1002 | LL     | 0.5294   | 0.2604 | MM     |
| 0.4118   | 0.1125 | ML     | 0.6471   | 0.4182 | MM     |
| 0.4118   | 0.2061 | MM     | 0.8824   | 0.8013 | HH     |
| 0.5882   | 0.3321 | MM     | 0.7647   | 0.6384 | HH     |
| 0.6471   | 0.4089 | MM     | 0.7647   | 0.5906 | HH     |
| 0.5294   | 0.239  | MM     | 0.6471   | 0.4089 | MM     |
| 0.1176   | 0.1002 | LL     | 0.4118   | 0.2061 | MM     |
| 0.2353   | 0.0489 | LL     | 0.4706   | 0.1368 | ML     |
| 0.2353   | 0.0876 | LL     | 0.5294   | 0.2604 | MM     |
| 0.2353   | 0.2061 | LL     | 0.5294   | 0.3121 | MM     |
| 0.6471   | 0.4456 | MM     | 0.7647   | 0.5987 | HH     |
| 0.0588   | 0.5906 | LH     | 0.5294   | 0.302  | MM     |
| 0.2941   | 0.0356 | LL     | 0.4706   | 0.2282 | MM     |
| 0.1176   | 0.1487 | LL     | 0.4706   | 0.1949 | ML     |
| 0.4706   | 0.271  | MM     | 0.7059   | 0.5158 | HH     |
| 0.5882   | 0.3518 | MM     | 1        | 1      | HH     |
| 0.1176   | 0.1248 | LL     | 0.6471   | 0.4182 | MM     |
| 0.1765   | 0.0876 | LL     | 0.4706   | 0.2282 | MM     |
| 0.4118   | 0.1604 | ML     | 0.5882   | 0.3902 | MM     |

Se alcanzaron once preguntas en la zona MM, lo cual representa un buen avance conceptual por parte de los estudiantes, si bien existe un modelo incorrecto, la mayoría de ellos presenta un modelo correcto. Obsérvese como la secuencia didáctica ha movido los modelos LL que se tenían en el pre test, hacia modelos más aceptables en el MM, ML o incluso HH; estos también son buenos resultados. Cabe mencionar el modelo LH ha desaparecido.

C. La ganancia de Hake

Ahora, con la intención de dar mayor soporte a la información encontrada con el factor de concentración, se hará uso de un estadístico clásico para medir la efectividad de una instrucción didáctica: la ganancia de Hake. De los datos analizados se ha encontrado que, en el pre test se obtuvo el 33.74% de aciertos, y en el postest se alcanzó un 72%, por lo que la ganancia de Hake será:

G = ((post-pre) / (1-pre)) 100%, (1)

G = ((0.72-0.33) / (1-0.33)) 100% = 58%. (2)

Por lo que, esta propuesta de enseñanza alcanzó una ganancia, buena para la instrucción, y con ello se reafirma lo encontrado con el factor de concentración. Por tal razón, la secuencia didáctica presenta un buen diseño de instrucción.

## V. CONCLUSIONES

El diseño de secuencias didácticas basadas en el modelo REC han mostrado ser de mucha utilidad en la enseñanza de las Ciencias –en particular al aplicarlos a estudiantes de la UASLP–, han mostrado resultados favorables para la comprensión del tema de velocidad terminal. Con el apoyo del test conceptual sobre dicho tema, elaborado por los autores, se han podido detectar diversos errores conceptuales tales como: la aceleración de un objeto en caída libre depende de su masa, la aceleración no es constante para cuerpos en caída libre, no tiene claro que el movimiento de un objeto dentro de fluido dependerá de su geometría y no solo de las propiedades del líquido, no identifican cuando dos vectores pueden sumar cero, entre otros.

El factor de concentración muestra que la secuencia didáctica diseñada para este caso, ha mostrado ser muy útil para que los estudiantes puedan mejorar su comprensión de la velocidad terminal; ya que en el postest se pudieron mover la mayoría de los modelos erróneos (zona LL) hacia zonas con mayor aceptación conceptual (MM y HH).

Se logró alcanzar la zona más importante (HH) en el 32% de las preguntas, siendo este un porcentaje muy aceptable.

Por otro lado, el 57% de las preguntas pasó del modelo LL al modelo MM, logrando con ello que los estudiantes no respondieran aleatoriamente el pos test; de esta manera alcanzamos un modelo correcto y uno incorrecto.

Esto nos permite conocer en qué áreas siguen deficientes los estudiantes, y con ello obtenemos retroalimentación sobre nuestra propuesta.

Solo el 10% de las preguntas permanecieron sin cambios, quedando en la zona MM.

La ganancia normalizada de Hake nos permite reafirmar lo antes descrito, ya que se obtuvo una ganancia del 58%, lo cual indica que la instrucción es buena; no obstante aún hay diversas áreas de oportunidad.

Los modelos que no cambiaron fueron los siguientes:

Algunos alumnos siguen pensando que una pelota más pesada cae más rápido que una más liviana. En el caso de la pregunta 8, en la cual se indica que el vaso contiene aire, algunos estudiantes consideran que la velocidad en el fondo será cero. Si bien son porcentajes pequeños, es importante señales que esas dos ideas previas han sido difíciles de erradicar.

En términos generales, la instrucción ha hecho que el 90% de los modelos se muevan hacia modelos más adecuados.

## REFERENCIAS

- [1] Calderón, S., Núñez, P., Laccio, L. Iannelli, L. Gil, S., *Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC*, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias **12**, 212-226 (2015).
- [2] Bao, L., Redish, E., *Concentration analysis: A quantitative assessment of student states*, Am. J. Phys. Suppl. **69**, 545-553 (2001).
- [3] Biggs, J., *Calidad del aprendizaje universitario*, (Narcea, Madrid, 2006).
- [4] Calderón, S. E, López, S. & Gil, S., *Determinación de la fuerza de roce con el aire usando nuevas tecnologías*, Revista de Enseñanza de la Física **20**, 55-64 (2007).
- [5] Campanario, J. M. & Otero, J. C., *Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: Las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias*, Enseñanza de las Ciencias **18**, 155-169 (2000).
- [6] Crouch, C. H. & Mazur, E., *Peer Instruction: Ten years of experience and results*, Am. J. Phys. **69**, 970-977 (2001).
- [7] Etkina, E., Van Heuvelen, A., White-Brahmia, S., Brookes, D., Gentile, M., Murthy, S., Rosengrant, D. & Warren, A., *Scientific abilities and their assessment*, Physics Education Research **2**, 1-15 (2006).
- [8] Lommatzsch, T., Megharfi, M., Mahe, E. & Devin, E., *Conceptual study of an absolute falling-ball viscometer*, Metrología **38**, 531-534 (2001).
- [9] McDermott, L. & Shaffer, P., *Tutoriales para Física introductoria*, (Pearson Prentice Hall, Buenos Aires, 2001).
- [10] Ojeda, M., Suárez, C. P., *Los profesores de Ciencias en la Educación Superior. De la praxis al perfil docente*, Tesis de Maestría, Universidad del Centro de México UCEM (2012).
- [11] Sandoval, M. & Mora, C., *Modelos erróneos sobre la comprensión del campo eléctrico en estudiantes universitarios*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 647-655 (2009).
- [12] Suárez, C. P., Mora, C., Ramírez, M. H. & Arribas E., *Learning And Evaluation of Terminal Velocity In A College Physics*, IX International Technology, Education and Development Conference INTED (2015).
- [13] Thornton, R. & Sokoloff, D., *Interactive lecture demonstrations. Active learning in introductory Physics*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [14] Tobón, S., Pimiento, J. H. & García, J. A., *Didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*, (Pearson, México, 2010).

# Modelación del movimiento a través del Ipad para el estudio del concepto de función

EDVCATIO PHYSICORVM



**Leobardo Mendo-Ostos<sup>1,3</sup>, Rosa Isela González-Polo<sup>2</sup>, Apolo Castañeda<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Instituto Tecnológico Superior de Tantoyuca, Desviación Lindero Tametate S/N, La Morita, 92100 Tantoyuca, Veracruz, México.*

<sup>2</sup>*Instituto Cumbres Toluca. Miguel Hidalgo y Costilla Sur 1201, San Miguel Totocuitlalpilco, 52143 Metepec, México.*

<sup>3</sup>*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, CICATA Unidad Legaria, Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación C. P. 11500, Ciudad de México.*

**E-mail:** acastane@ipn.mx

(Recibido el 30 de agosto de 2015, aceptado el 25 de noviembre de 2015)

## Resumen

Este artículo reporta el diseño e implementación de una secuencia didáctica para estudiantes de secundaria, para el estudio del concepto de función a través de la modelación del movimiento de un balón, usando un dispositivo móvil (Ipad). El objetivo es que los estudiantes relacionen la experiencia física del movimiento con las variables asociadas al fenómeno, y puedan darle significado a la gráfica que indica posición. Se realizó una análisis preliminar que incluyó un estudio epistemológico, didáctico y cognitivo. Con base en estos resultados, se diseñaron cuatro actividades que contemplan; preparar la escena de grabación, grabar el movimiento de un balón, realizar un análisis del movimiento a través de las herramientas del Ipad, obtener la gráfica, analizar las representaciones funcionales (a través del software Logger Pro), articular la información de las representaciones, y finalmente, modelar nuevos movimientos. Estas actividades contribuyen a desarrollar un concepto de función en donde se destaca la variación, y se promueve la transferencia de información de un contexto de representación a otro.

**Palabras clave:** Modelación, Función, Dispositivos móviles.

## Abstract

This paper reports the design and implementation of a teaching sequence for high school students, to study the concept of function by modeling the movement of a ball using a mobile device (iPad). The goal is connect the physical experience of motion variables of the phenomenon, and to give meaning to the graph indicating position. A preliminary analysis that included an epistemological, didactic and cognitive study, was conducted. Based on these results, four activities were designed, which contemplate: prepare the recording scene, recording the movement of a ball, to analyze the movement through Ipad's tools, obtain the graph, analyze the functional representations (through the Logger Pro software), coordinate information of the representations, and finally, to model new moves. These activities help to develop a concept of function, where the variation is highlighted, and is promoted the transfer of information from a context of representation to another.

**Keywords:** Modeling, Function, Mobile devices.

**PACS:** 07.05.Tp, 01.40.ek, 01.50.H-

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Una parte fundamental del estudio de las matemáticas es el dominio de técnicas y procedimientos, las cuales son útiles en el manejo simbólico y en la resolución de operaciones. No obstante, la matemática no se reduce a cálculos numéricos; existe mucha información matemática que está expresada en imágenes y gráficas, donde es posible realizar complejas operaciones. Por ejemplo, al visualizar comportamientos, predecir formas, identificar regularidades, tendencias, entre otros.

De acuerdo con Duval [1], la construcción de un concepto matemático no se puede lograr si sólo se trabaja

con un registro de representación, se deben promover tareas que favorezcan la conversión entre al menos dos de sus representaciones, que permitan establecer una base cognitiva para propiciar el aprendizaje. Cada registro de representación resalta características y propiedades determinadas del objeto matemático. Y su contenido depende más del registro de representación que del objeto representado; por lo que se hace necesaria una interacción entre las diferentes representaciones del objeto matemático para establecer un dominio conceptual más amplio.

Los estudiantes de nivel secundaria tienen el primer contacto formal con el concepto de función, específicamente, a través de actividades de graficación, a



partir de tabulación y la ubicación de puntos en el plano. Sin embargo, este acercamiento sólo proporciona al estudiante una técnica que le permite resolver ejercicios y problemas típicos de graficación. El resultado es un conocimiento insuficiente para usarlo en otras situaciones. De acuerdo con Artigue [2] y Schoenfeld [3], los problemas con el manejo del concepto de función persisten hasta el nivel universitario, desencadenando otros problemas con la matemática superior.

El trabajo de Guzmán [4], reporta también la fragilidad en el manejo conceptual que tienen los alumnos, particularmente en la falta de coordinación en los registros algebraico, gráfico y lenguaje natural. Esta fragmentación presupone la falta de un discurso unificador que permita cohesionar las diferentes nociones asociadas al concepto de función, muchas de ellas estudiadas desde la primaria en situaciones en las que aparecen sucesiones, relaciones numéricas, tablas de valores, coordenadas rectangulares, gráficas, etc.

García y Serrano [5], refiriéndose al concepto de función, concluyen que no existe coherencia entre la definición formal y la definición informal que proponen los profesores, ya que existe un abismo entre las nociones previas asociadas a la función y la definición de la función misma.

Por lo regular, este tratamiento formalista se complementa con amplios manejos algorítmicos, lo que reduce la posibilidad de experimentar con ideas intuitivas y aproximaciones obtenidas de fenómenos reales.

Las típicas presentaciones escolarizadas no permiten mostrar la variación, como una característica relevante en los fenómenos y situaciones que se estudian. No obstante, algunos trabajos como el de Dolores, Alarcón y Alberrán [6], sostienen la posibilidad de desarrollar un pensamiento variacional en los estudiantes a través de situaciones y actividades no formales, en las que se les permita a los estudiantes desarrollar y fortalecer las habilidades de observación, reconocimiento, percepción e interpretación de la variación y el cambio.

Bazaldúa [7] refiriéndose al caso de la *graficación*, explica que usualmente en clase no se enfatiza la lectura e interpretación de gráficas y en ocasiones no se percibe necesario el desarrollo de habilidades relacionadas con la información visual, incluso la *graficación* puede ser abordada en clase como una rutina o algoritmo, y no como un recurso para analizar e identificar propiedades en las gráficas.

Las experiencias de tipo visual que ocasionalmente se promueven en clase están limitadas a ilustrar, y no se incursiona en escenarios donde las imágenes conduzcan a análisis o permitan validar conjeturas.

En el nivel básico y medio superior, el tema de la graficación adquiere diferentes usos, puede ser considerada en sí mismo un objeto de estudio cuando se le da un tratamiento analítico, puede ser un elemento de apoyo para la enseñanza del concepto de función o de relación; o puede incluso usarse para modelar procesos naturales o sociales

donde su papel fundamentalmente se asocia con la interpretación de las variables de los fenómenos.

En este caso, la graficación es un instrumento que debe estar disponible para poder participar del proceso de interpretación [8].

La relación entre *gráfica* y *función* puede construirse en el aula a partir de diferentes contextos, esta diversidad favorece el desarrollo de escenarios didácticos específicos que reivindiquen el sentido actual y el papel que tiene la graficación en la escuela. Según Kaput [9], se busca que los alumnos exploren, modelicen, hagan predicciones, discutan y argumenten sus resultados, con lo cual construirá un conocimiento significativo, ya que al ser edificado por el mismo estudiante, adquiere más sentido.

Proponer el estudio de diversos fenómenos en la clase de matemáticas, ha motivado el desarrollo de nuevos escenarios para el análisis y discusión de conceptos matemáticos; estos entornos favorecen la construcción de modelos y argumentaciones a partir de datos empíricos, conjeturas e incluso creencias. Arrieta [10] enfatiza la importancia de usar las matemáticas para interpretar y transformar un fenómeno de la naturaleza, confrontando y argumentando diferentes versiones.

Un aspecto que se destaca en este enfoque, es la posibilidad de repetir experimentos, lo que permite identificar las variables que intervienen y favorecen el reconocimiento de las regularidades y características de los fenómenos.

En opinión de Borba y Villarreal [11], la experimentación cambia la naturaleza del conocimiento que se construye en clase, ya que el tipo de *actividad matemática* que se encuentra en estos escenarios (opuesto a los enfoques formalistas), les permite significar los conceptos a partir de los hechos que observan, de las situaciones variacionales que experimentan; e incluso – cuando se trata de sensores de movimiento –, conectar la experiencia corpórea a las representaciones matemáticas.

Nemirovsky, Tierney y Wright [12], sustentan la idea de que, la fusión de actividad física y las formas gráficas son un gran recurso didáctico para involucrar a los estudiantes en discusiones sobre la construcción e interpretación de gráficas; particularmente, cuando se usan sensores de movimiento es posible establecer una fuerte conexión entre una construcción interna y algo que se obtiene a través de los sentidos, en situación escolar.

La *experiencia sensorial* es una variable a considerar en el diseño de este tipo de actividades de aprendizaje, ya que permite la construcción de argumentos, que usualmente se apoyan en incursiones *visuales* o *modelizaciones verbales* de los fenómenos que se estudian.

Sin embargo, Barwise y Etchemendy [13], comentan que es usual encontrar opiniones que aducen la falta de validez en las interpretaciones o formulaciones que realizan los estudiantes en estos escenarios, pues no hay definiciones y teoremas explícitos; y las argumentaciones a partir de la visualización no se admiten como pruebas rigurosas, y por ende, se cree que no son válidas.

Se ha considerado a las formas gráficas y a los ejercicios de visualización, como acercamientos intuitivos y poco formales dentro de la matemática escolar, sobre todo en el nivel superior.

Una explicación a este fenómeno la ofrece Eisenberg y Dreyfus [14], quienes señalan que en algunas situaciones, los estudiantes rechazan los ejercicios de visualización y prefieren un tratamiento algorítmico de los problemas, dado que el pensamiento visual exige procesos del pensamiento más elaborado que un pensamiento algorítmico.

Aunque es muy importante destacar que, como en la vida escolar del estudiante existen pocos encuentros con trabajos gráficos y argumentaciones a partir de lo visual, es muy probable que los estudiantes prefieran actividades analíticas en las que existe un cierto grado de certeza, dado que se aplica un algoritmo y se obtiene un resultado.

Esto no sucede cuando hay de por medio un experimento o actividad en la que hay que interpretar la obtención de datos, interpretar información y argumentar a partir de evidencias.

En opinión de Borba y Villarreal [11], la matemática se ha concebido como una ciencia alejada de la experimentación, pues se asume que la experimentación no tiene cabida en una ciencia exacta. Sin embargo –bajo su enfoque– argumentan las ventajas que ofrece un *acercamiento experimental* para el estudio de la matemática; en particular, la posibilidad de probar y generar conjeturas, probar caminos alternativos para obtener un resultado o la posibilidad de repetir un experimento.

## II. PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN

El propósito de la investigación es desarrollar una secuencia didáctica para el estudio de comportamientos gráficos a través de un ambiente de modelación matemática, para que el alumno: identifique las variables independiente y dependiente, realice aproximaciones de representaciones gráficas, interpretaciones, compare los comportamientos discreto y continuo.

Esto es, al modelar el movimiento de un balón a través de la aplicación Video Physics para Ipad y del software Logger Pro, permitirá a los estudiantes visualizar el movimiento, construir las tablas de datos y gráficas, y finalmente el modelo matemático que representa el movimiento en cuestión.

La actividad didáctica tiene la intención de situar a los estudiantes en una discusión sobre las condiciones físicas del modelo, donde se analicen los conceptos de desplazamiento y posición, con el propósito de reconocer el sentido de las variables.

Este enfoque se sustenta en la perspectiva de Monk [15], quien señala que los modelos físicos proveen a los estudiantes una visión de la situación funcional, la cual puede ampliar las perspectivas que tienen acerca de las funciones.

También se sustenta en Planchart [16], quien explica que, al modelar situaciones reales se provoca que el estudiante analice y describa elementos como la significación de objetos: simbólicos, verbales, gráficos, algebraicos y numéricos.

En el proceso de modelación se produce la distinción de variables y la relación entre las variables, las cuales a su vez impulsan la construcción de otros registros de representación.

## III. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la secuencia didáctica se consideró el modelo de *ingeniería didáctica* de Artigue [17], que sirve como metodología de investigación y en su aplicación como guía de las experimentaciones en clase.

La idea de ingeniería didáctica se utiliza como recurso en la didáctica comparándolo con el trabajo que realizan los ingenieros, los cuales se apoyan no solo en el conocimiento de su dominio, sino que también involucran: la toma de decisiones y el control sobre las diversas componentes propias del proceso.

En este modelo, el propósito es que, el alumno construya una noción o concepto a partir de situaciones o problemas, en donde surja la noción o concepto. En este contexto, la función del profesor es llevar a sus estudiantes a una situación diseñada de tal manera que, el conocimiento que deben aprender aparezca durante el proceso de la solución.

La ingeniería didáctica, como metodología de investigación, considera esencialmente tres fases:

1. El análisis preliminar, que considera tres componentes: la *epistemológica*, que explica el desarrollo matemático en cuestión. La *cognitiva*, referida a las concepciones de los estudiantes y la *didáctica*, que se refiere a la situación de enseñanza.
2. El diseño de la ingeniería, que se refiere a: la forma en que se organizará y tratará el contenido, y las estrategias que se deben usar durante las actividades diseñadas.
3. La puesta en escena o experimentación de la secuencia didáctica, y el análisis de los resultados.

## IV. FASE DEL ANÁLISIS PRELIMINAR

### A. Estudio epistemológico

La *función* ha evolucionado a lo largo de la historia, definiendo características específicas en cada uno de los períodos históricos. A continuación se describe la evolución de la función en siete periodos.

El *primer periodo* se sitúa en la matemática Prehelénica, caracterizada por el estudio e identificación de regularidades en fenómenos cambiantes donde se presenta la relación entre cantidades de magnitudes variables. Los

fenómenos sujetos de cambio como el calor, la luz, la distancia y la velocidad, poseen distintos grados de intensidad, y cambian continuamente entre ciertos límites establecidos.

La identificación de los elementos variables en el análisis cuantitativo de todo proceso real de cambio, conduce a la determinación de las variables.

La construcción de tablas numéricas a partir del cálculo de valores cambiantes de diferentes magnitudes dependientes, condujeron a una primera aproximación a las relaciones funcionales.

Pasar de una tabla de datos a la búsqueda de regularidades, implicó la existencia de una cierta idea de funcionalidad.

En este contexto, las situaciones de estudio están ligadas a los fenómenos naturales donde intervienen magnitudes físicas variables, y los invariantes observados están asociados al establecimiento de regularidades entre las relaciones de causa-efecto. Las representaciones estaban dadas a través de medidas de cantidades y magnitudes, así como de tablas.

El *segundo periodo* se ubica en la matemática post-helénica hasta la matemática medieval, con Oresme y Galileo. Se caracteriza por el uso de la razón o proporción como recurso para el análisis cuantitativo. Se trataba de buscar la proporcionalidad como relación entre magnitudes variables.

Las situaciones de estudio estaban ligadas a las magnitudes físicas, y en especial en campos del conocimiento, tales como la geometría o la astronomía.

Los invariantes identificados están asociados con las relaciones de conmensurabilidad entre magnitudes homogéneas.

Las representaciones estaban asociadas a las proporciones, que en un principio expresaban las relaciones establecidas –como por ejemplo el Teorema de Tales–, pasando posteriormente a expresiones como  $a:b::c:d$ .

El *tercer periodo* comienza con las aportaciones de las Escuelas de Oxford y París y su representante más importante es Oresme. Se caracteriza por la aparición del modelo de gráfica para representar la relación entre magnitudes variables. Oresme utilizó el grafismo para representar los cambios, y así describirlos y compararlos; utilizó la continuidad de los segmentos a falta de un continuo numérico para representar el movimiento (es notable la ausencia de los decimales).

Este tipo de gráficas se obtenían a partir de rasgos cualitativos mas que cuantitativos, y se consideraban modelos geométricos para expresar las relaciones, pues no había necesidad de representar muy fielmente dichas relaciones.

Las situaciones de estudio estaban ligadas a las magnitudes físicas, movimiento, luz, calor, velocidad, en las que se intentaba representar gráficamente tanto la variación como las dependencias entre magnitudes.

Los invariantes identificados en esta etapa son la proporcionalidad entre magnitudes y relación de dependencia cualitativa, la cual es representada con una

figura que describe la cantidad de una determinada cualidad, en relación con otra de la cual depende.

En las representaciones se usaban términos específicos, *formas*, *latitud*, *longitud* y se representaba la dependencia por medio de gráficos que adquirirían su significado de forma global (sintética).

El *cuarto periodo* corresponde a los trabajos de Descartes y Fermat (s. XVI-XVII), el cual se caracteriza por la definición de la curva de forma analítica-geométrica, al considerar que en una ecuación  $x$  y  $y$  representan un medio para introducir la dependencia entre dos cantidades variables, relacionándolo asimismo con la noción de curva. Las situaciones de estudio se enfocan en la búsqueda de un método para establecer las relaciones numéricas entre propiedades de objetos geométricos, utilizando esencialmente el método de las coordenadas.

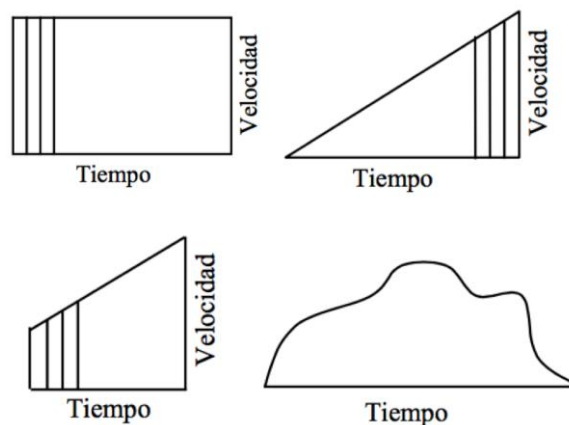


FIGURA 1. Representaciones del movimiento (Oresme)

Las invariantes observadas son las relaciones que se identifican cuando en una ecuación que contiene dos cantidades desconocidas, hay un lugar correspondiente, y el punto extremo de una de estas cantidades describe una línea recta o una línea curva. La forma de representación se basa en el uso de ejes cartesianos, coordenadas y presentación algebraica.

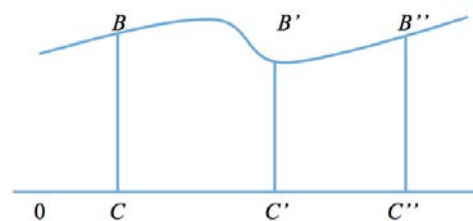


FIGURA 2. Modelo de representación funcional de Descartes.

El *quinto periodo* se ubica a partir los últimos trabajos de Euler sobre funciones arbitrarias (siglo XVIII). Continúa en el siglo XIX con los trabajos de Fourier sobre series trigonométricas, y se consolida con los trabajos sobre los números reales de Cauchy, Dedekind, Riemann o Dirichlet, entre otros.

En esta época, la función se consideró como la idea principal del nuevo análisis, al definirla como una correspondencia de tipo muy general, *cada cantidad, el valor de la cual depende de una o varias cantidades, se denomina función de estas últimas, independientemente de que, sepamos, o no, por qué operaciones es necesario atravesar para pasar de estas últimas a la primera* [18].

Las situaciones de estudio están determinadas por conexiones entre la física y la matemática, siendo muy significativo el problema de la cuerda vibrante a partir del cual, se tuvo necesidad de crear una noción más general de función. Se tratan también los problemas existentes respecto a la continuidad de funciones, llegando a considerar como funciones incluso aquellas que aparentemente no tienen una forma regular.

La invariante identificada es la definición de correspondencia arbitraria: si una variable  $y$  está relacionada con otra variable  $x$ , de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a  $x$ , hay una regla según la cual queda determinado un único valor de  $y$ ; entonces se dice que  $y$  es una función de la variable independiente  $x$ . Se establece su forma de representación moderna con la expresión  $f(x)$ , o bien con  $y$ . Posteriormente cambia su representación a partir de la introducción de la teoría de conjuntos, y el estructuralismo bourbakista, como  $f: X \rightarrow Y$ , o bien  $x \rightarrow f(x)$ .

Las representaciones son del tipo gráficas, y se siguen utilizando los ejes cartesianos; aparecen nuevas representaciones con fines didácticos, como los diagramas de Venn.

El *sexto periodo y último*, corresponde a la estructuración sistemática y lógica de la teoría de conjuntos. Ésta se tomó como base y fundamento de toda la matemática. Se caracterizó por la definición de función como terna  $f = (F, X, Y)$ , resultado del intento de precisión y rigor matemático.

Así se estableció que, una función es un conjunto de pares ordenados que tienen la propiedad de que: si dos pares  $(x, y)$  y  $(x, z)$  del conjunto  $X$  y  $Y$ , tienen el mismo primer elemento, deben tener siempre idéntico el segundo. Bajo esta consideración, el carácter dinámico de asignación entre variables queda oculto, mientras que se pone de relieve una caracterización como colección de pares de elementos.

Las situaciones de estudio incluyen todos aquellos fenómenos susceptibles de modelizarse funcionalmente dentro de cualquier campo científico.

Los invariantes observados son propiamente su definición formal:

$$f = (A, B, G) \text{ es una función} \Leftrightarrow G \subset A \times B$$

$$x \in A, y \in B \text{ tal que } (x, y) \in G$$

$$R \text{ es una función} \Leftrightarrow x, y, z, (x, y) \in R \\ (x, y) \in R \Rightarrow y = z$$

Este revisión epistemológica ha mostrado que las raíces conceptuales de la función provienen de Oresme, quién utiliza el grafismo para representar los cambios, describirlos y compararlos. Utiliza la continuidad de los segmentos a falta de un plano para representar el movimiento.

Por otra parte, la contribución decisiva para el establecimiento del concepto moderno de función fue obra de Descartes y Pierre de Fermat, quienes representaron las curvas geométricas en un sistemas de coordenadas, describiéndolas a través de ecuaciones algebraicas.

Esta nueva geometría permitió considerar un amplio y diversificado número de nuevos problemas matemáticos y físicos; y de la misma manera, ponía en evidencia que el álgebra y la aritmética constituían campos teóricos independientes de la geometría.

Se puede observar que en la historia de la matemática, primero se trabajó con representaciones gráficas para el análisis de la naturaleza de los problemas, y posteriormente, con la integración del álgebra, se transitó hacia planteamientos generales en un intento por generar métodos unificados.

Este resultado, alienta la posibilidad de establecer una didáctica para la matematización del movimiento a través de un enfoque intuitivo, considerando que las representaciones gráficas contribuyeron al desarrollo del concepto de la función.

## B. Estudio cognitivo

El concepto de función articula varias representaciones semióticas, por lo que su aprendizaje requiere integrar de forma coherente estos sistemas, para permitir el tránsito de información y la transferencia de características.

Hitt [19] señala que esto es muy complejo y reporta que, al cuestionar a un grupo de profesores de nivel preparatoria, las relaciones entre la representación gráfica y un contexto real (dibujo de un recipiente), presentaron serias dificultades para imaginar la forma del recipiente a partir de la gráfica.

Hitt señala que: *la complicación del problema no provoca un refinamiento en el proceso de resolución sino que la forma continua del trazo de la gráfica produce una conexión con las ideas intuitivas induciendo una forma errónea de un recipiente* [19].

Sin embargo, este problema no es exclusivo de los profesores, pues en una exploración realizada para esta investigación, se les preguntó a un grupo de estudiantes de tercer grado de secundaria lo siguiente:

*Una fábrica de motocicletas tiene en existencia 110 unidades. Si cada mes produce 140 unidades que se almacenan con la producción anterior, ¿cuál es la*

*gráfica que describe la cantidad de motocicletas que se guardarán en la bodega durante los 3 meses siguientes?*

A continuación se les presentaron cuatro opciones; cada opción mostraba una gráfica que modelaba la situación anterior. El resultado fue que 16 de 18 estudiantes no eligieron la respuesta correcta.

Con esto se concluye que los estudiantes no le dan sentido a las variables, ni reconocen los comportamientos gráficos asociados a una situación específica. Pero es evidente que este problema es resultado de una enseñanza procedimental que favorece el dominio de técnicas, y que ofrece pocas oportunidades de reflexionar sobre conceptos y sus significados.

Desde un enfoque constructivista, el aprendizaje es una actividad que fomenta la autonomía de los estudiantes, ya que tienen el control de lo que estudian y de cómo aprenderán mientras los maestros conducen el proceso. Al respecto Dewey [20] señala que, en una sociedad cambiante y con una alta dinámica social, los estudiantes deben aprender a trabajar de forma independiente y desarrollar su pensamiento crítico. Así que una clase debe promover que los estudiantes se involucren en su propio proceso de aprendizaje, y debe promover la autonomía, lo que ayudará a los estudiantes a desarrollar estas destrezas. Dewey [20] declara que el aprendizaje puede y debe ser divertido, para que el estudiante lo disfrute y lo estimule.

De acuerdo con Piaget [21], los estudiantes construyen su conocimiento a través de sus acciones con el ambiente, tanto físicas (manipulando objetos) como mentales (ampliando o redefiniendo esquemas internos existentes).

Los estudiantes aprenden encontrando y explorando objetos e ideas; y es justo en este contexto, donde se asimilan las nuevas ideas a sus esquemas existentes o estructuras de pensamiento previas. Si la exploración o el trabajo con un objeto o idea no coincide con sus esquemas actuales, el estudiante se enfrenta a un desequilibrio cognitivo donde se motiva a realizar un acomodo de la nueva experiencia.

Es a través del proceso de acomodación que se construye un nuevo esquema donde la información se asimila y se restablece temporalmente el equilibrio. De esta manera es como la construcción de conocimiento toma lugar [22].

Concluimos que, es importante ofrecer espacios para que los estudiantes construyan sus conocimientos basándose en sus propias experiencias, ya que de acuerdo con Piaget [21], los estudiantes aprenden encontrando y explorando objetos e ideas, y es justo en este contexto donde se asimilan las nuevas ideas a sus esquemas existentes o estructuras de pensamiento previas.

Además, la discusión y la reflexión en las actividades de clase promueven el aprendizaje, pues los estudiantes se involucran en una metareflexión al interactuar en debates e intercambio de experiencias. Esta actividad conduce a procesos donde los estudiantes recapturan, notan y revalúan su experiencia, para trabajar con sus experiencias nuevas, y convertirlas en aprendizaje [23].

## C. Estudio didáctico

En este apartado se presenta el análisis de libros de texto de secundaria, para analizar el tratamiento didáctico del concepto de función, considerando que estos materiales representan un recurso didáctico que contribuye al aprendizaje de los estudiantes, ya que cumplen con el propósito de: traducir, concretar y dosificar los contenidos de los programas de estudio y plasmarlos en una presentación didáctica de forma secuencial, incorporando definiciones, aplicaciones y actividades de evaluación [24].

Los libros determinan influencia en la planeación didáctica, como lo señalan Fan y Kaeley [25]: en profesores que utilizan diferentes tipos de libros de texto, se observaron diferentes estilos de estrategias de enseñanza.

Los autores llegaron a la conclusión de que, los libros de texto desempeñan un papel en la pedagogía de los profesores mediante la transmisión de mensajes sobre el enfoque y su didáctica.

Para esta investigación se consultaron tres libros de texto de matemáticas de cada grado, que el estado distribuye gratuitamente en las secundarias. La selección fue al azar, considerando los libros que usan los estudiantes donde se aplicó la actividad, y los disponibles en ese momento en la biblioteca escolar.

En el primer grado de secundaria se presentan diversas formas de representación de una función, aunque no sean definidas como funciones.

Las representaciones presentadas son:

- *Fórmula*.- se presenta en geometría, al calcular perímetros, áreas y volúmenes de diversas figuras y cuerpos geométricos.
- *Gráfica*.- se presentan diversos tipos de gráficas; de barras, de pastel o de sectores, histogramas, de polígono de frecuencias. Se trabaja únicamente en el primer cuadrante de un plano cartesiano.
- *Parejas ordenadas*.- son presentadas en el tema de arreglos rectangulares al trabajar con números naturales.
- *Correspondencia entre conjuntos*.- se puede observar al trabajar con diagramas de árbol, en este tema se hacen corresponder los elementos de dos conjuntos.
- *Caja negra*.- en actividades donde el alumno utiliza la calculadora casi desde el inicio del curso, cuando trabaja con los números naturales.
- *Tabla de valores*.- desde el inicio del curso, las tablas son empleadas para concentrar información, posteriormente se formaliza su uso en el eje de preálgebra, en donde a partir de asignar diversos valores a una variable estas son sustituidas en expresiones algebraicas, la información obtenida con el procedimiento anterior se concentra en tablas de dos columnas.

En ningún momento del curso se habla sobre funciones, únicamente se trabaja con algunas de sus representaciones.

Las representaciones trabajadas durante este grado no son nuevas, sino que se retoman de lo ya trabajado en la primaria. Se concluye que, en el primer grado de secundaria

se inicia el estudio de funciones representada por una tabla, la cuál es obtenida a través de una expresión algebraica.

Los valores asignados a una variable son sustituidos en la expresión propuesta, obteniendo de esta manera la tabla de valores conformada por dos columnas. La primera columna concentra los valores propuestos para la variable, la segunda columna contiene los valores correspondientes a cada uno de los propuestos, evaluados en la expresión algebraica.

En el segundo grado de secundaria se utilizan diversas representaciones de una función, dando un especial énfasis a la representación gráfica, ya que el tema central en este grado es el plano cartesiano, las representaciones utilizadas en este grado son:

- *Parejas ordenadas.*- es la base para iniciar la localización de puntos en el plano cartesiano, es por ello que se maneja al inicio del tema.
- *Gráfica.*- se trabaja con gráficas cartesianas generadas por parejas ordenadas; así como con regiones, producto de desigualdades.
- *Ecuación y/o desigualdad.*- se inicia el trabajo con expresiones simbólicas, se propone el valor de una incógnita y por medio de una sustitución se obtiene la pareja ordenada deseada, para concluir con el trazo de una gráfica.
- *Correspondencia entre conjuntos.*- se observa al momento de trabajar con las ecuaciones y/o desigualdades, dado un valor se obtiene su correspondiente en otro conjunto.
- *Tabla de valores.*- al igual que en primer grado, las tablas son empleadas para concentrar información, se les da un uso desde el inicio de tema de plano cartesiano, en donde a partir de asignar diversos valores a una variable estas son sustituidas en ecuaciones y/o desigualdades y se obtiene su correspondiente.

En este grado, la idea de relación antecede al concepto de función. Se formaliza en el uso de un plano cartesiano.

Se trabaja con funciones representadas por una tabla, la cuál es obtenida a través de una ecuación y/o desigualdad. Se desarrollan actividades que plantean una ecuación y/o desigualdad, y la actividad concluye con la construcción de una gráfica cartesiana.

Existen pocas actividades de transferencia entre sistemas de representación, por ejemplo en actividades del tipo: “*dada una gráfica determinar el conjunto de parejas ordenadas asociadas*”.

En el tercer grado de secundaria se aborda formalmente el concepto de función, se continúa con la graficación de una función a partir de datos y/o fórmula proporcionada, y se concluye con la graficación de regiones en el plano. Se estudian las funciones en sus diferentes representaciones: tabla, gráfica, correspondencia, parejas ordenadas, ecuación y/o desigualdad, caja negra (de manera implícita) y fórmula.

Sin embargo, no se hace énfasis en la transferencia entre representaciones, el esquema de enseñanza es: fórmula-tabla-gráfica.

En esta revisión de libros de texto se concluye que, la forma de abordar el tema de funciones sigue el esquema *fórmula-sustitución (procedimiento, mecanización)-tabla-gráfica*. Este enfoque no permite al estudiante explorar las relaciones funcionales, ni el sentido de las variables, ni la variación. Tampoco se favorece el tránsito entre representaciones.

Con lo anterior expuesto, coincidimos con Hitt [26], quien argumenta que el alumno de secundaria no adquiere el conocimiento sobre funciones, ya que no es capaz de pasar de un registro de representación a otro.

## V. FASE DE DISEÑO DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA

El propósito de la actividad didáctica es permitir que los estudiantes relacionen sus experiencias de movimiento a través de un proceso de modelación matemática, con el propósito de interpretar el sentido de las variables, la necesidad de un sistema de referencia, la transferencia de información entre los diferentes sistemas de representación mediante el uso de un software Video Physics para Ipad y del software Logger Pro para Windows.

Los estudiantes deberán construir el modelo matemático a partir de las variables físicas; tiempo y posición, con lo que se pretende darle significado al concepto de función y generar una discusión alrededor de la gráfica para motivar la transferencia de información y sobre todo, desarrollar las habilidades de lectura sobre la gráfica.

La secuencia didáctica está dividida en cuatro actividades:

En la primer actividad los estudiantes analizarán el funcionamiento y herramientas del programa Video Physics.

En la segunda actividad realizan la grabación de movimientos y realizarán su análisis con el programa Video Physics.

En la tercer actividad obtendrán el modelo matemáticos asociado con el movimiento con velocidad constante usando el software Logger Pro.

En la cuarta actividad realizarán el análisis de combinación de movimientos con velocidad constante con Logger Pro.

### A. Primera actividad

Los estudiantes conocerán el funcionamiento del software Video Physics. Este programa es una aplicación para Ipad para el estudio del movimiento, permite grabar escenas de movimiento para realizar el seguimiento del objeto en movimiento al marcar la posición del objeto cuadro a cuadro, se ajusta la escala usando una distancia conocida y el programa elabora la gráfica de trayectoria del objeto posición distancia – tiempo.

En esta primer actividad los estudiantes formarán equipos de con cuatro integrantes, y tendrán a disposición un Ipad con la aplicación instalada. Como introducción, el profesor expondrá las características y herramientas de la aplicación a través de una presentación electrónica.

Los aspectos más relevantes a considerar son; la biblioteca de videos, el procedimiento para grabar un video, la ubicación de punto para el seguimiento del objeto en movimiento, las gráficas obtenidas, la herramienta para compartir (exportar) la información.

También se expondrán las condiciones para grabar la escena de movimiento; señalar una magnitud (metro) dentro de la escena, forma de impulsar el objeto, espacio para la grabación, características de la toma, duración, entre otros.

Como práctica, cada equipo grabará el movimiento de una pelota, una vez obtenido del video se trabajará de forma colectiva y el profesor explicará paso a paso las instrucciones para generar la gráfica.

## B. Segunda actividad

Los estudiantes saldrán al patio para grabar el movimiento de un balón. Se les pedirá obtener cuatro grabaciones distintas, a fin de disponer de una biblioteca de videos para posibles elecciones (cada integrante del equipo grabará cada video).

Se les pedirá a los estudiantes crear las condiciones para que, el movimiento del balón mantenga una velocidad constante durante la escena grabada.

Un aspecto importante es la asignación de la unidad de referencia (metro), para establecer la conversión de pixeles a unidades (en las herramientas de ajuste del software), a fin de obtener la gráfica con el sistema de referencia real.

Los estudiantes deberán identificar la relación funcional entre las variables *distancia* y *tiempo*, analizar la manera en que se relacionan, explicar la forma de la gráfica a partir de la situación física, y comparar distintos movimientos y las diferentes gráficas que se generan.

Una vez grabados los videos, se regresará al aula de clase donde el profesor coordinará una presentación grupal en el que cada uno de los equipos mostrará uno de los videos de movimiento. Posteriormente el profesor detallará los pasos a seguir, para realizar el seguimiento del balón utilizando la herramienta de punteo.

Para iniciar el estudio del movimiento, se elige el video y se determina el instante a partir del cual se iniciará con la modelación del movimiento. A continuación, se determina el sistema de referencia y se establece el origen. Posteriormente se ajusta la calibración de la distancia con la que la aplicación realizará la conversión de pixeles a unidades de medida (metros). Enseguida se establecen los puntos sobre el balón en movimiento, y finalmente se obtiene la gráfica.

En esta secuencia didáctica sólo se analizan las características del fenómeno y la gráfica resultante.

## C. Tercera actividad

Los estudiantes exportarán la información generada en la aplicación Video Physics, al software Logger Pro, con el objetivo de realizar un estudio simultáneo de las diversas representaciones funcionales: tabular, gráfica y representación física. También responderán a las preguntas:

*¿Cuáles son las variables involucradas en el experimento?*

*¿Cuál de las variables está en función de la otra?*

*¿Cuál es la variable dependiente y cuál la independiente?*

Una vez obtenida la tabla de valores, se les pedirá a los estudiantes que respondan las siguientes preguntas:

*¿Qué información del experimento te proporciona la tabla de valores?*

*¿Cuál es la relación entre la tabla de valores y la gráfica?*

El software Logger Pro tiene la capacidad de sincronizar las diferentes representaciones. Al situar el cursor sobre un punto en la gráfica, es posible observar su correspondiente posición en el video o en la tabla. Esta interactividad tiene un impacto visual positivo en los estudiantes, porque pueden observar simultáneamente la forma de representación tabular de la función y su representación gráfica.

Los estudiantes realizarán un análisis cuantitativo de la información en la tabla y en la gráfica, vinculándolo con las características del experimento. Por ejemplo, al identificar la posición inicial del balón, el tiempo total del experimento, la distancia final del objeto, la duración del experimento.

Esta información servirá de referente para responder a las preguntas sobre las características de las gráficas:

*¿Qué eje representa el tiempo?*

*¿Qué eje representa la distancia?*

*¿Dónde se observa la distancia final del objeto?*

*¿Dónde se observa la distancia inicial?*

*¿Cuál fue el tiempo total?*

Logger Pro cuenta con una herramienta para aproximar una función lineal a los datos obtenidos del experimento.

Esto le permite a los estudiantes establecer el modelo algebraico, y contrastarlo con los datos obtenidos del experimento, para encontrar coincidencias y diferencias. Los estudiantes deberán responder las preguntas:

*¿Cuál es la función que se obtiene cuando el movimiento del balón empieza después de haber pasado 1 segundo?*

*¿Es posible estimar la distancia a la que se encuentra el balón después del doble de tiempo?*

## D. Cuarta actividad

Los estudiantes saldrán nuevamente al patio para grabar el movimiento de un balón, pero en esta ocasión se les pedirá grabar movimientos combinados con velocidad constante.

Por ejemplo, mover el balón contra una pared para que rebote a su punto de partida. Posteriormente, regresarán al aula para realizar el seguimiento del movimiento del balón utilizando la herramienta de punteo, y finalmente obtendrán la gráfica.

Para concluir, el profesor presentará algunas gráficas generadas a partir del movimiento de un balón, y los estudiantes explicarán la forma en que ocurrió el movimiento.

## VI. FASE DE EXPERIMENTACIÓN DE LA SECUENCIA

La secuencia didáctica se implementó en una escuela secundaria pública en la comunidad de Pueblo Nuevo Talmimilolpan, municipio de Lerma, Estado de México.

Participaron dieciséis estudiantes, uno de 12 años, seis de 13 años, ocho de 14 años, y uno de 15 años todos de tercer grado de secundaria. Cada actividad se realizó en una sesión de trabajo de 50 minutos; la secuencia completa se desarrolló en cuatro días.

### A. Sesión 1

Se presentó a los estudiantes el instrumento de trabajo (Ipad), y se expusieron las generalidades de la forma de trabajo.

Varios estudiantes se mostraron motivados y entusiasmados cuando el profesor explicó que: se realizarían actividades al aire libre con balones de futbol, usando instrumentos tecnológicos, grabando videos para el estudio de un tema matemático.

La primer parte de la sesión se desarrolló en el aula, donde se explicó el funcionamiento del Ipad y de la aplicación Video Physics. Se expusieron las características y herramientas disponibles, se observaron varios videos de la biblioteca (interna), donde se explicó el sentido que tiene el estudio del movimiento, en particular, reconocer las variables involucradas en un fenómeno de movimiento. Se explicó cómo grabar un nuevo video y cómo realizar el punteo para el seguimiento del objeto en movimiento, se explicó también como obtener la gráfica a partir del punteo de seguimiento.

En la segunda parte de la actividad, los estudiantes trabajaron en equipos de cuatro integrantes para preparar una escena de movimiento de un balón y grabarla (dentro del aula).

Finalmente regresaron presentaron sus videos usando el cañón. El profesor intervino para explicar el procedimiento para obtener la gráfica.

Algunas de las conclusiones a las que llegaron los estudiantes fueron las siguientes:

- Identificaron los valores de  $x$  como *tiempo (abscisas)* y los valores de  $y$  *distancia (ordenadas)*.
- Identificaron la estructura de una coordenada, compuesta por un par de números, uno para tiempo y otro para distancia.

- Ubicaron la coordenada como un lugar sobre el plano.
  - Identificaron que la gráfica de un movimiento constante es una recta.

### B. Sesión 2

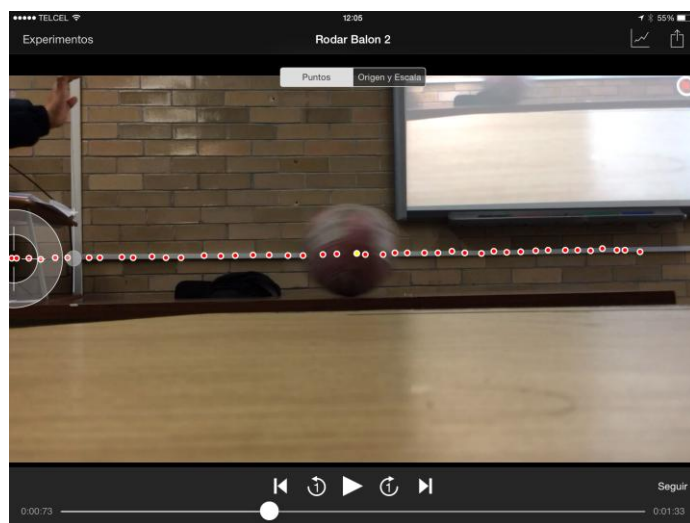
Los estudiantes salieron al patio para grabar el movimiento de un balón, y se les pidió registrar la distancia (medida de referencia) para calibrar el seguimiento del balón. Se les pidió identificar las variables *distancia* y *tiempo* durante la actividad de grabación.

Después, los estudiantes regresaron al aula para trabajar con sus grabaciones. Primero calibraron las dimensiones del video, realizaron el seguimiento a través del punteo y obtuvieron la gráfica. Algunas conclusiones fueron las siguientes. La gráfica resultante pasa por el origen siempre y cuando el balón esté en la distancia cero, en el tiempo cero.

Con esto, los estudiantes pudieron bosquejar la gráfica sin tener que sustituir valores, graficar y localizar puntos en el plano (procedimiento convencional observado en los libros de texto).

Los estudiantes identificaron la relación funcional entre las variables; cuando una cambia, la otra también lo hace a un valor constante. Concluyeron que la distancia está en función del tiempo.

Un aspecto importante fue hacer estimaciones sobre la posición del balón a diferentes tiempos (mayores a los del experimento), esto contribuyó a reafirmar la idea de predicción.



**FIGURA 3.** Video Physics con el punteo sobre un balón en movimiento.

### C. Sesión 3

El Ipad tiene limitaciones para analizar el movimiento, pues aunque puede generar una gráfica, no permite analizar los



datos numéricos del experimento, ni se puede realizar trabajo algebraico.

Para ampliar la experiencia de trabajo, se utilizaron cuatro computadoras portátiles (una para cada equipo) con el software Logger Pro. Este software permite integrar varios sistemas de representación, y tiene herramientas avanzadas de análisis. Se les planteó a los estudiantes identificar las variables del experimento en la tabla de valores, y posteriormente ubicarlas en la gráfica.

La conclusión a la que llegaron es que: los valores de la tabla están reflejados en la gráfica (transferencia de información entre sistemas de representación). Concluyeron también, que la tabla coincide con los valores de la gráfica en sus extremos (inicio y final de experimento).

La herramienta de *ubicación* en el software, permitió sincronizar la representación gráfica, tabular con el video (que incluye el punteo de seguimiento) y esto mostró que existe coordinación entre los diferentes sistemas de representación. En este punto se les preguntó a los estudiantes:

*¿Cuáles son las variables involucradas en el experimento?*

A lo que concluyeron que hay dos variables relacionadas: la distancia y el tiempo.

Las preguntas planeadas para esta sesión, ya las habían contestado los estudiantes en la sesión 2. No resultó nada difícil la identificación de variables: el tiempo total del experimento, la distancia recorrida, la variables dependiente y la variable independiente. En cambio, se generaron otras discusiones, por ejemplo, el cuestionamiento de un estudiante sobre la posición de la cámara al grabar la escena, ya que al colocarla de frente al movimiento se modifican las condiciones en la toma de datos.

Al respecto los estudiantes concluyeron que aunque la variable *tiempo* fluye (el término que usaron fue *existe*), no se puede determinar la *distancia*; de ahí que es importante definir el sistema de referencia. Para concluir la actividad, los estudiantes utilizaron la herramienta *ajustar curva* para aproximar una función de la forma  $y = mt + b$  a la gráfica obtenida de los datos experimentales.

Con esta expresión, los estudiantes completaron una tabla y construyeron la gráfica

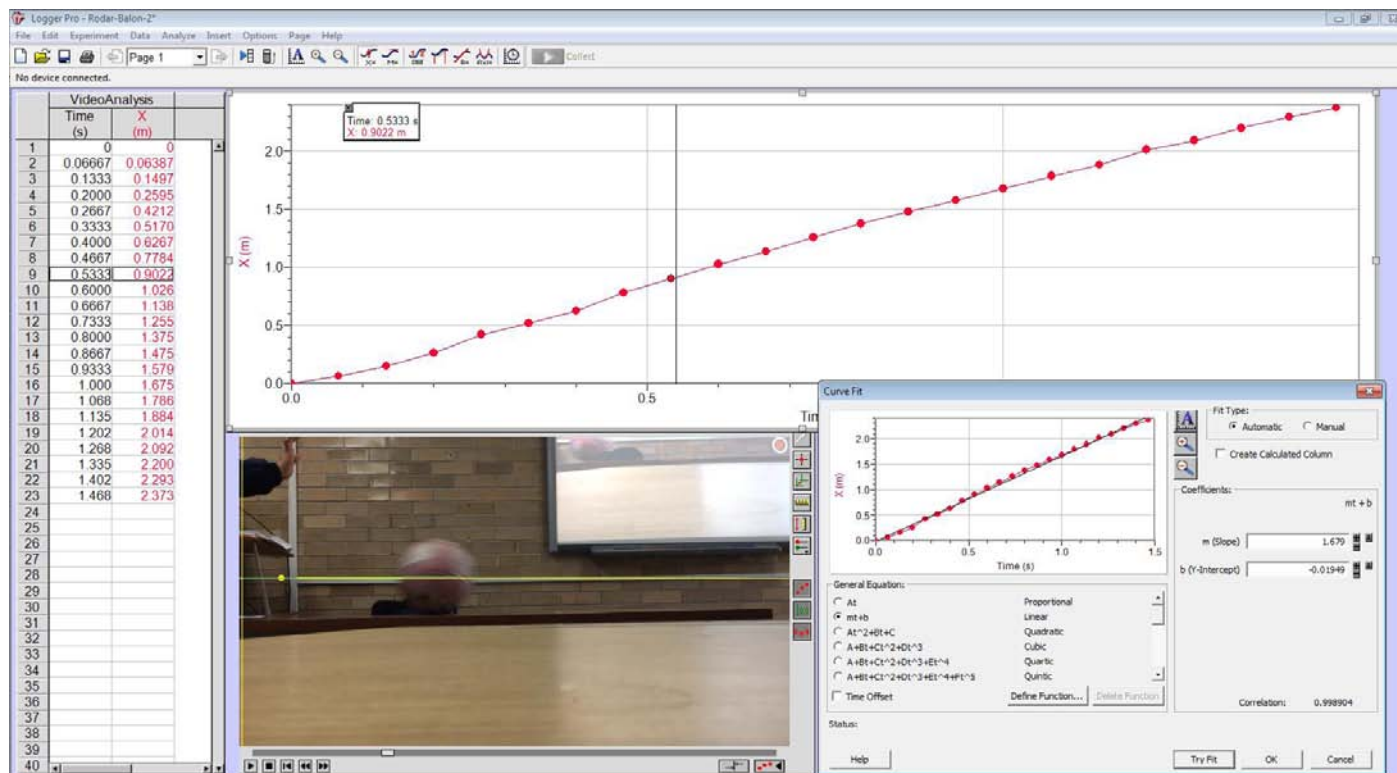


FIGURA 4. Logger Pro con cuatro representaciones de función.

#### D. Sesión 4

En la última sesión, los estudiantes salieron al patio de la escuela para grabar movimientos combinados, por ejemplo: lanzar el balón a la pared, dejar en reposo el balón y luego

lazarlo, mover el balón de izquierda a derecha de forma repetitiva, entre otros.

Posteriormente los estudiantes regresaron al aula para analizar los videos grabados y la forma de las gráficas.

Para concluir, el profesor planteó la siguiente cuestión:

Describe el movimiento del balón que generó la siguiente gráfica.

Modelación del movimiento a través del Ipad para el estudio del concepto de función  
función a partir de la descripción de un determinado fenómeno de movimiento.

## VII. CONCLUSIONES

Aunque el concepto de función ha sido una pieza fundamental en el desarrollo de las matemáticas, la ciencia y la tecnología, la enseñanza tradicional sólo la reduce a una simple introducción algorítmica.

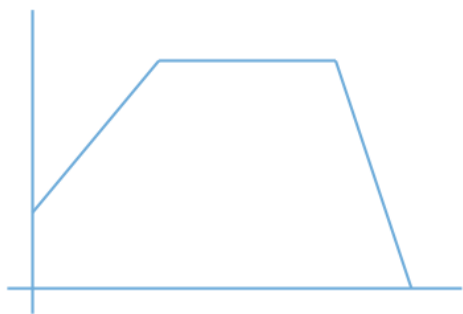


FIGURA 5. Gráfica que describe el movimiento de un balón.

Una forma de modificar tal situación es construir la noción de función desde una perspectiva más amplia; incorporando aspectos de la visualización y variación. Considerando que el concepto de función tuvo su origen fuera del contexto escolar, su introducción a dicho ámbito supuso una reestructuración o *modificación* de sus características de origen (de acuerdo a la teoría de la Transposición Didáctica de Chevallard).

Estas sucesivas adecuaciones a nivel escolar han llegado a preponderar las manipulaciones algorítmicas sobre otras actividades, provocando que el estudiante perciba este conocimiento como inútil y alejado de su realidad.

A partir de nuestra investigación preliminar concluimos que, para construir el concepto de función, es necesario que el estudiante se enfrente al análisis de las diversas representaciones de forma simultánea.

Con esta idea, se planeó una secuencia didáctica en el que los estudiantes se involucraron en un espacio de reflexión y comunicación entre alumno-alumno, para favorecer la expresión de ideas, de conjeturas y el diálogo.

El análisis didáctico mostró que la enseñanza del concepto de función está basado en un esquema tradicional (*algebraica – tabulación – pares ordenados – coordenadas – gráficas*).

Esto motivó el desarrollo de una secuencia didáctica con actividades no convencionales (análisis del movimiento), para provocar en el estudiante la necesidad del concepto de función, a partir del reconocimiento de las variables involucradas; con lo cual también se le da significado a la gráfica.

El resultado fue que los estudiantes pudieron desarrollar la habilidad de bosquejo de una gráfica sin necesidad de tener valores para evaluar la función, sin tablas, pares ordenados o coordenadas, ya que pudieron expresar una

## REFERENCIAS

- [1] Duval, R., *Basic issues for research in Mathematics Education*, Conferencia Plenaria, XXIV Conference of the Internatioanl Group for the Psychology of Mathematics Education, 55-69 (2000).
- [2] Artigue, M., *Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares?*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **1**, 40-55 (1998).
- [3] Schoenfeld, A., *Explorations of student's mathematical beliefs and behavior*, Journal for Research in Mathematics Education **20**, 338-355, (1989).
- [4] Guzmán, I., *Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: Voces de estudiantes*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **1**(1), 5-21 (1998).
- [5] García, G. y Serrano, C., *Variables institucionales en el conocimiento profesional del docente: El caso de la función*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **3**, 357-370 (2000).
- [6] Dolores C., Alarcón G., Albarrán D., *Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento. El caso de la velocidad y la trayectoria*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática **5**, 225-250 (2002).
- [7] Bazaldúa, S., *Un acercamiento gráfico de los ceros de la función polinomio y a las raíces de la ecuación polinomio, una experiencia con estudiantes universitarios*, Tesis de maestría no publicada, CICATA-IPN, México (2007).
- [8] Acuña, C., *Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **4**, 203-217 (2001).
- [9] Kaput, J., Teaching and learning a new Algebra, En: E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*, (Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, 1999), pp. 133-155.
- [10] Arrieta, J., *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*, Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV, México (2003).
- [11] Borba, M. C. & Villarreal, M. E., *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking*, (Springer, New York, 2005).
- [12] Nemirovsky, R, Tierney, C. & Wright, T., *Body motion and graphing*, Cognition and Instruction **16**, 119-172 (1998).
- [13] Barwise, J. & Etchemendy, J., *Visual information and valid reasoning*, En: W. Zimmerman & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics*, (Mathematical Association of America, Washington, 1991), pp. 9-24.
- [14] Eisenberg, T. & Dreyfus, T., On the reluctance to visualize in mathematics, En: Zimmerman, W. & Cunningham, S. (Eds.). *Visualization in teaching and*

Mendo-Ostos, L., González-Polo, R. I. y Castañeda, A.

*learning mathematics*, (Mathematical Association of America, Washington, 1991). pp. 25-37.

[15] Monk, S., Students' understanding of a function given by a physical model, En: G. Harel y E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, (Mathematical Association of America, Washington, 1992). pp. 175-193.

[16] Planchart, M. O., *La modelación matemática: Alternativa didáctica en la enseñanza del precálculo*. Revista de investigación en Ciencias y Matemáticas 1, (2005).

[17] Artigue, M., Ingenierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 9, 281-308 (1989).

[18] Lacroix, S. F. *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral* (Bachelier: Imprimeur-Libraire, Paris, 1837).

[19] Hitt, F., *Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos*. Investigaciones en Matemática Educativa, (Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1996),

pp. 245-264.

[20] Dewey, J. *Experience and education*, (Macmillan, New York, 1938).

[21] Piaget, J. *The origins of intelligence in children*, (International Universities Press., New York, 1952).

[22] Harlow, S., Cummings, R., y Aberasturi, S. *Karl Popper and Jean Piaget: A rationale for constructivism*. Educational Forum 71, 41-48 (2006).

[23] Beaudin, B. P., y Quick, D. *Experiential learning: Theoretical underpinnings* (Report No. ETT-95-02). Fort Collins, CO: Colorado State University, High Plains Intermountain Center for Agricultural Health and Safety, Education and Training Team. (1995).

[24] Álvarez, J. M., *Entender la Didáctica, entender el Curriculum*, (Miño y Dávila, Madrid, 2001).

[25] Fan L., y Kaeley, G. S. *The influence of textbooks on teaching strategies: An empirical study*. Mid-Western Educational Researcher 13, 2-9 (2000).

[26] Hitt, F. *Funciones en contexto*, (Pearson Educación, México, 2002).

# ¿Cómo valoran los ingenieros civiles su formación en Física?



**Osaba Rodríguez, C. A., Ruqué Álvarez, L.**

*Departamento de Física, ISPJAE, calle 114 No.11901*

*entre Ciclo Vía y Rotonda, CP 10400, Marianao, La Habana, Cuba.*

**E-mail:** carloso@electronica.cujae.edu.cu

(Recibido el 14 de marzo de 2015, aceptado el 20 de octubre de 2015)

## Resumen

Una forma de obtener información sobre la importancia de una disciplina básica como la Física en una carrera de ciencias técnicas como la Ingeniería Civil es conocer las opiniones de ingenieros civiles sobre la importancia que le conceden a un conjunto de temas de esta disciplina, ya sea en su etapa de formación durante para el pregrado, como para su desempeño posterior como ingenieros, ya sea por aquellos dedicados a la labor docente, como a los que laboran en tareas prácticas en obras. Se expone el diseño de una encuesta destinada a obtener esa información. Se presentan las medianas estadísticas de las calificaciones brindadas, junto a las consideraciones de los autores sobre esas calificaciones, la importancia relativa, ya sea explícita u oculta de algunos de estos temas, y recomendaciones para mejorar la recepción de la Física en esta carrera.

**Palabras clave:** Carreras en ciencias, Enseñanza Universitaria, Enseñanza de la Física para Ingeniería, Interdisciplinariedad, Enseñanza de la Física.

## Abstract

One way of getting information about the importance attached to Physics in a Technical Science career like Civil Engineering, is to know the opinion of civil engineers about the importance they give to a set of topics related to this subject, whether before graduation, or for their future development as engineers, taking into account those involved in teaching as well as those involved in practical tasks in works. The design of a survey intended to get that information is presented. Also, the statistical medians of the provided marks, along with the authors' considerations on this matter, the relative importance, either explicit or implicit in some of these topics, and the recommendations for a better acquirement of Physics in this career, are presented as well.

**Keywords:** Careers in science, University Education, Physics Teaching for Engineering, Interdisciplinarity, Physics Teaching.

**PACS:** 01.85.+f, 89.20.Kk, 01.40.gb, 01.40.G-, 01.40.Fk

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

La Física, ciencia básica presente en carreras de ciencias técnicas, cuenta con un programa general que al implementarse en las distintas carreras de ingeniería experimenta algunas adaptaciones.

Uno de los problemas de la enseñanza de la Física en carreras de ciencias técnicas es la ausencia importante de aprendizaje significativo y de vínculos entre teoría y práctica, así como la existencia de pocos elementos que permitan relacionar a la Física General y a las asignaturas de la especialidad de ingeniería [1].

Un asunto a tener en cuenta para un perfeccionamiento continuo de esta disciplina es mantener un adecuado balance entre la Física como ciencia, con sus contenidos, modos de actuación, lógica propia, etc., y las carreras de ingeniería en que se imparten, con sus requerimientos, modos de actuación, sus vínculos con las restantes

disciplinas del plan de estudios, procurando una articulación provechosa para la formación integral de los futuros ingenieros.

Una de las fuentes para recabar información sobre el desempeño de la Física en una carrera de ingeniería dada está en conocer las opiniones de los ingenieros de dicha carrera sobre la presencia de esta disciplina en el plan de estudios, tanto en su papel formador en la etapa de pregrado, como en su desempeño como ingenieros.

Por ello los autores - que han impartido asignaturas de Física en la carrera de Ingeniería Civil - diseñaron una encuesta que fue aplicada a ingenieros civiles, tanto del Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE) vinculados con la labor docente, como con ingenieros civiles dedicados a la práctica a pie de obra. Una variable considerada en la encuesta fue la cantidad de años transcurridos desde la graduación.

## II. DISEÑO DE LA ENCUESTA

La encuesta, presentada por escrito, expone que forma parte de una investigación realizada con el objetivo de conocer la importancia que le conceden los declarantes a un conjunto de temas de la disciplina Física que se relacionan.

Para calificar la opinión sobre cada tema se propuso la escala:

- Indispensable: 1
- Muy importante: 2
- Importante: 3
- Poco importante: 4
- Innecesario: 5

Los temas sobre los que se recaba una calificación pertenecen a las asignaturas Física 1, Física 2 y Física 3. Ha de aclararse que de la Física 1 fueron excluidos los temas relacionados con la Mecánica así como los temas de oscilaciones mecánicas y de ondas mecánicas pues su importancia en la formación de los ingenieros civiles es indiscutible.

Antes de relacionar los temas mencionados, se solicitaba indicar los años transcurridos desde la culminación de estudios, ya sean menos de 5, de 5 a 14 y más de 15.

Los temas sobre los que se solicitaba una calificación fueron:

- I. Ecuación de estado de los gases.
- II. Transferencia de calor.
- III. Transferencia de masa (fenómeno de difusión).
- IV. Primera Ley de la Termodinámica (relación calor, trabajo, energía interna).
- V. Segunda Ley de la Termodinámica (máquinas térmicas, entropía).
- VI. Campo eléctrico. Potencial eléctrico.
- VII. Capacitores.
- VIII. Propiedades eléctricas de las sustancias (conductores, dieléctricos o aislantes).
- IX. Campo magnético (Ley de Ampere, Ley de Inducción Electromagnética).
- X. Propiedades magnéticas de las sustancias (ferromagnetismo, paramagnetismo, diamagnetismo).
- XI. Circuitos eléctricos resistivos, circuito RC (resistor – capacitor), RL (resistor – inductor), LC (inductor – capacitor).
- XII. Circuitos de corriente alterna.
- XIII. Óptica ondulatoria: Interferencia, difracción y polarización de la luz.
- XIV. Óptica cuántica: radiación térmica, efecto fotoeléctrico.
- XV. Elementos de mecánica cuántica.
- XVI. Física de los átomos.
- XVII. Física del núcleo atómico.

Los temas I a V corresponden a la asignatura Física 1, los temas VI a XIII a Física 2 y los temas XIV a XVII a Física 3.

Las calificaciones solicitadas a los encuestados sobre los temas se planteaban en dos vertientes. Primero

calificando cada tema por su importancia para su formación científica general como ingenieros. Luego se pedía que calificaran de nuevo cada uno de los temas pero ahora atendiendo a su importancia para su desempeño como ingenieros civiles.

También se solicitaba de los encuestados su opinión sobre otros temas que debían ser incluidos en el curso de Física en función de su importancia para el desempeño profesional del ingeniero civil, así como los temas que pudieran ser excluidos.

## III. RESULTADOS DE LA ENCUESTA

Fueron encuestados 32 ingenieros, de ellos 17 se desempeñan como docentes en la Cujae, y los 15 restantes laboran vinculados al sector de la construcción.

De los 17 de la Cujae, 10 cuentan con menos de 5 años de graduados, 3 están entre 5 y 14 y 4 cuentan con más de 15. Por su parte, de los 15 vinculados a la práctica constructiva, 5 tienen menos de 5 años, 6 entre 5 y 14 y 4 cuentan con más de 15 años de experiencia.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla I. En general, los encuestados valoraron que buena parte de los contenidos eran abordados de forma general, descuidándose la vinculación con la especialidad.

**TABLA I.** Resultados de la encuesta.

| Temas | Para formación general |           |           | Para desempeño como ingenieros |           |           |
|-------|------------------------|-----------|-----------|--------------------------------|-----------|-----------|
|       | Años de graduado       |           |           | Años de graduado               |           |           |
|       | Menos de 5             | De 5 a 14 | Más de 15 | Menos de 5                     | De 5 a 14 | Más de 15 |
| I     | 2                      | 2         | 1         | 2                              | 2         | 3         |
| II    | 2                      | 2         | 1         | 1                              | 2         | 3         |
| III   | 2                      | 2         | 1         | 1                              | 2         | 3         |
| IV    | 2                      | 2         | 1         | 1                              | 2         | 2         |
| V     | 2                      | 3         | 2         | 3                              | 2         | 2         |
| VI    | 3                      | 3         | 2         | 3                              | 3         | 4         |
| VII   | 5                      | 4         | 5         | 4                              | 4         | 4         |
| VIII  | 5                      | 4         | 4         | 5                              | 4         | 5         |
| IX    | 5                      | 4         | 4         | 4                              | 5         | 5         |
| X     | 4                      | 5         | 5         | 5                              | 4         | 5         |
| XI    | 4                      | 4         | 5         | 5                              | 5         | 5         |
| XII   | 4                      | 4         | 5         | 5                              | 5         | 5         |
| XIII  | 5                      | 4         | 5         | 5                              | 5         | 5         |
| XIV   | 5                      | 4         | 1         | 4                              | 5         | 5         |
| XV    | 5                      | 5         | 5         | 5                              | 5         | 1         |
| XVI   | 5                      | 5         | 4         | 5                              | 5         | 5         |
| XVII  | 5                      | 5         | 4         | 5                              | 5         | 5         |

Los temas I a V, relacionados con el comportamiento de los gases y la termodinámica, gozan de la preferencia de todos los encuestados, siendo más favorablemente valorados para

la formación general que para el desempeño como ingenieros.

Casi la totalidad de los temas VI al XII vinculados con el electromagnetismo son calificados como poco importantes o innecesarios, mas nuevamente resultan mejor valorados para la formación general que para la práctica ingenieril post graduada.

El tema XIII relacionado con la Óptica ondulatoria también se valora como poco importante o innecesario, siendo ligeramente mejor considerado en la etapa formativa que en la profesional.

En cuanto a los temas XIV al XVII correspondientes a la Física cuántica, la Física atómica y la Física Nuclear, casi todas las calificaciones corresponden a poco importante o innecesario. Nuevamente su relevancia en la etapa de pregrado es algo mejor valorada que en la práctica profesional.

Del total de encuestas, alrededor de la tercera parte manifestó opiniones acerca de los contenidos del programa de Física y la forma de impartirlos en la Cujae. Se argumentaba que causa principal radica en que las clases (conferencias, clases prácticas, prácticas de laboratorio y seminarios) se orientaban a los aspectos relacionados con las teorías, leyes y fenómenos físicos, y no hacia asuntos vinculados a la tecnología y específicamente, a la ingeniería civil, aspecto muy importante en el desarrollo y desempeño del futuro ingeniero.

#### **IV. IDEAS SOBRE EL PERFECCIONAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA EN LA INGENIERÍA CIVIL**

La presencia e influencia crecientes de las creaciones de la ciencia y la tecnología en la sociedad no solo han evidenciado los mejores o los peores rasgos humanos, pues también han abierto el camino hacia una cultura científica que no debe ser desconocida. De ahí la necesidad de transformar la enseñanza de la Física, de una enseñanza tradicional y pragmática a una visión cultural más abarcadora. En lo anterior yace la relación de la Física y la Didáctica como ciencias con la Ingeniería.

La ciencia puede ser vista como una esfera de la actividad humana dirigida a la adquisición sistemática de nuevos conocimientos sobre la naturaleza, el hombre y la sociedad mediante el método científico, que se refleja en leyes, fundamentos, conceptos y tendencias al desarrollo. La Didáctica es la ciencia cuyo objeto es el estudio del proceso de enseñanza – aprendizaje. La ingeniería por su parte es una profesión que sitúa su objeto de trabajo entre la ciencia y la tecnología, entendiendo esta última como un conjunto de medios, procedimientos y formación de recursos humanos asociados, que se integran, sobre una base o principio común para alcanzar un fin [2].

La didáctica actúa en dos dimensiones: una disciplinaria objeto de las didácticas especiales, y una general que busca el establecimiento de relaciones interdisciplinarias para una comprensión holística del

proceso que responda a la necesidad de coordinar y diseñar las acciones entre las diferentes disciplinas del currículo cuyas perspectivas conceptuales y metodológicas son diferentes.

Estas dos dimensiones de la Didáctica, son expresión de dos tendencias que marcan el desarrollo de la ciencia promoviendo por un lado el dominio especializado del saber, y por el otro el desarrollo interdisciplinario.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje se desarrolla la contradicción entre la progresiva especialización de los saberes y la imprescindible integración de estos en un conjunto ordenado y coherente. Cuanto más se profundiza en la especialización, más se siente la necesidad de articular este saber con el saber general. En este sentido la interdisciplinariedad puede ayudar a lograr la necesaria articulación.

La interdisciplinariedad puede ser entendida como el proceso significativo de “enriquecimiento” del *currículum* y de “aprendizaje” de sus actores que se alcanza como resultado de reconocer y desarrollar los nexos existentes entre las diferentes disciplinas de un Plan de estudio, a través de todas las componentes de los sistemas didácticos de cada una de ellas y que convergen hacia una reciprocidad de intercambios que dan como resultado un enriquecimiento mutuo [3].

Vale señalar que uno de los problemas en la enseñanza de la Física en la Ingeniería es la escasa presencia de elementos de interdisciplinariedad en especial entre esta disciplina de Física General en Ciencias Técnicas y asignaturas de la especialidad de la ingeniería en cuestión [1].

La interdisciplinariedad de la Física en la Ingeniería Civil conlleva una adecuada vinculación entre las asignaturas del programa de Física y las asignaturas y disciplinas de la carrera.

Entre los problemas que presenta la enseñanza de la Física en las carreras de Ciencias Técnicas están:

- La necesidad de actualización, tanto en contenidos como en métodos de enseñanza
- Alcanzar una vinculación de la Física con las carreras de Ciencias Técnicas que responda tanto a los intereses de la Física como a los de las restantes disciplinas de dichas carreras
- El incremento de la motivación de los estudiantes de ingeniería por el estudio de la Física

Con relación al tercer problema, vale decir que con frecuencia la insuficiente motivación no se circunscribe al estudio de la Física, sino que se manifiesta en la propia carrera que cursa el alumno, lo cual es más grave.

Pudiera parecer obvio que una vía eficaz para mejorar la vinculación de la Física con la Ingeniería Civil está en una mayor presencia de contenidos claramente relacionados con esa carrera en las clases de Física. Más tal proceder pudiera ser fallido.

Dos tendencias que han estado presentes en las concepciones acerca de la enseñanza de la Física en carreras de Ciencias Técnicas son la fundamentalización y la profesionalización. La primera se relaciona con un

estudio relativamente profundo de los fundamentos de la Física como ciencia básica; la segunda con la adaptación de la Física a los problemas profesionales del futuro ingeniero [4].

Si bien la fundamentalización se enfoca hacia los fundamentos y la profesionalización otorga marcada preferencia a los aspectos del sistema de conocimientos relacionados directamente con la especialidad, se advierte que no deben ser vistas como dos procesos independientes [5], pues la fundamentalización es el basamento donde se apoya la profesionalización, ya que no se logra una verdadera profesionalización si no se profundiza en la ciencia. La inserción de la fundamentalización dentro de un concepto más amplio de profesionalización, no implica que la primera se diluya en la segunda, perdiendo su importancia, sino que no se concibe una adecuada profesionalización si no existe un dominio relativamente profundo y sistémico de la ciencia.

Por tanto, la enseñanza de la Física debe poseer un núcleo de Física General que pudiera ser común para varias carreras de Ciencias Técnicas, y una envoltura que se adapte a las tareas profesionales básicas de cada carrera.

Por otra parte, las bajas calificaciones otorgadas por los encuestados a los temas de Electromagnetismo, Óptica y la llamada Física Moderna se asocian al no empleo en la práctica de técnicas y procedimientos fundamentados en los mismos.

Algunos ingenieros pudieran plantear que el estudio de la Física Atómica y Nuclear no es relevante para su especialidad. Cabría preguntarles si consideran importante la Nanotecnología. Si la respuesta es afirmativa (como ocurrirá en muchos casos) entonces el conocimiento de la física del micromundo se torna indispensable.

Desde hace años, los avances reconocidos en la Física (entre ellos los ganadores de Premio Nobel), se ubican en los sistemas de pequeña escala. Y es sabido que los resultados de las investigaciones fundamentales y de las ciencias básicas no tardan en hallar aplicaciones prácticas que se extienden por la sociedad (el transistor, el láser, el horno de microondas, la imagenología, el ultrasonido, la modelación digital de procesos ingenieriles).

Por otra parte, debe tenerse en cuenta que la Física brinda un aporte a la formación intelectual de los alumnos de modo indirecto, pues los entrena en la solución de problemas mediante la aplicación de teorías, principios, leyes, reglas, empleo de la Matemática, uso de la lengua materna, del lenguaje técnico, de procedimientos y habilidades lógicas, etc.

## V. CONCLUSIONES

La determinación por parte de los ingenieros encuestados en cuanto a la escasa relevancia de un conjunto de temas de Física para su formación y su desempeño profesional, promueve la introducción de modificaciones en contenidos y métodos que aproximen esta disciplina a la carrera a la cual tributa.

Algunos ejemplos de vinculación de los temas menos favorecidos con la carrera pudieran ser: el fundamento físico de los pararrayos, las técnicas fotoelásticas para el estudio de los estados tensionales en materiales de construcción, la relevancia del fenómeno de la radiación térmica en el diseño y coloración de las construcciones, las “trampas de calor” provocadas por el efecto invernadero en las edificaciones, entre otros.

## RECONOCIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Dr. Juan José Llovera González por sus indicaciones para el diseño de la encuesta y la realización del artículo.

## REFERENCIAS

- [1] Alejo, J., *Algunos problemas de la Enseñanza de la Física en Ciencias Técnicas y la Enseñanza en Contextos*, Memorias de 12ª Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura. Cujae, Aniversario 40, EFING, trabajo 044. La Habana, (2004).
- [2] Castañeda, E. *Pedagogía, tecnologías digitales y gestión de la información y el conocimiento en la enseñanza de la ingeniería*, (Editorial Universitaria Félix Varela, La Habana, 2013), p. 526.
- [3] Fernández de Alaiza, B., *La interdisciplinariedad como base de una estrategia para el perfeccionamiento del diseño curricular de una carrera de ciencias técnicas y su aplicación a la Ingeniería en Automática en la República de Cuba*, Tesis de doctorado, Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría”, La Habana, (2000).
- [4] García, A., *Física General Aplicada: Novedosa concepción para la Enseñanza de la Física en Ciencias Técnicas*, Tesis de doctorado, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Ciudad de La Habana, (1997).
- [5] Falcón, H. et al., *Redimensionamiento del papel de la Física en Ingeniería desde una perspectiva CTS*, Memorias de 12ª Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura. Cujae, Aniversario 40, EFING, trabajo 066. La Habana, (2004).

# Un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Física utilizando su esquema orientador



**Rafael García Cañedo<sup>1</sup>, Gloria Fariñas León<sup>2</sup>,  
Hilario Falcón Tanda<sup>1</sup>, Luis Ruqué Álvarez<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Departamento de Física, ISPJAE, calle 114 No.11901  
entre 119 y 127, CP 10400 La Habana, Cuba.*

<sup>2</sup>*Asesoría de la Vicerrectoría Docente de la Universidad de la Habana,  
U.H. San Lázaro esquina L CP 10400, La Habana, Cuba.*

**E-mail:** rafael@electronica.cujae.edu.cu

(Recibido el 21 de abril de 2015; aceptado el 15 de noviembre de 2015)

## Resumen

El presente trabajo plantea una alternativa de cambio del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física para validar un nuevo instrumento metodológico, se transforma el papel del profesor y del estudiante en la construcción del conocimiento, cambiándose la situación de enseñanza-aprendizaje de tradicional a activa. Se tiene en cuenta lo individual y lo grupal, lo afectivo y lo cognitivo, así como lo valorativo con un enfoque psicológico-didáctico de sistema e integrador. El experimento tuvo dos fases: una exploratoria y otra cuasiexperimental durante el estudio de los temas de Fluidos y Óptica ondulatoria respectivamente. Los resultados demuestran el logro de un aprendizaje eficaz utilizando un esquema orientador en un nuevo ambiente de enseñanza-aprendizaje que propicia el pensamiento teórico para la comprensión de esta ciencia y la solución de problemas.

**Palabras clave:** Proceso de enseñanza-aprendizaje, Educación Universitaria, Física.

## Abstract

This paper presents an alternative for change in the teaching-learning of physics to validate a new methodological tool to do the role of teacher and student in the construction of knowledge is transformed by switching the position of traditional teaching and learning to enable. It takes into account the individual and the group, affective and cognitive, evaluative as well as a psychological-educational system and integrative approach. The experiment had two phases: an exploratory and other quasi during the study of the issues and Fluid Wave optics respectively. The results demonstrate the achievement of effective learning scheme using a counselor in a new environment of teaching and learning that fosters theoretical thinking for understanding this science and problem solving.

**Keywords:** Process of teaching and learning, Higher Education, Physical.

**PACS:** 01.40.gb, 01.40.G-, 01.40.Fk

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Los tiempos que se viven hoy están marcados por un desarrollo vertiginoso de la ciencia y la técnica, de una creciente variedad de productos y dispositivos que son creados continuamente para satisfacer necesidades cambiantes y cada vez más exigentes de la sociedad. El volumen de información al que se accede por una persona es inmenso. Se asiste a un fenómeno donde el individuo se siente desinformado no por defecto sino por exceso de información y tiene que saber responderse de manera independiente ¿cuál es la información relevante, dónde está la esencia de lo que busca? Para ello es imprescindible un pensamiento teórico que le permita trascender lo superfluo

y fenoménico, pero la enseñanza tradicional no lo prepara para ello.

En la enseñanza tradicional comúnmente ocurre que el maestro no le da al estudiante los instrumentos ni el espacio para que por sí solo elabore y comprenda un determinado contenido, se transgreden sus límites, impidiendo la función de ente activo que le corresponde (al estudiante). Se limita el desarrollo cognitivo-afectivo, con vivencias de pobre significado y sentido personal. De esta manera la formación de una zona de desarrollo próximo pequeña y poco enriquecedora. Se compulsa al estudiante medio a una actuación pasiva, reproductiva, no responsable. Por tanto se deposita la responsabilidad del aprendizaje en el profesor quien como consecuencia tiene que asumir un rol activo.



En la enseñanza de la física hoy se trabaja con elementos abstractos y profundos como lo son las expresiones fisicomatemáticas, pero a un nivel superficial y pragmático, lo que genera mecanicismos mentales, estereotipias, esquematismos rígidos y transducciones por no tener clara la significación física de las ecuaciones, las condiciones y propiedades del objeto de estudio.

Se centra la enseñanza de manera pragmática en el resultado, en lo directo, en lo que se utiliza de manera inmediata para resolver un “problema”; es decir en las fórmulas, sin importar su significado. No se tiene en cuenta el proceso de construcción del conocimiento que permita la comprensión de las leyes del objeto de estudio que no es otra cosa que las relaciones esenciales entre sus propiedades para poder aplicarlas con conocimiento de causa en la ciencia en la técnica y en la vida, lo que permitiría aproximarse a las consecuencias de lo que hace para afectar con su impacto en el medioambiente y el progreso de la humanidad de la manera más beneficiosa posible.

La educación hoy se encuentra en una encrucijada donde la contradicción fundamental se expresa en que se exige, debido al desarrollo alcanzado por la sociedad, de niveles altos de capacidades e implicación del profesional egresado de los centros educativos superiores pero las vías y los métodos para lograrlo no permiten satisfacer las expectativas demandadas.

A partir de lo dicho con anterioridad nos trazamos el siguiente problema a resolver con los objetivos que de este de derivaron.

**Problema:** ¿Cómo cambiar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física pasando de la enseñanza tradicional a otra activa para probar la viabilidad de un nuevo medio de enseñanza que sirva de instrumento para un aprendizaje eficaz?

**Objetivo general:** Reestructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física, en particular en la rama óptica ondulatoria, para estudiantes de la carrera de ingeniería biomédica del segundo año de la facultad de eléctrica de la CUJAE, a fin propiciar un aprendizaje eficaz.

**Objetivos específicos:**

1. Diseñar el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera que cumpla con los requisitos para el cambio de manera que propicie un aprendizaje eficaz.
2. Demostrar la factibilidad (la viabilidad) del uso del esquema orientador para el desarrollo del pensamiento que facilite las acciones de comprensión y la resolución de problemas en las condiciones grupales adecuadas de comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje para lograr un aprendizaje eficaz.
3. Redimensionar los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje de forma que se pueda probar la viabilidad de la nueva metodología para el aprendizaje eficaz de la Física haciendo uso del instrumento propuesto.

## II. DESARROLLO

Para resolver el problema del aprendizaje de la física se han realizado disímiles intentos desde distintas concepciones psicológicas, pedagógicas y didácticas, partiendo de varios paradigmas epistemológicos, pero a modo de ver de los autores todavía falta la integración armónica de estos teniendo en cuenta todos los momentos del aprendizaje de la física como son la parte experimental, la comprensión teórica, la aplicación en la resolución de problemas.

Los intentos de solución tienen carácter parcial. Pocos integran los fundamentos psicológicos, los enfoques pedagógicos y los presupuestos didácticos teniendo en cuenta todos los momentos del aprendizaje de la asignatura.

### A. Intentos parciales de resolver problemas en la enseñanza de la física

En Cuba se conoce de los trabajos de Barrera et al.[1] quienes proponen desarrollar dimensiones de la creatividad como la tenacidad, la independencia, la motivación y la flexibilidad en estudiantes de las carreras de ingeniería industrial e informática de la universidad de Matanzas para influir en su personalidad por medio de la resolución de problemas en la asignatura Física. Por otro lado está el trabajo de Douglas [2] quien hace una propuesta didáctica para la apropiación del lenguaje simbólico de la física para los educandos del Instituto Técnico Militar “José Martí” y a Crespo [3] quien propone un modelo de diseño de práctica de laboratorio para estudiantes de geología, por citar algunos de los trabajos más recientes en la enseñanza superior.

En el ámbito internacional se tienen algunas referencias como la de Butleler & Coleoni [4] que estudian los procesos de resolución de problemas de física comparando dos teorías cognitivas que lo explican, está el trabajo de Moreira [5] quien propone utilizar el recurso del diagrama V para un aprendizaje significativo con ejemplos en la enseñanza de la física y de las ciencias en general y Benegas & Villegas [6] con un trabajo sobre la influencia del texto y del contexto en la resolución de problemas de Física que como se aprecia se refieren a un aspecto del proceso de la enseñanza de la Física.

Otro trabajo no menos loable es el desarrollado por Sokoloff & Thornton [7] en el que proponen una metodología de enseñanza activa para el nivel medio en un curso introductorio de física donde a partir de la demostración los estudiantes realizan descripciones de lo observado, se cuestionan, comentan y corroboran las predicciones con sus compañeros, y se pasa a la fase de comprobación de las predicciones midiendo los resultados y se explican el porqué de lo obtenido. Esta es una propuesta que sin dudas se encamina en la dirección de la solución al problema de promover un cambio en la actitud del estudiante ante su proceso de aprendizaje haciéndolo

responsable del mismo. Es una propuesta de que comienza con el momento experimental, estimula la participación individual y grupal y está encaminada a cambiar los roles pasivos del estudiantes por roles activos.

En la propuesta de los autores de este artículo que a continuación se muestra, es un resumen de las tesis de Maestría de García Cañedo [8] se trabaja con todos los momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física que parte desde los laboratorios como primer momento de aprendizaje, condiciona la discusión colectiva para construir el conocimiento haciendo uso de un esquema orientador para propiciar la comprensión del objeto de estudio, encontrar sus propiedades, significar sus leyes y principios, para resolver los problemas de manera independiente conduciendo el desarrollo del pensamiento para lograr un aprendizaje eficaz en los temas de Fluidos donde se realizó un pilotaje en la tesis de Licenciatura y la Óptica ondulatoria contenido en el que se aplicó un cuasiexperimento en la tesis de Maestría.

## B. El enfoque histórico-cultural (EHC) como fundamento integrador

El trabajo parte del enfoque histórico cultural “Alma Mater” de la psicología, que acoge en su seno a todos los enfoques para integrarlos dialécticamente en su complejidad natural [8].

El enfoque histórico-cultural permite el análisis del ¿cómo? (lo que implica el estudio del proceso de desarrollo) para ello hay que tener en cuenta los ¿qué? (los distintos enfoques centrados en aspectos específicos) y los ¿con qué? (los distintos contenidos de cada enfoque), esto abarca todos los elementos y factores que están interactuando (como puede ser en este caso lo grupal, la personalidad, el estudiante, el maestro, la situación de enseñanza-aprendizaje, etc.) en el objeto que se estudia (la subjetividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje en general, y de la física en particular).

El enfoque utilizado permite explicar cómo se forman en el hombre las distintas funciones psíquicas superiores por medio de La Ley Fundamental del Desarrollo Psíquico de categorías claves como la Situación Social del Desarrollo (SSD), Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), la vivencia, la actividad práctica y otras que integradas permiten la comprensión del objeto de estudio Vigostki[9].

Los diferentes enfoques utilizados en la fundamentación teórica son: el humanista de Rogers[10], la enseñanza problemática de Majmutov[11], la psicología psicoanalista de los grupos de Pichón-Riviere[12], las resistencias de Bleger, la teoría para la formación de las acciones mentales de Galperin [13], las concepciones teóricas sobre las habilidades del desarrollo personal de Fariñas [14], en áreas como la orientación psicológica, los grupos, la configuración de la personalidad y la psicología del desarrollo. Concepciones que sirven de base teórica para cambiar la situación de enseñanza-aprendizaje de la física.

## III LO METODOLÓGICO

### A. Método

El método como expresión de la relación del profesor con los estudiantes y de cómo ocurren las manifestaciones del estudiante en la situación de enseñanza creada, contempla tanto instrumentos preparados como circunstancias donde los conocimientos no están elaborados por lo que es necesario hacer énfasis en el debate, en la aplicación, en la controversia en el cuestionamiento, la problematización, para construir el conocimiento por parte de los estudiantes.

Se aplica el método de la enseñanza activa porque el estudiante juega un rol de construcción responsable y con mayor independencia durante su aprendizaje, se propicia la libertad de expresión, se estimula la fluidez de ideas, la participación grupal. Se aplaza la evaluación, que puede ser una barrera al pensamiento y por medio de la confrontación lógica de las distintas ideas; se van resolviendo las contradicciones que surgen en las situaciones problemáticas, creadas para realizar las definiciones que permiten la elaboración de los conceptos nuevos, propiciar la comprensión de las esencias y resolver los problemas que se plantean.

En estas sesiones se necesita mucha participación, se deben cumplir reglas de libertad de expresión, escuchar y aceptar las opiniones de los demás, donde la espontaneidad es bienvenida, para cumplimentar los objetivos propuestos. De esta manera se evita la inhibición, la auto censura, las represiones que pueden realizarse los estudiantes contra sí mismos y los bloqueo mentales que esto produce cuando el profesor reacciona inadecuadamente ante los “errores” de ellos.

En esta situación los estudiantes son muy dinámicos ante su aprendizaje, se aprovechan: la incertidumbre, los vacíos, los silencios y los errores, las interinfluencias que se dan a lo interno en los fenómenos grupales como la cohesión y otros en favor de la clase. No se dan contenidos elaborados porque la tarea de llegar a la verdad, de descubrir la esencia del objeto de estudio le corresponde al estudiante.

La metodología consistió en conformar la nueva situación de enseñanza-aprendizaje pasando por todos los momentos del proceso donde se parte de lo experimental en los laboratorios utilizados como oportunidad para el descubrimiento, se pasaba después a la descripción y el cuestionamiento de lo observado a la búsqueda de información haciendo uso de la bibliografía, a la discusión colectiva en las clases conducidas por el profesor (se elimina la conferencia), para resolver finalmente en la clase práctica los problemas que se les planteaban. De esta manera se cambian las tareas del maestro y del estudiante, el estilo de dirección y conducción (el profesor como orientador), para romper con la enseñanza tradicional y pasar a la enseñanza activa haciendo a los estudiantes responsables, induciendo necesidades e intereses cognitivos que obliguen al uso del **esquema orientador** para comprender el objeto de estudio y resolver las situaciones

problemáticas formándose un pensamiento teórico que permita un aprendizaje eficaz.

Para lograr el cambio deseado con este método es necesario conformar una nueva situación de enseñanza aprendizaje que propicie la configuración de vivencias positivas en un sistema de actividad y comunicación considerando la dinámica grupal entre los sujetos que la conforman (Maestro-estudiante, estudiantes-estudiantes, maestro-grupo). Teniendo en cuenta los elementos internos de la misma como son las potencialidades intelectuales, las condiciones fisiológicas y biológicas favorables además de condiciones psicológicas en lo individual en período etario (en este caso en estudiantes universitarios) que propicia el desarrollo de un pensamiento teórico que orienta la comprensión y la resolución de problemas condicionándose así la conformación y desarrollo de un aprendizaje eficaz.

## B. El Esquema Orientador

En el proceso de diseño de la experiencia se elaboró un instrumento que relacionara todos los elementos de la lógica de la ciencia y del aprendizaje de la Física de modo que se pudiera guiar el pensamiento del estudiante para que lograra comprenderla y resolver problemas. Por ser este uno de los problemas que afecta el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura donde se utilizan expresiones sin conocer su significado.

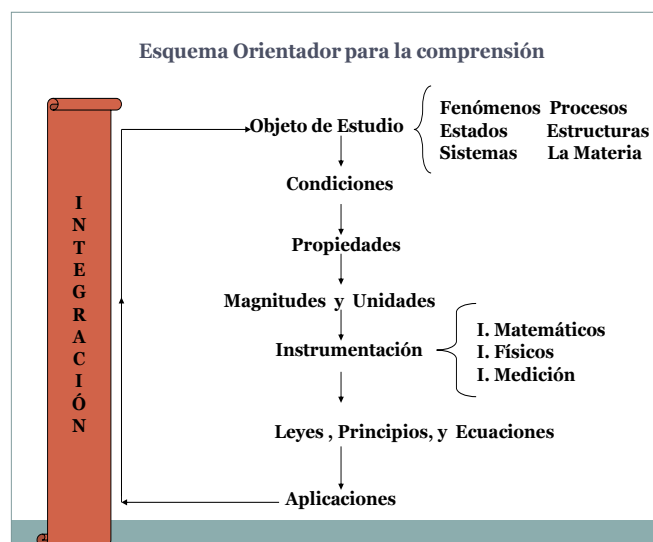
Para probar la viabilidad del instrumento diseñado (al que se le llamó **esquema orientador** que funcionó como método de análisis para la síntesis esencial) fue necesario cambiar el proceso de enseñanza aprendizaje, sus componentes personales y no personales para validar el uso del esquema orientador el que se explica a continuación:

El **esquema orientador** es un instrumento y se estructura por conceptos prototípicos que se llenan según cada objeto de estudio, dirige las acciones y operaciones de los estudiantes, garantiza la orientación hacia los puntos esenciales de apoyo por lo que sirve de modelo de la acción, de la ejecución y del control para formar una base orientadora generalizada, completa y semielaborada que permita realizar las acciones que propician la búsqueda de las interrelaciones esenciales. (Aporte del trabajo)

## C. Explicación e interrelación entre los elementos del esquema orientador. Su uso en la comprensión del contenido

Se parte de la construcción de la invariante metodológica estructural y funcional (**esquema orientador BOA**) identificando de cada contenido de estudio la determinación del **objeto de estudio**, que consiste en hacer consciente al estudiante de qué es lo que se está estudiando, qué es lo que se está observando, y a qué es a lo que se le van a encontrar las características esenciales porque es la parte de la realidad que debe ser conocida por el estudiante. Para esto se necesita dirigir la atención al experimento cuestionando

y problematizando lo observado, generar incertidumbre para motivar el descubrimiento de lo esencial relacionado con dicho objeto de estudio. Además, permite recordar la realidad vivida en la realización del laboratorio y poder reconstruir la experiencia, lo que pone a los estudiantes en condiciones de recomenzar la actividad intelectual poniendo en movimiento el(los) proceso(s) del pensamiento. Se convierte así el objeto de estudio en modelo del objeto.



**FIGURA 1.** Esquema Orientador para la Comprensión (Original del Autor)

El **objeto de estudio** en la Física puede ser un fenómeno, un cuerpo, una estructura, un estado, un proceso, un ciclo, un sistema, en general la materia, que se manifiesta en forma de sustancia y campo, siempre que se conserve la estructura de la sustancia. Es sobre esta parte de la realidad en la que se trabaja y la que debe ser delimitada, identificada para tener conciencia de lo que se está trabajando y a qué se refieren las leyes, ecuaciones y principios.

En el análisis se deben determinar las **condiciones** que propician la existencia de esa parte de la realidad, que es lo que se está estudiando, esto permite tener claridad de que para que las cosas existan se necesitan requisitos básicos que propician la situación que les posibilita su existencia y conocen el origen del surgimiento del objeto de estudio y del contenido que lo explica. Las condiciones pueden ser singulares de una situación dada o particulares para el objeto de estudio en sí para saber el origen del objeto de estudio.

Posteriormente se conduce la actividad para que se determinen las **propiedades**, que son las características esenciales que determinan que el objeto de estudio sea lo que es y no otra cosa. Este proceso de análisis esencial se conduce en los estudiantes por la identificación y desglose

de las características esenciales y no esenciales. En la discusión tienen que valorar, y tomar la decisión de cuáles son las necesarias y suficientes para definir el objeto de estudio es decir: realizar el análisis, la abstracción y la síntesis, que permite la generalización de lo esencial en un primer nivel como propiedades puras.

Una vez determinadas las propiedades tienen que identificar las **magnitudes** que no son otra cosa que la expresión de la medida en que se manifiesta, en que se expresa la propiedad en el objeto de estudio dado, se realiza un primer nivel de síntesis en un primer nivel de abstracción y concreción porque se relacionan las propiedades enunciadas semánticamente en ideas que mediante un proceso de simbolización da lugar a su representación en una letra que las simboliza estableciéndose así la relación entre el signo, el símbolo, el significante y el significado.

Por medio del concepto de **unidad**, que no es otra cosa sino la menor porción de propiedad en cuestión (lo que implica un análisis); se logra cuantificar las propiedades por medio del proceso de medición mediante la comparación, que se realiza con un **instrumento de medición** calibrado en unidades, con otra porción de propiedad del objeto de estudio que se quiere cuantificar, para expresar con el valor numérico, indicándose de esta manera cuántas veces se encuentra la unidad tomada como patrón de medida, en el objeto de estudio.

Es precisamente este momento de pasar de las **propiedades** a identificar las **magnitudes** (primer nivel de síntesis después del análisis y la abstracción realizada) representadas en determinadas letras convenidas, uno de los momentos más difíciles en la construcción del invariante porque implica encontrar el significado simbólico que representa la propiedad específica por medio de la letra convenida junto con su valor numérico y la unidad correspondiente. Lo que resulta difícil es comprender la relación propiedad magnitud, hacerla consciente, entender que el hombre sintetiza simbólicamente en una letra todo lo que se enuncia semánticamente por medio de las propiedades en determinadas proposiciones y períodos gramaticales, en oraciones, en mensajes. Por lo que al trabajar con la letra que representa la magnitud, está trabajando con un símbolo que contiene el mensaje de una propiedad que caracteriza al objeto de estudio.

Se pasa al elemento invariante de **la instrumentación** donde se utilizan los **recursos e instrumentos conceptuales** ya sean **físicos** (el sistema de referencia, la modelación, el diseño experimental, las suposiciones, las aproximaciones, los métodos, los enfoques, etc.) los **matemáticos** (como los conceptos matemáticos, las operaciones matemáticas, las gráficas, las demostraciones, etc.) que permiten visualizar el proceso de síntesis esencial para arribar a **las ecuaciones Físicas**, enunciar **los principios físicos** y llegar a **las leyes** que no son otra cosa que la relación entre las propiedades.

De esta manera los estudiantes adquieren conciencia según Galperin, citado por Talizina, [15] de las cosas cuando se dan argumentos del proceder que se sigue o a

seguir, de las elecciones, etc., de cómo se obtuvieron las expresiones, las leyes, los principios. Además, algo nuevo, y es el hecho de que la forma específica, particular en que se relacionan estas propiedades constituyen en sí misma una **propiedad** esencial que caracteriza al objeto de estudio y no a otro. Como resultado de esta síntesis se realiza la generalización esencial, la integración de todos los elementos anteriores expresados en las leyes, principios y ecuaciones dando lugar al proceso de significación de lo esencial cuya concientización puede producir en alguna medida la **motivación** intrínseca que moviliza la afectividad para encontrarle el sentido-significado, propiciar así, la **comprensión** y **aplicación eficaces** de los conocimientos construidos en la resolución de problemas.

En resumen:

Empieza por el **objeto de estudio** que se refiere al ¿qué se estudia?, las **condiciones** a lo necesario para que ocurra para que se dé el objeto de estudio, a su origen. Las **propiedades** van al ¿Qué es? Permite la definición, va a la esencia pura abstracta del objeto de estudio por medio de la caracterización que se realiza debido al análisis y el desglose de lo esencial y lo no esencial.

Se realiza posteriormente un proceso de comparación para la **medición** y por la síntesis que permite definir los conceptos se arriba a las formas en que se expresan las propiedades por medio de la simbolización de la significación de **magnitudes y unidades**, proceso no explícito en los libros.

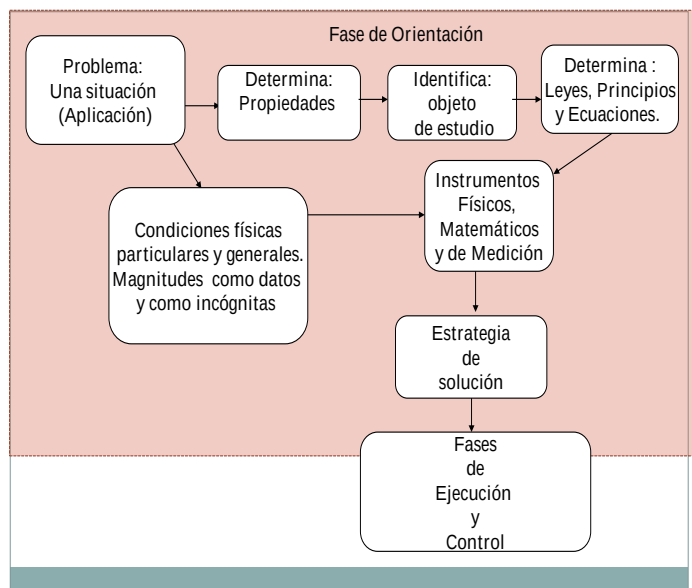
El ¿cómo? del proceso lo da la **instrumentación**, el ¿con qué?, tiene una función relacional, visualizadora, representativa, por medio de esta se conoce cómo se obtienen las ecuaciones físico-matemáticas, se comprende la relación singular entre las propiedades de el objeto de estudio, lo que se constituye en una **propiedad** de dicho objeto de estudio, en una integración sintética esencial que se expresa en las **leyes, ecuaciones y principios**. El ¿para qué? de todo lo estudiado se precisa en las **aplicaciones** que es lo concreto pensado, momento a partir del cual comienza el proceso ingenieril de uso práctico de los conocimientos adquiridos.

Este proceso de construcción del conocimiento es un proceso de integración, sistémico y complejo que no tiene que seguir linealmente el orden descrito, puede dar saltos y comenzar por elementos que no se encuentran en las posiciones ni en el orden representado en el **esquema orientador** dando lugar a disímiles secuencias entre dichos elementos. Con esto se alerta sobre el error de caer en la esquematización del uso del esquema en el proceso de aprendizaje.

#### **D. Reestructuración del esquema orientador para la resolución de problemas:**

El problema que se le propone al estudiante contiene en sí toda la información necesaria, los estudiantes tienen que saber identificar en él los elementos invariantes del esquema orientador de la comprensión que se encuentran en

dicho problema, pero reorganizarlos, para poder encontrar la solución.



**FIGURA 2.** Esquema Orientador para la Resolución de Problemas (Original del Autor).

En la fase de **orientación** deben darse cuenta de que el enunciado del problema representa una **aplicación del objeto de estudio**, que dadas ciertas **condiciones particulares y generales** que le permite su existencia, engendran cierta contradicción entre lo conocido y lo desconocido que deben resolver. Para ello se les brindan como dato la información de las **magnitudes** con sus valores numéricos y **unidades** respectivas, se les pide que determinen el valor de otras magnitudes incógnitas que pueden aparecer de forma explícita o implícitas en el enunciado del problema, es decir ocultas y es necesario hallarlas para encontrar las incógnitas que pide de manera directa el problema.

En este proceso los estudiantes tienen que determinar, las **propiedades** que le permitan identificar el **objeto de estudio** y una vez comprendido el problema, pueden inferir **las leyes, ecuaciones y principios** presentes en la situación problemática dada. Acudiendo a los **instrumentos** de que dispone, tanto desde el punto de vista matemático, como físico, con los datos de los valores, según la representación del problema trazar una estrategia. Que le permita realizar las fases de **ejecución** y **control** adecuados para darle solución al ejercicio.

#### D. Restructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física

Para validar el nuevo instrumento metodológico que ha sido definido y explicado en la subsección anterior, fue *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, No. 4, Dec. 2015*

necesario reestructurar el proceso de enseñanza aprendizaje tradicional. En este proceso el estudiante juega un rol mayormente pasivo en el que sus tareas consisten en escuchar, copiar, reproducir.

Un instrumento como el que se pretende validar no funciona en la enseñanza tradicional porque no es utilizado por los estudiantes puesto que no tienen la necesidad de construir sus conceptos debido a que estos los recibe ya elaborados por el profesor quien juega el papel activo.

Esto llevó a los autores a pensar en un cambio de la situación de enseñanza aprendizaje de pasiva a una activa lo que implica un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje donde se induce en el estudiante la necesidad de construir sus conocimientos, porque no se dan elaborados sino que son ellos los responsables de su propio proceso de aprendizaje, y para ello tiene que hacer uso del **esquema orientador**.

#### E. Cambios en los componentes Personales del proceso de Enseñanza aprendizaje en la nueva metodología

##### El rol del Maestro

El profesor orienta tareas, dirige, presenta partes de un esquema orientador para que puedan participar en su elaboración completa en conjunto con los estudiantes, lo que la hace una BOA semipreparada, que guía el proceso de enseñanza-aprendizaje en todo momento y en cada actividad porque regula la conducta a seguir por el que enseña y quienes aprenden.

Durante este proceso las intervenciones oportunas del profesor que utiliza el grupo, los recursos de la orientación psicológica (cuestiona, conduce, apoya, estimula, encuentra conflictos, errores, devela fenómenos ocultos que pueden ser de tipo afectivo-cognitivo dentro de los que se encuentran: las actitudes, preconceptos, representaciones, fenómenos grupales, barreras que impiden el curso adecuado del proceso de aprendizaje como por ejemplo los procesos resistivos) permiten conducir el pensamiento del estudiante para que puedan utilizar el esquema orientador de manera más eficiente en la construcción de su conocimiento.

Para ello el profesor no puede ser autoritario, ni inducir temor, debe permitir divagaciones, aprovechar todo comentario a favor de lo que se quiere lograr debe tener presente que al fin y al cabo todo lo que pasa es un reflejo de la situación y alguna relación tiene con lo que se está tratando. El ingenio del profesor consiste en utilizarlo en función del logro de los objetivos, en asociarlo con el objeto de estudio de que se trata aunque parezca que aparentemente no tiene nada que ver. Por tanto en esta situación de enseñanza aprendizaje la flexibilidad, la apertura del profesor, la perspicacia y el uso adecuado de los detalles más sutiles a favor del proceso son determinantes para lograr los objetivos propuestos.

## **F. El rol del estudiante**

El estudiante en esta nueva situación de aprendizaje y enseñanza tiene ante su rol un conjunto de nuevas tareas que lo obligan a comportarse de manera activa ante su proceso de aprendizaje. Tenemos entre ellas que tiene que partir de tomar el esquema orientador como un instrumento que le guíe en la realización de las acciones de aprendizaje para construir y comprender el contenido, esta tarea es un eje transversal que atraviesa todos los momentos del proceso y que provoca que todas las tareas que a continuación se enuncian en cada momento del proceso de aprendizaje del estudiante se medien entre sí.

En el laboratorio, observa, describe, identifica, relaciona las propiedades, cuestiona, problematiza, debate sus ideas, predice, encuentra contradicciones fundamentales en el proceso de búsqueda de la información al observar el fenómeno que se estudia. Valora los puntos críticos a la hora de relacionar las propiedades con sus magnitudes para significar. Físicamente la relación simbólica de las magnitudes en las ecuaciones físico-matemáticas. Realiza el montaje y las mediciones, tabula los datos, sigue las orientaciones del instructivo del laboratorio.

En el uso del libro de texto cuestiona la lectura, valorándola de manera crítica y se forma un criterio personal, realiza la inferencia de la relación entre propiedades y magnitudes, y organiza el conocimiento. Capta el mensaje, su significado. Interioriza la información a que están teniendo acceso para dominar la esencia, esto implica, resumir, clasificar, sintetizar, abstraerse, relacionar, problematizar, hipotetizar, analizar para seleccionar y determinar las propiedades del objeto de estudio, relacionarlas, definir dicho objeto y comprenderlo una vez que acceden a su esencia.

En las clases de discusión teóricas y prácticas explica las causas de las situaciones Físicas que se presentan al profesor y a sus iguales siendo otro activo para con sus compañeros dándose lugar a la interacción de ayuda e impulsos mutuos simultáneamente. También modela, simboliza, compone los mensajes, los comunica y se expresa por medio de los debates que se establecen entre los estudiantes y con el profesor, da sentido a los conocimientos, generaliza, construye mapas conceptuales, sintetiza y aplica los conocimientos en la resolución de problemas. De esta manera el estudiante le encuentra sentido personal a lo aprendido y logra construir el significado de las ecuaciones, leyes y principios. Todo esto trae como consecuencia cambios en su estilo de vida, en su estilo de aprendizaje y en sus actividades diarias porque este proceso implica mayor esfuerzo y tiempo de estudio que anteriormente no tenía que emplear.

## **G. El Grupo**

En el grupo se dan procesos que van configurando su dinámica, de manera que es un elemento a tener en cuenta a la hora de aplicar la metodología y transformar el proceso de enseñanza aprendizaje. Según como se den de manera

puntual la influencia, la cohesión, la comunicación, los intereses compartidos y las aspiraciones se conformará una atmósfera grupal donde los roles grupales fundamentales como el líder, la eminencia gris, los saboteadores, los voceros, los aislados y las islas y otros roles que puedan surgir tienen un papel trascendental que matizará la comunicación y las actividades en el proceso único e irrepetible de enseñanza-aprendizaje.

Lo dicho anteriormente debe ser tenido en cuenta por el profesor a la hora de aplicar una nueva metodología, que genera miedos, ansiedades y resistencias como en este caso en que se aplica una metodología activa, para conducir el proceso a feliz término. Cosa esta que en la enseñanza tradicional no se tiene en cuenta porque al tomar el profesor el papel activo se aplasta lo grupal, se ignora y se ve solo lo individual.

En la enseñanza activa debe lograrse una atmósfera donde el clima y las relaciones a la hora de realizar las actividades propicie y facilite la participación y la libre emisión de las ideas, sin miedo a la equivocación, a los errores, disminuyendo la aparición de las resistencias a las acciones de aprendizaje de manera que sea favorable y el desempeño de los miembros del grupo sea satisfactorio cambiándose así la situación de enseñanza-aprendizaje de tradicional a activa.

## **H. Cambios en los componentes no personales del proceso de enseñanza-aprendizaje**

**Objetivos:** Los objetivos de la actividad se centran para el profesor en la conducción del proceso de aprendizaje, en orientar al estudiante en la construcción del esquema orientador para que establezca las interrelaciones entre los distintos contenidos y se realice la significación de las leyes, ecuaciones y principios y lo aplique en la resolución de problemas. Para el estudiante es la construcción de su conocimiento, significarlo y comprenderlo.

Ya no se centra el objetivo declarado en las acciones del pensamiento lógico como ocurre tradicionalmente, sino en propiciar que estas se generen al crearle las condiciones para su surgimiento y existencia. Así se puede lograr junto con otros requisitos el desarrollo del pensamiento teórico para conducir la comprensión de los estudiantes.

**Contenidos:** Los referidos en la experiencia fueron los de Fluidos y Óptica ondulatoria respecto a este último contenido cuando se trabajó la Polarización se enfocó como un proceso en el que la luz cambia de un estado de polarización a otro y los distintos dispositivos utilizados, los fenómenos que producen los cambios de estados de polarización, son los agentes transformadores de los distintos estados de la luz. Este enfoque no es el que se utiliza, por lo que constituye un aporte del trabajo.

**Métodos:** Se utiliza la técnica del debate, el trabajo grupal, la moderación, la conducción, la elaboración conjunta.

**Medios:** En este caso se utilizó el esquema orientador como un instrumento de análisis para guiar la actividad del estudiante en cada momento del aprendizaje, desde los laboratorios, el estudio individual, las discusiones grupales y la resolución de problemas.

**Formas organizativas:** En primer lugar se comienza por los laboratorios sin conocimiento previo del contenido, se cambia la conferencia por dos sesiones de discusión teóricas donde se sustituye la exposición por la construcción de un método de análisis colectivo bajo la orientación del profesor.

**La evaluación:** Debe diseñarse un sistema de evaluación y control que tenga en cuenta todos los nuevos cambios que se introducen en los elementos y las exigencias del proceso propuesto. Debe tener un enfoque de sistema, integrador donde se refleje la complejidad que se manifiesta en la situación de enseñanza aprendizaje conformada. Se debe valorar, comparar, calificar. Tener en cuenta lo cualitativo y lo cuantitativo, lo individual y lo grupal así como su interrelación, los contenidos impartidos y las habilidades, para poder medir el desarrollo alcanzado por los estudiantes.

Además, es sabido que debido al paradigma positivista que genera simplismo y pragmatismo en la enseñanza y el aprendizaje los estudiantes tienden a prepararse y potenciar en su desarrollo aquello que es evaluado por el profesor en el sistema de actividades que este organiza en función de su rol rector del proceso.

## I. La esencia del cambio

Se inicia con un cambio de la situación de enseñanza-aprendizaje (SEA) que obliga a ser activo construyendo un método de análisis por medio de un instrumento abstracto (esquema orientador), en lo concreto experimentado (laboratorio), para la problematización-elaboración-construcción del conocimiento con el apoyo de dicho esquema orientador de manera que permita la comprensión orientadora del objeto de estudio, junto con la interacción con el otro y en espacios de discusión teórica.

Esto garantiza ir del análisis de las propiedades puras esenciales de dicho objeto de estudio con la abstracción que permita la síntesis integradora de dichas propiedades esenciales lo que propicia el sentido personal para generalizar, significar lo esencial, y aplicarlo en la solución de problemas particulares lográndose una mejor aproximación al desarrollo de un pensamiento que es eficaz por su grado de penetración en la esencia de las cosas, por su criticidad y su visión integral de estas con mayor calidad en el aprendizaje. En fin se cambia la (SEA) como única forma de potenciar el desarrollo.

## J. Requisitos generales para el cambio.

Tomar en cuenta: la estructura del conocimiento de la física, el conocimiento psicológico, didáctico y pedagógico

que parte del estudio de las regularidades del aprendizaje y el desarrollo; la orientación del profesor en la orientación de la subjetividad del estudiante, las particularidades de la subjetividad de los estudiantes en lo individual; lo grupal y su expresión en los procesos de aprendizaje y el desarrollo. (La cultura, las reacciones, las resistencias, las emociones, la incertidumbre, la Z.D.P.), que el cambio se lleva a cabo bajo la presencia de un proceso de aprendizaje de nuevos conocimientos en una nueva situación de enseñanza-aprendizaje que rompe con la enseñanza tradicional y propone una enseñanza activa, propiciar el trabajo independiente con la motivación para vencer las resistencias .

Con estos cambios en las actividades, los métodos y los contenidos se espera alcanzar el objetivo de propiciar en alguna medida el desenvolvimiento del **pensamiento teórico** en los estudiantes mediado por el uso de un **esquema orientador** BOA, con las siguientes características: Integración entre los conocimientos, la realización de la generalización esencial respecto a los contenidos de óptica estudiados, la orientación hacia el análisis y la abstracción de lo esencial trascendiendo lo fenoménico lo concreto, lo empírico. El reconocimiento de la complejidad natural del objeto de estudio, permitiendo la elaboración de conceptos científicos a partir del fenómeno observado. Elaborar e inferir las leyes de los fenómenos estudiados de la óptica ondulatoria, partiendo de las células del conocimiento (en caso de presentarla) lo que les permitirá aplicarlos en situaciones prácticas de la ciencia, la técnica y la vida logran así, explicarse y predecir los resultados de los hechos físicos que han sido comprendidos por la vía seguida alcanzándose de esta manera un **aprendizaje eficaz**.

## K. La relación entre las resistencias y las acciones el grupo y la personalidad

En las distintas investigaciones que se realizan en la esfera educativa es poco usual que se refiera por igual en importancia el elemento afectivo y su intrínseca relación con lo cognitivo como dos procesos que se presuponen y se interinfluyen mutuamente de manera que no se ven como procesos unidos en la sinergia de todos los sucesos humanos los autores son del criterio de que estos se presuponen y se suceden mutuamente en unidad indisoluble integradamente, es este uno de los principios del enfoque histórico cultural.

En la investigación realizada por los autores se tuvo en cuenta la interrelación y la integración de los procesos afectivo-cognitivos encontrándose la relación entre las acciones mentales de los estudiantes y las resistencias al cambio que la metodología generaba como se explica a continuación.

Orientarse en situaciones nuevas genera estados de incertidumbre provocadores de miedos y ansiedad que pueden ser expresadas en **resistencias** (las que han sido descritas por J. Bleger [16] como momentos de tipo: fóbicos, paranoides, contrafóbicos, obsesivos, confusional,

esquizoide, depresivo y epileptoide.) generadas por el temor, ante la presión (será evaluado y aporta una nota al currículum además de ser una asignatura del plan de estudios que debe ser aprobada para promover de año) de aprender algo nuevo de una manera nueva y que le exige mayor esfuerzo.

Este elemento afectivo (las **resistencias**) tiene su efecto en la realización del elemento cognitivo (las **acciones**) y constituye un aporte del trabajo mostrar la relación entre dichos elementos.

Por ello se trabaja con el **grupo** como un dispositivo utilizando la concepción de grupo operativo de Pichon-Riviere [12]. De esta manera se tienen en cuenta los procesos grupales de influencia, cohesión y desarrollo para conformar un clima de las relaciones favorecedor del proceso que apoya el enfrentamiento a las resistencias propiciando vivencias positivas para el cambio por medio de una situación de enseñanza-aprendizaje diferente. Poco a poco se va entrando en el mundo personal por medio de lo grupal para tratar el asunto de cómo influir entonces en la personalidad de los educandos por medio del proceso de aprendizaje de la física.

Se parte del hecho de que si los estudiantes logran darle significado y sentido personal a los conceptos recibidos entonces estaremos contribuyendo a la configuración de su **personalidad** por medio de las vivencias que propicie esta nueva situación de enseñanza aprendizaje para el aumento de la independencia y con esto de su autoestima e influir en su concepción del mundo

## L. El Experimento

### Definición de variable independiente

La **nueva situación de enseñanza-aprendizaje**: (SEA) Es un recorte microhistórico, un sistema de actividad-comunicación rectorada por el proceso de enseñanza-aprendizaje, estructurada con métodos específicos (pedagógicos y de dirección) para generar crisis inductoras de estados de necesidad de conocimiento, con interacciones propiciadoras de nuevas vivencias, debido a procesos grupales ( como son: desarrollo, cohesión e influencia, un clima y atmósfera determinado) e individuales que favorezcan el cambio en la actitud ante la actividad de estudio implicando un rol protagónico en la búsqueda activa del conocimiento por parte del estudiante, la comprensión de la información y la resolución de problemas, debido al rol orientador del profesor para solucionar la contradicción fundamental del proceso entre las exigencias del docente y las posibilidades del estudiante.

### Definición de variable dependiente

El **aprendizaje eficaz**: Incluye la realización de determinadas acciones con ciertas propiedades que permitan la comprensión y la resolución de problemas haciendo uso de un pensamiento teórico que conduzca a

lograr los objetivos propuestos de alcanzar la meta que es asimilar los conocimientos recibidos.

**Parámetros del aprendizaje eficaz**: Integración del contenido a través del método expresado en el esquema orientador. / La comprensión de la esencia de los objetos y procesos estudiados (Generalización). / La transferencia del esquema orientador en la comprensión de diferentes situaciones a la solución de diferentes tipos de problemas. / La independencia en la solución de las tareas y problemas. / Elaboración personal en la búsqueda de diferentes alternativas de solución. / Lograr la comprensión del sentido-significado de las leyes, ecuaciones y principios en su relación con la vida.

## M. Manipulación experimental

La manipulación consistió en conformar la nueva situación de enseñanza-aprendizaje cambiando las tareas del maestro y del estudiante, el estilo de dirección y conducción, para romper con la enseñanza tradicional y pasar a la enseñanza activa haciendo a los estudiantes responsables, induciendo necesidades e intereses cognitivos que obliguen al uso del **esquema orientador** para comprender el objeto de estudio y resolver las situaciones problemáticas formándose un pensamiento teórico que permita un aprendizaje eficaz.

Se aplicaron los siguientes **instrumentos**: una prueba de entrada (PE), un trabajo de control parcial (TCP) al finalizar la experiencia, una prueba final (PF) y una prueba de vacaciones (PV). Para recoger las vivencias de los estudiantes durante la experiencia se utilizó el Libro paralelo. Se hizo procesamiento estadístico y estudio de contenido. Todas las sesiones fueron filmadas en vivo.

El experimento se llevó a cabo en dos fases una de pilotaje y otra de cuasiexperimento.

**Pilotaje**: se escogió el tema Fluidos, por ser contenido nuevo para los estudiantes, la muestra fue no probabilística, formada por 17 estudiantes de primer año de biomédica que se brindaron voluntariamente.

**Cuasiexperimento**: Se seleccionó como población a todos los estudiantes de segundo año de la carrera biomédica, no fue necesario el muestreo. El grupo experimental I (Grupo1) y el experimental II (Grupo 2) participaron unidos en el cuasiexperimento y vivieron la misma experiencia, la diferencia está en que el grupo experimental I (9 estudiantes) está conformado por los estudiantes que participaron en el pilotaje. El grupo experimental II lo conforman el resto (34 estudiantes) que viven la experiencia por primera vez.

## N. Cambios en las actividades y en los contenidos

Se comienza por los laboratorios motivando las acciones, se sustituyeron la clase de conferencia por dos sesiones de discusión teóricas para construir el esquema orientador de la comprensión, y los tres turnos restantes de clase práctica



para aplicar el esquema orientador a la solución de problemas. La polarización se enfocó como un proceso esto es una novedad del trabajo.

#### IV. RESULTADOS

Se concibe como primer resultado general la existencia de la situación de enseñanza aprendizaje que es la variable independiente y la condición imprescindible para lograr la transformación del proceso de enseñanza aprendizaje de manera que sea activo.

Se percibe cómo la situación de enseñanza aprendizaje creada por el sistema de actividad-comunicación obliga al cambio en la actitud ante el rol a jugar en el proceso de aprendizaje de los estudiantes impidiéndoles jugar un rol pasivo:

“En el tema de polarización fui sin prepararme (no tuve oportunidad) fui a experimentar el método de “la esponja” y luego a organizarme con lo más importante que se trataba y al final, nuevamente se formó el reguero y todos decían lo que pensaban sin tener un orden, este tema después de haberlo dado no tenía ni idea de lo que era, pues no se hizo resumen, lo cual me provocó dudas respecto al tema. Luego me leí el tema y fui comprendiendo algo” (GMJ (32)) [8].

En lo planteado por el estudiante se detalla cómo cuando se pretende ser pasivo y tomar los conocimientos elaborados la propia situación se lo impide porque no logra orientarse en el debate donde el nivel de partida es necesariamente de un estudio previo, y por lo tanto no puede realizar las acciones pertinentes para comprender lo que se trata (“se le tupe la esponja”). Se vio obligado a ser activo y construir su conocimiento leyendo el libro de manera individual para lograr el aprendizaje.

La situación creada por la influencia grupal lo presiona conformándole un estado de necesidad que obliga al estudiante al estudio independiente (mencionado por varios estudiantes en sus libros paralelos) para poder lograr sus objetivos tiene que elaborar su conocimiento. El grupo de manera implícita le dice: Si nosotros podemos tú también. Se percibe que en el sistema de comunicación creado en el debate y las interacciones fueron multidireccionales. Se creó una red de comunicación entre los miembros del grupo y con el profesor propiciando los procesos de cohesión.

Resulta interesante la referencia dirigida a la preparación previa, porque si no la realizas no te comunicas, no pueden significar ni encontrarle sentido a lo que se trata. Esta situación le creó un estado de necesidad por el conflicto cognitivo generado para adquirir el conocimiento sintiéndose compulsado a realizar el estudio que debió hacer con anterioridad.

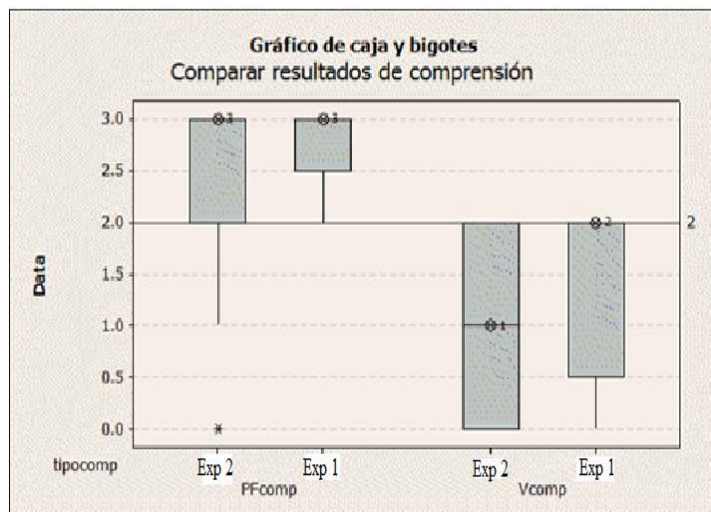
#### A. Resultados de los datos cuantitativos

Los resultados de los datos cuantitativos se trabajaron con la estadística descriptiva en un primer momento, se utilizó fundamentalmente la mediana como estadígrafo y se representaron sus resultados en gráficos de barras y bigotes. Posteriormente se utilizó la estadística confirmatoria para comprobar el cumplimiento de las hipótesis aplicando las pruebas de Mann Whitney y de los Signos de Wilcoxon.

##### A.1 En cuanto a la comprensión

La mediana en la **prueba final** fue 3 tanto para el grupo experimental II como para el grupo experimental I aunque en el grupo experimental I la variabilidad fue menor que en el experimental II ya que en el experimental II el rango de calificaciones fue desde 1 hasta 3 o sea el rango es 2 mientras que en el grupo experimental I fue desde 1 hasta 2 o sea el rango es 1.

Se puede apreciar que entre el grupo experimental I y el experimental II los resultados fueron ligeramente superiores a favor del grupo experimental I en la pregunta de comprensión presentada tres meses después en la prueba de vacaciones (que es la misma pregunta del examen final), porque la mayoría de los estudiantes obtuvieron resultados que están entre los niveles 1 y 2 mientras que en el grupo experimental II solo el 50% alcanzó una evaluación de 1.



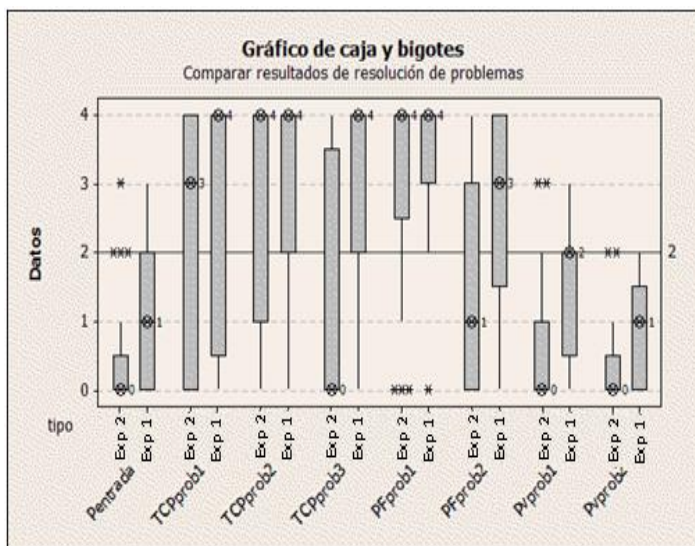
**FIGURA 3.** Gráfico de los resultados de la comprensión en la prueba final y en la prueba de vacaciones con la misma pregunta de la prueba final (aplicada tres meses después) (Elaboración Personal)

##### A.2 La resolución de problemas:

A continuación se analizan los resultados de los datos cuantitativos respecto a la solución de problemas en la Prueba de entrada (P entrada), Trabajo de control Parcial

(TCP), Examen final (EF) y prueba de vacaciones (PV). Se analizarán los resultados donde se equiparan las calificaciones y donde son diferentes.

El grupo experimental I obtuvo resultados superiores a los del grupo experimental II confirmados con significatividad por las pruebas estadísticas confirmatorias.



**FIGURA 4.** Gráfico de los resultados de la resolución de problemas en las pruebas de: entrada, (TCP) con tres problemas, Final con dos problemas y de vacaciones con los mismos dos problemas de la prueba final. (Elaboración personal).

Si se analizan los resultados en cuanto a la prueba de entrada se puede observar que se alcanza mayor solidez en el dominio de la habilidad de resolución de problemas respecto al contenido de Fluidos para el grupo experimental I que participó en el pilotaje. Se valida la viabilidad de la nueva propuesta desde el punto de vista cuantitativo.

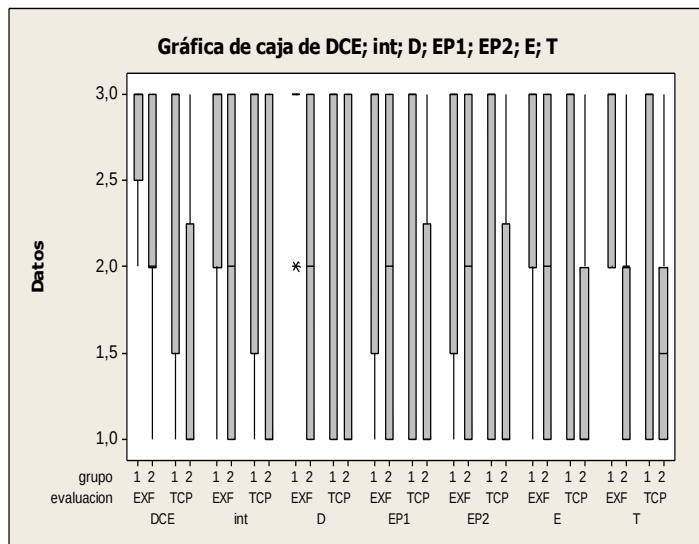
En algunas pruebas las medianas de ambos grupos son iguales. Este es un resultado confirmatorio de la hipótesis porque es el grupo experimental II el que alcanza el máximo nivel mientras que el grupo experimental I se mantiene en el máximo nivel. Pudiéndose señalar un aumento de la ZDP en el caso del grupo experimental II en estos contenidos.

En las pruebas en las que se aprecia diferencia entre las medianas, siempre la mediana del grupo experimental I es superior a la mediana del grupo experimental II indicando esto que los resultados en cada prueba se ven afectados positivamente por la influencia de la aplicación de la metodología con anterioridad en el grupo experimental I.

### A.3 Respecto a los indicadores del aprendizaje eficaz:

Se evidencia la superioridad con nivel de significatividad del grupo 1 con respecto al 2 en todos los indicadores del aprendizaje eficaz menos uno de ellos, mientras que en el grupo 2 se apreció un avance real en la (ZDP) al comparar

(TCP) con (PF) sin embargo el grupo 1 mantuvo un nivel alto en ambas.



**FIGURA 5.** Gráfico de los resultados de los indicadores del aprendizaje eficaz comparando el grupo experimental I (grupo1) y grupo experimental II (Grupo 2) en la prueba final y el TCP. Significado de las siglas de los indicadores del aprendizaje eficaz: (Elaboración Personal) DCE (Delimitar lo esencial), int. (Integración), D (Definición), EP1 (Elaboración Personal en la construcción de conceptos), EP2 (Elaboración Personal en la significación de leyes y ecuaciones), E (Explicación), T (Transferencia) (Elaboración personal).

### B. Resultados de las pruebas estadísticas confirmatorias Prueba de Mann Whitney al comparar el Grupo 1 y el Grupo 2 en el TCP y en la PF teniendo en cuenta los indicadores del aprendizaje eficaz

**En el TCP** todos los indicadores dan significativamente diferentes entre el grupo 1 y el grupo 2 a favor del grupo 1 y en todos los casos esa significación fue menor que 0.085. En los indicadores DCE, int y E, en los que fue más bajo el valor de p para un  $p < 0.03$ . Esto evidencia la superioridad del grupo 1 respecto al grupo 2 confirmandose la hipótesis.

**En la PF** los indicadores D, E y T dieron significativamente diferentes con un  $p < 0.05$ , los indicadores DCE e int. dieron significativos con un  $p < 0.065$  todos a favor del grupo 1 que presentó mayor mediana.

Los indicadores EP1 Y EP2 no fueron significativamente diferentes los resultados entre los grupos 1 y 2 **en la PF** por lo que consideramos que los resultados fueron similares. Con un  $p > 0.10$  pero con calificaciones altas. Este resultado habla del avance logrado por los individuos del grupo experimental II.

### Resultados de la prueba de Wilcoxon comparando el TCP y la PF para cada grupo

**Grupo 1** se confirma que todos los indicadores del aprendizaje ( $p > 0,05$ ) **no** dieron una diferencia significativa a favor de la **PF**, respecto al **TCP**, o sea se mantuvo igual en un máximo nivel de calificación en las dos evaluaciones. Este grupo se mantuvo en el máximo nivel de desarrollo.

**Grupo 2** se confirma que todos los indicadores del aprendizaje ( $p < 0,05$ ) **dieron** una diferencia significativa a favor de la **PF** respecto al **TCP**, es decir que mejoraron en la puntuación de esos indicadores, menos el T (transferencia) que no dio significativo ( $p=0,349 > 0,05$ ) o sea, se mantuvo igual. Se puede apreciar un proceso de desarrollo y avance en los indicadores.

Todos los datos cuantitativos procesados por procedimientos estadísticos permiten confirmar la hipótesis sobre el efecto positivo de la metodología aplicada donde el uso de un esquema orientador de las acciones con cierto desarrollo de sus propiedades en una situación de enseñanza-aprendizaje activa donde se cambian los roles del profesor y el estudiante en condiciones grupales con un clima favorable de comunicación permite propiciar el desarrollo del pensamiento teórico al permitir acceder a la esencia y a las interrelaciones de los elementos esenciales para apoyar la comprensión, la resolución de problemas, alcanzar mayor solidez y un aprendizaje eficaz .

### C. Resultados de los datos cualitativos

Los estudiantes recogieron sus impresiones sobre la experiencia vivida en lo que se llamó libros paralelos. En estos reflejan en general su aceptación positiva del método.

Al recoger la información sobre el método de análisis realizado haciendo uso del **esquema orientador** como instrumento se aprecia que les sirvió como modelo de la acción y su control en la comprensión y la solución de problemas por ello lo consideran de viable. Además este les propicia hacer análisis conscientes del proceso de aprendizaje, interrelacionar los elementos esenciales, la orientación, esto se evidenció en los resultados cuantitativos analizados anteriormente. Plantean los estudiantes que les ayudó a organizar y resumir el contenido ahorrándole tiempo de estudio al centrarse en lo fundamental para darle significado a los contenidos.

El protocolo de una estudiante permite realizar el análisis de la viabilidad del esquema orientador:

"Los esquemas son de gran importancia porque vemos la teoría organizada en forma fácil de deducir y a través de todos los elementos que están presentes en cada esquema nos ayudan a entender completamente el proceso en estudio"... "He sido capaz de construir los esquemas lógicos, por supuesto, con ayuda, pero los entiendo y sé interpretarlos"... "El esquema es el resumen de cada contenido"... "Lo más difícil para mí en los esquemas son las leyes"... (L.N.D.C (2)) [8].

Partiendo de lo manifestado por esta estudiante se puede inferir el uso del esquema orientador, como modelo de la acción, del control y del objeto, durante todo el proceso de

comprensión. De ahí la importancia que le concede a este instrumento que también se utilizó en la resolución de problemas. Se reconoce la importancia de la ayuda recibida por los otros en la construcción de su conocimiento y en el ensanchamiento de su zona de desarrollo próximo. Se aprecia el nivel de conciencia en su proceso de aprendizaje y el reconocimiento de los momentos de mayor dificultad en su proceso de aprendizaje de la asignatura.

La viabilidad del esquema orientador como instrumento está dada en primer lugar por los resultados obtenidos en la comprensión y la resolución de problemas. Habilidades en las que fue utilizado dicho instrumento para la elaboración de la herramienta de medición permitiendo cuantificar los resultados. A partir de ello se obtuvieron los niveles de significatividad en las pruebas estadísticas realizadas.

A continuación la opinión conclusiva de un estudiante que ilustra lo planteado.

"El esquema es un instrumento organizativo que va guiando al estudiante por la vía más ventajosa para el aprendizaje. Centraliza al estudiante sobre los aspectos más importantes de cada contenido, ventaja que permite el ahorro de tiempo durante el estudio..." (FDRP 26)[8].

Los estudiantes critican la enseñanza tradicional, aceptan el **método empleado** y lo valoran de bueno por permitir la problematización el cuestionamiento, la posibilidad de elaborar los conocimientos, impide el mecanicismo, orienta la comprensión y solución de problemas, en fin, les obliga a estudiar, a ser activos, les facilita aclarar sus dudas, y se sienten responsables de su aprendizaje, conocen sus límites, desarrollan su independencia y su autoestima. Hay estudiantes que plantean haber perdido el miedo escénico debido a los debates en un ambiente grupal favorable calificado de productivo.

Se encontró en cuanto a la relación de lo afectivo y lo cognitivo que los distintos tipos de **resistencias** afectan la formación de la **acción** ya que influyen en la formación de la imagen que se hace el sujeto sobre el medio y la acción a realizar, para actuar sobre el objeto de conocimiento, afecta las condiciones y como sobre estas se constituye la base orientadora para las acciones (BOA) que las dirige se afecta en primera instancia la parte orientadora lo que impide la conformación de la parte ejecutora, del control y su éxito como tal en la tarea.

Según el momento del proceso de aprendizaje en que se encuentre el estudiante, el tipo de resistencia manifestado y según sean las características individuales se forma un tipo de imagen diferente lo que se refleja en las diferentes formas de respuestas por vivenciar el objeto de conocimiento de formas distintas

De manera general se puede decir que las causas están dadas por el peligro que implica lo nuevo, lo diferente, por el temor al cambio (en este caso brusco), a la pérdida y al ataque debido a que tienen que dejar sus estilos de estudio engendrados por la enseñanza tradicional para instalar nuevos estilos activos de aprendizaje que ante el temor de no poder alcanzar el objeto de conocimiento le genera

estados de ansiedad por la incertidumbre que el desconocimiento implica.

#### **IV. CONCLUSIONES**

Existió coherencia y complementación entre los datos cualitativos y cuantitativos correspondiéndose en positivo, lo que permite la confirmación de los resultados por medio de la triangulación realizada.

Para lograr un aprendizaje eficaz se hace necesario cambiar la situación de enseñanza-aprendizaje, según las condiciones (requisitos) creadas para el experimento realizado lo que trae consigo un cambio en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El esquema orientador (como parte de esos requisitos), aplicado en la solución de los diferentes problemas o tareas en la asignatura Física, es viable para propiciar el desarrollo del pensamiento teórico y un aprendizaje eficaz.

La dinámica grupal (requisitos relativos al clima de las relaciones en la comunicación) lograda, coadyuvó a la reestructuración de las actitudes de los estudiantes ante su aprendizaje, en la nueva situación planteada.

La superación de las resistencias al cambio frente a la nueva situación, es un momento esencial para lograr el desarrollo esperado y esto solo es posible si existe la motivación suficiente lo que ocurre solo si los estudiantes logran darle el sentido y el significado que esta experiencia puede tener en su proceso de desarrollo.

#### **A. Aspectos relevantes**

Como elementos de mayor significación se plantea que se realizó un experimento metodológico, desde lóteórico, resultó una experiencia integradora porque trabaja con varios enfoques lo grupal, lo individual, lo afectivo y lo cognitivo, el contenido y lo psicológico, lo pedagógico-didáctico, dando elementos explicativos del cambio y la forma de lograr un aprendizaje eficaz, en fin, por realizar un abordaje holístico que tuvo en cuenta todos los elementos del sistema en el proceso de enseñanza-aprendizaje con su complejidad natural.

Se da respuesta, en la educación superior, a la necesidad del cambio de la situación de enseñanza-aprendizaje tradicional predominante a una activa, cambiando las tareas de los roles del maestro y el estudiante, a través de:

-El cambio de las conferencias por sesiones de discusión teóricas.

-El uso de un esquema orientador como un instrumento para guiar al profesor y el pensamiento del estudiante durante el proceso de comprensión de los contenidos y la resolución de problemas en la asignatura de física de forma que contribuya a lograr un aprendizaje eficaz.

En la práctica de la educación superior se probó una nueva metodología y un nuevo instrumento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física.

Por su nivel de generalización se puede implementar la metodología en todos los contenidos de esta asignatura y en otros niveles de enseñanza además de la enseñanza de nivel superior por trabajar con un esquema que sirve de Base orientadora general, completa y semielaborada.

#### **B. Aspectos Novedosos**

- La metodología de enseñanza aprendizaje activa empleada.
- El uso del esquema orientador como instrumento para orientar las acciones y construir el conocimiento tanto para el profesor como guía como para los estudiantes que al utilizarlo los orienta en el desarrollo del pensamiento teórico lo que le permite alcanzar un aprendizaje eficaz.
- La relación encontrada entre la resistencia al cambio y las acciones integrando e interrelacionando lo cognitivo y lo afectivo.
- Tratar el contenido de polarización como un proceso y no como un fenómeno que es lo más común en los cursos tradicionales.

Se enriquece la teoría al definir una propuesta para tener en cuenta los requisitos para el cambio del proceso de enseñanza aprendizaje y proponer una metodología de enseñanza aprendizaje.

#### **C. Insuficiencias**

En la experiencia realizada se dieron indicadores de dificultades en la situación de enseñanza aprendizaje que pueden considerarse insuficiencias propias del proceso y que deben ser tenidas en cuenta para disminuir su influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje como pueden ser entre otras:

Por parte de algunos estudiantes se observó:

Mala organización del tiempo de estudio./Poco control de la información adquirida por el estudiante/No implicación en la nueva situación, distanciamiento, no generación de los cambios, /Los estados resistivos, Las resistencias/El rechazo al proceso/Pobre cuestionamiento,/Pobre o nula preparación grupal, (esta situación pone en peligro la actividad) (el profesor debe tener recursos para enfrentarla)/Altos grados de ansiedad que generen gran resistencia./Pobre participación, reproducción./Pasividad.

Otro problema a tener en cuenta es el peligro de la estereotipia, la esquematización del esquema orientador, que consiste en que si los estudiantes se aprenden los contenidos que conforman el esquema sin construirlo, de manera mecánica, como un producto terminado sin la elaboración necesaria para llenar el esquema se pierde el esfuerzo realizado, porque se caería en el mismo círculo vicioso de operatividad ciega que genera la enseñanza

tradicional y estarían realizando un aprendizaje superficial y ficticio, sin esfuerzo, para responder una pregunta de un examen y nada más.

Entre las dificultades y obstáculos estuvieron que:

- La experiencia se realizó en tiempo y condiciones reales en medio de un período lectivo y con un contenido perteneciente al programa de la asignatura Física II de la carrera de Bioingeniería en el horario establecido para el año en el curso diurno. Esto le da carácter ecológico a la experiencia y posibilidades de generalización pero exigió la toma de decisiones sobre la marcha ante los problemas presentados, con la cuota de tensión e incertidumbre que esto trae consigo.
- La experiencia fue filmada íntegramente esto se convirtió en un primer factor que estimuló la participación de algunos estudiantes, inhibió la participación de otros mientras que al resto le fue indiferente.
- Hubo que enfrentar resistencias en sus distintas manifestaciones y en cada momento se le dio una respuesta acorde a las circunstancias. La primera ocurrió en la actividad de ensayo en la que solo se prepararon tres estudiantes. Se decidió realizarla con ellos y los demás como espectadores para ejercer presión sobre los que no se prepararon.

#### D. Recomendaciones

- Replicar la experiencia en forma de experimento puro para darle carácter explicativo, extendiéndola a otros temas, a un semestre hasta aplicarla a toda la disciplina.
- Diseñar un sistema evaluativo acorde con la nueva situación de enseñanza-aprendizaje.
- Aplicar la metodología en la enseñanza preuniversitaria.
- Internacionalizar la experiencia para comparar los resultados poder generalizar la metodología.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradezco al comité organizador del evento LASERA 2014 por su cordial invitación y en especial Cesar Mora Organizador del evento, por sus atenciones, paciencia y por su apoyo incondicional para contribuir con mi participación.

Agradezco a mis estudiantes por haber sido tan valientes de enfrentarse a lo desconocido de una forma desconocida.

Agradezco a mi institución por el apoyo brindado en su contribución a facilitar mi participación.

Agradezco a mis familiares y amigos sin los cuales esto hubiese sido imposible.

Agradezco especialmente a mi oponente quea devenido en mi apólogo y mecenas Guillermo Áreas Beatón. Presidente de la cátedra de Vygostki de Cuba.

#### REFERENCIAS

- [1] Barrera, J., Mondéjar, J. J., Miranda, M. & Rejane M., *Importancia social de la creatividad en la actualidad en el desarrollo de la personalidad a través de la enseñanza de la física*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, (2011). <http://www.lapje.org>. Fecha de consulta: 2013
- [2] Douglas, C., *Una propuesta didáctica para la apropiación del lenguaje simbólico de la física por los educandos del Instituto Técnico Militar "José Martí"*, Tesis en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas, Instituto Técnico Militar. La habana, (2007).
- [3] Crespo, E. J., *Un modelo de diseño de práctica de laboratorio de física para estudiantes de geología*, Tesis en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas, La habana, (2005).
- [4] Buteler, L. M., Coleoni, E. A., Un fenómeno, dos teorías: una elección para la resolución de problemas en física, (2007), disponible en: <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132011000400009>
- Fecha de consulta: 2013
- [5] Moreira, M. A., *Diagramas V y Aprendizaje Significativo*, Rev. Chil. de Ed. Cient. **6**, (2007). Recuperado de: <http://moreira.www.if.ufrgs.br> Fecha de consulta: 2013.
- [6] Benegas, J. & Villegas, M., Influencia del texto y del contexto en la Resolución de Problemas de Física, Rev. Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 217-224 (2011).
- [7] Sokoloff, D. & Thornton, R., *Interactive Lecture Demonstrations Active Learning in Introductory Physics*, (N. J., Wiley, 2004), (p. 253).
- [8] García Cañedo, R., *Propuesta para el cambio en la situación de enseñanza-aprendizaje de la Física en la óptica ondulatoria*, Tesis inédita de maestría. Universidad de la Habana Facultad de Psicología, Cuba, (2013).
- [9] Vygostki, L. S., *Interacción entre aprendizaje y desarrollo. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, segunda parte capítulo 6, (Crítica, Barcelona, 1979).
- [10] Rpgers, C., Libertad y creatividad en la educación (en la década de los 80), (Paidó, Buenos Aires, 1993).
- [11] Majmutov, M. I., La enseñanza problemática, (Pueblo y Educación, La Habana, 1983).
- [12] Pichón-Riviere, E., *Historia de la técnica de los grupos operativos*. En Alejandro, M. & Romero, M.I (Camino), Trabajo grupal y coordinación selección de lecturas, (La Habana, Camino, 2005), (pp. 291-309).
- [13] Galperin, P. Ya., *Resultados fundamentales de las investigaciones relacionadas con el problema de la formación de las acciones y conceptos mentales*. (Informe para la consecución del grado de doctor en ciencias psicológicas en la URSS). Moscú, (1965).

[14] Fariñas, G., *Psicología, educación y sociedad. Un estudio sobre el desarrollo humano*, (Félix Varela, La Habana, 2005).

[15] Talízina, N., *Psicología de la enseñanza*, (Progreso,

Moscú, 1988), (p.366).

[16] Bleger, J., *Grupos operativos en la enseñanza*. En Fariñas, G. (Félix Varela), *Psicología educativa Selección de lecturas*, (Félix Varela, La Habana, 2001), pp.251-278.





# Project Based Learning for Electrostatics

**César Mora<sup>1</sup>, Carlos Collazos<sup>1</sup>, Ricardo Otero<sup>2</sup>, Jaime Isaza<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.*

<sup>2</sup>*Escuela Colombiana de Ingeniería, Ak. 45 No. 205-59, Autopista Norte, Bogotá D. C., Colombia.*

**E-mail:** cmoral@ipn.mx

(Received 3 March 2015, accepted 2 October 2015)

## Abstract

This paper presents the results of the teaching strategy based in The Construction of Prototypes (TCP) and Project Based Learning (PrBL) which was applied in a course of electricity and magnetism for engineering students of two universities in Bogotá-Colombia. This research has been focused on developing three projects, namely: electroscope, Torsion Balance Coulomb, Van de Graff generator. We present our Analysis result obtained using psychometric tools such as Hake gain. In addition, the strengths and difficulties of the strategy employed compared to traditional instruction are presented.

**Keywords:** Project-based learning, prototypes, electrostatic.

## Resumen

Este trabajo presenta los resultados de la estrategia pedagógica fundamentada en La Construcción de Prototipos (LCP) y el Aprendizaje Basado en Proyectos (ApBP) que fue aplicada en cursos de Electricidad y Magnetismo para estudiantes de ingeniería de dos universidades en Bogotá-Colombia. Este artículo se enfoca en tres temáticas: Electroscopio, Balanza de Torsión y Generador de Van de Graff. El trabajo presenta fortalezas y dificultades de la estrategia empleada en comparación con la instrucción tradicional

**Palabras clave:** aprendizaje basado en proyectos, prototipos, electrostática.

**PACS:** 01.40.Fk, 01.40.gb, and 01.50.My, 01.50.Pa

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

The program in science and engineering uses the physics in their curriculum. However, the current curriculum requires not only the accumulation and verification of concepts but of skills to train students for analysis, problem solving, and to use information appropriately according to [1]. Among the strategies to use are the research activities and final projects, so-called practical work. Our aim is to show, - following to Gil-, the importance of the physical processes through experimentation. For instance the possibility of working on activities that involve the scientific work and in the same way the application of the "scientific method" [2, 3, 4].

This research presents the results obtained in the design and construction of prototypes for electroscope (P1); Torsion Balance Coulomb (P2), Van de Graff generator (P3) in a course electricity and magnetism. Figure 1 show prototypes which were developed by students. Based on our experience in 2014 with student's projects belonging to Faculties of Engineering in the Manuela Beltrán University (MBU) and Colombian School of engineering (CSE) in Bogotá, Colombia. The paper is structured as follows: In section II we review the project-based learning. Section III

we present the prototyping strategy in Electrostatics. Section IV we show the methodology used. Section V we present the results. Section VI we present the conclusions of the strategy employed.



**FIGURE 1.** Prototypes developed for students in Electrostatics.

## II. PROJECT BASED LEARNING IN PHYSICS

This type of educational practices and project based learning activities can generate more flexible with the student's needs according to [5].

## A. Elements

The basic elements according to [6] are:

- a) Focus on the student.
- b) Meaningful content for students, directly observable in their environment.

## B. Benefits

The most important benefits of project-based learning as [7] are:

- To increase social and communication skills.
- To allow students to use their individual and collective strengths through collaborative work.

## C. Structure

We present basic structures according to [8] are:

- a) Situation or problem.
- b) Description and purpose of the project.
- c) Specifications and standards to achieve progressively.

## D. Learning goals

We have identified two questions that must be taken into account according to [8] are:

- a) What kind of problems do we want to be able to solve in the students?
- b) What concepts and principles do we want for the students to be able to apply?

# III. CONSTRUCTION OF PROTOTYPES IN ELECTROSTATICS

## A. What is it?

It is a strategy based on the design and construction of prototypes that allows uses the scientific method on the development of projects. Besides the students can also activate other level skills of graphic expression, oral and written.

## B. Learning goals

- a) To introduce students in the process of design and construction of prototypes.
- b) To engage students with the concepts of physical modeling, error theory and graphical analysis.

## C. Cycle of experimentation with prototypes

The fundamental structure of experimentation with the prototypes is indicated in [9]. The methodology was used at the level of rotational dynamics as shown [10, 11, 12, 13, 14].

In the cycle of experimentation with prototypes the students submit laboratory reports. The main objectives of the reports are:

- a) To generate an experimental work with questions and procedures.
- b) To create a space where students build a mental representation of the phenomenon to be analyzed, before they begin working.
- c) To emphasize the importance of group work by discussing the observations and results through information like graphic, verbal and written.
- d) To generate in the students analysis capabilities around graphical analysis and the theory of error related to the prediction and validation of the observed phenomena.

All documents referring to this work can be downloaded from [15].

# IV. METHODOLOGY

## A. Objective

Measure and assess how The Construction of Prototypes (TCP) and project-based learning (PrBL) increase efficiency in and electrostatic teaching (ET), this at a course in electricity and magnetism with engineering students.

## B. Justification

By introducing project-based learning in connection with the construction of a prototype it is able to measure the feasibility of its use and convenience of application from pedagogy.

## C. Research questions

Do the (PrBL) and (TCP) contribute more meaningfully in the (ET) at the electricity and magnetism course for engineers?

## D. Hypothesis

The (PrBL) and (TCP) has a gain on the effectiveness of (ET) compared to traditional instruction (TI) projects , since it allows the instructor to design and implement experimental work (theory of error and graphical analysis) and theoretical (physical modeling), also generating other learning at the level of graphic expression, oral and written.

## E. Pedagogical strategy

In each university we work with 4 experimental groups (traditional course where students work with projects) and with 4 control groups (traditional course where students work without projects). In experimental groups the students developed three projects, (P1), (P2), (P3) .The strategy is based on bi-weekly 2-hour activities. We begin with an introduction of the strategy in the first week of classes from the theory class. For this instance are defined sub-group (3 students) and the respective topic. In the first week the students know the basic rules, evaluation (rubric), under which they will define, execute and present projects.



In [15], this is the work plan of the semester. In week 3 students did delivery of its preliminary written and oral presentation I. These two activities determine the evaluation 1 (Eva-1). At week 4, the Workshop I was oriented: Oral and Written Expression on oral presentations, written reports and articles. At week 6 we focus Workshop II: Expression Graphic on the design and prototyping in engineering (technical standards, materials etc.). By week 8 the students realize the experimental process (prediction, observation, validation) with the prototype and laboratory report detailed in section III-C. At week 10, were delivered 1 written advance and the II oral presentation. These two activities determined the evaluation 2 (Eva-2). At week 12 we oriented the Workshop III: Physical Modeling, Theory and Error and Graphical analysis. We show the main types of models and their interpretation based on prototypes developed and the analysis of experimental data. At week 14 the experimental cycle (prediction, observation, and validation) is repeated with the prototypes to strengthen the theory of error and the graphical analysis. The activities of the week 12 and 14 run from the laboratory. At week 16 in the class of theory was performed III oral presentation and delivery; likewise was received the article wrote in scientific format. These two activities determine the evaluation 3 (Eva-3). The conceptual evaluation is applied for control and experimental groups in the first week of classes ( $S_i$ ) and last week ( $S_f$ ).

## F. Evaluation

Strategy (PrBL) and (TCP) to the (ET) have two types of evaluation, one is the evaluation of projects ((Eva-1), (Eva-2), (Eva-3)) in subgroups of 3 students and the other is the conceptual multiple-choice test that is individual, ( $S_i$ ) and ( $S_f$ ).

**TABLE I.** Evaluation Criteria for (Eva-1), (Eva-2) and (Eva-3).

| (Eva-1)               | Value | N | B | R  | G  | E  |
|-----------------------|-------|---|---|----|----|----|
| 1. Written Expression | 20    | 0 | 4 | 11 | 16 | 20 |
| 2. Oral Expression    | 20    | 0 | 4 | 11 | 16 | 20 |
| 3. Graphic Expression | 20    | 0 | 4 | 11 | 16 | 20 |
| 4. Experimental Cycle | 30    | 0 | 5 | 11 | 25 | 30 |
| 5. Feedback           | 10    | 0 | 2 | 6  | 8  | 10 |
| Score                 |       |   |   |    |    |    |

E: Excellent; B: Good; R: Regular; P: Poor; N:none

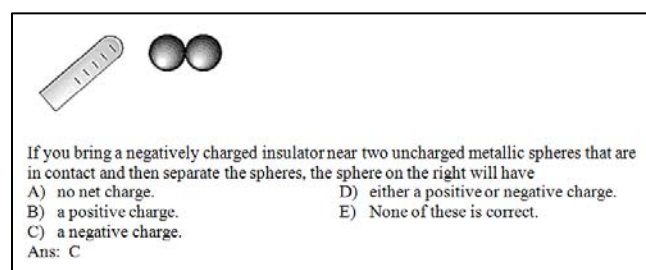
The evaluation project is structured according to:

- (Eva-1): Definition of the proposal: (Week 3: value: 8%).
- (Eva-2) Rationale of the project: (week 10: value: 10%)
- (Eva-3) Final Results: (week 16: value: 12%).

For the three evaluations were handled the same evaluation criteria and was assessed the oral expression and

the written expression; likewise the aspects such as the prototype experimental cycle and feedback. The evaluations are scored on 100 points and students could know in advance the criteria for evaluation. The criterion for evaluation is showed in figure 2 and the rubric is available in [15]

The Conceptual test for its part consists of 30 questions that were extracted and translated of the question bank of Mark Riley. The questionnaire has questions for each of the thematic of the projects (P1), (P2), (P3). The result of the evaluation for projects is 30% of the final grade and the result of the final proof of concept has a value of 5% of the courses Physics (Electricity and Magnetism) for students in engineering programs at both universities. The conceptual test of electrostatic, refer to reference [16]. The figures 3 show the question 8 of the test.



**FIGURE 3:** Example of question.

## G. Population

The pedagogical strategy (PrBL) and (TCP) in the (ET) was applied to 8 groups (experimental group) where 4 groups (144 students) belong to the (MBU) and 4 groups (144 students) belong to the (CSE). Each group consists of approximately 40 students. Subgroups were formed later with 3 students and exceptionally 4 students. In the case of (MBU) 40 subgroups were consolidated, in the case of (CSE) were formed 40 subgroups. Additionally there were 8 groups to which were applied traditional instruction (TI) (Control Group).

## V. RESULTS

### A. Results for evaluation of projects, (Eva3), (Eva1), and conceptual multiple-choice test, $S_f$ and $S_i$ .

Using Hovland's concept of gain, Hake defined the gain  $g$  by equation (1) [17].

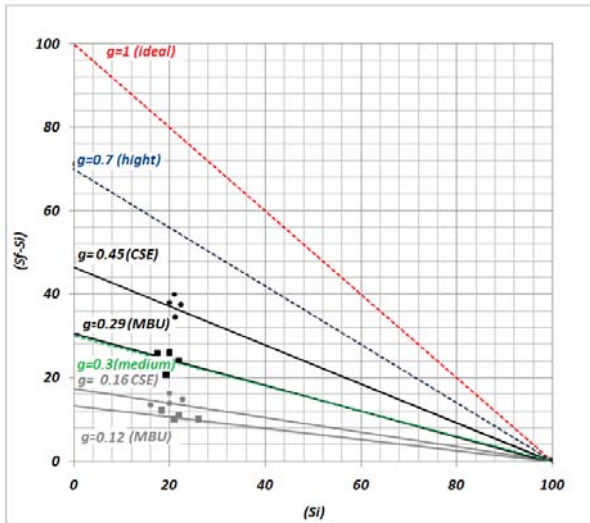
$$g = \frac{S_f - S_i}{100 - S_i} \quad (1)$$

Where  $g=0$  if ( $S_i$ ) =100; ( $S_f$ ) (Post-Test) corresponds to the conceptual test applied after applying the strategy (PrBL) and (TCP) to the (ET). ( $S_i$ ) (Pre-Test) corresponds to the

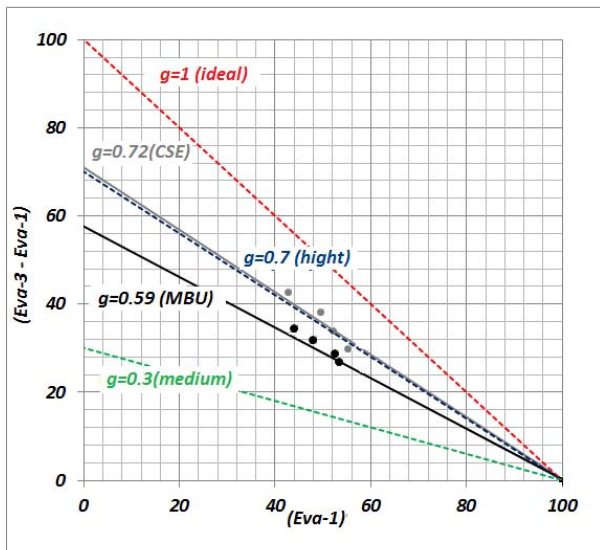
César Mora, Carlos Collazos, Ricardo Otero and Jaime Isaza entrance test without applying any strategy or traditional instruction (TI). We proceeded to determine the average gain of each of the 4 experimental groups and 4 control groups before and after applying the strategy and traditional instruction in (CSE) and (MBU).

Ordering the equation (1) we have the equation (2) for evaluation for projects.

$$g = \frac{(Eva3) - (Eva1)}{100 - (Eva1)} \quad (2)$$



**FIGURE 4:** Experimental (black) and control (gray) groups (CSE, MBU), red (ideal:  $g = 1$ ), blue (hight:  $g \geq 0.7$ ), green (medium:  $0.7 > g \geq 0.3$ ), low ( $g < 0.3$ ).



**FIGURE 5:** Experimental groups for MBU (black) and Experimental groups for CSE (gray), red (ideal:  $g = 1$ ), blue (hight:  $g \geq 0.7$ ), green (medium:  $0.7 > g \geq 0.3$ ), low ( $g < 0.3$ ).

Based on theoretical Fundaments of Hake, the mathematical models were obtained for each educational process. Figure 4 shows all groups (control and experimental) in (MBU) and (CSE), indicating the gain and the classification provided by [17]. Figure 4 also shows that the gain for the (MBU) with (PrBL) is  $(0.29 \pm 0.031)$  and is located in medium gain, but with (TI) is  $(0.12 \pm 0.016)$  and is located in low gain. For (CSE) with (PrBL) is  $(0.45 \pm 0.021)$  and is located in medium gain, but with (TI) is  $(0.16 \pm 0.018)$  and is located in low gain. The results show the efficiency of (PrBL) in contrast to the (TI) at both universities.

## VI. CONCLUSIONS

For the three projects (P1), (P2), (P3) and for two universities (MBU) and (SCE) we state that students: Worked actively and collaboratively in the implementation of projects. Could establish a process for testing (prediction, observation, and validation) with the prototypes developed. (Although the study of the electrostatic).

The students recognized variables and constants in the physical models involved in the prototypes. Was used in a manner acceptable the error theory and graphical analysis. It showed that the oral and written presentations of design and construction of the prototype are of great importance because this prepares students in their daily work.

Finishing the projects (P1), (P2), (P3), based on the results observed in (MBU) and (SCE) showed that students took into account almost all suggestions made at the level of oral and written presentations.

We could see security and enthusiasm in presentations perhaps due to the results achieved. In the written deliveries was observed compliance in the style guidelines provided and the use of figures, text and equations themselves.

With regard to prototype design, students get graphic designs from the appropriate expression. On the experimental cycle, reinforcing the theory of experimental error and graphical analysis, of entry could be noted that their analyses have some errors, but they managed to overcome these shortcomings and made a good presentation on their projects. At the level of the feedback we consider that students could actively participate in Workshop III, in this stage of the evaluation it was concluded that students have a good use of the word processor, spreadsheet, and presentation program and design.

## REFERENCES

- [1] Kelly, J., *Rethinking the elementary science methods course, a case for content y pedagogy and informal science education*, International Journal of Science Education **14**, 755-777 (1999).
- [2] Gil, D., *La metodología científica y la enseñanza de las ciencias: unas relaciones controvertidas*, Enseñanza de las Ciencias **4**, 111-121 (1986).

- [3] Gil, D. y Payá, J., *Los trabajos prácticos de Física y Química y la metodología científica*, Revista de Enseñanza de la Física **2**, 73-79 (1988).
- [4] Hernández, C., *Aprendizaje de la Física en estudiantes de diseño Industrial dentro de una innovación pedagógica consistente en el constructivismo*, Tesis de Maestría en Educación, Uniandes, (2004).
- [5] Blank, W., *Authentic instruction*. In W.E. Blank & S. Harwell (Eds.), *Promising practices for connecting high school to the real world* (pp. 15–21). Tampa, FL: University of South Florida. (ERIC Document Reproduction Service No. ED407586, 1997)
- [6] Edwards, K. M., *Everyone's guide to successful project planning: Tools for youth*. (Portland, OR: Northwest Regional Educational Laboratory, 2000.)
- [7] Thomas, J.W., *Project based learning overview*. Novato, CA: Buck Institute for Education. <http://bie.org/resources>. Visited in March 15, 2015.
- [8] Dickinson, K.P., Soukamneuth, S., Yu, H.C., Kimball, M., D'Amico, R., Perry, R., et al. *Providing educational services in the Summer Youth Employment and Training Program [Technical assistance guide]*. Washington, DC: U.S. Department of Labor, Office of Policy & Research. (ERIC Document Reproduction Service No. ED420756, 1998)
- [9] Collazos, C. A., *Enseñanza de la conservación del momento angular por medio de la construcción de prototipos y el aprendizaje basado en proyectos*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 428-432 (2009).
- [10] Collazos, C. A., *Prototipo para la Enseñanza de la dinámica rotacional (conservación del momento angular)*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 446-448 (2009).
- [11] Collazos, C. A., *Prototipo para la Enseñanza de la dinámica rotacional (Momento de Inercia y teorema de ejes paralelos)*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 619-624 (2009).
- [12] Collazos, C. A. y Mora C. E., *Prototipo para medir Fuerza Centrípeta en función de masa, radio y periodo*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 520-525 (2011).
- [13] Collazos, C. A. y Mora C., *Experimentos de Mecánica con temporizador de bajo costo*, Revista Brasileira de Ensino de Física **34**, 4311-4134 (2012).
- [14] Collazos, C. A. y Mora C., *Quantitative analysis to the teaching of the rotational dynamics (Hypothesis test and survey)*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, Suppl. I, 430-435 (2012).
- [15] Page of Carlos Collazos, <http://www.fisicacollazos.260mb.com>. Visited March 15, 2015.
- [16] Riley M., *Test Bank*, (Ed. W. H. Freeman and Company, New York, 2003).
- [17] Hake, R. R., *Interactive-engagement vs traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses*, American Journal Physics **66**, 64-74(1997).

# Using the knowledge of penumbra with a trick simulation



Mustafa Şahin Bülbül<sup>1</sup>, Loo Kang Wee<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Education, Kafkas University, Turkey.

<sup>2</sup>Ministry of Education, Education Technology Division, Singapore.

E-mail: msahinbulbul@gmail.com

(Received 20 August 2015, accepted 30 November 2015)

## Abstract

The study is about a basic shadow experiment, which was enriched with a simulation to understand the reasoning of participants when we use a trick. Two light sources create an umbra and penumbra behind the objects. With this experiment, we asked what would happen when the penumbras interact. Most of the participants predicted the correct solution, that there should be an umbra. Some of the participants choose wrong alternative, and explained in terms of the structure of penumbra.

**Keywords:** Easy java simulation, Penumbras, Active Learning, Teacher professional development, E-learning, Applet, Design, Open source, GCE Advance Level physics.

## Resumen

El estudio trata de un experimento básico con una sombra que fue enriquecida con una simulación, para entender el razonamiento de los participantes cuando utilizamos un truco. Dos fuentes de luz crearon umbra y penumbra detrás de los objetos. Con este experimento nos preguntamos qué pasará cuando las penumbras interactúan. La mayoría de los participantes predijeron la solución correcta, que debe haber una umbra. Algunos de los participantes eligen la alternativa equivocada, y se explica en términos de la estructura de la penumbra.

**Palabras clave:** Simulación fácil de Java, Penumbras, Aprendizaje activo, Desarrollo profesional de los docentes, E-learning, Applets, Diseño, Código abierto, Física de Nivel Avanzado GCE.

**PACS:** 01.50.H- 91.10.-v 91.10.Sp 96.20.Jz04.80.-y96.20.Jz

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

Different experiences and problems about shadow generally take students' interest and make the learning process easier.

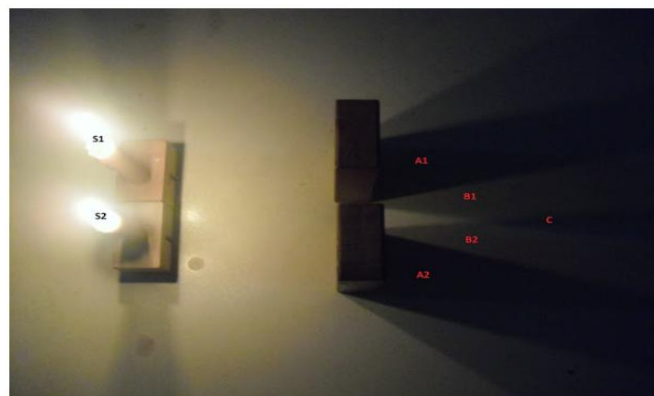
For instance, Hughes [1] used software and analyzed the image of white paper under a shadow. To measure the radius of the Earth by using the shadow of building [2], or to observe the shadow of virtual images [3], are some of other interesting exercises about shadow. This study is prepared to bring forward the intersection between two penumbras.

This study focuses on the penumbra regions, B1 and B2 concept in the phenomena of light and shadow using a simple real life setup experiment. There are two light sources labeled S1 and S2 (0) and two opaque rectangular wooden block objects to create shadows.

The penumbra concept is ambiguous for students, as it could be thought partly lighted (semi-lighted) or partly shadowed (semi-shadowed) regions, depending on their light or shadow concept perspectives.

Thus, an investigated phenomenon in this study was conducted with pre-service physics teachers, on their

predictions about the intersection between two penumbras, or called antumbra, labeled as C.



**FIGURE 1.** A simple real life setup using 2 lamps as sources S1 and S2, 2 blocks and the resultant shadow regions of A1 umbra - darkest part of the shadow, B1, B2 penumbra - semi-lighted or semi-shadowed and C antumbra. Picture by M. Ş. Bulbul.

## II. RESEARCH DESIGN

Interviews with N=15 pre-service teacher trainees were conducted where three different question papers were prepared for this investigation. Each paper included two questions: one for the student prediction, and one for the reason of their prediction.

After these two questions, it was asked whether they are sure or not. This question used to understand how they are sure of their answer.

The question to understand the pre-service teachers' prediction was designed in three types; focused on sources, slit or the intersection between penumbras of two different light sources. For this question there were three alternatives as penumbra, lighted or shadowed (umbra).

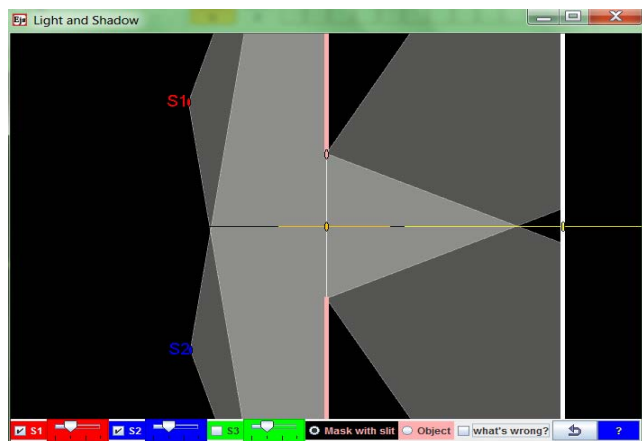
## III. LIGHT AND SHADOW COMPUTER MODEL

The main point of this simulation is to show that light rays leaving an object travel in straight lines. The simulation has two light bulbs that can be turned on or off independently.

The bulbs can be dragged around the screen to change their positions (Figure 2). Either the light from the bulbs passes through a mask with a hole in it, or it is blocked by an object, as it travels to a screen on the right of the simulation.

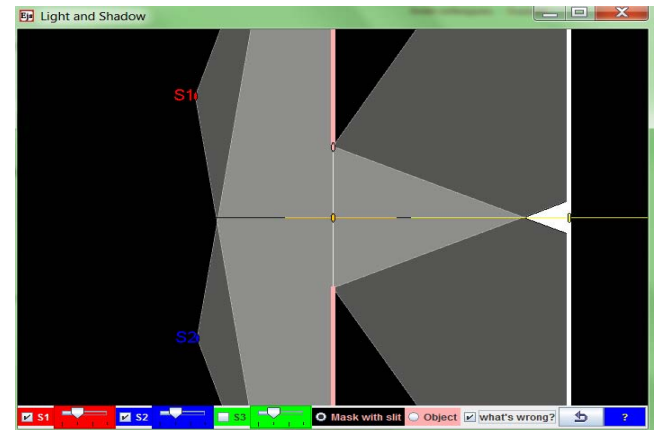
Users may investigate how the patterns of light and shadows change as they move the bulbs, the mask or object, and as they change the size of the mask or object.

By selecting the “what’s wrong” section, the intersection area of two penumbras turns into illuminated. In natural setting, the interaction area of two penumbras should be shadowed; however, selecting the “what’s wrong” section makes a trick. This trick simulation used to change the pre-service teachers' view that had chosen umbra and explained that s/he is not sure.



**FIGURE 2.** Light and shadow computer model view of the similar setup with light sources S1 and S2, draggable mask-

opaque blocks (pink) with slit with the correct representation of the intersection of B1 and B2 as antumbra C.



**FIGURE 3.** Light and shadow computer model view of the similar setup with light sources S1 and S2, draggable mask-opaque blocks (pink) with slit with the incorrect representation of the intersection of B1 and B2 as lighted region.

## IV. RESULTS

Ten students, which their questions is focused on slit or light sources, they said there will be shadow with different explanations; however, three students in the third group said that there will not be a shadow. For instance, one participant explained that there will be an unreached area by the light of two sources, so there will be a shadow and in the second group where the question is designed on slits, one of the participant explained that less light entrance is the reason why closer slits make shadow.

On the other hand, in the third group, one of the participants explained that interaction area includes more light from different penumbras. The other participants explain the reason why they do not predict shadow that there is no barrier in front of the interaction area.

## V. AFTER THE INTERVIEW

Among the subjects who answered the question focused on bulbs or slit were successful to explain the event. However, all the subjects who answered the question focused on the intersection of penumbras additionally not sure pre-service teachers selected the correct alternative explained that penumbras include particle of lights and that area should include these particles more.

The question was easy for pre-service teachers who answered “shadow” because light sources diverge from each other or smaller slit are two factors affect that area. Although the phenomenon is same, the focused of question and the trick simulation changed pre-service teachers' perspective.



They explained that if the area illuminated by two bulbs is brighter than the area illuminated by one bulb, the area of intersection between two penumbras should be brighter than the area of any penumbra.

## VI. CONCLUSION

Shadow is a situation of light and object, so penumbra phenomenon should be evaluated in terms of these primary factors. If an instructor, ask the question through the secondary factors as this study subjects may prefer to think the penumbra as it is a source of light.

Similarly, if the simulation reflects the wrong phenomenon, subjects may use the same reasoning. The simulation is available as a downloadable jar file from: <http://weelookang.blogspot.com/2013/08/light-and-shadow-model.html>, and from: <http://weelookang.blogspot.com/2013/09/light-and-shadow-model-with-trick.html>.

## ACKNOWLEDGEMENT

We wish to thank Andrew Duffy for his original computer model, that serves as a template from which we derived our customized Light and Shadow Model. We wish to acknowledge the passionate contributions of Francisco Esquembre, Fu-Kwun Hwang, and Wolfgang Christian for their ideas and insights in the co-creation of interactive simulation and curriculum materials.

## REFERENCES

- [1] Hughes, S. W., *What colour is a shadow?* Phys. Educ. **44**, 292 (2009). doi:10.1088/0031-9120/44/3/009.
- [2] Carroll, J. & Hughes, S., *Using a video camera to measure the radius of the Earth*, Phys. Educ. **48**, 731 (2013). doi:10.1088/0031-9120/48/6/731.
- [3] Cepic, M., *Does a virtual image cast a shadow?*, Phys. Educ. **41**, 295 (2006). doi:10.1088/0031-9120/41/4/F06.

# Reporte del XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología de la Universidad Autónoma de Coahuila



Luis Antonio García Trujillo<sup>1</sup>, Mario H. Ramírez Díaz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Coahuila, Edificio D planta baja, Unidad Camporredondo, Saltillo, Coahuila, CP 25290.

<sup>2</sup>Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, México, D.F., CP 11500.

E-mail: luis.garcia.trujillo@uadec.edu.mx

(Recibido el 26 de junio de 2015, aceptado el 30 de noviembre de 2015)

## Resumen

Se presenta un breve reporte del XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología de la Universidad Autónoma de Coahuila, realizado del 18 al 22 de mayo de 2015, en la Ciudad de Saltillo, Coahuila. El festival tuvo como principales temáticas: modelación y simulación, Física Médica y nanomateriales; así como también sirvió de marco para Concurso Estatal de Experimentos y Aparatos de Física.

**Palabras clave:** Festival de las Ciencias, Difusión de la Física.

## Abstract

We present a brief report of XXII Festival of Science and Technology of Universidad Autónoma de Coahuila, which took place from May 18-22, 2015 in Saltillo, Coahuila. Festival had as main themes: modeling and simulation, Medical Physics and nanomaterials; so the Festival was frame to State Tournament of Experiments and Physics Apparatus.

**Keywords:** Festival of Science, Diffusion of Physics.

**PACS:** 01.10.Hx 01.10.Fv, 01.50.Rt

**ISSN-1870-9095**

## 1. INTRODUCCIÓN

Entre el 18 y el 22 de mayo de 2015, en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, de la Universidad Autónoma de Coahuila, se realizó el XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología que además, como una de sus actividades, llevó a cabo el Primer Concurso Estatal de Experimentos y Aparatos de Física (CEEAF) [1].

En este Festival, se buscó que a través de las conferencias y talleres, actividades que diversifican y enriquecen la formación que se imparte en las aulas, logran una formación integral de los universitarios; así como la creación de vínculos con académicos de otras casas de estudios.

La inauguración, así como el evento en general, merecieron una amplia cobertura por medios locales [2], y fue presidida por el rector Blas José Flores Dávila, quien indicó: “Más allá de formar profesionistas calificados en el desempeño de puestos laborales específicos, la misión de la Universidad es forjar capital científico que incremente las capacidades para incursionar exitosamente en la sociedad de la información y el conocimiento”.

Por su parte, Fernando Brambilla Paz, director de la Asociación Mexicana de Innovación Tecnológica (AMITE) y Secretario de Innovación Tecnológica, de la Universidad Nacional Autónoma de México, felicitó a la UAdeC y a la

Facultad de Matemáticas por promover el estudio de la ciencia y tecnología con actividades que han perdurado por años, como el Festival de la Ciencia y la Tecnología.

En esta ocasión, el festival tuvo tres temáticas generales: *Modelación y Simulación*, *Física Médica y Nanomateriales*; contando con especialistas altamente reconocidos en dichas temáticas, que impartieron cursos y dictaron conferencias en los cinco días que tuvo lugar el festival.



**FIGURA 1.** Inauguración del XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología de la UAdeC, presidida por el Rector de la Universidad.

## II. CURSOS IMPARTIDOS

Dentro del programa del Festival se ofertaron seis cursos que se detallan a continuación:

1. “*Métodos de integración poco conocidos*”, impartido por la M. en C. Elena de Oteyza, de la Facultad de Ciencias, UNAM. “Introducción a las galaxias y cosmología”, impartido por el Dr. Luís Alberto Zapata del CRIO.
2. “*Enseñanza del álgebra*”, impartido por Dr. Alejandro Díaz Barriga del IMATE, UNAM.
3. “*Aplicaciones del álgebra lineal*”, impartido por el Dr. Carlos Hernández Garcíadiego, del IMATE, UNAM.
4. “*Sistemas dinámicos*”, impartido por el Dr. Gerardo Acosta García del IMATE, UNAM.
5. “*Física Computacional*” impartido por el M. en C. Luís Antonio García Trujillo y el M. en C. Roberto Torres Ramírez, ambos de la FCFM, UAC.

## III. CONFERENCIAS Y TALLERES DICTADOS

También como parte del programa del Festival se dictaron seis conferencias y un taller alrededor de las tres temáticas ya mencionadas; se detallan a continuación:

- “*Derivadas fraccionarias: Aplicación del cálculo en ingeniería, química y finanzas*” dictada por el Dr. Fernando Brambila Paz, Facultad de Ciencias, UNAM.
- “*¿Qué podemos aprender de nuestros estudiantes? Reflexiones en torno a la modelación y al uso de gráficas*”, dictada por el Dr. José David Zaldívar Rojas, FCFM, UAC.
- “*Cálculo en el procesamiento de imágenes digitales (aplicación del gradiente y modelación)*”, dictada por el Dr. Humberto Madrid de la Vega y la Dra. Josefina Cribeiro Díaz, CIMA, UAC.
- “*La Física En La Medicina*” dictada por estudiantes de la carrera de Ingeniería Física, FCFM, UAC.
- “*Ingeniería biomédica en la física*” dictada por la Ing. Victoria González, Hospital Universitario, UAC.
- “*Nanomaterials for applications in light emitting devices, solar cells and flexible substrates*”, dictada por el Dr. Jorge R. Oliva, UCLA.
- “*Modelación mediante ecuaciones diferenciales ordinarias*”, Taller dictado por el Dr. Otilio Bienvenido Medero Anoceto, FCFM, UAC.

## IV. CEEAF

En el CEEAF, estudiantes de nivel medio superior presentaron sus experimentos con el objetivo de exponer conocimientos, inquietudes e innovaciones que fomenten una cultura científica entre los jóvenes coahuilenses.

El CEEAF tuvo una gran difusión a nivel estatal, y estuvo abierto a todo público, no solo a miembros de la comunidad universitaria [3].

Algunos de los experimentos presentados fueron:

- El “*FUISCAL*”, de la Escuela de Bachilleres de Agua Nueva, de San Pedro de las Colonias;
- Los “*Conos mágicos*”, del Colegio Ignacio Zaragoza de Saltillo,
- La “*Celda de electrolisis y cuidado del medio ambiente*”, de la Escuela de Bachilleres “Profesor Ladislao Farias Campos”, de Monclova.



**FIGURA 2.** Experimento “Celda de Electrolisis y Cuidado del Medio Ambiente”, mostrado en el CEEAF.



**FIGURA 3.** Experimento “Conectados al sol”, mostrado en el CEEAF.

Mientras que en la categoría de aparatos tecnológicos fueron:

- “*Conectados al sol*”, del CBTIS 20 del municipio de Sabinas.



- El “Galiómetro”, de la Escuela de Bachilleres en Agua Nueva, de San Pedro de las Colonias,
- El “Prototipo T”, del Colegio Ignacio Zaragoza de Saltillo.

Finalmente, en la categoría de Aparatos Didácticos, pasaron a la final:

- “Física dinámica en el aula”, del Colegio Cervantes de Torreón;
- la “Bobina de Tesla”, del COBAC de Piedras Negras
- La “Casa del Clima”, del CBTIS 235 de Saltillo.

El jurado estuvo conformado por Cinthia Kotzian Pereira Benavides, del Hospital Universitario; Arturo Martínez Enríquez representante de Cinvestav Saltillo, y Jorge Oliva de la Universidad de California.

La final del Primer Concurso Estatal de Experimentos y Aparatos de Física se llevará a cabo la última semana del mes de junio en la FCFM; a los ganadores del primero lugar se les entregará un premio de ocho mil pesos y la oportunidad de representar a Coahuila en el Concurso Nacional.

## REFERENCIAS

[1] Universidad Autónoma de Coahuila, *XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología*, UADEC, 18 mayo 2015. Disponible en: <http://www.uadec.mx/index.php/noticias/noticia/1072>.

[2] El Heraldo de Saltillo, *XXII Festival de la Ciencia y la Tecnología en la UADEC*, 18 mayo 2015. Disponible en: [http://www.elheraldodesaltillo.mx/coahuila/p2\\_articleid/114464](http://www.elheraldodesaltillo.mx/coahuila/p2_articleid/114464).

[3] Grupo Zócalo, *Realizan Concurso Estatal de Experimentos y Aparatos en la UADEC*. 18 mayo 2015. Disponible en: <http://www.zocalo.com.mx/seccion/articulo/realizan-concurso-estatal-de-experimentos-y-aparatos-1432615702>.

# Inexpensive Physics Toys for Demonstrations and Hands-on Learning



**Vasudeva Rao Aravind**

*Department of Chemistry, Mathematics and Physics,  
Clarion University, Clarion, PA 16214, USA.*

**E-mail:** varavind@clarion.edu

(Received 23 July 2015, accepted 30 November 2015).

## Abstract

Use of demonstration equipment and hands-on tools for learning has become order of the day in physics education. Research has proven time and again that learning is most effective when students build their own understanding by constructing models, building circuits, and testing their own system. Making hands-on activities viable, however, is not an easy task due to geographical and economic constraints in many parts of the world. Either due to lack of expertise or due to limited budget, many classrooms cannot afford equipment for demonstrations and hands-on learning. In this article, I discuss a useful series of videos that show how inexpensive, day to day objects can be used to create physics 'toys' that can become useful classroom demonstration equipment or hands-on activity themes for elementary-, middle- and high-school students.

**Keywords:** demonstration equipment, hands-on activity, physics toys.

## Resumen

El uso de herramientas y equipos de demostración práctica para el aprendizaje se ha convertido en lo actual de la Educación en Física. La investigación ha demostrado una y otra vez que el aprendizaje es más eficaz cuando los estudiantes construyen su propio conocimiento mediante la construcción de modelos, la construcción de circuitos, y cuando prueban de su propio sistema. Hacer actividades prácticas viables, sin embargo, no es una tarea fácil debido a las limitaciones geográficas y económicas en muchas partes del mundo. Ya sea debido a la falta de experiencia o por falta de presupuesto limitado, muchas aulas no pueden permitirse el equipo para demostraciones y el aprendizaje práctico. En este artículo, se discuten una serie útil de vídeos que muestran cómo es barato, y fácil para día a día hacer objetos que se pueden utilizar como "juguetes de Física", materiales de demostración en el aula o temas prácticos de actividades para Primaria, y estudiantes de la escuela media y alta.

**Keywords:** Equipos para demostraciones, actividades prácticas, juguetes de física.

**PACS:** 01.40.Fk, 01.50

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

Teaching and learning of physics has fascinated educators because of the various possibilities of misconceptions that students can come up with [1]. After several decades of research in physics education, we now have a wide source of information that helps us design our lessons and class structure. There is a wide variety of teaching techniques available to teach physics that is used by teachers all over the world. Many teachers like to use physics demonstrations. Hands on experiments and interactive student engagement are a proven way to improve student learning and concept retention [2]. Computational tools such as easy java simulations and physics applets are used in many technology equipped class rooms [3, 4, 5, 6]. Video analysis tools such as Tracker are proving to be widely useful for use in physics classrooms [7].

Many of the teaching techniques mentioned above are useful to higher level physics classes, in which students have established their interest in physics, and have a genuine interest in mastering the subject. When we think about physics teaching at the middle school level, we are not trying to provide them with deep physics knowledge. Rather, we are trying to create an enthusiasm and spark an interest in physics. At this level, demonstrations shown as physics 'toys' tend to create an impression on the students' minds. The students tend to remember these demonstrations vividly, and this helps them not only retain concepts, but also create an interest in the subject. Even better, when these demonstrations are presented to the students as physics 'toys', the students love it even more!

In many cases, practical concerns preclude the use of such toys in the physics classroom, especially in many developing countries. The toys can prove expensive. There is only a limited number of toys that are inexpensive to make, which can demonstrate physics concepts clearly and

succinctly. The toys used for middle school level students need to be simple. Many a times, making a toy perform a particular task can make the construction of the toy complicated, thus driving up the costs and adding weight to the bulk of the toy, making it unsuitable for use by school students.

In this article, I present a review of a wide variety of inexpensive physics toys suitable for students of all ages. I was inspired to write this article after listening to Mr. Arvind Gupta, the maker of these toys, and a physics and engineering enthusiast [8]. Creating such inexpensive toys that spark interest in students in a developing world is challenging, but Mr. Gupta has used plenty of creativity to use a large number of day to day items such as pencils, small bulbs, pins, batteries, etc., to create these toys that induce a lot of fun, and can be made with a little time and effort by the teacher.

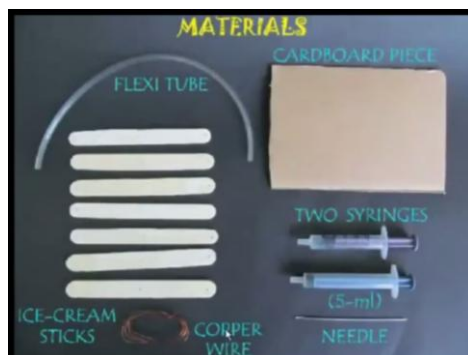
More importantly, the toys described in the video can be replicated by anybody in the world. The items required for making these toys are very easily available at inexpensive rates, and the procedure for making the toys is explained with video in various languages and is freely available on YouTube [9]. There are many such videos available. In the next section, I highlight some interesting toys and describe how it can be used in a physics classroom.

## II. DEMONSTRATIONS

In this section, I present reports of a few interesting videos from YouTube channel of Arvind Gupta.

### A. A simple hydraulic jack

This video presents an easy way to demonstrate the working of a hydraulic jack [10]. Hydraulic jacks are used to lift heavy weights with a little human effort. They make use of Pascal's principle which states that pressure applied to an incompressible fluid is transmitted equally in all directions. In this video, Arvind Gupta demonstrates making a hydraulic jack using flexi tube, cardboard piece, ice cream sticks, copper wires, needle and syring.



**FIGURE 1.** Materials required for demonstration of a hydraulic Jack [Reference 10].

Two syringes are connected via flexi tube, and a colored liquid is filled inside the syringes. One end of one of the syringes is connected to a hydraulic jack setup, made using ice cream sticks. As the liquid is pressurized from the free end of the other syringe, the hydraulic jack moves up and down. This is so much fun for the young students to watch.

### B. Motor without magnets

This video uses simple household items to demonstrate the working of a motor. Usually, in these types of demonstrations, ferrite or other magnets are used to provide force that moves the motor. This demonstration uses an electromagnet.

A circular loop of copper wire is used as the rotating element of the motor. A bundle of copper wire wound on metallic bobbin used in sewing machines, is used to create the electromagnet. A 1.5 V battery provides the electric current and two safety pins mounted on either ends of the battery serve to hold the motor in place. As the system is turned on (batteries connected), magnetic force on the coil of wire rotates the motor. This provides a lot of entertainment and education to the young scientists.



**FIGURE 2.** Materials needed to make a magnetic motor powered by electromagnet [11].

## III. CONCLUSIONS

In conclusion, I have introduced the readers to a freely available set of videos demonstrating how simple, readily available and inexpensive materials can be used to make physics toys that serve to explain several physics concepts to students of all ages. Since learning by doing is an important aspect of teaching and learning physics, I think this will be a promising teacher aid in teaching several aspects of physics. The students can make their own toys, making the process of learning student oriented, active, and fun. Some aspects of these toys can be used for creative research purposes, such as measuring efficiency and mechanical advantage of machines, conservation of mechanical energy, etc. It is my hope that the readers will find this article helpful and navigate through the large

number of videos available on Arvind Gupta's channel in YouTube.

#### IV. REFERENCES

- [1] Brown, D. E., *Using examples and analogies to remediate misconceptions in physics: Factors influencing conceptual change*, Journal of Research in Science Teaching **29**, 17 – 34 (1992).
- [2] Sokoloff, D. R., and Thornton, R. K., *Using interactive lecture demonstrations to create an active learning environment* American Institute of Physics Conference Proceedings **399**, 1061 (1997).
- [3] Sánchez, J., Esquembre, F., Martín, C., Dormido, S., Dormido-Canto, S., Canto, R. D., Pastor, R., and Urquía, A. *Easy java simulations: an open-source tool to develop interactive virtual laboratories using matlab/simulink*, International Journal of Engineering Education **21**, 798 (2005).
- [4] Christian, W., and Esquembre, F., *Modeling physics with easy java simulations*, The Physics Teacher **45**, 475 – 480 (2007).
- [5] Esquembre, F., *A software tool to create scientific simulations in Java*, Computer Physics Communications **156**, 199 – 204 (2004).
- [6] Zabunov, S., and Gaydarova, M., *Rotating the flying disc in a stereo 3D simulation*, Latin American Journal of Physics Education **7**, 192 – 195 (2013).
- [7] Brown, D., and Cox, A. J. *Innovative uses of video analysis*, The Physics Teacher **47**, 145 – 150 (2009).
- [8] Arvind Gupta toys website:  
<http://www.arvindguptatoys.com/toys.html>,  
(Retrieved July 23, 2015).
- [9] Arvind Gupta YouTube channel:  
<https://www.youtube.com/user/arvindguptatoys>  
(Retrieved July 23, 2015).
- [10] Hydraulic jack from Arvind Gupta YouTube channel:  
<https://www.youtube.com/watch?v=Eh0kyhEa8g8>  
(Retrieved July 23, 2015).
- [11] Motor without magnets from Arvind Gupta YouTube Channel:  
<https://www.youtube.com/watch?v=HHEdIZ282hE>  
(Retrieved July 23, 2015).

# Física y filosofía, relación interdisciplinaria: Una perspectiva desde algunos contenidos docentes de la enseñanza en la Educación Superior



**Ligio Ángel Barrera Kalhil<sup>1</sup>, Josefina Barrera Kalhil<sup>2</sup>, Wanilce Pimentel<sup>3</sup>,  
Milagros de los D. Rosario Espinosa<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>*Departamento de Física, Universidad de Matanzas, UMCC,  
Carretera a Varadero, C.P. 40100, Matanzas, Cuba,*

<sup>2</sup>*Universidade do Estado Do Amazonas, UEA Manaus, Brasil.*

<sup>3</sup>*Faculdade metropolitana de Manaus, FAMETRO, Manaus, Brasil.*

<sup>4</sup>*Universidad de Matanzas, Cuba.*

**E-mail:** ligiobk@nauta.cu

(Recibido el 6 de junio de 2015, aceptado el 30 de noviembre de 2015)

## Resumen

Lograr la relación interdisciplinaria entre dos materias que se imparten en primer año de las carreras de ingeniería: Física y Filosofía, y mostrar la posibilidad de que los profesores y estudiantes pueden ser capaces de utilizar el sistema categorial y conceptual de las mismas, es el objetivo del presente trabajo. La actividad cognoscitiva en la actualidad, ha demostrado la necesidad de integrar los contenidos de las distintas asignaturas y en particular el método general que nos ofrece la filosofía marxista-leninista para interpretar los objetos y fenómenos de la naturaleza, y cómo los nuevos descubrimientos de las ciencias naturales contribuyen a afianzar la concepción materialista-dialéctica del mundo. La utilización de esta propuesta por profesores y estudiantes, así como el cuestionario –que se inserta al final– para el autocontrol del aprendizaje, ha demostrado la eficacia de ésta, y el interés que ha despertado entre los estudiosos del tema.

**Palabras clave:** Naturaleza, Movimiento, Leyes, Realidad objetiva, Fenómenos.

## Abstract

To achieve the relationship interdisciplinary between Physics and Philosophy, that are imparted in first year of the engineering careers, and to show the possibility that the professors and students can be able to use the categorial and conceptual system of the same ones, it is the objective of the present work. The cognitive activity at the present time, has demonstrated the necessity to integrate the contents of the different subjects, and in particular the general method that it offers us the Marxist-Leninist philosophy, to interpret the objects and phenomena of the nature, and how the new discoveries of the natural sciences contribute to secure the materialistic-dialectical conception of the world. The use of this proposal for professors and students, as well as the questionnaire –that is inserted at the end– for the autocontrol of the learning, has demonstrated the effectiveness of this, and the interest that it has wakened up among the specialists of the topic.

**Keywords:** Nature, Movement, Laws, Objective reality, Phenomena.

**PACS:** 01.70.+w , 01.40.gf, 01.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Evitar la dicotomía real o artificial entre las disciplinas de Física y Filosofía y buscar un acercamiento durante el estudio de ambas en el tercer nivel de enseñanza, así como facilitar a profesores y estudiantes herramientas en este sentido, son los propósitos del presente material de apoyo.

En general, todos los contenidos de la asignatura Física pueden vincularse con la Filosofía no de manera formal, pues la Física es la ciencia de la naturaleza, que estudia los

fenómenos físicos, sin pretender caer en el fisicalismo. Es decir, en la concepción del positivismo lógico desarrollada por Carnap, O. Neurath [1] y otros, que sostienen que la autenticidad de cualquier postulado de toda ciencia depende de la posibilidad de traducirlo al lenguaje de la Física. Pero como la Filosofía es, en síntesis, la ciencia sobre las regularidades universales, a las que se someten tanto el ser (la naturaleza y la sociedad) como el pensamiento del hombre (el proceso del conocimiento), es obvio, el vínculo estrecho entre ambas ciencias.

Lenin, sin pretender ser “físico”, aborda en su brillante obra: “Materialismo y empiriocriticismo” muchos problemas filosóficos de las ciencias naturales, y en particular de la Física. Existe un trabajo del académico E. Kolman [2] titulado: “Lenin y la física contemporánea”, que precisa en términos asequibles, aspectos de la Física que fueron estudiados por el genial conductor del socialismo.

E. Kolman afirma:

*“Estudiando atentamente, y no sin emoción, una y otra vez la obra de Lenin, no se puede menos que, sentir admiración a cada lectura por su lozanía y actualidad. Hay que tener en cuenta que durante 50 años que han transcurrido, las ciencias naturales, y en especial, la física se han transformado por completo”.*

A pesar de ello, se puede comprobar que el pensamiento inmortal de Lenin superó en mucho el estadio de progreso alcanzado por la física en su tiempo. Lenin no era físico y, como únicamente él mismo señalaba, su tarea no consistía en analizar las doctrinas físicas especiales. No obstante, Lenin dominaba a la perfección el método de la dialéctica materialista.

A diferencia de Plejánov [3], la física no era para él únicamente un conjunto de ejemplos que ilustraban las leyes de la dialéctica. Con su rigor lógico característico, aprendido en la escuela de Marx y Engels [4], Lenin consideraba que las ciencias naturales, así como las sociales, son la base de la concepción científica del mundo. Por esto, precisamente, su obra tiene una importancia imperecedera para la física moderna.

## II DESARROLLO

Este material se recomienda para ser consultado por los estudiantes y profesores en la preparación de los seminarios. Los grandes ocho temas que aborda son los siguientes:

1. La crisis de la física a comienzos del siglo XX.
2. El espíritu dialéctico de la nueva física y el idealismo “físico”.
3. El espacio y el tiempo.
4. La ley natural.
5. Los datos actuales de la estructura de la materia.
6. Las tentativas realizadas para construir una teoría física única de la materia.
7. Las últimas peripecias del idealismo “físico”.
8. El idealismo “físico” al servicio del revisionismo de nuestra época.

En el primer año de las carreras de ingeniería son impartidas las asignaturas: Filosofía y Física.

A continuación, se presentan algunos temas que permiten a los docentes de ambas asignaturas, establecer vínculos que favorecen las relaciones intermaterias. Se seguirá la secuencia del texto de Física I: Fundamentos físicos de la mecánica, de los ingenieros Ángel Ferrat y Gilda Vega [5].

## A. Unidad I: Cinemática

En esta unidad y en el epígrafe 1.4.3, aparece como concepto “espacio recorrido” donde debe decir: “longitud recorrida”.

Esta resulta una buena oportunidad para puntualizar los conceptos de espacio y tiempo, desde el punto de vista de las ciencias naturales, reconociendo de esta forma la objetividad de ambos. Puede criticarse la mecánica clásica que los separaba de la materia, considerándolos absolutamente homogéneos e inmutables.

Se critica la concepción newtoniana del espacio (inmenso recipiente en que las cosas estaban colocadas con determinado orden, “por estanterías”), pero sin guardar ninguna relación con ese espacio.

Newton consideraba que las propiedades espaciales de todos los cuerpos del Universo eran idénticas, tenía la misma concepción metafísica del tiempo.

Lobachevski (1792-1856), matemático ruso, elaboró la geometría no euclidiana que refutó las ideas metafísicas del espacio y el tiempo, y amplió las nociones de las propiedades espaciales de los cuerpos.

Llegó a la conclusión de que las propiedades del espacio en diversos ámbitos del Universo eran distintas y dependían de la propia naturaleza de los cuerpos físicos y de los procesos materiales que se operaban en ellos. Por ejemplo, demostró que en algunas superficies la suma de los ángulos interiores de un triángulo no era igual a 180 grados, sino menor.

En 1905, A. Einstein [6] descubre el nexo orgánico entre el espacio y el tiempo, como entre ellos y la materia en movimiento (teoría especial de la relatividad), y establece la dependencia que guardan las propiedades espacio-temporales de los cuerpos respecto a la velocidad de su movimiento. Lo cual, resulta imposible advertir cuando las velocidades son relativamente pequeñas, registrándose estos cambios próximos a la de la luz.

En esta unidad se insiste en la necesidad de utilizar un sistema de referencia (todo lo que permite detectar un cambio) para poder puntualizar la posición de un objeto (arriba, abajo, derecha, izquierda, etc.). El sistema de referencia elegido en este caso es un sistema de ejes coordenados, generalmente anclado en tierra, con tres dimensiones a lo largo de los ejes X, Y y Z, respectivamente.

## B. Unidad 2: Dinámica

En esta unidad se explica que la dinámica en el estudio del movimiento mecánico, va más allá que la cinemática, ocupándose del estudio de las causas de los cambios en el estado de movimiento o de la forma de los cuerpos.

Debe quedar claro que no se trata de buscar las causas del movimiento, cuestión que no tiene sentido, ya que el movimiento es eterno e inherente a la existencia de la materia, sino que se trata del estudio de los cambios del movimiento mecánico; resaltando que tales cambios son

siempre consecuencia de la acción recíproca entre dos o más entes materiales.

Aquí se estudian las leyes de Newton así como sus limitaciones.

Al analizar la Primera ley de Newton (ley de la inercia: “todo cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme mientras otros cuerpos no actúen sobre él y lo obliguen a cambiar su estado”) surge un problema a resolver: ¿Sobre qué sistema de referencia se establece el reposo o el movimiento rectilíneo uniforme de que se habla en el principio o ley de la inercia?

Newton solucionaba el problema introduciendo el concepto de espacio absoluto, considerando que en esta ley, el movimiento se refería a un movimiento absoluto en un espacio absoluto. Este punto de vista es metafísico, y no se corresponde con la realidad objetiva, que muestra que las propiedades del espacio real están determinadas por la materia misma.

Otro concepto que se estudia en la unidad es el de masa, que sólo puede establecerse estudiando las leyes generales y objetivas de sus relaciones con otras magnitudes físicas. Así, la masa inercial de un cuerpo es una medida de la oposición que presenta dicho cuerpo a cambiar su estado de movimiento.

Newton, por su parte, consideraba que la masa era una medida de la cantidad de materia de un cuerpo. Esta definición tenía carácter metafísico.

También era falso el parecer de los físicos e idealistas que le atribuían a la masa el carácter meramente formal de coeficiente en las ecuaciones de la Mecánica.

El materialismo dialéctico enseña que ninguna de las manifestaciones de la materia en movimiento puede servir de medida absoluta.

Hablando de materia como categoría filosófica, gnoseológica, Lenin señaló que no hay que confundir el concepto filosófico de materia, con una u otras características de sus diferentes manifestaciones. En “Materialismo y empiriocriticismo”, Lenin afirmó:

*“Pero no puede permitirse de ningún modo confundir, como hacen los adeptos a Mach, la doctrina sobre ésta o la otra estructura de la materia, con la categoría gnoseológica, confundir la cuestión de las nuevas propiedades de las nuevas variedades de la materia con la vieja cuestión de la teoría del conocimiento, con la cuestión de los orígenes de nuestro conocimiento con la existencia de la verdad objetiva...”*

Uno de los hechos más relevantes para comprender este nuevo concepto de masa, es la Ley de conservación de la masa, establecida por Lomonósov (1744-1798).

Cuando se aborda el concepto de fuerza este es definido como “una magnitud que refleja cualitativa y cuantitativamente las interacciones”, la cual refiere la cantidad y calidad.

No obstante ser válida, se propone ampliarla de manera que exprese más objetivamente los nexos y fenómenos que incluye:

Fuerza es una magnitud física que refleja cuantitativa y cualitativamente las interacciones, caracteriza la acción

mutua entre los cuerpos, capaz de producir movimientos, deformaciones u otras alteraciones de los cuerpos y sistemas.

La interacción es expresada en la forma de una ecuación diferencial que incluye solamente la derivada de la cantidad de movimiento respecto al tiempo, que describe una ley natural.

Cuando se enseña la Segunda ley de Newton se observa la relación entre masa, fuerza y movimiento (aceleración):  $\rightarrow F = m a = \text{constante}$ .

Sin embargo, Newton escribió su Segunda Ley en forma de impulso:  $\Delta F t = \Delta m v$ , colocando –no se sabe por qué– la diferencia ( $\Delta$ ) delante del producto  $mv$ , y no sólo de  $v$ , pues su concepción sobre la masa era metafísica.

Más tarde, Albert Einstein demostró que la masa varía (aumenta) a velocidades cercanas a la de la luz, lo que queda expresado por la relación.  $m = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz,  $m_0$  es la masa en reposo, y es la masa relativista

También se estudian las limitaciones de dicha ley para sistemas no inerciales de referencia (acelerados), donde resulta necesario “ubicar” al observador para explicar el fenómeno desde distintos sistemas de referencia.

## C. Unidad: Tipos de fuerzas

En esta unidad se describen las características más generales de los tipos de fuerza existentes en la naturaleza.

Se concede gran importancia al estudio de las fuerzas de naturaleza gravitatoria y del proceso histórico que llevó a la formulación de la ley de gravitación universal.

Un aspecto que trasciende incluso, al alcance de la mecánica, es la comprensión del concepto de campo, de su existencia objetiva y de su relación dialéctica con la sustancia; particularizándose el caso del campo gravitatorio.

Cuando se estudia la acción mutua de origen gravitatorio entre los cuerpos, se analiza el mecanismo mediante el cual aparecen estas fuerzas de interacción, y cómo se transmite de un cuerpo a otro.

En el proceso de desarrollo de la física han existido dos modos opuestos de abordar estas cuestiones. Algunos físicos de los siglos XVIII y XIX decían que la fuerza de gravitación era de acción a distancia, es decir, que actuaba a través del espacio vacío, sin contacto entre los cuerpos que interactúan.

Desde este punto de vista, la presencia de un solo cuerpo no tiene asociada modificación alguna en el espacio que lo rodea. Esta representación corresponde a una concepción idealista del mundo, a la necesidad de atribuir la acción entre los cuerpos a un principio espiritual.

La filosofía materialista dialéctica plantea que la acción mutua entre los cuerpos puede transmitirse solamente mediante un medio material y desecha la idea de la acción a distancia, manteniendo tan solo la de acción de contacto.

Admitir la posibilidad de la acción de las fuerzas de acción mutua, esto es, del movimiento a través del vacío, sin el concurso de la materia, equivale a admitir la



posibilidad del movimiento sin materia, lo cual carece de sentido.

Para comprender el origen de la acción gravitatoria entre dos cuerpos es necesario admitir la presencia entre dichos cuerpos de algún vehículo material que permita la realización de dicha acción; este agente es el campo gravitatorio. Así, rodeando a todo el cuerpo material, existe un campo gravitatorio cuya propiedad fundamental consiste en que sobre cualquier otro cuerpo colocado en dicho campo actúa una fuerza.

Existen otros campos como el eléctrico, el magnético y de forma más general, el campo electromagnético, que se estudian en cursos posteriores. La física materialista en la actualidad ha eliminado el estrecho sentido mecanicista del concepto de materia de la física antigua, afirmando que la única, fundamental y general característica de la materia es su realidad objetiva, o sea, su existencia independientemente de la conciencia de los hombres.

De lo anteriormente dicho se colige que cualquier tipo de campo no es más que una determinada forma de materia.

Una forma de comprobar la existencia de un campo gravitatorio, por ejemplo, consiste en colocar una partícula en un punto de dicho campo, y si sobre ella se ejerce una fuerza (gravitatoria), decimos que en ese punto del espacio existe un campo gravitatorio.

#### D. Unidad 4: Leyes de conservación

En esta unidad, se estudian las leyes de mayor alcance en la Física e incluso fuera del campo de ella, pues la Ley de conservación y transformación de la energía, es entre las leyes naturales, la única a la que se le puede reconocer carácter absoluto, por cuanto expresa la permanencia de la materia en movimiento.

Para el concepto de trabajo utilizaremos la definición dada por F. Engels: “El trabajo es una medida del cambio de la forma del movimiento cuando esta se considera desde el punto de vista cualitativo”.

El trabajo, pues, está siempre asociado a un proceso de cambio del sistema.

La energía, por su parte, representa la única medida del movimiento de la materia que es común a todas sus formas.

La energía está asociada a un estado del sistema. Debe tenerse en cuenta que no hay diversas formas de energía, sino energía asociada a diferentes formas de movimiento de la materia, así al decir energía mecánica, realmente se hace referencia a la energía asociada a la forma mecánica del movimiento; al decir energía térmica se refiere a la energía asociada al movimiento térmico, etc.

Por tanto, la energía se conserva cuantitativamente en todos los procesos, aunque puede transformarse cualitativamente de una a otra forma del movimiento.

#### E. Unidad 5: Movimiento del cuerpo sólido

Son válidos, en esta unidad, los análisis filosóficos hechos en la traslación, dada la analogía de estos contenidos con aquellos.

#### F. Unidad 6: Teoría especial de la relatividad

La teoría especial de la relatividad, fue creada por Einstein en el año 1905, y es la teoría física moderna del espacio y del tiempo.

Aquí resulta necesario hacer otra crítica a las concepciones idealistas sobre la teoría de la relatividad. Por ejemplo: aprovechando los nuevos descubrimientos y la revolución que se deriva de la teoría especial de la relatividad, algunos filósofos idealistas trataron de fundamentar sus tesis sobre el carácter no material y objetivo de la materia fundamentando que “la materia desaparece”.

Lenin demostró que los nuevos descubrimientos sólo enriquecen las concepciones de la materia en constante movimiento y transformación; solo se ha creado una teoría que rechaza las concepciones del espacio y el tiempo absolutos, fundamentando que la mecánica clásica (newtoniana) es válida sólo para velocidades mucho menores que la velocidad de la luz.

Otra tendencia idealista se encaminó a plantear que todo es relativo, tratando de desvirtuar la esencia de la teoría especial de la relatividad y la concepción materialista del mundo.

La ley de interdependencia entre la masa y la energía ha sido sometida a numerosas tergiversaciones idealistas, planteando que una se transforma en la otra. En realidad las magnitudes físicas de masa y energía son algunas de las características fundamentales de las formas concretas de la materia en movimiento con que opera la física. Para un sistema aislado se conserva tanto su masa como su energía.

La expresión  $dE = c^2 dm$  señala la profunda relación mutua entre estas dos magnitudes, indica que es imposible variar una de ellas sin variar al mismo tiempo y en cantidad proporcional, la otra. Refiriéndose a la cuestión de las relaciones mutuas de la masa y la energía, S. I. Vavílov hace hincapié en que la masa nunca puede transformarse en energía

*“a fin de evitar los errores, tan frecuentes, debemos señalar que la masa no desaparece, no se transforma en energía, como suele decirse a veces, la masa se conserva en la masa de los fotones que se forman; lo único que sucede es que la energía equivalente abandona su forma inaccesible para adquirir otra, plenamente accesible, la de luz”.*

Las Unidades 7, 8 y 9 comprenden física molecular y termodinámica (Fundamentos físicos de la Termodinámica) de los ingenieros Ruiz de Zárate, Gilda Vega y Ángel Ferrat.

Estos contenidos enfrentan al estudiante con los puntos de vista macroscópico y microscópico para el estudio de la termodinámica y las relaciones entre ellos.

Con estas unidades se le da continuidad al estudio realizado en la asignatura Química General, de las leyes de la Termodinámica, analizadas desde el punto de vista de la Física.

Estas unidades ofrecen muchas posibilidades de aplicar conceptos filosóficos importantes que fueron tenidos en

cuenta en la Mecánica, sobre todo con los relacionados con las leyes de conservación y transformación de la energía y por ello no volveremos a abordarlos.

Un asunto importante: la muerte térmica del universo.

Cuando la entropía (es la función de estado que se simboliza por la letra  $S$  y cuya variación  $\Delta S$  para procesos reversibles se expresa por la integral desde 1 hasta 2 de la derivada de  $Q$  – calor – sobre  $T$  – temperatura Kelvin –) aumenta después de realizarse un proceso irreversible se pierde posibilidad de convertir energía en trabajo, o sea, disminuye la disponibilidad de energía, mientras que cuando esta permanece invariable la energía disponible sigue siendo la misma, tal como sucede cuando el sistema realiza un proceso o ciclo reversible.

A mediados del siglo pasado algunos físicos y filósofos basados en este principio plantearon la hipótesis de la muerte térmica del universo. Ellos consideraban al universo como un sistema cerrado y aplicándole la 2da. Ley de la termodinámica (no es posible construir ningún motor térmico que operando cíclicamente convierta en trabajo todo el calor absorbido). Llegaron a la conclusión de que, con el tiempo, desaparecerían las diferencias de temperatura que existen entre los cuerpos celestes, y el universo llegaría a encontrarse en un estado de absoluto equilibrio térmico que llamaron muerte térmica.

Esta hipótesis conduce a otra conclusión que, en definitiva es la concepción típica del clero sobre la existencia de la vida, y consiste en que hubo necesidad de un impulso inicial, capaz de producir en el mundo esta distribución desigual de temperaturas, es decir, lleva al reconocimiento de la creación del mundo.

Fue F. Engels, quien demostró cuan falsa era esta teoría desde el punto de vista científico. La inconsistencia de la deducción sobre la muerte térmica del universo reside en la extrapolación infundada de la 2da. Ley de la Termodinámica, a un sistema que constituye todo el universo. La Segunda ley está relacionada con la irreversibilidad de los procesos que se observan a escalas de espacio y tiempo demasiados pequeños para compararlos con los procesos del universo o de los grandes conjuntos estelares, incluso, en la evolución de una estrella aislada.

Por ejemplo, tienen lugar procesos que apenas influyen en nuestro planeta, y que las leyes que los rigen son aún poco conocidas. Es decir, al aplicar la Segunda Ley a todo el universo, se comete el error que consiste en atribuir valores absolutos a las leyes físicas, olvidando que estas leyes no reflejan la realidad más que de un modo aproximado.

### **III. CLASIFICACIÓN DE LAS FORMAS DEL MOVIMIENTO**

#### **A. En la naturaleza inorgánica**

El desplazamiento espacial; El movimiento de partículas elementales y los campos (interacciones electromagnéticas, gravitacionales, fuertes, débiles); Los procesos de

transformación de unas partículas elementales en otras; El movimiento y la metamorfosis de los átomos y moléculas incluyendo la forma química del movimiento de la materia; Los procesos térmicos; Las vibraciones acústicas y geológicas; El cambio de sistemas cósmicos de distintas magnitudes: plantas, astros, galaxias y sus aglomeraciones, etc.

#### **B. En la naturaleza orgánica**

Conjunto de procesos vitales en los organismos, metabolismo, procesos de reflejo, autorregulación, dirección y reproducción; Interacción de toda la biosfera con los sistemas naturales de la tierra y con la sociedad.

#### **C. En la sociedad**

Manifestaciones de la actividad consciente de los hombres y todas las formas superiores del reflejo y de transformación consciente de la realidad; Desarrollo de las fuerzas productivas y de las relaciones de producción, de clase, estatales, nacionales y de otro tipo; El proceso de la cognición del mundo.

#### **1.7 Preguntas para el autocontrol del aprendizaje**

1. En la Mecánica Clásica, Newton planteó que el espacio y el tiempo son absolutos. Critique esta afirmación.
2. Albert Einstein [6] descubre el nexo orgánico existente entre el espacio y el tiempo. Explique qué importancia tiene este descubrimiento para las ciencias naturales y la filosofía.
3. Usted estudió la relación causa-efecto, categorías filosóficas de la dialéctica materialista. En Física (Mecánica) se dice: “La dinámica es la parte de la Mecánica que estudia las causas del movimiento. Critique este enunciado.
4. Newton afirmó que la masa de un cuerpo es invariante (absoluta) respecto a diferentes sistemas de referencia inerciales. Einstein demostró que la masa varía con la velocidad cuando esta se mueve a velocidades cercanas a la de luz. ¿Cómo el materialismo dialéctico analiza esta contradicción?
5. Analice los aspectos cuantitativos y cualitativos que se ponen de manifiesto en la definición del concepto de fuerza que se ofrece en la monografía.
6. En la física prerrelativista se consideraba que la interacción gravitatoria se producía por “acción a distancia” sin que mediara ningún medio material. Más tarde surgió el concepto de campo como el portador material de dichas interacciones. Analice las posiciones idealistas y materialistas al respecto y justifique desde el punto de vista de la filosofía marxista-leninista estas teorías.
7. ¿Cuál es la característica única, fundamental y general del concepto de materia de la Física? Explique teniendo en cuenta el concepto mecanicista de la física antigua.
8. Discuta el carácter material del campo gravitatorio.

9. ¿Cómo se define el trabajo de una fuerza?
10. ¿Qué representa la energía?
11. ¿Existen diversas formas de energía? ¿Cómo usted explicaría que se habla de energía térmica, energía eléctrica, etc.?
12. Analice la ley de interconexión entre la masa y la energía. ¿Se convierte la masa en energía o viceversa? ¿Por qué?
13. Hubo una tendencia filosófica idealista que se encaminó a plantear que todo es relativo, tratando de desvirtuar la esencia de la teoría especial de la relatividad y la concepción materialista del mundo. La Teoría Especial de la Relatividad explica que el espacio y el tiempo por separados son relativos, pero las relaciones espacio-temporales son absolutas. Igual sucede con la energía y la cantidad de movimiento, pero la relación  $E^2 - p^2 c^2 = \text{invariante}$ . Dé una explicación filosófica a este fenómeno.
14. Explique la teoría de la muerte térmica del universo analizando por qué es una teoría idealista que contradice la concepción científica del mundo.

### III. CONCLUSIONES

Sin lugar a dudas la relación física- filosofía está presente en todos los contenidos trabajados, por eso es una necesidad de los profesores de estas disciplinas aumentar la relación entre las mismas, para realmente hacer un trabajo

integral e interdisciplinar.

En esta propuesta se discuten algunos errores presentes en el libro y se tienen en cuenta principalmente la relación entre los conceptos filosóficos y físicos intentando de alguna manera hacer una reflexión que contribuya con la comprensión por parte de los estudiantes.

Los resultados de este trabajo se aplican en la Universidad de Matanzas y en la Universidad del Estado del Amazonas

### REFERENCIAS

- [1] Neurath, C., *Naturalism vs. Rational Reconstructionism before Quine*, History of Philosophy Quarterly **9**, 445-47 (1992)
- [2] Kolman, E., *Lenin y la física contemporánea*, (Ediciones Pueblos Unidos, Montevideo, 1962).
- [3] Plejánov, I., *El papel del individuo en la historia*. (Ediciones Educación, La Habana, 2000).
- [4] Marx, K., Crítica da filosofia do direito de Hegel. Introdução. In: *Revista Temas de Ciências Humanas*. Vol. II, (Grijalbo, São Paulo, 1978).
- [5] Ferrat et al. *Mecánica y física molecular I*, (Ediciones Pueblo y Educación, La Habana, 1988).
- [6] Einstein, A., *Teoría de la Relatividad*, (Ediciones UMCC, La Habana, 2000).

# Concepções alternativas e os conceitos científicos: uma contribuição para o ensino de ciências

EDVCATIO PHYSICORVM



**Núbia Maria de Menezes Leão, Josefina Barrera Kalhil,**  
*Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, Brasil.*

**E-mail:** nubialeao2@gmail.com

(Recibido el 22 de agosto de 2015, aceptado el 15 de noviembre de 2015)

## Resumo

Este artigo mostra uma breve história do ensino de ciências no Brasil, fazendo também uma abordagem sobre os conceitos e teorias utilizadas. Faz uma reflexão sobre as concepções espontâneas e os conhecimentos científicos dos alunos e qual a contribuição dos professores nesta relação. As concepções espontâneas também são conhecidas como concepções alternativas e são entendidas como os conhecimentos que os alunos têm sobre os fenômenos naturais antes mesmo de participar da educação formal. Traça também um paralelo entre o ensino de ciências e as concepções alternativas e de que forma podem contribuir com o ensino aprendizagem.

**Palavras chave:** Concepções Alternativas, Conceitos Científicos, Ensino de Ciências.

## Abstract

This article shows a brief history of science teaching in Brazil, also making an approach to the concepts and theories used. Reflects on the spontaneous concepts and scientific knowledge of the students and the contribution of teachers in this regard. Spontaneous conceptions are also known as alternative conceptions and are understood as the knowledge that students have about natural phenomena before they participate in formal education. It also draws a parallel between the teaching of science and alternatives concepts and how they can help with learning education.

**Keywords:** Scientific concepts, Alternatives Concepts, Science Education.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUÇÃO

O professor tem o papel de ensinar o aluno a aprender, a entender sobre conceitos, discutir sobre conhecimento científico fazer dedução de fórmulas, entender sobre energia, falar sobre fenômenos naturais, ou seja, entrar no mundo das ciências, no entanto esta não é uma tarefa simples pois alguns alunos já trazem para a sala de aula alguns conceitos formados e muitas vezes divergem do conhecimento científico.

Com relação a formação de conceitos, alguns estudos feitos por Mortimer [1] e Vigotsky [2], ressaltam que os conceitos se constituem a partir de um de relações que existem entre o conhecimento presente no mundo, das relações sociais e das mudanças produzidas pelo próprio homem que está em constante construção.

Em seus estudos, Vigotsky [2], mostra que o ser humano passa por dois processos de formação de conceitos. Na fase infantil, ocorre o primeiro processo, quando a criança desenvolve habilidades em suas experiências do dia a dia. Sendo esse processo classificado por Vigotsky [2] como formação de conceitos espontâneos e/ou cotidianos, onde os mesmos não ocorrem no espaço escolar.

O segundo processo, está relacionado com a formação de conceitos científicos, que acontecem na escola, onde

devem ser trabalhados de forma correta, pelos professores, pois se isso não acontece, o processo de formação de conceitos científicos não ocorrerá. Para Vigotsky os conceitos espontâneos são aqueles formados a partir do conhecimento do próprio indivíduo e os produzidos a partir da aprendizagem são os conceitos científicos.

Para as pesquisas em ensino de ciências, por volta de 1970, surgem as primeiras idéias sobre as concepções alternativas, também conhecidas como concepções espontâneas, pois acontecia uma intensa preocupação a respeito das concepções que os alunos traziam do ambiente em que viviam para a sala de aula. E com a criação do Movimento das Concepções Alternativas (MCA), algumas pesquisas foram feitas onde o resultado das mesmas contribuiu muito para o conhecimento dessas concepções e também para o amadurecimento do pensamento construtivista de ensino [3].

A partir de 1980, as discussões a respeito desse tema tornaram-se mais intensas e questionadoras, onde os pesquisadores buscavam um melhor caminho para utilizar ou eliminar essas concepções alternativas, levando os alunos às concepções científicas. E assim também poderiam conduzir os mesmos à mudança conceitual.

## II. DESENVOLVIMENTO

Atualmente podemos notar uma grande evolução na produção acadêmica sobre o ensino de ciências no Brasil. Isso ocorre devido a um grande numero de pesquisadores que atuam ativamente na realização de eventos voltados para esta área do conhecimento e também da participação ativa destes em grupos de pesquisa que buscam caminhos para a divulgação científica.

Pesquisas feitas por Barra e Lorenz [4], sobre o material didático utilizado no Brasil, entre 1950 a 1980, indicam que houve uma evolução relevante sobre este assunto. Pois até os anos 50, a maior parte dos livros utilizados, no ensino de ciências, era uma simples tradução dos livros europeus.

Com a criação do IBEEC (Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura), no Rio de Janeiro, pelo Decreto 9.355 de 13 de junho de 1946, como uma Comissão Nacional da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) o cenário começou a mudar, pois passou a realizar projetos de divulgação científica e de educação, elaborando também material didático, visando ao aperfeiçoamento do ensino de ciências.

O IBEEC tinha como principal objetivo “promover a melhoria da formação científica dos alunos que ingressariam nas instituições de Ensino Superior e, assim, contribuir de forma significativa ao desenvolvimento nacional” [4, p. 1971].

Em 1952, surgiram os primeiros materiais desenvolvidos pelo IBEEC, que foram os kit's de química e logo em seguida foi criado um projeto de iniciação científica destinado a criação de kit's de química, física e biologia, onde o mesmo teve apoio da Fundação Rockefeller e do Ministério da Educação.

No início dos anos 60 as reflexões sobre o desenvolvimento das ciências começaram a se afastar de correntes mais empiristas onde se baseavam no teste experimental para rejeição ou aceitação de teorias científicas, pois por volta deste período as atividades do IBEEC foram bastante afetadas, onde aconteciam fatos internacionais tais como o lançamento do foguete Sputnik pelos russos, o que se pensava era que com este feito eles estavam muito a frente no ensino de ciências.

Com a promulgação das Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 4.042/61, constatou-se um grande avanço na política de ensino onde passou a regularizar a obrigatoriedade da disciplina de Ciências, e permitindo ao IBEEC realizar programas realizados pela Fundação Ford, pois essa Lei permitia maior liberdade às escolas na escolha de conteúdos a serem ministrados. Através desta Lei foram introduzidos materiais, nas escolas, que já eram utilizados em outros Países. Esses materiais mostravam o conceito de ciências de forma investigativa e detalhista e não somente conceitos organizados para serem ministrados em sala de aula.

## III. CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS NO ENSINO DE CIÊNCIAS

A partir da década de 1970, percebeu-se entre os pesquisadores de ciências um profundo interesse em estudar as noções que os estudantes traziam de casa sobre ciências para a sala de aula. Pesquisas sobre concepções alternativas dos alunos revelam que suas ideias prévias desempenham um papel importante no processo de aprendizagem.

As concepções alternativas também conhecidas como concepções espontâneas são entendidas como os conhecimentos que os alunos detêm sobre os fenômenos naturais e que muitas vezes não estão de acordo com os conceitos científicos, com as teorias e leis que servem para descrever o mundo em que vivem.

O objetivo de trabalhar concepções alternativas no ensino de ciências se faz diante da necessidade de levar ao aluno a uma mudança conceitual, mas para que isso aconteça segundo [5], é preciso que exista insatisfação das concepções existentes, a nova concepção deve ser clara, o aluno deve entender como a nova concepção pode modificar as experiências anteriores e a nova concepção deve permitir novas possibilidades para explicar novos conhecimentos.

Para o epistemólogo Kuhn [6], há limitações presentes na visão cumulativa, linear e a-histórica referente ao conhecimento científico, no entanto as considera importante para o desenvolvimento do conhecimento científico.

A ciência normal, atividade que consiste em solucionar quebra-cabeças, é um empreendimento altamente cumulativo, extremamente bem sucedido no que toca seu objetivo, a ampliação contínua do alcance e da precisão do conhecimento científico. [...] A ciência normal não se propõe a descobrir novidades no terreno dos fatos e das teorias [...] [6, p. 77].

Esta ideia de mudança conceitual na aprendizagem de ciências através da identificação das concepções alternativas se inspira nas concepções epistemológicas de Kuhn e Lakatos sobre mudança conceitual em ciências e na evolução conceitual no marco de uma ecologia conceitual.

Hewson assinalava um grande numero de artigos publicados em revistas internacionais e congressos dedicados a pesquisa sobre mudança conceitual e concepções alternativas.

Na literatura existem numerosos exemplos de mudança conceitual nas diversas áreas do conhecimento. Na revista espanhola Enseñanza de las ciencias é uma fonte interessante destas pesquisas.

## IV. CONCEPÇÕES ESPONTÂNEAS E MUDANÇA CONCEITUAL NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA

O aluno quando chega à sala de aula traz “uma ciência alternativa” que deve ser modificada no decorrer da disciplina de ciências, mas se os professores não conhecem os erros conceituais, que aparecem nos livros de texto e eles

mesmos possuem concepções alternativas, a mudança conceitual e científica não acontecerá. É importante trabalhar no sentido de que os alunos abandonem suas concepções alternativas à favor das concepções científicas.

É importante destacar que a mudança conceitual não é simplesmente a substituição de uma concepção por outra, e sim que a mudança conceitual é “uma coisa muito complicada e deve ser pensada de outra maneira, muitos mais como uma evolução conceitual do que como uma substituição de concepções” [7].

Algumas pesquisas sobre concepções alternativas dos alunos revelam que suas ideias prévias desempenham um papel importante no processo de aprendizagem.

As crianças realizam representações do mundo que as rodeiam, consoante a sua própria maneira de ver o mundo e de ver a si próprio. Os conhecimentos prévios devem ser encarados como construções pessoais, que o professor tem o dever de procurar conhecer, compreender, e valorizar para decidir o que fazer e como fazer o seu ensino, ao longo do estudo de um tópico. Estes são construídos pelos estudantes a partir do nascimento e o acompanham também em sala de aula, onde os conceitos científicos são inseridos sistematicamente no processo de ensino e aprendizagem” [8].

As concepções alternativas também conhecidas como concepções espontâneas são entendidas como os conhecimentos que os alunos detêm sobre os fenômenos naturais e que muitas vezes não estão de acordo com os conceitos científicos, com as teorias e leis que servem para descrever o mundo em que vivem.

Uma das inquietações dos professores é que seus alunos adquiram conhecimento científico e que consigam assimilar esse conhecimento com os fenômenos que acontecem no cotidiano.

Segundo Villani [9], “podemos definir a mudança conceitual como o abandono de um sistema conceitual ou de uma maneira de ver referente a determinados fenômenos e à adoção de um novo sistema conceitual ou de uma nova maneira de ver referente aos mesmos fenômenos”.

O desenvolvimento de trabalhos de pesquisas estão sendo feitos com a intenção de produzir mudança conceitual na educação científica, e alguns resultados obtidos ainda são dúbios.

Mudança conceitual, segundo Moreira [10] são idéias mais promissoras porque não implicam em mudança de conceitos ou significados, mas apenas em aprendizagem significativa.

## V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As preocupações dos pesquisadores que buscam novos caminhos para o ensino de ciências não estão voltadas somente para a descrição de teorias e experiências científicas, mas também para a valorização da abordagem de concepções alternativas.

Estas concepções alternativas chamadas às vezes como senso comum estão presentes no dia a dia de alunos e professores, precisando de uma mudança conceitual para que se converta em conhecimento científico.

A educação em ciências está repleta de papéis para identificação, desenvolvimento e melhoria das dificuldades dos alunos na compreensão de conceitos científicos. É perceptível a necessidade do professor em mapear estratégias afim de minimizar essas dificuldades e utilizá-las no ensino de ciências identificando as concepções alternativas e planejando atividades de aprendizagem para estabelecer relações significativas entre o conhecimento científico e as concepções dos alunos.

Diante disso surge a necessidade de estimular de alguma forma a mudança conceitual onde os professores possam indicar novos caminhos metodológicos fortalecendo ainda mais esse assunto que para o campo das pesquisas é de grande importância.

## REFERENCIAS

- [1] Mortimer, E. F., *Linguagem e formação de conceitos no Ensino de Ciências*, (Editora UFMG, Belo Horizonte, 2000).
- [2] Vygotsky, L. *Pensamento e linguagem*, (Martins Fontes, São Paulo, 1998).
- [3] Mortimer, E. F., *Construtivismo, mudança conceitual e ensino de ciências: para onde vamos?*, (Faculdade de Educação da UFMG, Belo Horizonte, MG, 2002).
- [4] Barra, V. M., Lorenz, K. M., *Produção de materiais didáticos de Ciências no Brasil, período: 1950-1980*, *Ciência e Cultura*, São Paulo **38**, 1970-83 (1986).
- [5] Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W. & Gertzog, W. A., *Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change*, *Science Education* **66**, 211-227 (1982).
- [6] Kuhn, T., *A Estrutura das Revoluções Científicas* 3ª ed., (Perspectiva, São Paulo, 1992).
- [7] Moreira, M. A., Greca, I. M., *Cambio conceptual: análisis crítico y propuestas a la luz de la teoría del aprendizaje significativo*, *Ciência e Educação*, Bauri **9**, 301-315 (2000).
- [8] Oliveira, M. K. de, *Escola e desenvolvimento conceitual*, *Coleção Memória da Pedagogia* **2**, 68-75 (2005).
- [9] Villani, A., *Mudança conceitual em ensino de física: objetivo ou utopia?* In: *Palestra de abertura do III Encontro de Pesquisa em Ensino de Física*, 1990, Porto Alegre. *Anais: III EMPEF*, (1990) p 20-37.
- [10] Moreira, M. A., *Teorias da Aprendizagem* 2ª, Ed. São Paulo: EPU, 2011. *Mapas conceituais e aprendizagem significativa (revisado)*, *Cadernos de Aplicação* **11**, 143-156 (2012).

# La espectroscopia y su tecnología: Un repaso histórico y su importancia para el siglo XXI



**Marco Antonio González Cantellano<sup>1</sup>, Luis Manuel Montaña Zetina<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Desarrollo Científico y Tecnológico para la Sociedad. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. Av. Instituto Politécnico Nacional 2508. San Pedro Zacatenco, C.P. 07360, México D. F.*

<sup>2</sup>*Departamento de Física. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. Av. Instituto Politécnico Nacional 2508. San Pedro Zacatenco, C. P. 07360, México D. F.*

**E-mail:** mgonzalezg@cinvestav.mx

(Recibido el 10 de agosto de 2015, aceptado el 29 de noviembre de 2015)

## Resumen

Muchas de las tecnologías del siglo XXI están encaminadas a resolver problemas generados en varios frentes: ambientales, de salud pública, de detección, nuevos materiales, nanotecnologías y muchas más que escapan de nuestra imaginación. Una de ellas, la espectroscopia, ha llegado a tal grado de desarrollo que, por ejemplo, en el área de la salud, es tan necesaria que es prácticamente imposible pensar en un diagnóstico sin el uso de la misma. Podemos ver literalmente al interior del cuerpo humano sin necesidad de procedimientos invasivos. En el ámbito ambiental, hemos sido capaces de detectar cantidades increíblemente minúsculas de contaminantes tanto en aire, suelo y agua. Además no debe olvidarse que esta tecnología es y ha sido, una herramienta de primer orden en las ciencias astronómicas. La espectroscopia y las tecnologías relacionadas con ella, son instrumentos esenciales en los laboratorios de casi todo el mundo. Sin embargo, no es un tema que se aborde como parte del conocimiento del desarrollo de las tecnologías basadas en la física de la luz, cosa que nos parece importante resaltar. Un repaso histórico, sus aplicaciones y tendencias, son motivo de discusión de este trabajo.

**Palabras clave:** Espectroscopia, Historia, Aplicaciones, Tendencias.

## Abstract

Many of the technologies of the XXI century are aimed at solving problems generated on several fronts: environmental, public health, detection, new materials, nanotechnology and many more beyond our imagination. One of them, spectroscopy, has reached such a degree of development that, for example, in the area of health, is so necessary, it is virtually impossible to think of a diagnosis without the use thereof; We can literally see inside the human body without invasive procedures. In the environmental field, we have been able to detect quantities incredibly tiny contaminants, both in air, soil and water. Also, this technology is and has been a tool of the first order in astronomical science. Spectroscopy and related technologies are essential tools in the laboratories of almost everyone. However, it is not a topic to be addressed as part of the development of knowledge-based technologies in the physics of light, which seems important to highlight. A historical overview, applications and trends are cause for discussion of this work.

**Keywords:** Spectroscopy, History, Applications, Trends.

**PACS:** 01.65+g, 07.07.-a, 42.40.My, 87.64.k, 89.20.Bb

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Aunque muchos desarrollos intelectuales nacieron como producto de la curiosidad por comprender a la naturaleza, otros son el resultado de la búsqueda de respuestas para explicar algún problema social, militar, filosófico o científico.

En este sentido, el desarrollo de la espectroscopia y el de sus diferentes aplicaciones, son el producto de ambos mundos: la curiosidad de explicar y comprender fenómenos de la materia, y la utilidad en la aplicación de dichos fenómenos, para desarrollar tecnología que más fenómenos, muy específicos en ramas muy diversas.

El estudio de métodos y técnicas para conocer las propiedades de los materiales y sustancias simples o complejas, que absorben y emiten radiación (la cual puede ser caracterizada a partir de sus espectros), está siendo utilizado en campos tan diversos como: la astronomía, las comunicaciones, la biología y la salud; por sólo mencionar algunos de los derroteros que ha seguido esta tecnología, a lo largo de su desarrollo.

El término espectroscopia hace referencia a la observación y al estudio del espectro, y se basa en la interacción de la energía radiante con la materia. Esta interacción es tan específica que nos permite identificar el tipo y la cantidad de materia que interactuó.



Es decir, los métodos espectroscópicos nos permiten realizar análisis cualitativos y cuantitativos; desde descubrir y explicar la composición de la materia de objetos tan lejanos como las estrellas, hasta la composición de muestras tanto orgánicas, inorgánicas o de análisis elemental. Y es el fundamento de primera línea en los laboratorios de análisis del área de la salud y de la industria.

La espectroscopia sirve para identificar y medir constituyentes (elementales, orgánicos e inorgánicos) en diversas y variadas muestras, desde aquellas en fase estática; como contaminantes en agua o la composición de diversas aleaciones, hasta aquellas en fase dinámica como velocidades de difusión de fármacos o actividad metabólica en el cuerpo, por ejemplo.

La espectroscopia es la herramienta más utilizada en investigación, análisis, control y diagnóstico en muchos ámbitos relacionados con la física, la química, las ciencias biológicas y las ciencias médicas. Nuevas tecnologías surgen constantemente gracias a los avances en el diseño de fuentes de radiación y detectores, así como dispositivos y sistemas electrónicos cada vez más compactos, rápidos y eficientes.

Una descripción interesante de los alcances en cuanto a las aplicaciones de la espectroscopia está descrita en una anécdota de la Maestra en Ciencias María Teresa Méndez Taboada, egresada de la licenciatura en Antropología Física de la UNAM, quien escribe:

*“...tuve la oportunidad de realizar mi tesis de licenciatura titulada: ‘Composición química del cabello de momias prehispánicas: una aproximación a la dieta y al entorno’. ...el cabello tampoco ha sido estudiado a menudo dentro de la antropología física en nuestro país... Para obtener dicha información recurrimos a diversas técnicas, como la fluorescencia de rayos X (FRX) y el análisis por activación neutrónica (AAN), que fueron los métodos más adecuados para determinar los elementos químicos presentes en el cabello. Para determinar los compuestos cristalinos de la tierra asociada a los entierros, recurrimos a la difracción de rayos X (DRX). Por otro lado, la espectroscopia infrarroja (ATR-FTIR) que permitió identificar las especies superficiales asociadas a la muestra; lo más indicado para estudiar la morfología, a escala de micrones, fue la microscopía electrónica de barrido (MEB); a cuyo microscopio se encuentra asociada una sonda que permite obtener la composición local de la zona observada, a través de la espectroscopia por dispersión de energía (EDS)” [1].*

## II. ALGUNOS TIPOS DE ESPECTROSCOPIA

En la actualidad, existen diversos tipos de tecnologías espectroscópicas clasificadas según su uso o forma en la que se emite o se detecta la radiación incidente.

La *espectroscopia atómica* permite medir las concentraciones de un material en una mezcla, y determinar –hasta el momento–, más de 70 elementos diferentes en solución, o directamente en muestras sólidas, utilizadas en farmacología, biofísica o toxicológica. Se utiliza

comúnmente en análisis de aguas, muestras geológicas, muestras orgánicas, metales, aleaciones, petróleo y sus subproductos.

La *espectroscopia ultravioleta-visible (UV/VIS)* está basada en la cantidad de energía que puede absorber o transmitir una muestra en función de la cantidad de sustancia presente.

Las técnicas de absorción suponen que cuando una radiación incide sobre una muestra, se produce una absorción parcial de esta radiación, lo que produce una transformación entre los niveles energéticos de la sustancia, pasando ésta a un estado de excitación, y al regresar a su estado basal, emite una radiación de menor longitud de onda [2].

La *espectrometría infrarroja (IR)* se basa en el hecho de que, los enlaces de las sustancias tienen frecuencias de vibración específicas. A partir de la energía emitida por las vibraciones de estos enlaces, se determina el o los elementos contenidos en las muestras [3].

La *espectroscopia de rayos X* se utiliza para determinar las estructuras electrónicas y cristalinas de los materiales bajo estudio mediante excitación por rayos X. Utiliza energías superiores a la radiación ultravioleta, que permiten una rápida interacción con los electrones, y son capaces de penetrar estructuras cristalinas [4].

La *espectroscopia de plasma* utiliza una mezcla gaseosa conductora de la electricidad, que contiene una concentración significativa de cationes y aniones.

Generalmente se utiliza gas argón, el cual es excitado por una fuente de radio frecuencia, lo que la convierte en plasma de altas temperaturas. La muestra es transportada al seno del plasma, donde es totalmente disociada. La recombinación de los electrones de la muestra a sus estados basales, son fuente de emisión espectrométrica, la cual es recogida por una óptica que, con ayuda de un software, la interpreta y define los componentes presentes en la muestra [4].

La *espectroscopia Raman* se basa en el examen de la energía dispersada por un material, al incidir sobre él un haz de luz monocromático. Una pequeña porción de esa radiación es dispersada de forma inelástica, experimentando ligeros cambios de frecuencia, que son característicos del material analizado e independiente de la frecuencia de la luz incidente [2].

La *espectroscopia de masas* sirve para dilucidar estructuras químicas, en base a la medición de la relación masa/carga de especies moleculares. Las determinaciones requieren de la generación de especies cargadas eléctricamente, lo cual se logra por diferentes metodologías como: el impacto electrónico, el bombardeo de átomos rápidos (FAB), y la generación de iones enlazados. La medición de la relación masa/carga nos permite conocer el peso molecular exacto de las muestras, y es utilizada generalmente en la industria farmacéutica y de alimentos [5].

La *espectroscopia de fluorescencia* analiza la fluorescencia de una muestra que, fue previamente excitada por un haz de luz (generalmente luz ultravioleta). Las moléculas son excitadas mediante la absorción de una onda electromagnética, desde su estado electrónico fundamental a

### III. HISTORIA

uno de los diversos estados electrónicos excitados, lo que provoca la emisión del fotón [6].

La *resonancia magnética nuclear*, comúnmente conocida como espectrometría RMN, es una técnica que utiliza las propiedades magnéticas de los núcleos atómicos los cuales, una vez excitados por radiofrecuencias, interactúan en el seno de un campo magnético y cambian su orientación.

La interpretación de las variaciones de los diminutos campos magnéticos permite determinar diferentes compuestos presentes en una muestra [6].

El primer registro documentado sobre una serie de luces de colores que se observaron en el suelo, y que provenían de la luz del Sol, que cruzaba en su camino a un vaso con agua puesto en la orilla de una ventana, fue descrito por Leonardo da Vinci en 1497 [7].

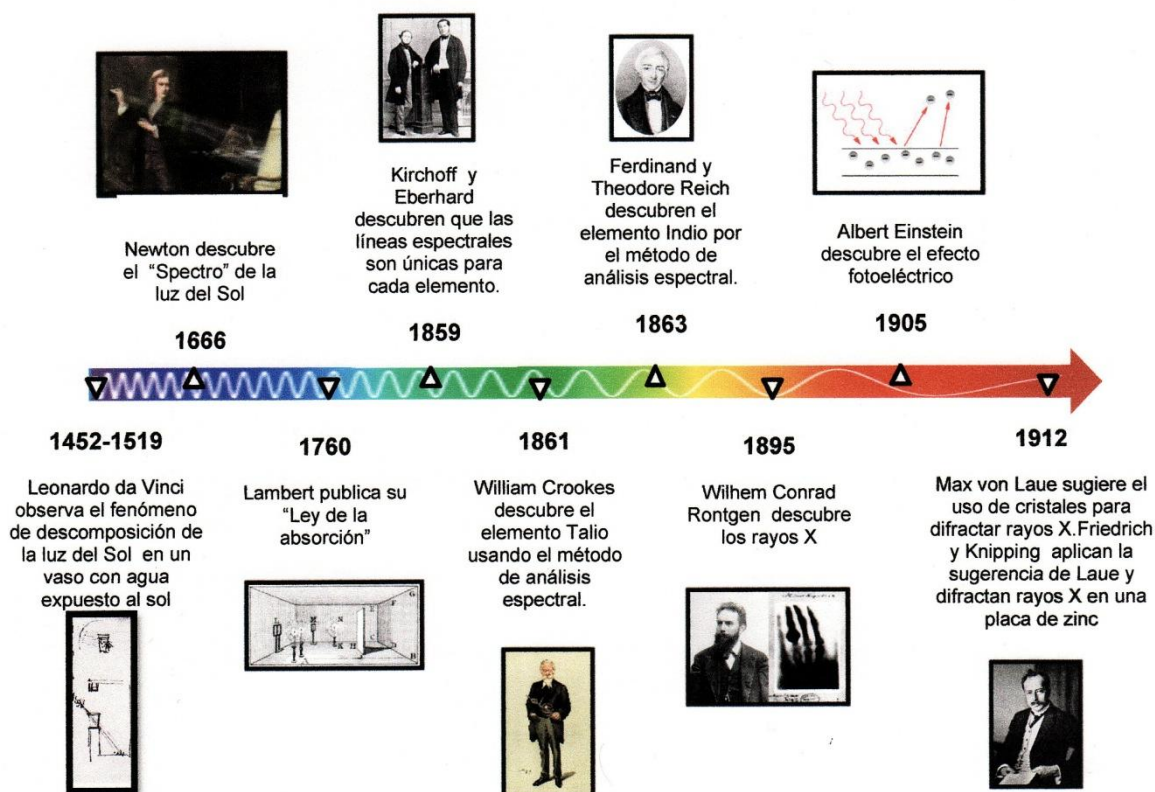


FIGURA. 1. Evolución de la espectroscopia a través del tiempo (1460-1912).

Una observación más minuciosa y con el interés propio de explicar el fenómeno, fue dada por Isaac Newton en 1666.

En ese año, acuñó la palabra "*spectro*" al describir la luz del Sol, mientras esta era dispersada en sus diferentes colores al atravesar un prisma. Desarrolló el primer espectroscopio, al utilizar un aparato con una abertura para permitir el paso de la luz sobre una lente, un prisma y una pantalla [8].

Los avances, en este sentido, no sucedieron de manera continua. Fueron, por decirlo de alguna manera, saltos cuánticos en su desarrollo.

En 1729, el científico y matemático francés Pierre Bouguer (1698-1758) observó que, la cantidad de luz que pasa a través de una muestra de líquido, disminuía con el aumento del espesor de la muestra [9].

En 1752, Thomas Melville (1726-1753) de la Universidad de Glasgow, observó el brillo de la luz amarilla emitido por una

mezcla de alcohol y sal. Verificó que, cuando la sal es removida, el color amarillo desaparecía [10].

En 1760, el matemático y científico alemán Johann Heinrich Lambert (1728-1777), publicó su "Ley de la absorción" [11].

En 1776, el físico italiano Alessandro Volta (1745-1827), usó su "Electroforus perpetual", un dispositivo para producir cargas eléctricas estáticas a nivel de chispas, en diferentes materiales. Con ello, pudo identificar diferentes gases en función del color que emitían cuando se les descargaba una chispa eléctrica.

En 1786, el astrónomo norteamericano y diseñador de instrumentos, David Rittenhouse (1732-1796) produce la primera rejilla de difracción a través de dos tornillos [12].

En 1802, el científico inglés William Hyde (1766-1828) observó por primera vez las líneas oscuras del espectro del Sol [13].

En 1814, el científico y óptico alemán Joseph von Fraunhofer (1787-1826) inventó la rejilla de difracción y transmisión, y hace un estudio detallado de las líneas oscuras del espectro solar [14].

En 1826, el escocés William Henry Fox Talbot (1800-1877) observa los colores producidos por la diferentes sales colocadas en una flama.

En 1851, M. A. Masson produce el primer espectroscopio de emisión de chispa [12].

En 1845, Sir William Herschel reporta la fluorescencia de una solución de quinina expuesta al Sol [15].

En 1852, el científico alemán August Beer (1825-1863) publica un documento mostrando que la cantidad de luz absorbida es proporcional a la cantidad de soluto disuelto en soluciones acuosas [16].

En 1859, el físico alemán Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) y el químico Robert Wilhelm Eberhard Von Bunsen (1811-1889), descubrieron los elementos cesio y rubidio usando técnicas de análisis espectral [17].

En 1861, William Crookes (1832-1919) descubre el elemento talio usando el método de análisis espectral [18].

En 1863 el físico y profesor Ferdinand Reich (1799-1882) y el químico metalúrgico Theodor Richer (1824-1898), ambos alemanes, descubren el elemento indio, por el método de análisis espectral [19].

En 1868, el astrónomo francés Pierre Janssen (1824-1907) y el astrónomo inglés Joseph Norman Lockyer (1836-1920), descubren –de forma independiente–, el elemento helio a través del análisis de las líneas espectrales del Sol [12].

El físico suizo Anders Jonas Angstrom (1814-1874), publica estudios detallados de las longitudes de onda de las líneas espectrales del Sol, expresados en unidades de  $10^{-10}$  metros. Es considerado uno de los fundadores de la espectroscopia moderna [20].

Entre 1873 y 1874, Joseph Norman Lockyer deduce que, la estructura espacial de la emisión atómica dentro del plasma, inducido por una chispa generada por alta tensión, es una función de la concentración del elemento emisor. Además, muestra que la mejora de la cuantificación es posible gracias a la comparación de la emisión del analito con la de otro elemento en la muestra [21].

En 1877, L. P. Gouy utiliza un nebulizador neumático para transferir muestras líquidas a la flama, con lo que logra detectar líneas de absorción desconocidas en ese tiempo [12].

En 1882, el físico norteamericano Henry A. Rowland (1848-1901) produce una curva experimental mejorada de concentración vs absorción usando una nueva rejilla de difracción fabricada en la Universidad Johns Hopkins. Estas rejillas producidas en su laboratorio fueron un estándar internacional por más de 20 años [22].

En 1882, W. N. Hartley, de Dublín, condujo un estudio sistemático de cambios en las intensidades de las líneas espectrales con concentración.

Después, produjo el primer análisis espectrográfico semicuantitativo determinando cantidades presentes de berilio y cerio [23].

En 1885, el profesor adjunto de matemáticas suizo Johann J. Balmer (1825-1898), observó que la longitud de onda de las líneas espectrales del hidrógeno podía ser representada por una fórmula matemática simple. Estas líneas son conocidas como la serie de Balmer del hidrógeno [24].

En 1888, el físico suizo Johannes Rydberg (1854-1919), generaliza la fórmula de Balmer a  $1/\lambda = RH [(1/n^2) - (1/m^2)]$ , donde  $n$  y  $m$  son números enteros y  $m > n$  (para la serie de Balmer,  $n = 2$  y  $m = 3$ .); y la constante  $RH$ , que ahora se llama constante de Rydberg [12].

En 1895, el físico alemán Wilhem Conrad Rontgen (1845-1923), descubre los rayos X y experimenta intensivamente para descubrir sus propiedades (Premio Nobel en 1901, por este descubrimiento) [25].

En 1896, el físico Pieter Zeeman (1865-1943), observa la división de las líneas espectrales generadas por un campo magnético (Premio Nobel en 1902, por este descubrimiento) [26].

En 1900, el físico alemán Max Planck (1858-1947) introduce el concepto de cuanto (Premio Nobel en 1918, por este descubrimiento) [27].

Frank Twyman, de la empresa Adam Hilger Ltd. Londres, produce el primer prisma de cuarzo comercial para estudios espectrográficos [28].

Se reporta el primer trabajo sobre espectroscopia de emisión atómica por A. Schuster y G. Hemsalech. Su técnica consistió en el movimiento de una película fotográfica en el plano focal del espectrógrafo [29].

En 1905, Albert Einstein (1879-1955) descubre el efecto fotoeléctrico (Premio Nobel en 1921, por este trabajo). Esta teoría explica por qué, cuando un fotón choca con un material, un electrón es desprendido. Este es conocido como el “año milagroso de la física”. Son las primeras observaciones con espectrometría de fluorescencia atómica [30].

En 1906 el físico norteamericano Theodore Lyman (1874-1954) descubre la serie ultravioleta de las líneas de hidrógeno [31].

En 1906, el físico británico Charles Barkla (1877-1944) descubre que cada elemento tiene una característica de rayos X, y que el grado de penetración de estos rayos X está relacionado al peso atómico del elemento (Premio Nobel en 1917 por este descubrimiento) [32].

En 1908, el físico teórico suizo Walter Ritz (1878-1909) propone el “Principio de combinación”, (también conocido como “Regla de la suma de frecuencias”), que señala que las líneas espectrales de cualquier elemento incluyen frecuencias que son la suma o la diferencia de otras dos líneas espectrales [33].

El físico alemán Hans Geiger, desarrolla un dispositivo que detecta la radioactividad [34].

En 1912, el físico alemán Max Von Laue (1876-1960), sugiere el uso de cristales para difractar rayos X (Premio Nobel en 1914 por este descubrimiento) [35].

Los físicos alemanes Walter Friedrich y Paul Knipping, aplican la sugerencia de Laue, y difractan rayos X en una placa de zinc [12].

En 1913, el físico danés Niels Bohr (1885-1962), presenta su teoría del átomo, lo que explica la fórmula de Rydberg de un espectro simple (Premio Nobel en 1922 por su teoría del átomo).

El equipo formado por los británicos William Henry Bragg (1862-1942) y su hijo, William Lawrence Bragg (1890-1972), trabajan para resolver y explicar la difracción de los rayos X, lo que ahora se conoce como la ley de Bragg (Premio Nobel en 1915 por este descubrimiento).

El físico británico Henry Moseley (1887-1915), establece que, el número atómico es más fundamental que el peso atómico por observaciones de los espectros de rayos X de los elementos. Es considerado el fundador de la espectrometría de rayos X.

El físico alemán Johannes Stark (1874-1957), descubre la división de las líneas espectrales en un campo eléctrico, lo que se conoce como efecto Stark, (Premio Nobel en 1919 por este descubrimiento).

El físico norteamericano William David Coolidge (1873-1975), introduce un filamento caliente en un tubo al alto vacío de rayos X.

En 1914, W. H. Bragg (1890-1971) y S. E. Pierce, descubren que, el decremento en la absorción de rayos X es proporcional al cubo de la energía; lo que se conoce como la Ley de Bragg-Pierce.

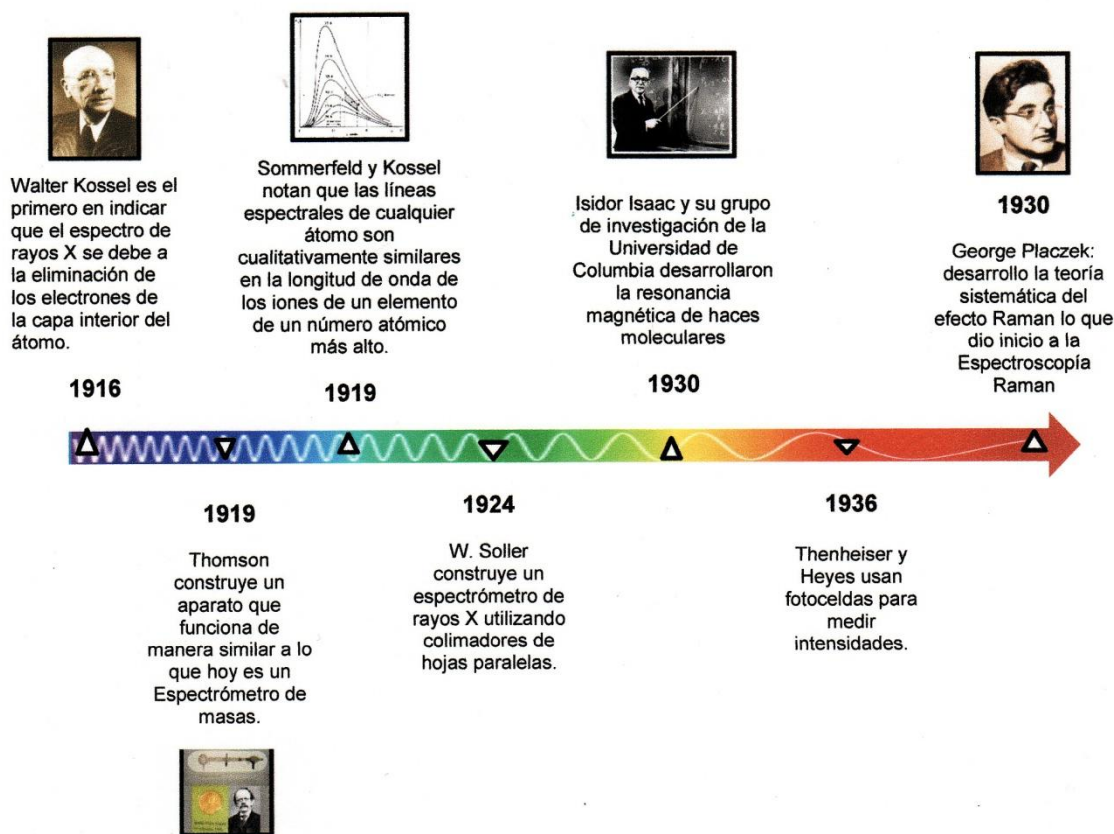


FIGURA 2. Evolución de la espectroscopia (1916-1936).

En 1915, W. Duane y F. L. Hunt, descubren el límite de la longitud de onda corta en la generación de rayos X.

En 1916, el físico alemán Walter Kossel (1888-1956), es el primero en indicar que, el espectro de rayos X se debe a la eliminación de los electrones de la capa interior del átomo.

En 1919, el físico alemán Arnold Sommerfeld (1868-1925) y Walter Kossel, notan que las líneas espectrales de cualquier átomo son cualitativamente similares en la longitud de onda de los iones de un elemento de un número atómico más alto [12].

En 1920, la empresa Adam Hilger Ltd. produce el primer espectrógrafo de vacío para la determinación de azufre

(180,7 nm) y fósforo (178,2 nm) en acero. Son las primeras mediciones de isótopos por espectrometría de masas [35].

En 1921, C. Ramsauer y F. Wolf, investigan el tiempo de respuesta espectroscópico de los metales alcalinos y alcalinotérreos utilizando un disco giratorio con ranuras en el camino de la luz para el espectroscopio [12].

En 1922, el físico norteamericano Arthur Holly Compton (1892-1962), estudia la dispersión de los fotones en rayos X por electrones; lo que se conoce como efecto Compton, (Nobel en 1927 por este trabajo) [36].

El físico norteamericano Frederick Sumner Brackett (1896-1972), descubre la serie de líneas infrarrojas del hidrógeno [37].

A. Haddiss fue el primero en aplicar el espectro de rayos X al análisis químico de minerales.

El espectroscopista norteamericano William Frederick Meggers (1888-1966) publica el documento "Análisis de materiales por espectroscopia cuantitativa" [12].

En 1923, el químico húngaro George von Hevesty (1885-1996), y su colaborador, el físico alemán Dirk Coster (1889-1950), descubren el hafnio, siendo este el primer elemento identificado mediante su espectro de rayos X. Proponen también el análisis cuantitativo por excitación secundaria de rayos X (Premio Nobel en 1943, en química, por usar radioisótopos como trazadores para el estudio de procesos químicos).

El físico francés Luis de Broglie (1892-1987), propone que la naturaleza del electrón es como el de una onda (Nobel de física en 1929 por esta teoría).

La física austriaca Lise Meitner (1878-1968), descubre las transiciones sin radiación, ahora conocidas como efecto Auger.

Los físicos R. Glocker y W. Frohnmeyer, aplican absorción de rayos X a espectrometría de bordes [12].

En 1924, el físico alemán Wolfgang Pauli (1900-1958), formula el principio de exclusión para explicar el efecto Zeeman (Nobel en 1945 por este trabajo).

El físico suizo Karl Menne Georg Siegbahn (1886-1978), recibe el Nobel ese año, por sus mediciones de las longitudes de onda de rayos X de los elementos.

W. Soller construye un espectrómetro de rayos X, usando colimadores paralelos hechos de papel aluminio [12].

En 1925, el físico alemán Friedrich Hund (1896-1997), presenta reglas empíricas para la espectroscopia atómica conocidas como reglas de Hund.

El físico alemán Werner Heisenberg (1901-1976), establece la mecánica matricial (Nobel de física en 1932 por este trabajo).

El físico francés Pierre Victor Auger (1899-1993), redescubre la autoionización descrita previamente por Lise Meitner, llamado ahora efecto Auger [12].

En 1927, Werner Heisenberg desarrolla el "principio de incertidumbre", lo que explica el ancho de las líneas espectrales [12].

En 1928, Hans Geiger y W. Muller, mejoran la detección de la radiación llenando de gas el tubo detector [12].

En 1929, H. Lundegardh desarrolla avances significativos en la espectroscopia de emisión de llama por acoplamiento de una mezcla de aire-acetileno con un nebulizador neumático para la introducción de muestras y una cámara de spray para el acondicionamiento de la misma. Uso de la nebulización neumática premezclada con llama de aire-acetileno [12].

En 1930, el físico alemán Walther Gerlach (1889-1979) y Eugen Schweitzer, desarrollaron el concepto de "estándar interno" y el método de radios de intensidad. Los concepto de "homólogos" y "fijación" de líneas espectrales, son introducidos.

Los científicos austriacos Kipp y Zonen, producen el primer registro microfotométrico para la medición de intensidades de líneas espectrales en platos fotográficos [12].

El físico polaco Alexander Jablonsky, da a conocer su tesis: "*On the influence of the change of wavelengths of excitation light on the fluorescence spectra*", con el que se inician los trabajos sobre el estudio de los procesos de fotoluminiscencia en soluciones acuosas, y el efecto de la presión sobre las líneas espectrales de los gases.

En 1932, se desarrolla la espectroscopia de masas de ionización termal.

En 1935, se desarrolla la fuente de iones por chispa por vacío.

En 1936, Thenheiser y Heyes usan fotoceldas para medir intensidades [12].

En 1937, se produce el primer espectrógrafo de rejilla comercial por Maurice Hasler, de Applied Research Laboratories (ARL) [12].

En 1938, se presenta el primer espectrómetro comercial de rayos X por Hilger and Watts, Ltd. [11].

En 1939, se publican las "Wave Tables" por George R. Harrison, del MIT.

Uso de la espectroscopia de absorción atómica para determinar Hg en aire [38].

En 1940, se construye el tubo fotomultiplicador. Se desarrolla la detección de iones cargados (que permite la investigación por espectroscopia de masas por muchos grupos de investigación) [12].

En 1944, R.W. Wood produce rejillas de baldosas [12].

En 1947, Gregorio Weber publica su tesis de doctorado "*Fluorescencia de rivo flavina, diaforasa y sustancias relacionadas*"; trabajo pionero en la aplicación de la espectroscopia de fluorescencia de las ciencias biológicas.

Para lo cual, desarrolló el primer espectrógrafo de fluorescencia para el estudio de la vitamina B12 [39].

Entre 1947 y 1948, ARL and Baird Atomic producen y comercializan los primeros "Lectores Directos"; espectrómetros de emisión óptica que usan tubos fotomultiplicadores y detectores, reduciendo el análisis multielemento de metales de horas a minutos, y posteriormente a segundos, lo que hace que los primeros instrumentos de espectroscopia de masas de ionización termal comerciales estén disponibles.

Es observada la primera radiación de sincrotrón por la empresa "General Electric".

El físico norteamericano Willis E. Lamb (1913 - ¿?), descubre el "Cambio Lamb", la pequeña diferencia de energía entre el orbital 2s y 2p en el hidrógeno (Premio Nobel en 1955 por este trabajo).

Se desarrolla el primer instrumento de espectroscopia de masas de fuente de arco construido para fines analíticos.

Primer espectrómetro de plasma de acoplamiento inductivo que funciona a presión atmosférica [12].

En 1948, H. Friedman y L. S. Birks, construyen el prototipo del primer espectrómetro comercial de longitud de onda de dispersión secundaria de rayos X con el tubo sellado [12].

En 1949, Paul T. Gilbert crea la antorcha de emisión de flama para usos espectrofotométricos.



Beckman, Castaing y Guinier, construyen el primer microanalizador de sonda de electrones.

Kennet McKay investiga diodos de punto de contacto de germanio, como detectores para partículas alfa [12].

En 1951, se hacen las primeras demostraciones de espectroscopia de masas, de fuente de arco con detección eléctrica [12].

En 1955, el espectroscopista australiano Alan Walsh (1916-1998), desarrolla el espectroscopio de absorción atómica (AAS), que ha sido descrito como el avance más significativo en la industria del análisis químico del siglo XX.

J. Sherman desarrolla los “*parámetros fundamentales*”; método que provee las relaciones teóricas entre la concentración del analito y la intensidad de los rayos X [12].

En 1956, se comercializa el primer espectrómetro de emisión óptica de vacío (ARL Quantovac).

Tomboulion y Hartman desarrollan los primeros experimentos con radiación de sincrotrón en la universidad de Cornell [12].

En 1958, los físicos norteamericanos Arthur L. Schalow (1921-1999) y Charles H. Townes (1915-?), publican: “*Infrared and optical masers*,” describiendo los principios básicos del láser [40].

#### La espectroscopia y su tecnología. Un repaso histórico...

Para ese mismo año, los primeros instrumentos de espectroscopia de masas de fuente de arco comerciales están disponibles [12].

En 1959, E. M. Pell aplica los primeros dopajes de litio a detectores del tipo semiconductor para compensar las impurezas de silicio y germanio. Introducción de los instrumentos de espectroscopia de absorción atómica comercial. Uso de la atomización electrotérmica en la espectroscopia de absorción atómica [12].

En 1961, la Columbia Scientific Industries and Texas Nuclear, fabrican el primer analizador de fluorescencia de rayos X portable [12].

En 1962, se desarrolla el primer detector con litio-germanio para espectroscopia de rayos gamma [12].

En 1963, se desarrolla el primer espectrómetro de emisión de rayos X controlado por computadora.

El químico británico Stanley Greenfield, inventa el Plasma de Acoplamiento Inductivo Anular o ICP, el cual dio un gran impulso al análisis instrumental. Se especula sobre la utilidad analítica de la espectrometría de fluorescencia atómica [12].

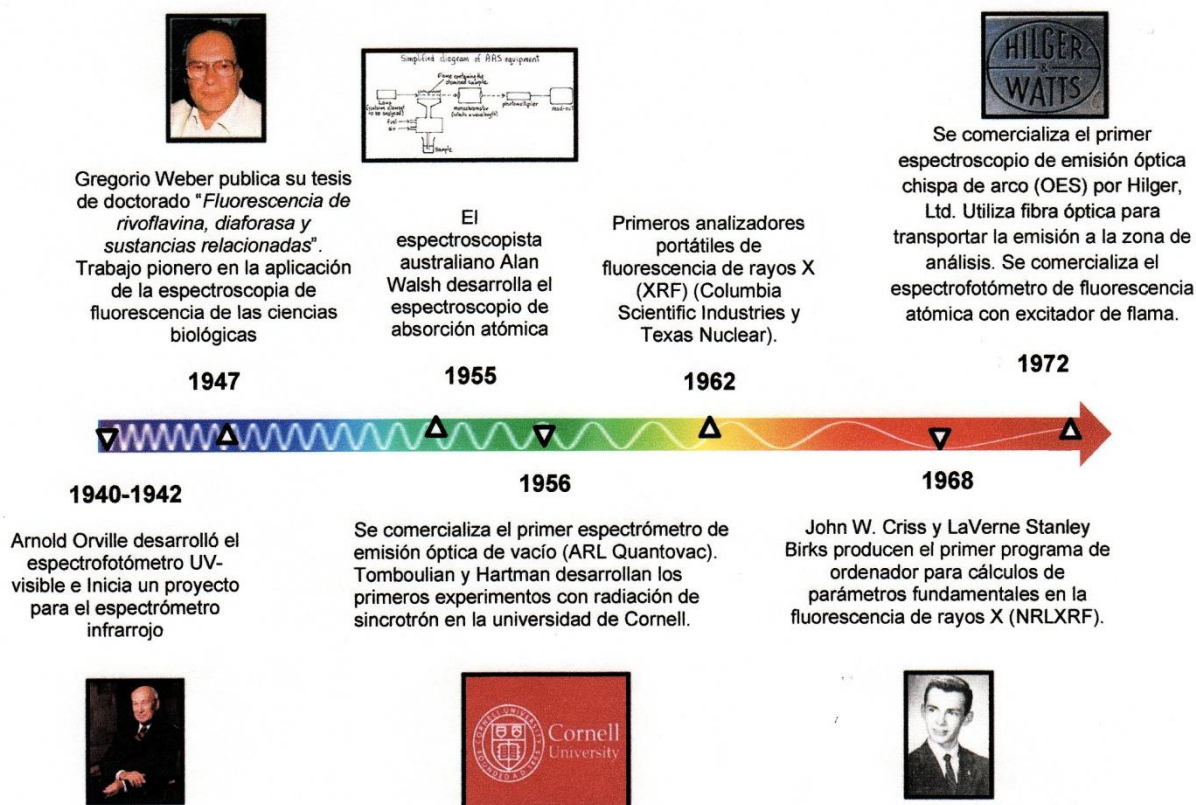


FIGURA 3. Evolución de la espectroscopia (1940-1972).

En 1964, A. A. Sterk aplica por primera vez la excitación ion-protón del espectro de rayos X, al análisis químico. Es la primera publicación sobre espectrometría de fluorescencia atómica como método analítico [12].

En 1965, se utiliza la lámpara de deuterio para corrección de fondo en espectroscopia de absorción atómica. Se incorpora la llama de  $\text{N}_2\text{O}-\text{C}_2\text{H}_2$ . Se utiliza vapor frío para la determinación de Hg. Primeras publicaciones de

espectrometría de emisión óptica de plasma acoplado inductivamente.

En 1966, el físico francés Alfred Kastler (1902-1984), recibe Nobel por el desarrollo de métodos ópticos de estudio de los niveles atómicos de energía.

Harry Bowman de la Universidad de Berkeley, publica los primeros resultados de la energía dispersiva de rayos X de fluorescencia.

Max Amos y John Willis introducen la flama de oxiacetileno.

R. G. Tomlinson, E. K. Damon y H. T. Buscher, publican "*The breakdown of noble and atmospheric gases by ruby and neodymium laser pulses*", siendo éste el primer documento sobre espectroscopia inducida por láser [12].

En 1967, W. Grimm inventa la "fuente de descarga luminiscente" [12].

En 1968, John W. Criss y LaVerne Stanley Birks, producen el primer programa de computadora para el cálculo de parámetros fundamentales en fluorescencia de rayos X (NRLXRF) [12].

En 1969, el espectroquímico norteamericano Velmer A. Fassel, y el químico alemán P. W. J. M. Boumans, desarrollan el espectrógrafo de plasma de acoplamiento inductivo (ICP) de bajo poder. Es el primer diseño del instrumento de espectroscopia de masas de ionización termal moderna y automatizada [12].

En 1970, Richard Spencer, y Jorge Mitchell, alumnos de Gregorio Weber, fundan la empresa SLM AMINCO, fabricantes de los modelos más innovadores de espectroscopia de fluorescencia.

En 1970, Green y Whelan reportan los primeros perfiles de profundidad con fuentes de descarga del tipo resplandor [11].

En 1971, la reflexión total de los rayos X, demostrado por primera vez por A. H. Compton en 1923, se aplica a la Espectroscopia de Reflexión de Rayos X [12].

Se utiliza el "efecto Zeman" para la corrección de fondo en espectroscopia de absorción atómica.

Se utiliza excitación láser para la espectroscopia de fluorescencia atómica.

En 1972, se comercializa el primer espectroscopio de emisión óptica de chispa de arco (OES) por Hilger, Ltd.; el cual utiliza fibra óptica para transportar la emisión a la zona de análisis.

Se comercializa el espectrofotómetro de fluorescencia atómica con excitador de flama [12].

En 1973, se utiliza el espectrofotómetro de rayos X de energía dispersiva o EDXRF, como técnica analítica demostrada por R. D. Giaugue y sus colegas en U.C., Berkeley, para la determinación de los elementos a nivel de trazas [41].

En 1974, se comercializa el primer espectrómetro de plasma de acoplamiento inductivo de emisión óptica [12].

En 1976, D. Mosher y S. Stephanakis conceptualizan la óptica capilar para enfocar rayos X.

J. P. Walters, de la Universidad de Wisconsin, produce una forma de onda controlable por una chispa de arco de alta tensión.

Se desarrollan detectores en arreglos de fotodiodos para espectrógrafos de emisión óptica de plasma acoplado inductivamente.

En 1980, se reportan los primeros trabajos con espectrometría utilizando plasma de acoplamiento como fuentes elementales de espectrometría de masas de iones.

En 1981, el físico suizo Kai M. Siegbahn (1918-¿?), recibe el Nobel por el desarrollo de la espectroscopia de electrón de alta resolución.

Se comercializa los espectrómetros de fluorescencia atómica por plasma de acoplamiento inductivo (ICP-AFS) [12].

En 1982, se desarrolla el primer multi-colector para Espectroscopia de Masas de Ionización Termal.

Se desarrolla un detector óptico de estado sólido para el espectrógrafo de emisión óptica acoplado inductivamente.

En 1983, se utiliza la lámpara de cátodo hueco para la corrección de fondo en espectroscopia de absorción atómica. Son los primeros instrumentos ICPMS de cuadrupolo magnético.

En 1984, se introduce el detector de deriva de silicio para aplicaciones sensibles a la posición [12].

En 1985, se desarrollan técnicas de negativos de ionización para Espectroscopia de Masas de Ionización Termal.

La ablación con láser es utilizada por primera vez con ICP-MS para el muestreo directo de muestras sólidas.

En 1988, se comercializa el primer espectrómetro de emisión óptica con tiempo de respuesta electrónica (Spectro I. A.).

M. Chevrier y Richard Passetemps, inventan una fuente de descarga de radiofrecuencia luminiscente [12].

En 1990, dejan de fabricarse los Espectroscopios de Masas de Fuente de Arco.

En 1992, se comercializa el primer espectrómetro con dispositivo de inyección de carga y detector de estado sólido por la empresa Thermo Jarrell Ash [12].

En 1993, se patenta el sistema óptico con sello de nitrógeno que evita dispersión de onda por Spectro A. I.

Se comercializan instrumentos de espectroscopia de emisión óptica de plasma acoplado con detectores de imágenes de estado sólido.

En 1995, se desarrollan espectrómetros de masa de acoplamiento inductivo de baja potencia utilizando vapor frío para la reducción de interferencias.

En 1997, se patenta el sistema de control digital de onda para fuente de arco y espectrometría de chispa (ARL y Spectro I. A.) [12].

En 1999, se desarrollan técnicas ICPMS, celda de colisión y detectores de estado sólido.

En el año 2000, se desarrolla un tubo de rayos X miniatura de baja potencia [12].



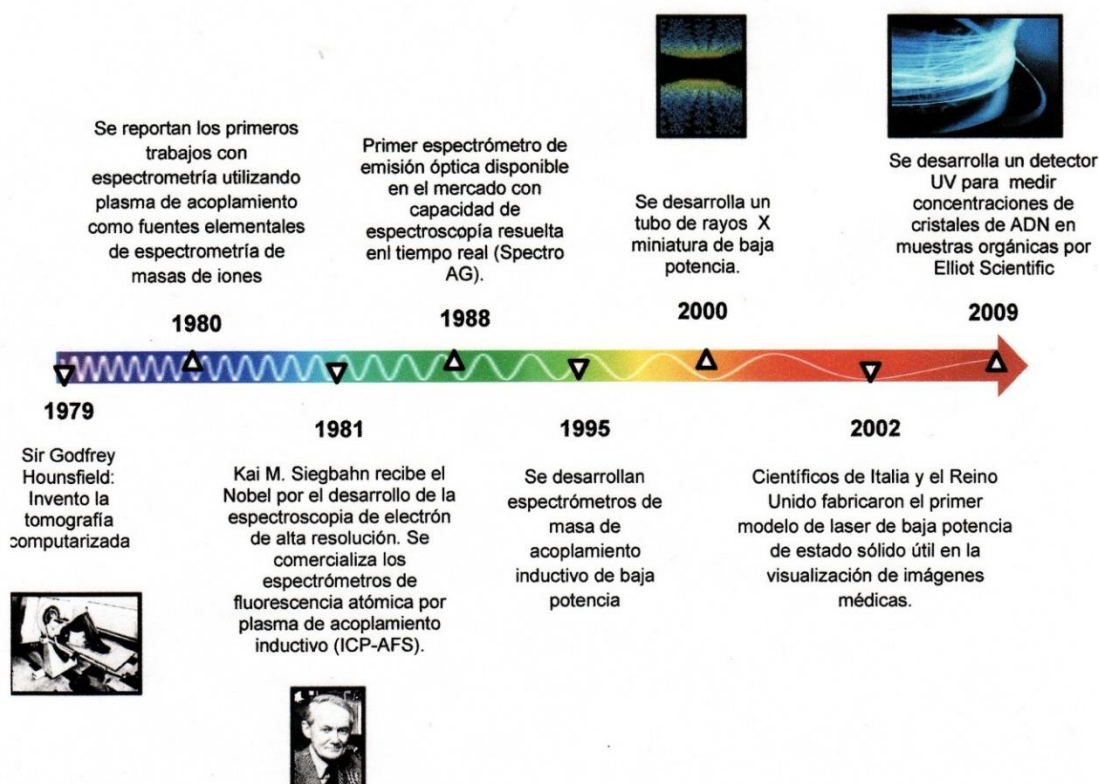


FIGURA 4. Evolución de la espectroscopia (1979-2009).

#### IV. ACTUALIDAD

En casi todos los nichos de desarrollo tecnológico, que generalmente tienen que ver con la innovación, sus avances no serían posibles sin la ayuda o el acompañamiento de instrumentos de alta tecnología.

Por ejemplo, para los casos del área de la salud, la importancia de la detección a nivel de dispositivos médicos y pruebas clínicas es fundamental para garantizar un buen tratamiento que finalice en la cura del paciente.

El uso de equipo de alta tecnología que permite interpretar fases de diagnóstico y tratamiento, viendo literalmente el interior del cuerpo humano, utiliza de manera creciente y sostenida, tecnología espectroscópica.

No es claro aún, si estas tecnologías se generaron a partir de una demanda del mercado o de la curiosidad del desarrollo científico y tecnológico. Pero, a partir de la década de los noventa, el desarrollo de estas tecnologías ha ido de la mano con el mercado que, evidentemente, demanda mayores y mejores equipos.

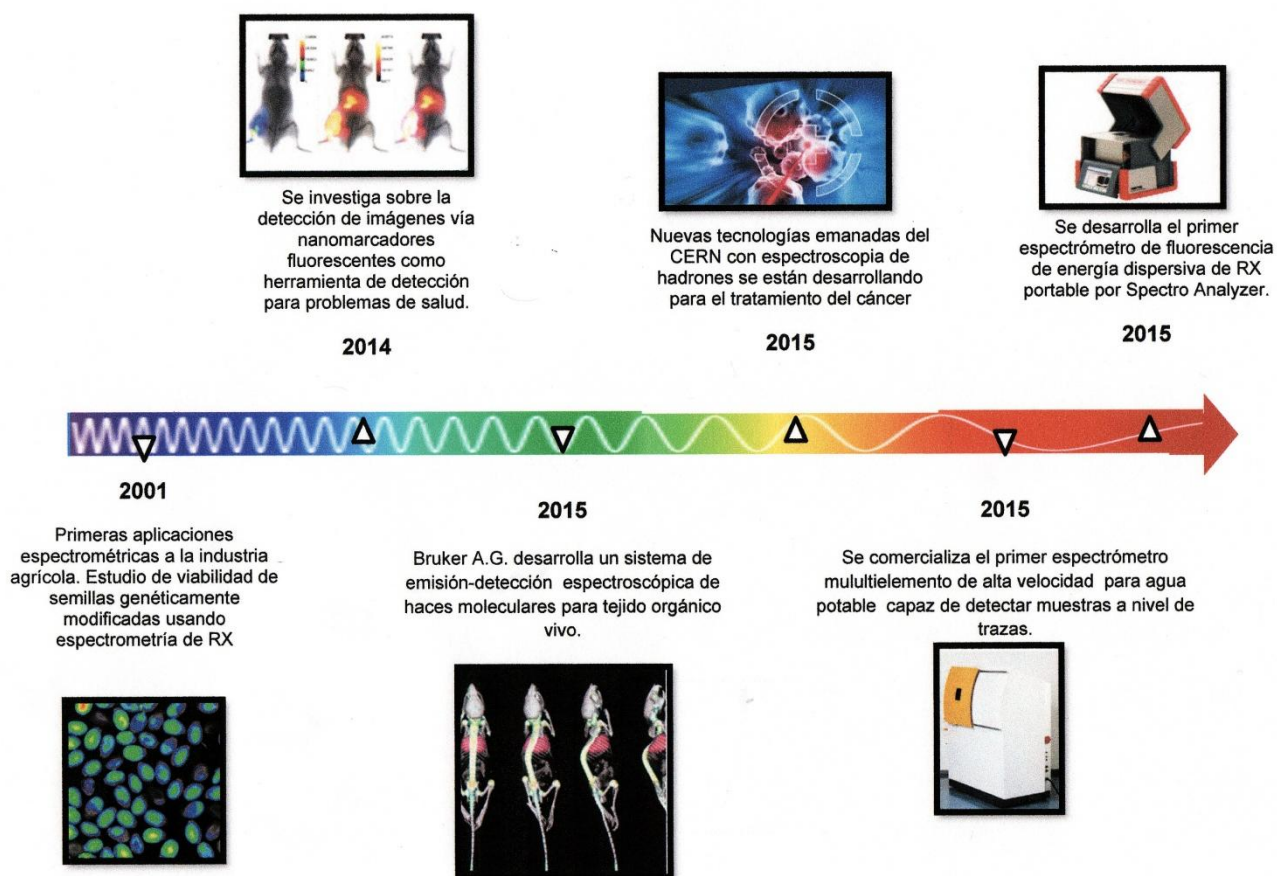
El impulso de estas tecnologías tiene su foco de desarrollo, en la actualidad –al menos en parte–, en el Centro Europeo de Investigaciones Nucleares CERN; donde su experimento más sobresaliente, el LHC (Gran Colisionador de Hadrones), no solo es la estrella principal en la construcción y transferencia de conocimientos de frontera, en física de altas energías, sino de tecnología para diversas ramas. Una de ellas es el desarrollo de detectores.

Recientemente se presentaron las experiencias de transferencia de tecnología del CERN, para las aplicaciones médicas de las tecnologías en el campo de los aceleradores, detectores y tecnologías informáticas.

En palabras Manjit Dosanjh, “...es de suma importancia el catalizar y facilitar la colaboración entre médicos, físicos e ingenieros. El CERN tiene un papel importante en la física para la salud”[42].

Por ejemplo, investigadores del Instituto de Investigación Biomédica de Bellvitge y del Instituto de Ciencias Fotónicas de la Universidad de Berlín, han desarrollado una herramienta de diagnóstico para identificar metástasis en cáncer de mama utilizando espectroscopia Raman. Es MammoGrid, un producto comercial basado en los resultados del proyecto de “acceso a un recurso común de apoyo en el diagnóstico de cáncer de mama utilizando técnicas espectroscópicas”, que es otro de los desarrollos del CERN.

Esta aplicación es capaz de estimar, a nivel de comparaciones, los datos mamográficos generados en distintos países, y a partir de un enlace en red, determinar la eficacia en el diagnóstico, consultando una base de datos europea de mamografías. Con esto, se intenta evitar los diagnósticos erróneos, ya que se estima que el 30% de las mamografías dan resultados falsos [43].



**FIGURA 5.** Evolución de la espectroscopia (2001-2015).

La espectroscopia infrarroja se está usando para análisis de suelos que han padecido sobreexplotación agrícola o mineral y los agricultores de los países de primer mundo, están utilizando espectrómetros infrarrojos para determinar niveles de proteínas en las cosechas [44].

La espectroscopia laser y de rayos X está siendo usada para determinar el tamaño de las partículas fundamentales, como el protón [45], y en el caso de la ciencias astronómicas, se están utilizando técnicas espectroscopia y de espectropolarimetría para la búsqueda de vida extraterrestre [46].

En 2002, científicos de Italia y el Reino Unido, fabricaron el primer modelo de laser de baja potencia de estado sólido útil en la visualización de imágenes médicas. Sobre la base de capas de los mismos semiconductores utilizados en los láseres visibles e infrarrojos convencionales

–de arseniuro de galio (GaAs) y de arseniuro de galio aluminio (AlGaAs) –. El prototipo da una mejor resolución de tejido blando que el ultrasonido [47].

En México, el uso de tecnologías que utilicen análisis espectroscópicos aplicados al área de la salud, ha dado como resultado un aumento considerable en los egresos hospitalarios. Estas estadísticas indican (Figura 7) que los pacientes, para la detección y/o tratamiento de su enfermedad, requirieron del uso de tecnologías basadas en la aplicación o interpretación de análisis espectrométricos.

Es por ello que una detección a tiempo es el primer paso hacia el camino para un cura; y en este sentido, las tecnologías que involucran la interpretación espectrométrica, son de suma importancia.

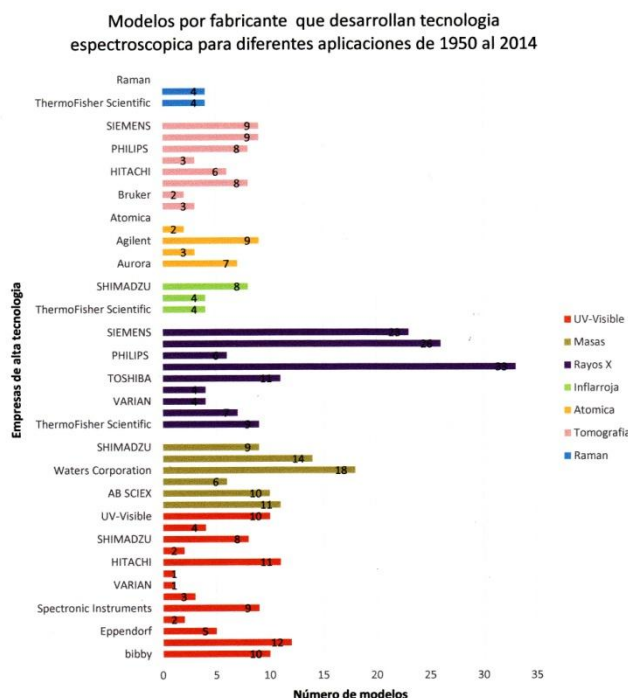


FIGURA 6. Desarrollos de tecnología espectrométrica por empresa.

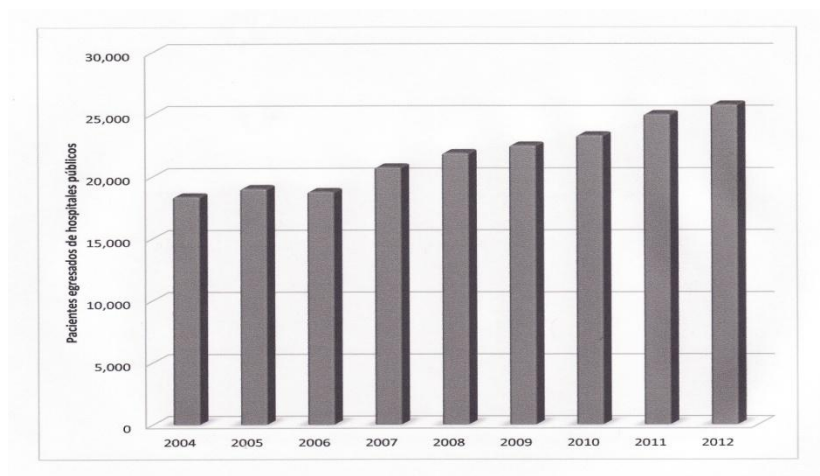


FIGURA 7. Egresos en hospitales públicos en México. Las causas identificadas son aquellas definidas por la OMS, como “causas básicas de 3 dígitos”: C00-C80X, C97-D44, I40, I44, I46, I50, I52, I63-I66, I71-I82.

En el ámbito de las artes, la espectroscopia ayuda en gran medida a identificar los pigmentos usados en pinturas sin comprometer el objeto a analizar. La espectroscopia Raman es la más utilizada por su facilidad para la detección de plomo y mercurio a diferencia de los rayos X [48].

También, se requieren análisis espectroscópicos antes de someter a limpieza obras artísticas. La limpieza se hace con un láser infrarrojo y la eliminación de barnices se logra con un láser ultravioleta. El análisis espectroscópico es necesario para disminuir el rango de error durante la limpieza [49].

A partir del 2004 se utilizan radioisótopos para vigilancia ambiental, geocronología, diagnóstico médico y detección de actividades nucleares.

En muchos casos, la espectroscopia atómica proporciona un enfoque analítico más sensible y selectivo que los métodos más tradicionales de conteo de radiación. En el área biológica, se utilizan técnicas metalonómicas, que es el estudio de los metales, de las especies metálicas y sus interacciones, transformaciones y funciones de los sistemas biológicos.

La espectroscopia atómica, junto con métodos de espectrometría de masas biológicas, proporciona un medio para identificar y cuantificar metaloproteínas y otros restos metálicos, además de identificar distribuciones a nanoescala, y auxilia en la localización de los metales y metaloides en muestras biológicas, desarrollos electrónicos y muestras geológicas.

En el área de la salud visual, se están usando aplicaciones de tomografía de coherencia óptica (OCT) como un método de mejora para medir el flujo sanguíneo en la retina, y explorar cómo se relaciona con el desarrollo de glaucoma, una de las principales causas de ceguera en los países industrializados [50].

## V. DESARROLLOS FUTUROS

Las empresas están centrando sus desarrollos tecnológicos en función de las necesidades del mercado. Por ejemplo Spectronic Instruments está desarrollando tecnologías de detección para muestras atmosféricas y de agua para análisis de mercurio de muy bajos límites de detección sin preparación o tratamiento previo de la muestra [51].

Hitachi ha desarrollado un tomógrafo de alta resolución que se adapta el espacio de detección, en función de la morfología del paciente [52].

Shimadzu está desarrollando un fluoroscopio de alta resolución, que minimiza los niveles de rayos X a los que el paciente está expuesto [53].

Bruker desarrolla detectores para biomarcadores específicos, que serán utilizados en la identificación de impurezas en agua y aire [54].

AB SCIEX está desarrollando un espectrómetro de masas para la identificación de péptidos y proteínas [55].

Jenway Enterprises está desarrollando un espectrofotómetro en el rango de ultra violeta visible, para la detección de ácidos nucleicos y proteínas [56].

Elliot Scientific Ltd del Reino Unido, ha desarrollado con tecnología del CERN, un detector UV para identificar cristales de ADN y su concentración en muestras orgánicas.

A nivel de imágenes, se ha desarrollado la primera espectroscopia de antihidrogeno detectado en el desacelerador de antiprotones (AD) en el CERN [57].

Existen, al día de hoy, estudios de espectroscopia aplicada en áreas de conocimiento como: la astrofísica, la física, la química, la ciencia de los materiales, la medicina, la biología, la ecología y la industria.

En concreto, sobre espectroscopia atómica, molecular, laser, de medios de dispersión, de sólidos, de nanoestructuras, de gases, plasmas y materiales ópticamente activos, en radiología, medicina nuclear, detectores de imágenes, ensayos clínicos con terapia de partículas, y el desarrollo de nuevos biomarcadores, sólo por mencionar algunos.

Además, es interesante observar que la espectroscopia se ha vuelto, de algún modo, el vínculo entre la física, la biología, la ecología y la medicina. Esto ha generado que todas estas disciplinas trabajen juntas en favor de la salud.

## V CONCLUSIÓN

Si la materia puede ser excitada para que la misma emita una radiación, muy pequeña inclusive, pero suficientemente fuerte como para ser detectada, entonces esa radiación debe ser capaz de describirnos que sucede con la materia y cuál es su comportamiento.

Desarrollar las tecnologías que permitan detectar espectros de radiación desde los cuerpos celestes (composición y características de nebulosas, galaxias, soles y planetas), hasta las moléculas en transición y formación (metabolismo de carbohidratos, transducción y flujo de señales químicas a nivel celular), como parte de los procesos fisiológicos en los seres vivos, es uno de los fines en donde la espectroscopia está centrando sus esfuerzos.

Las últimas conferencias auspiciadas por el CERN, son un ejemplo de la preocupación por acercar el conocimiento de primer nivel hacia las empresas, y en especial, a aquellas relacionadas con el área de la salud.

La espectroscopia y toda la tecnología que se genera a su alrededor aún tienen mucho que decirnos.

## REFERENCIAS

- [1] Taboada, M., *Antropología física, para qué*, Recuperado de: <https://antropologiafisicaparaque.wordpress.com/2009/06/>. Consultado: 8 julio 2015.
- [2] Bockris, J., *Electroquímica moderna*, Vol. 1, (Reverté, Madrid, 2003).
- [3] Atkins, W., *Principios de química: Los caminos del descubrimiento*, (Editorial Médica Panamericana, Buenos Aires, 2006).
- [4] Albella, J., Cintas, A., Miranda, T., Serratos, T. (Coord.). *Introducción a la ciencia de materiales*, (Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, 1993).
- [5] Pasto, D., Johnson, C., *Determinación de estructuras orgánicas*, (Reverté, Barcelona, 2003).
- [6] Freifelde, D., *Técnicas de bioquímica y biología molecular*, (Reverté, Sevilla, 2003).
- [7] Baroni, C., *Leonardo da Vinci*, (Reynal and Company, New York, 1956).
- [8] Newton, I., *Opticks*, (New York, Dover Publications, 1952).
- [9] Pierre, B., *Essai d'optique, sur la gradation de la lumière*, Vol. 729, (Jombert, Paris, 1729).
- [10] Thomas, M., *Observations on light and colours*, Royal Astronomical Society of Canada **8**, 231-272 (1914).
- [11] Lambert, J., *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae* (1760), En: *Lamberts Photometrie, Photometria, sive De mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*, (Wilhelm Engelmann, Leipzig, 1892).
- [12] Thomsen, V., *Atomic spectroscopy*, *Spectroscopy* **21**, 32-42 (2006).
- [13] Wollaston, H., *A method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflection*, *Philosophical Transactions* **92**, 365-380 (1802).

- [14] Joseph, F., VIII. Bestimmung des Brechungs- und Farbenzerstreuungs-Vermögens verschiedener Glasarten, in Bezug auf die Vervollkommnung achromatischer Fernröhre, En: *Denkschriften der königlichen academie wissenschaften zu münchen. Für die jahre 1814 und 1815*, (Kosten der Akademie, München, 1817).
- [15] Lakowicz, J., *Principles of fluorescence spectroscopy*, 3<sup>rd</sup> Ed. (Springer Verlag, Luxemburgo, 2006).
- [16] August, B., *Bestimmung der absorption des rothen lichts in farbigen flüssigkeiten*, Annalen der Physik und Chemie **162**, 78-88 (1852).
- [17] Kirchhoff, G., Bunsen, R., *Chemical analysis by spectrum-observations*, The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **20**, 89-109 (1860).
- [18] Royal Society of London, *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 12, (Taylor and Francis, London, 1862).
- [19] Erdmann O., Werther, G., Journal für praktische Chemie herausgegeben **1**, 172-176 (1863).
- [20] Schultz, W., *Recherches sur le spectre solaire*, (Uppsala, Schultz, 1868).
- [21] Lockyer, J., *Nature series. The spectroscopy and its applications*, 2<sup>nd</sup> Ed. (Macmillan and Co., London, 1873).
- [22] Augustus, R., Preliminary notice of the results accomplished in the manufacture and theory of gratings for optical purposes, En: *The physical papers of Henry Augustus Rowland*, (Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1902).
- [23] Hartley, W. N., *Researches on spectrum photography in relation to new methods of quantitative chemical analysis, Part I*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London **175**, 49-62 (1884).
- [24] Balmer, J. J., *Notiz über die Spectrallinien des Wassertoffs*, Annalen der Physik und Chemie **25**, 80-87 (1885).
- [25] Röntgen, W. C., On a new kind of rays, En: *Harper's Scientific Memoirs*, Vol. III, (Harper & Brothers Publishers, London, 1899).
- [26] Zeeman, P., On the influence of magnetism on the nature of the light emitted by a substance, En: *The effects of a magnetic field on radiation*, Vol. VIII, (American Book Company, New York, 1900).
- [27] Planck, M., Über eine verbesserung der Wienschen Spectral-gleichung, En: *Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung*, (Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1900).
- [28] Frank, T., *The discovery and development of spectrum analysis*, (Adam Hilger, London, 1911).
- [29] Royal Society of London, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, (Royal Society Publishing, London, 1900).
- [30] Einstein, A., Review of M. Planck, "On Clausius' theorem for irreversible cycles, and on the increase of entropy, En: *The collected papers of Albert Einstein*, Vol. II, (Princeton University Press, New Jersey, 1989).
- [31] Theodore, L., *The spectrum of hydrogen in the region of extremely short wave-length*, The Astrophysical Journal **23**, 181-210 (1906).
- [32] Charles, G., *Secondary röntgen rays and atomic weight*, Nature **73**, 365 (1905-1906).
- [33] Ritz, W., *On a new law of series spectra*, The Astrophysical Journal **28**, 237-243 (1908).
- [34] Makower, W., Geiger, H., *Practical measurements in radio-activity*, (Longmans, Green, London, 1912).
- [35] Ewald, P., *Fifty years of x-ray diffraction*, Recuperado de: <http://www.iucr.org/pub/50yearsofxraydiffraction>. Consultado: 2 julio 2015.
- [36] Compton, H., *X-rays as a branch of optics*, Recuperado de: [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1927/compton-lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1927/compton-lecture.pdf). Consultado: 2 julio 2015.
- [37] Sumner, F., *Visible and infra-red radiation of hydrogen*, Astrophysical Journal **56**, 154-161 (1922).
- [38] MIT, *Wavelength tables*, Vol. 1, (MIT Press, Cambridge, 1969).
- [39] Webber, G., *Fluorescence of riboflavin and flavin-adenine dinucleotide*, Biochemical Journal **43**, 114-121 (1950).
- [40] Schawlow, A., Townes, C., *Infrared and optical masers*, Physical Review **112**, 1940-1949 (1958).
- [41] Irons, R. D., Schenk, E. A., Glaugue, R. D., *Energy-dispersive x-ray fluorescence spectroscopy and inductively coupled plasma emission spectrometry evaluated for multielement analysis in complex biological matrices*, Clinical Chemistry **22**, 2018-2024 (1976).
- [42] CERN, *CERN Courier*, (Organización Europea para la Investigación Nuclear, Ginebra, 2014). Recuperado de: <http://cerncourier.com/cws/article/cern/51549>. Consultado: 10 septiembre 2015.
- [43] CERN, *CERN Courier*, (Organización Europea para la Investigación Nuclear, Ginebra, 2006). Recuperado de: <http://cerncourier.com/cws/article/cern/29561>. Consultado: 8 noviembre 2015.
- [44] Hernández, M., *Estudio del suelo mediante técnicas espectroscópicas*, Investigación y Ciencia **442**, 10-11 (2013).
- [45] Bernauer, J., *El problema del radio del protón*, Investigación y Ciencia **451**, 48-50 (2014).
- [46] González, J., *Hacia el primer exoplaneta con vida*, Investigación y Ciencia **450**, (2014).
- [47] Köhler, R., *Terahertz semiconductor-heterostructure laser*, Nature **417**, 156-159 (2002).
- [48] Serrano, H., *Pigmentos del barroco*, Investigación y Ciencia **331**, (2004).
- [49] Castillejo, M., *Limpieza con láser*, Investigación y Ciencia **329**, (2004).
- [50] SPECTRONIC-CAMPSEC, *Spectronic-Campsec*. Recuperado de: [www.spectronic-campsec.co.uk/](http://www.spectronic-campsec.co.uk/). Consultado: 28 junio 2014.
- [51] HITACHI MEDICAL, *Hitachi Medical*. Recuperado de: [http://www.hitachimed.com/products/mri/oasis/?WT.ac=med\\_mg\\_pro\\_mri\\_oas](http://www.hitachimed.com/products/mri/oasis/?WT.ac=med_mg_pro_mri_oas). Consultado: 28 junio 2015.
- [52] SHIMADZU, *Shimadzu*. Recuperado de: <http://www.shimadzu.com/products/medical/fluoro/5iqj1d000001sqsl.html>. Consultado: 28 septiembre 2015.
- [53] BRUKER, *Bruker*. Recuperado de: <http://www.bruker.com/news-records/single-view/article/bru>

ker-announces-powerful-new-mass-spectrometry-systems-and-solutions-for-life-science-research-cli-2.html. Consultado: 28 septiembre 2015.

[54] AB-SCIEX, *AB-sciex*. Recuperado de: [www.absciex.com/applications/biomarker-discovery-and-omics-research/swath-acquisition?country=United%20States](http://www.absciex.com/applications/biomarker-discovery-and-omics-research/swath-acquisition?country=United%20States). Consultado: 4 octubre 2015.

[55] JENWAY, *Jenway*. Recuperado de: [www.jenway.com/news.asp?dsl=899](http://www.jenway.com/news.asp?dsl=899). Consultado: 6 octubre 2015.

[56] CERN, *Elliot Scientific offers UV-VIS-NIR Microspectroscopy in UK & Ireland*, CERN Courier **19**, (2009).

[57] CERN, *ALPHA's first antihydrogen spectroscopy*, CERN Courier **27**, (2012).