

Análisis didáctico de registros semióticos en el contexto de la cinemática

EDVCATIO PHYSICORVM



Francisco Javier Parra Bermúdez¹, Ramiro Ávila Godoy²

¹Departamento de Física, Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales s/n, Colonia Centro, CP 83000, Hermosillo, Sonora, México.

²Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales s/n, Colonia Centro, CP 83000, Hermosillo, Sonora, México.

E-mail: fjparra@hotmail.es

(Recibido el 8 de septiembre de 2018, aceptado el 16 de diciembre de 2018)

Resumen

En esta contribución se reporta cómo estudiantes de un curso de Física a nivel universitario, utilizaron los diversos registros de representación semiótica (lenguaje gráfico, numérico, analítico y verbal) al tratar de resolver un problema de cinemática. El propósito fundamental de la investigación estuvo centrado en explorar el uso que le dieron al registro gráfico del fenómeno físico denominado *caída libre*, considerando que en la enseñanza tradicional se utiliza casi exclusivamente el lenguaje analítico. La actividad se realizó con una muestra de estudiantes de una carrera de ingeniería, de la Universidad de Sonora, en el año 2017. La investigación realizada fue de corte cualitativo descriptivo. El diseño, descripción e interpretación de los resultados de la investigación se sustenta en las premisas teóricas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática aplicadas al análisis de un fenómeno físico; específicamente se utilizaron las premisas en las que se declara que los significados de los objetos son esencialmente sistemas de prácticas actuativas y discursivas.

Palabras clave: Lenguaje, registro semiótico, sistema de prácticas, cinemática.

Abstract

In this contribution we report how students of a physics course at the university level, used the various records of semiotic representation (graphic, numerical, analytical and verbal language) when trying to solve a kinematics problem. The fundamental purpose of the research was focused on exploring the use they gave to the graphic record of a physical phenomenon, free fall, considering that in traditional education almost exclusively the analytical language is used. The activity was carried out with a sample of students from an engineering career, from the University of Sonora, in the year 2017. The research carried out was qualitative and descriptive. The design, description and interpretation of the results of the research is based on the theoretical premises of the onto-semiotic Approach of the Cognition and Mathematical Instruction applied to the analysis of a physical phenomenon; Specifically, the premises in which it is stated that the meanings of the objects are essentially systems of active and discursive practices were used.

Keywords: Language, semiotic register, system of practices, kinematics.

PACS: 01.40.gb, 01.40.gb, 01.50.ht

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Nuestra experiencia de más de 33 años como docentes a nivel universitario, nos ha permitido observar que la enseñanza o tratamiento de los temas de los cursos de Física se utilizan, predominantemente, el lenguaje algebraico como registro de representación semiótica, seguido por el uso del registro numérico y el verbal; mientras que la representación gráfica se utiliza mínimamente; consideramos que esto, en buena medida, es consecuencia de que los libros de texto que son consultados y utilizados por los docentes para la enseñanza de esta disciplina, están escritos de esa manera. Además de esto, por lo general, los maestros utilizan el método expositivo ilustrativo como su principal estrategia de enseñanza, es decir, se paran en la pizarra, frente al grupo de

estudiantes a explicar el tema de estudio y, al hacerlo, se valen fundamentalmente del registro algebraico lo cual va creando una cultura en la que aprender Física consiste en *conocer una serie de fórmulas que hay que memorizar*. Una consecuencia de esta manera de proceder es que los estudiantes construyen significados parciales y, en consecuencia, raquíticos, de los *conceptos de la Física relativos a los fenómenos físicos* estudiados y en nuestra investigación asumimos que el uso y articulación de las distintas representaciones semióticas de los conceptos, objeto de estudio, enriquece y robustece los significados que se construyen, razón por la cual es muy importante y conveniente utilizarlas en la enseñanza de la Física. Con base en esta premisa, respaldada en nuestra concepción teórica de que los significados de los objetos de estudio son sistemas de

prácticas actuativas y discursivas que se utilizan para analizar, interpretar y resolver problemas contextuales, se diseñaron y desarrollaron las actividades didácticas con un grupo de estudiantes universitarios en un curso de Física básica y en este reporte se presentan algunos resultados de lo sucedido en el aula relacionado con el uso que le dan los estudiantes a los registros semióticos, específicamente al gráfico, en el contexto del estudio cinemático del movimiento. El propósito de la investigación fue indagar la manera en que los estudiantes utilizaban el registro gráfico como herramienta para analizar, interpretar y resolver problemas planteados en el contexto de la cinemática, para lo cual se les pedía que describieran verbalmente la información proporcionada sobre el movimiento de una partícula cuando esta información era proporcionada por medio de una gráfica de la posición, de la velocidad o de la aceleración, todas ellas con respecto al tiempo, por ejemplo se trató de saber qué significaba para ellos el hecho de que la gráfica fuera una recta o una curva, que fuera subiendo o bajando, que la pendiente de la gráfica fuera constante o variable, sus intercepciones con los ejes de coordenadas, etc., y también se trataba de indagar la manera en que expresaban por medio de gráficas la información proporcionada sobre el movimiento de una partícula cuando dicha información la obtenían o se les proporcionaba por medio de otro registro semiótico, esto es, el registro gráfico, el verbal o el analítico.

Parafraseando una cita de Duval [1] se puede decir que la Física es un campo de estudio adecuado para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender Física conlleva que estas prácticas cognitivas necesiten además del lenguaje natural o el de las imágenes, el uso de diversos registros de representación y de expresión. Así pues, al tratar de indagar el uso que algunos estudiantes de Física le dan a los registros semióticos, específicamente al gráfico en la resolución de un problema de caída libre, se retomaron las aportaciones conceptuales y metodológicas para un análisis didáctico del [2] enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática en la disciplina de la Física y como sus autores señalan [3] no se limita sólo a las matemáticas sino que puede ser trabajado en otras disciplinas.

En conclusión: el foco del presente trabajo es investigar el uso e interpretación que hacen los estudiantes en un curso de Física, del registro semiótico gráfico de los objetos primarios, asociados al fenómeno: *caída libre* y su conversión al resto de las diversas representaciones que se utilizan.

II. REFERENTES TEÓRICOS

En la actividad de la resolución de problemas de Física se recurre a la transformación de signos dentro de sistemas semióticos culturalmente dados, por lo que, el aprendizaje de la Física es esencialmente una actividad semiótica, interpretando a [1], afirmamos que para comprender el uso de los signos es necesario tener en cuenta la actividad

reflexiva mediada que subyace a la coordinación de sistemas semióticos, esto es, a las configuraciones cognitivas que son activadas por dichos sistemas de prácticas. El significado de un objeto como señala [4], es atribuido por la cultura y tiene una existencia que trasciende al sujeto es más estable, más descontextualizado y general, está más asociado a la semántica cultural; en esa posición, mientras que el sentido atribuido a un objeto de la física depende tanto del sujeto como del contexto en el que se trate, entonces es algo flexible, dinámico, en movimiento, y es relativo a varias modalidades sensoriales y semióticas, asociado más a la pragmática. En términos de prácticas operativas, se considera que la representación semiótica de un objeto primario de la Física es el contenido de la función semiótica que asume dicho objeto primario como expresión, por ejemplo, si se hace referencia al fenómeno físico: caída libre, y el registro semiótico es algebraico, su contenido: como representación semiótica podría ser

$$h = \frac{1}{2}gt^2. \quad (1)$$

Se parte de las teorías referenciales, donde el análisis de los significados de los objetos de la Física están estrechamente relacionados con el problema de las representaciones externas e internas de dichos objetos. La relación de significación se suele describir como una relación ternaria, como se propone en el llamado triángulo básico de [5].

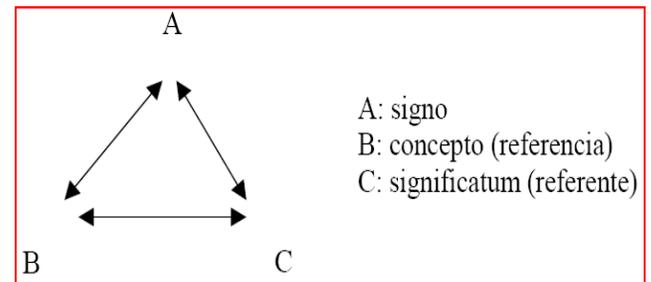


Figura 1. Triángulo de Ogden y Richards.

Donde A: Signo, término, expresión o representante por ejemplo la palabra: parábola.

B: Significado o contenido que el sujeto (institución o persona) tiene del objeto parábola.

C: Un Objeto en particular, una parábola que se muestra, por ejemplo la gráfica de distancia vs tiempo, para un cuerpo en caída libre.

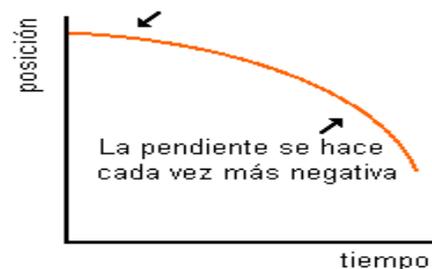


Figura 2. Gráfica de la posición y el tiempo en una caída libre.

Con respecto a los objetos de la Física y sus procesos, se tiene que: prácticamente todo lo que se puede pensar, hacer y decir en la Física se puede considerar como objetos físicos (procesos, ideas, sucesos) sin embargo al sistema de prácticas desplegadas por el sujeto institucional y personal frente a una situación-problema (SP) le anteceden un sistema de prácticas previas como configuraciones de objetos que se consideran primarios intervinientes (objetos primarios): como las situaciones-problema, conceptos, procedimientos, y argumentos los cuales describimos a continuación., lenguaje: expresiones lingüísticas (términos específicos de la física), representaciones algebraicas, tablas numéricas, gráficas, etc., en sus diversos registros: oral, escrito, gestual, ...), que expresa el sujeto ante situaciones-problema, donde el núcleo de las configuraciones son las situaciones-problema, seleccionadas para contextualizar y personalizar los significados, por lo que éstas motivan el uso de definiciones-conceptos (referidos a los objetos reconocidos como parte de la estructura de la física, caracterizados por sus propiedades esenciales: velocidad, aceleración, distancia, tiempo, para llevar a cabo procedimientos (emprendidos o ejecutados por el sujeto ante las tareas matemáticas o físicas: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...), para que mediante leyes, principios de la Física, intervenir y condicionar los argumentos (enunciados que se usan para justificar, validar y explicar las leyes, principios y procedimientos), que permiten resolver las situaciones-problema.

Para sintetizar lo anteriormente expuesto presentamos el rediseño en el contexto de la Física, de una figura de [6].

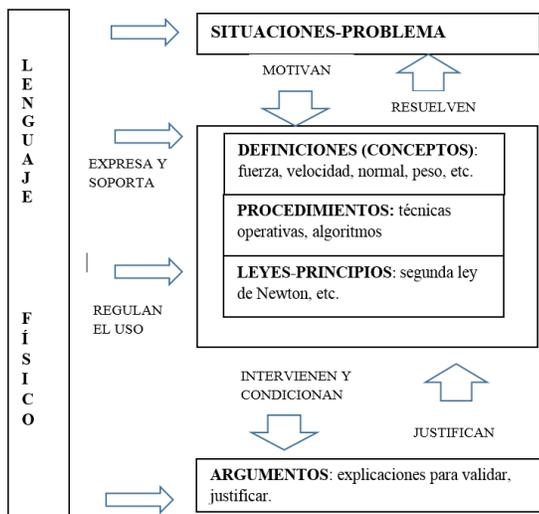


Figura 3. Configuración de objetos de la física.

El fenómeno de la Física: *caída libre*, el registro semiótico y su representación están relacionados con lo que se denomina la faceta dual expresión-contenido. Por ejemplo, al tratar de resolver una situación-problema (SP) el sujeto pone en juego un sistema de prácticas de las que emergen nuevos objetos de la Física y sus significados con sus atributos contextuales, según el juego de lenguaje en que participan, ante lo cual [7] declara que la noción de juego de lenguaje (ocupa un lugar

Análisis didáctico de registros semióticos en el contexto de la cinemática importante, al considerarla, junto con la noción de institución, como los elementos contextuales que relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a éstos una naturaleza funcional. En nuestro caso los objetos de la Física que intervienen en las prácticas operativas y discursivas y los objetos emergentes de las mismas, según el juego de lenguaje en que participan, son las denominadas facetas o dimensiones duales. Todo lo que se puede decir, hacer y pensar sobre los objetos primarios emergentes se manifiesta en otros objetos que se consideran secundarios y que se manifiestan en facetas duales como se muestran en [6]: personal-institucional, ostensiva-no ostensiva, extensiva-intensiva, unitaria-sistémica y la relacionada con esta investigación la expresión-contenido: término y significado en cualquier función semiótica, donde la relación es establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia. Cuando un objeto se manifiesta como una expresión o un término todo lo que un sujeto puede hacer, decir y pensar sobre el objeto, es el significado (contenido) que el sujeto tiene sobre el objeto, por ejemplo el término círculo le puede evocar al individuo todo un contenido como el movimiento circular que tienen ciertos satélites en su movimiento alrededor de la tierra (periodo, velocidad angular, aceleración centrípeta, angular, etc.), o en geometría como una imagen o una definición del lugar geométrico cuyos puntos equidistan de un punto interior llamado centro, o una representación algebraica

$$x^2 + y^2 = 1, \quad (2)$$

etc., según el contexto en el que se le pregunte.

III. ASPECTOS METODOLÓGICOS

El propósito de la actividad consistió en explorar cómo estudiantes de Física en una carrera de ingeniería utilizaron y percibieron el registro semiótico gráfico en la resolución de un problema de cinemática. La actividad se realizó en una clase de Laboratorio de Física, en la Universidad de Sonora, México; en la parte intermedia del segundo semestre del año 2017.

Con respecto a la estrategia de investigación diseñada e implementada. En un primer momento se planteó a un grupo de 36 estudiantes, la siguiente situación-problema: 1. Un cuerpo se deja caer de una altura de 1.0 m. (No se considere la fricción). Bosquejar las gráficas de la: a) posición contra el tiempo, b) velocidad contra el tiempo, c) aceleración contra el tiempo. Considérese el sentido positivo hacia "arriba" y hacia la derecha. Argumenta cada una de las gráficas. 2. Una pelota es disparada desde el suelo, la cual sigue una trayectoria parabólica. (No se considere la fricción). Bosquejar las gráficas de la: a) posición contra el tiempo, b) velocidad contra el tiempo, c) aceleración contra el tiempo. Argumenta cada una de las gráficas. El tipo de investigación realizada fue de corte cualitativo descriptivo, al indagar las prácticas operativas y discursivas que los estudiantes mostraban al hacer frente al problema de caída

Francisco Javier Parra Bermúdez, Ramiro Ávila Godoy

libre. La herramienta para recabar la información fue una bitácora con apoyo en la observación y grabación de audio, el papel del profesor fue el de un investigador participante. En una primera acción los estudiantes resolvieron individualmente el problema en una hoja de trabajo y en una segunda acción lo hicieron en 9 equipos de 4 estudiantes cada uno, posteriormente se comentaron en grupo las respuestas de los equipos recurriendo a la pizarra.

El análisis de las respuestas registradas por cada uno de los estudiantes, se llevó a cabo para determinar, por una parte, si las representaciones del registro semiótico de los objetos de la Física, intervinientes en el fenómeno: *caída libre*, eran correctas, por otra, si las descripciones verbales que hacían, se correspondían con las gráficas y, por último, si presentaban alguna otra representación como la numérica o la algebraica.

Tanto el diseño de la estrategia, como su instrumentación y el análisis de la información obtenida se llevó a cabo teniendo como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico (EOS) [6] por su articulación y aportaciones para un análisis didáctico del lenguaje y sus registros semióticos y sus representaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

IV. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE ALGUNOS RESULTADOS

Para ilustrar con mayor detalle la dinámica del proceso que se desarrolló en los diversos equipos que se organizaron para resolver el problema y de los cuales se recabó la información, presentaremos lo sucedido en uno de ellos, integrado por cuatro estudiantes, ya que consideramos que dicho equipo ilustran de buena manera lo realizado en todos.

A continuación se presentan el protocolo de la investigación y las respuestas de los cuatro estudiantes integrantes de uno de los 9 equipos participantes en el estudio y resolución del problema de caída libre. Simbología: Pr, profesor; E, equipo de estudiantes; E1, E2, E3 y E4, estudiantes integrantes del equipo.

Descripción del episodio:

El profesor (Pr) se dirige al equipo de estudiantes y les dice: generalmente en el estudio de la cinemática desde los niveles básicos hasta el superior prevalece el registro algebraico por lo que en esta sesión vamos a trabajar el registro gráfico. El profesor muestra lo hecho en la hoja de trabajo por uno de los estudiantes y pregunta al equipo de estudiantes ¿Qué tipos de registro observan? Los estudiantes se muestran confusos y el estudiante E1, responde: las posiciones con la velocidad y enseguida pregunta: ¿A qué se refiere con registro? A lo que el profesor les indica que se pueden utilizar 4 tipos de registros y que al hacer frente a un problema, un estudiante o cualquier persona que pretende resolver el problema, se activa y realiza un serie de actividades (operativas y discursivas) las cuales lleva a cabo utilizando un lenguaje, por ejemplo: usa fórmulas para analizar y comentar el problema, lo cual significa que está usando el registro algebraico; también realiza cálculos aritméticos lo que significa que está utilizando el registro

numérico, y en ocasiones, traza alguna o algunas gráficas, en cuyo caso se dice que está usando el registro gráfico y al utilizar el lenguaje común para comunicar sus procedimiento y/o argumentar lo que hizo, entonces está utilizando el registro verbal.

Pr: ¿Cuál creen ustedes que es el más usual?

Estudiante E2: El de las fórmulas, es el que nos enseñan desde la secundaria.

Pr: Ese hecho, de utilizar casi exclusivamente el registro algebraico, da lugar a la creación de una cultura en la que se llega a creer que la Física son las fórmulas, pues se da tal énfasis al registro algebraico que se confunde el concepto con su representación. En el caso del movimiento de caída libre, ¿Cómo es el bosquejo de la gráfica de posición con respecto al tiempo?

El estudiante E3 pasa a la pizarra y dibuja una recta de bajada.

Pr: ¿Están de acuerdo que es una recta y de bajada?

Estudiante E3: yo sí, pues es un cuerpo en caída libre, pienso que si te vas a un caso límite, es como una línea recta porque sólo sabes el principio y el final, no se tiene información del punto medio, y es más fácil imaginar que sea todo recto.

El estudiante, E1, dibuja en la pizarra una curva de bajada.

Pr: Como ven ustedes se tienen dos registros gráficos diferentes para un mismo movimiento, ustedes coinciden en varias cosas: edad, semestre, carrera, etc. Pero la Física de ustedes está siendo diferente.

E4: No es una recta.

Pr: ¿Por qué, no es una recta?

E4: Porque la velocidad va cambiando y hay una aceleración, la de la gravedad.

E1: Porque con una recta sería de forma constante el movimiento y la velocidad está cambiando.

Pr: ¿Y cómo se puede saber que está cambiando?

E1: En base a la pendiente, si es una recta, entonces la velocidad sería constante.

Pr: ¿Qué más se puede decir?, ¿Puede ser una recta o no?

E4: No, porque sería un movimiento con velocidad constante.

E3: Y no coincidiría con la ecuación para caída libre, pues es una cuadrática para el tiempo, de la que depende la "y". Se confunde, pero con la ayuda de los miembros del equipo expresa:

$$y = 1.0m - 4.9 \frac{m}{s^2} t^2. \quad (3)$$

Donde la t cuadrada significa una parábola, que es la gráfica correcta.

Pr: Entonces hay que verbalizar el registro gráfico y no limitarnos a la fórmula, si es una curva de "bajada" ¿Qué significa físicamente la pendiente?, la pendiente ¿Es constante o variable?, si varía: ¿Aumenta o disminuye? ¿Cómo es su signo?, continúa Pr: ¿Qué significa físicamente la pendiente de la gráfica y-t?,

E3: La velocidad.

Pr: ¿Qué es la pendiente?

E3: La derivada

E4: Una razón de

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (4)$$

Pues y está cambiando respecto al tiempo.

Pr: Si la pendiente es la tangente del ángulo de inclinación en un punto de la curva, ¿Qué le está pasando al ángulo en la curva? ¿Va aumentando o disminuyendo?

E1: Va aumentando.

Pr: En la parte más alta de la curva ¿Cómo es el ángulo?

Equipo de estudiantes (E): Cero.

Pr: ¿Qué significa eso?

E1: Y conforme “baja” la curva, la pendiente aumenta negativamente.

Pr: ¿Y cómo leerían la gráfica x-t para la pelota que sigue una trayectoria parabólica?

E4: Pues que conforme “sube” la curva disminuye la pendiente hasta hacerse cero y luego empieza la curva a “bajar” por lo que la pendiente aumenta negativamente.

Pr: ¿Y qué podemos decir de la velocidad?

E4: Lo mismo que de la pendiente.

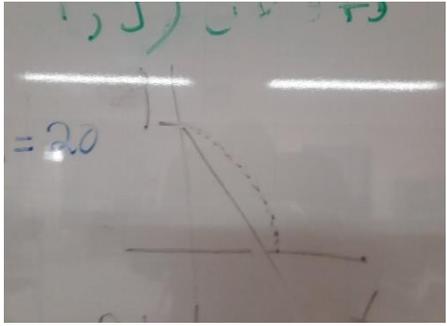
Pr: ¿Cómo sería la gráfica de la velocidad contra el tiempo para la caída libre?

E4: Una recta de bajada.

En la siguiente tabla se presentan los resultados de las representaciones de los registros semióticos que le dieron los estudiantes al fenómeno de caída libre de un cuerpo sin considerar la fricción con el aire.

Tabla I. Relación de las representaciones de los registros semióticos para el fenómeno físico: *caída libre*.

Fenómeno físico: caída libre	
Registros semióticos	Representaciones semióticas
Lenguaje verbal	<p>E3: Yo sí, pues es un cuerpo en caída libre, y pienso que, si te vas a un caso límite, es como una línea recta porque sólo sabes el principio y el final, no se tiene información del punto medio, y es más fácil imaginar que sea todo recto.</p> <p>E4: No es una recta, porque la velocidad va cambiando y hay una aceleración, la de la gravedad.</p> <p>E1: Porque con una recta sería de forma constante el movimiento y la velocidad está cambiando., en base a la pendiente, si es una recta entonces la velocidad sería constante.</p> <p>E3: Y no coincidiría con la ecuación para caída libre, pues es una cuadrática para el tiempo, de la que depende la “y”. La t cuadrada significa una parábola, que es la gráfica correcta.</p> <p>E1: Y conforme “baja” la curva, la pendiente aumenta negativamente.</p> <p>E4: Una recta de bajada.</p>
Aritmético	<p>¿Cuál es el valor del ángulo en la parte más alta de la curva?</p> <p>E: 0</p>
Algebraico	

	<p>E4: La razón de</p> $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ <p>Y está cambiando. E3 escribe en la pizarra:</p> $y = 1.0m - 4.9 \frac{m}{s^2} t^2$
Gráfico	 <p>Figura 4. El estudiante E3 pasa a la pizarra y dibuja una recta de bajada y el estudiante E1 dibuja una curva de bajada.</p>

Enseguida se presentan los resultados de 2 estudiantes E5 y E6 que no eran parte del equipo de los 4 anteriores, los cuales mostraron frente al grupo de 36 estudiantes, las representaciones gráficas y analíticas siguientes:

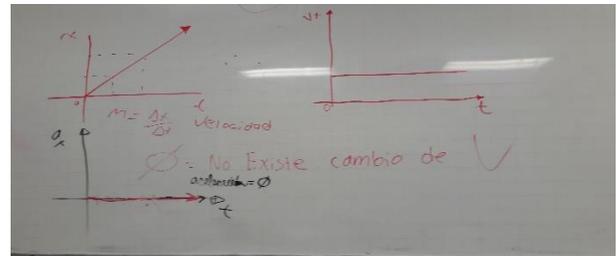


Figura 5. Representación gráfica y analítica presentada por el estudiante E5 de la muestra total.

Enseguida se muestra la representación gráfica y analítica presentada por el estudiante E6.

Lo que se encontró es que los estudiantes en sus representaciones no saben verbalizar adecuadamente sus registros, no saben argumentar la física y su correspondiente gráfica. Muestran más habilidad para generar la gráfica a partir de la expresión algebraica del fenómeno cinemático, pero no a partir de la comprensión del fenómeno físico: *caída libre*. Por ejemplo estudiantes que argumentan que al no haber un cambio en la aceleración durante la caída, la velocidad se mantiene constante y por eso la gráfica de la velocidad contra el tiempo es una recta. Ante la prevalencia su formación algebraica de la cinemática algunos trataron de generar las gráficas a partir de un método de mínimos cuadrados.

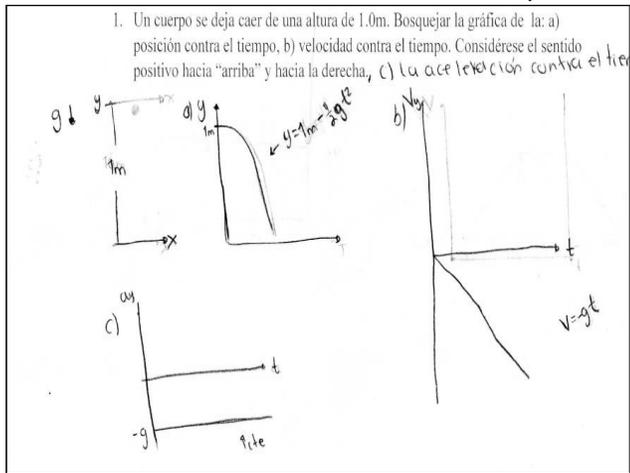


Figura 6. Representación gráfica y analítica presentada por un estudiante de la muestra total.

Finalmente, los estudiantes que obtuvieron mejores resultados de las representaciones fue con los que se trató de verbalizar (platicar) qué significa: físicamente la pendiente de la gráfica, que la gráfica sea una recta o una curva, que la pendiente de la gráfica sea constante o variable, que la gráfica vaya de subida o de bajada, su intersección con los ejes, etc., para analizar, interpretar y comprender el problema haciendo uso del registro semiótico y su representación.

VI. CONCLUSIONES

El uso que le dan los estudiantes al registro semiótico gráfico en la resolución de problemas de cinemática es muy limitado y en muchos casos es erróneo; esto indudablemente es consecuencia del enfoque de la enseñanza que reciben del docente, ya que usualmente se limita al uso del lenguaje algebraico, es decir, al uso de ese registro semiótico, originando que los estudiantes consideren que la Física es un

conjunto de fórmulas y no logren ver dichas fórmulas como un lenguaje para representar el comportamiento de la materia.

Una conclusión más que consideramos importante y queremos dejar asentada en este reporte, es el hecho de que utilizar las diversas representaciones semióticas (numérica, analítica, gráfica y verbal) de los objetos de estudio de la Física, además de generar significados más ricos de los mismos, desarrollan en los estudiantes un pensamiento más flexible y eficaz para analizar, interpretar y resolver problemas del campo de la Física.

REFERENCIAS

- [1] Duval, R., *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle (2004).
- [2] Godino, J., *Enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática*, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **22**, 237-284 (2002).
- [3] Font, V., Planas, N., Godino, J., <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf>, Consultado el 10 de diciembre 2017.
- [4] Radford, L., *Elementos de una teoría cultural de la objetivación*. En Radford, L. y D'Amore, Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático. Relime **9**, 103-129. http://www.luisradford.ca/pub/58_Objectification3Sps.pdf (2006).
- [5] Ogden, K., Richards, A., *El significado del significado*, (Paidós, Barcelona, 1984).
- [6] Godino, J., Batanero, C., Font, V., *Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática*, (2008), Consultado el 10 de diciembre de 2017, de <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- [7] Wittgenstein, L., *Investigaciones filosóficas*, (Crítica, Barcelona, 1953).