

Una herramienta gráfica para la resolución de problemas de cinemática



Nehemías Moreno Martínez¹, Soraida Cristina Zúñiga Martínez^{2,3} and Dulce Alondra Tovar Rodríguez¹

¹ Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luís Potosí, Zona Universitaria, C.P. 78290, San Luís Potosí, S.L.P. México.

² Departamento de Físico-Matemáticas, Universidad Autónoma de San Luís Potosí, Niño Artillero 140, Zona Universitaria, C.P. 78290, San Luís Potosí, S.L.P. México.

³ Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luís Potosí, Dr. Manuel Nava No. 8, Col. Zona Universitaria Poniente, C.P. 78290, San Luis Potosí, S.L.P. México.

E-mail: soraida_zuniga@hotmail.com

(Recibido el 9 de septiembre de 2018, aceptado el 16 de diciembre de 2018)

Resumen

Se presenta una propuesta de enseñanza de la Cinemática mediante la técnica de Mapas Conceptuales Híbridos interpretada a la luz de una teoría de la Matemática Educativa, el Enfoque Ontosemiótico. Desde la perspectiva de dicho enfoque, el Mapa Conceptual Híbrido puede ser considerado como una representación gráfica del sistema de prácticas operativas y discursivas activadas durante el proceso de resolución de una situación física problematizada donde participa un conjunto de objetos físico matemáticos que comprenden lenguaje, conceptos, propiedades, argumentos y procedimiento. Se muestra y explica la elaboración de los Mapas Conceptuales Híbridos y algunas de sus variantes para el caso de la enseñanza del tema de Tiro Parabólico. La enseñanza de la Cinemática mediante los Mapas Conceptuales Híbridos promueve el trabajo colaborativo y podría ayudar al aprendizaje de la Cinemática en el contexto de la resolución de problemas a través de la activación de procesos metacognitivos.

Palabras clave: Resolución de problemas, mapas conceptuales híbridos, cinemática

Abstract

It is presented a proposal for the teaching of Kinematics through the technique of Hybrid Conceptual Maps interpreted in the light of a theory of Educational Mathematics, the Ontosemiotic Approach. From the perspective of this approach, the Hybrid Conceptual Map can be considered as a graphic representation of the system of operative and discursive practices activated during the process of solving a problematized physical situation where is involved a set of mathematical physical objects that includes language, concepts, properties, arguments and procedure. The elaboration of the Hybrid Conceptual Maps and some of their variants for the case of the teaching of the subject of Parabolic Motion of Projectiles is shown and explained. The teaching of the Kinematics through the Hybrid Conceptual Maps promotes the collaborative work and could help to the learning of Kinematics in the context of the resolution of problems through the activation of metacognitive processes.

Keywords: problem solving, hybrid conceptual map, kinematics

PACS: 01.40.Fk, 01.40.-d, 01.40. Ha

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En la literatura existen muchas investigaciones en relación con el tema del aprendizaje de la física mediante la resolución de problemas, los cuales, aunque han presentado resultados de gran interés, no han contribuido a reducir las elevadas tasas de fracaso de los alumnos (Gil, Martínez & Senent, [1]; Buteler, Gangoso, Brincones & González, [2]).

La mayoría de estas investigaciones, que no se analizan en este trabajo por cuestiones de espacio, buscan extraer características de una buena resolución de problemas o recomendaciones útiles para los alumnos a partir de la comparación de las prácticas de resolución entre novatos y expertos. Si bien, estos trabajos, que han tendido a categorizar las habilidades y los procesos de resolución por

parte de los expertos, han soslayado por qué el experto actúa de esa manera, cuándo y cómo adquirió las habilidades para aprender dicho proceso y qué procesos individuales pueden enseñarse en determinados estados de desarrollo (Gangoso, [3]). Una manera de atender estos aspectos podría ser a través de propuestas o investigaciones que aborden cuestiones relacionadas con las *representaciones* que forma un sujeto cuando resuelve problemas.

En diferentes programas de investigación en didáctica de las ciencias y de las matemáticas se puede encontrar entre otros, dos usos del término representación. Cuando se usa para describir la cognición de las personas, el término suele acompañarse del término “mental” o “interna”, mientras que si se habla de sistemas de signos (herramientas útiles para la actividad física y matemática), suele acompañarse del

término “externa”. Sin embargo, diversos investigadores han señalado que la clasificación interna/externa es ambigua, pues no da cuenta de la componente institucional escolar (Font, Godino and D’Amore, [4])

En el presente trabajo se emplea la noción de representación en el sentido del Enfoque Ontosemiótico, (EOS, a partir de ahora), (Godino, Batanero & Font, [5]), la cual propone reconvertir la clasificación interna/externa en dos dualidades, la dualidad: ostensivo/no-ostensivo y la personal/institucional las cuales se describirán más adelante.

A la luz de las dualidades anteriores, también se emplean otros elementos teóricos (objetos primarios, configuración de objetos, función semiótica, prácticas y sistemas de prácticas) y procesos cognitivos (materialización, idealización, significación y tratamiento) señalados por el EOS como útiles para la resolución de problemas. El EOS es un marco teórico que ha sido desarrollado y utilizado en educación matemática, sin embargo, algunos investigadores lo han aplicado a la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física (Badillo, Font & Azcárate, [6]; Moreno, Font & Ramírez, [7]).

La propuesta que realizamos en este trabajo considera al Mapa Conceptual Híbrido (MCH en adelante) como una representación ostensiva del sistema de prácticas operativas y discursivas que se activan durante el proceso de resolución de una situación física problematizada.

Dicha propuesta se apoya en la idea de Moreno [10] que consiste en separar la técnica de la teoría que sustenta a los mapas conceptuales, como estrategia para reconstruir conceptualmente al mapa conceptual como objeto de investigación y mostrarlo visible desde otras perspectivas teóricas, en nuestro caso, desde el EOS. La propuesta que se describe a continuación es la primera parte de una investigación en curso en la que se tiene el objetivo de caracterizar una metodología para el aprendizaje de la física escolar mediante el empleo del MCH.

II. EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Desde la perspectiva del EOS y de acuerdo con Moreno, Font & Ramírez [7], la resolución de un problema físico matemático implica la realización de un sistema de prácticas. En el sistema de prácticas participa un conjunto de objetos primarios que pertenecen a la física, a las matemáticas o a ambos: conceptos, lenguaje, propiedades, procedimientos y argumentos.

Las relaciones entre dichos objetos son modeladas en el EOS a través de la llamada configuración de objetos primarios. Tanto los objetos primarios como las configuraciones pueden ser interpretados desde cinco dualidades: ostensivo/no-ostensivo, personal/institucional, expresión/contenido, unitario/sistémico e intensivo/extensivo (Godino, Batanero & Font, [5]). Sin embargo, en el caso que nos ocupa, sólo se considerarán las tres primeras.

Según el EOS, diversos procesos cognitivos también son llevados a cabo a lo largo de la práctica de resolución de un problema, los cuales se encuentran asociados a las cinco

dualidades. Los procesos de materialización-idealización, se encuentran asociados a la dualidad ostensivo/no-ostensivo, puesto que en general los objetos matemáticos no son perceptibles (no ostensivos) y al mismo tiempo pueden ser observados a través de diversos objetos ostensivos asociados tales como notaciones, símbolos, gráficas, por mencionar algunos. A través del proceso de idealización un objeto ostensivo del mundo material de las experiencias humanas, es convertido o pensado como un objeto no ostensivo (Font & Contreras, [8]). Y a la inversa, a través del proceso de materialización, un objeto matemático pensado por un sujeto puede ser representado de manera ostensiva sobre el papel y ser observado públicamente. El vínculo entre ambos objetos (entre el objeto ostensivo y el no ostensivo) es establecido a través de una función semiótica.

Así mismo, tanto los objetos primarios como las configuraciones pueden ser vistos desde la dualidad personal/institucional (Moreno, Font & Ramírez, [7]). Por ejemplo, para el caso de las configuraciones de objetos, se distingue entre configuraciones epistémicas cuando se trata de la configuración que realizaría un experto (perspectiva institucional) y configuraciones cognitivas cuando se trata de aquella que realiza cada alumno (perspectiva personal o cognitiva).

Por otra parte, el significado es entendido en el EOS como función semiótica o como sistema de prácticas. Mediante el primero, se considera la perspectiva expresión/contenido, el significado está dado a través de la correspondencia (relaciones de dependencia) entre un antecedente (expresión) y un consecuente (significado o contenido) establecidos por un sujeto (persona o institución) de acuerdo a ciertos criterios (convenios, reglas matemáticas). Cabe señalar que, según la circunstancia, los objetos primarios pueden fungir ya sea como expresión o contenido, por ejemplo, la propiedad $f = \mu N$ (significado) puede estar vinculada al concepto de fuerza de fricción (expresión). Mediante el segundo, el significado es entendido como el sistema de prácticas en el que dicho objeto, el objeto físico matemático asociado a la solución de problema, es determinante para su realización. En este último, el sistema de prácticas se puede parcelar en diferentes prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado “sentido” del objeto físico matemático (Moreno, Font & Ramírez, [7]).

El mapa conceptual es un esquema que permite organizar y representar de manera gráfica y simplificada el conocimiento, en éste los conceptos están ordenados jerárquicamente, y la interconexión de éstos se hace mediante las “ligas” y las “frases de enlace”, lo cual produce una red de estructuras proposicionales donde el significado no sólo se encuentra en la relación entre concepto y concepto, sino que se extiende a las relaciones que a su vez estos conceptos tienen con otros conceptos; el orden de estas relaciones está orientado por un dominio de conocimiento a partir del cual es posible señalar las relaciones verdaderas conforme al conocimiento. El mapa conceptual puede ser elaborado a partir de un texto mediante una transformación de los registros (Aguilar, [9]).

El desarrollo del mapa conceptual y su implementación en otros campos de conocimiento ha dado lugar a la fusión del mapa conceptual con otro tipo de representaciones (diagrama de flujo, mapa mental, cuadro sinóptico, entre otros). Un claro ejemplo de este desarrollo es el Mapa Conceptual Híbrido o MCH, el cual resulta de la combinación de las características particulares del mapa conceptual y del diagrama de flujo. Se trata de la representación gráfica de una red jerárquica de conceptos y procesos.

A. Interpretación ontosemiótica del MCH

El presente trabajo se apoya en el trabajo de Moreno [10], que interpreta al MCH desde la perspectiva del EOS en el contexto de la modelación matemática escolar. En nuestro caso, interpretamos el MCH desde la perspectiva del EOS en el contexto de la física escolar. Consideramos que, desde la perspectiva del EOS el MCH permite representar de manera gráfica (representación ostensiva) el sistema de prácticas operativas y discursivas que realiza un sujeto (experto o novato) cuando se le plantea la tarea de resolver una situación física problematizada, concretamente de cinemática.

La mejor forma de explicar la interpretación del MCH desde el EOS es a través de un ejemplo que ilustra el proceso de construcción del MCH a partir de la producción de un docente al que se le plantea la tarea de resolver un problema físico concreto, a saber: Una bala se lanza desde el borde de la azotea de un edificio de $50m$. A la bala se le imprime una velocidad inicial de $10m/s$ a un ángulo de 60° sobre la horizontal. Determine (a) ¿Cuánto tardará la bala en golpear el suelo? y (b) ¿A qué distancia horizontal la bala golpea el suelo?

La solución que propone el docente al problema se presenta en la figura 1. Se solicitó al docente escribir todos los argumentos que justifican el proceso de solución. A partir de la producción del docente es posible identificar los siguientes objetos primarios señalados por el EOS:

Lenguaje: donde intervienen símbolos (h , x , y_i , y_f , g , entre otros), expresiones algebraicas ($y_f = y_i + v_i t + \frac{gt^2}{2}$, $-4.9t^2 + 8.66t + 50 = 0$, $v_x = \frac{x}{t}$), íconos (una curva que se refiere a la trayectoria parabólica de la bala), índices

(palabras como posición, velocidad, tiempo de vuelo, alcance horizontal, etc.), representación pictórica (dibujo de un edificio y la tierra), representación esquemática (plano cartesiano con ejes $+x$ e $+y$).

Conceptos: que pueden ser de tipo físico (posición, velocidad, aceleración debida a la gravedad, tiempo, tiro parabólico, entre otros) o matemático (sustitución, ecuación cuadrática, solución de una ecuación, entre otros).

Propiedades: se refiere a la (i) descomposición de la velocidad inicial $v_o = 10m/s$ en dos componentes, en la dirección “ x ” como $v_{xo} = 10\cos(60)$ y en la dirección “ y ” como $v_{yo} = 10\sin(60)$; (ii) la bala experimenta aceleración “ g ” en la dirección “ y ” por lo que se emplea $y_f = y_i + v_i t + \frac{gt^2}{2}$; (iii) la bala no experimenta aceleración en la dirección “ x ” por lo que se emplea $v_x = \frac{x}{t}$.

Procedimiento: donde (i) se interpreta el problema a través del planteamiento de algunos supuestos (la bala se considera partícula, el movimiento es bidimensional), la descripción de las condiciones inicial y final desde el borde de la azotea, así como también la descomposición de la velocidad inicial en sus componentes; (ii) se determina el tiempo de vuelo mediante la expresión $y_f = y_i + v_i t + \frac{gt^2}{2}$, y al sustituir las condiciones iniciales de posición y velocidad se obtiene la ecuación $-4.9t^2 + 8.66t + 50 = 0$, de donde se obtiene la solución física $t = 4.2s$, y (iii) se determina el alcance horizontal mediante la expresión $v_x = \frac{x}{t}$, donde, al sustituir el tiempo de vuelo y la velocidad horizontal constante, se obtiene $x = 21m$.

Argumentos: La resolución del problema se justifica al considerar que (i) el movimiento de la bala es parabólico y se considera bidimensional; (ii) se emplea el borde de la azotea como punto de partida $x_i = 0$ y $y_i = 0$; (iii) se considera marco de referencia con origen en el borde de la azotea y con eje $+x$ hacia la derecha y eje $+y$ hacia arriba, (iv) La aceleración de la gravedad tiene signo negativo y la bala golpea al suelo en $y_f = -50m$; (v) el movimiento de la bala está descrito por $v_x = \frac{x}{t}$ y $y_f = y_i + v_i t + \frac{gt^2}{2}$; (vi) el tiempo de vuelo es $4.2s$ y su alcance es $21m$.

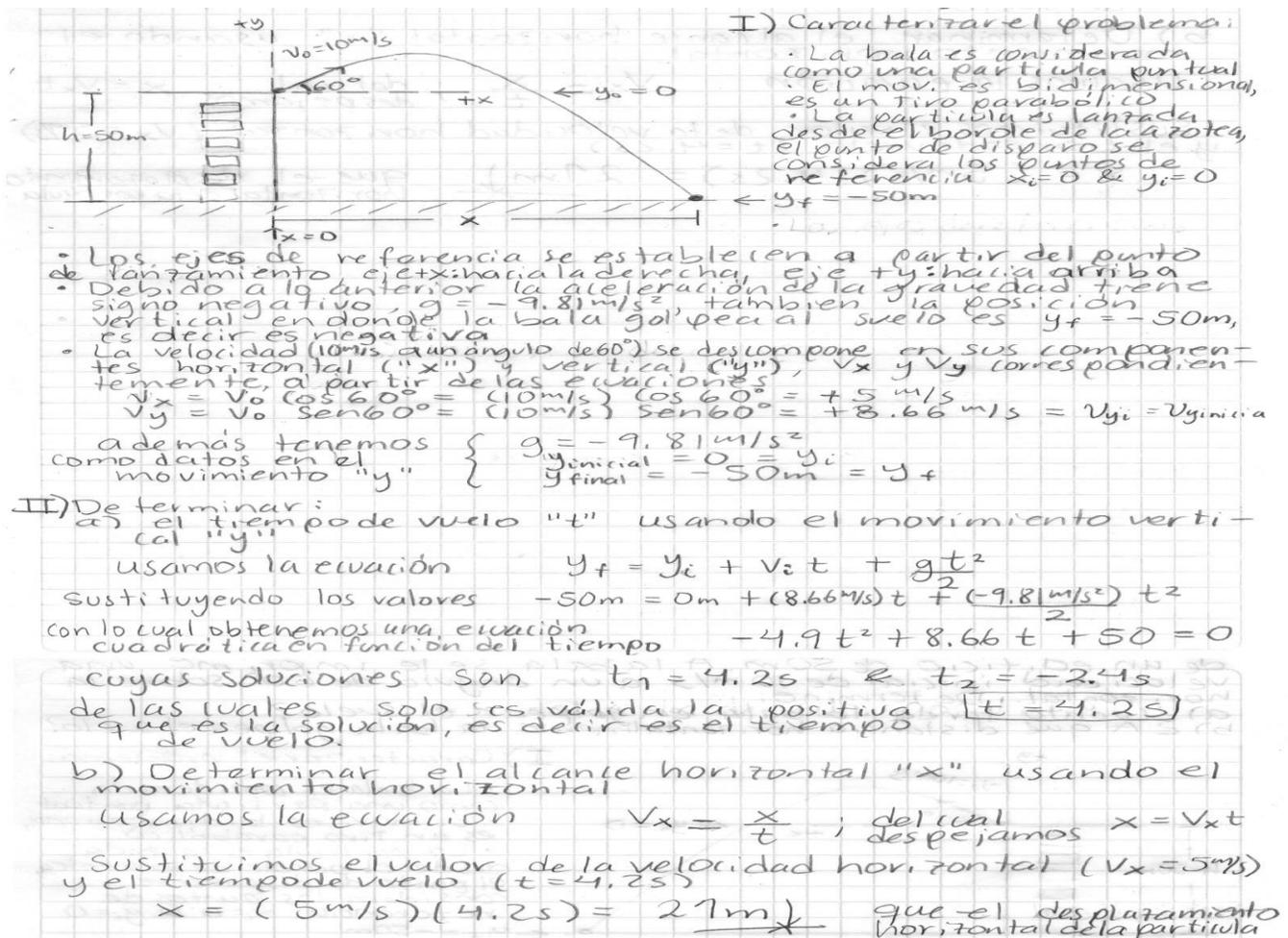


FIGURA 1. Producción de un docente en la resolución de un problema de tiro parabólico.

Con base en los objetos primarios anteriores, la elaboración del MCH considera inicialmente la identificación de cada una de las prácticas que integran el sistema de prácticas, y posteriormente, la manera en que se organizan los objetos primarios en cada práctica a través del establecimiento de una red de funciones semióticas. En la figura 2 se ilustra el MCH elaborado, al cual se le han agregado algunas anotaciones (A, A1, A2,...; B, B1, B2,...; C, F y E son algunas) con objeto de facilitar su descripción.

Para construir el MCH podemos auxiliarnos del objeto procedimiento, en el que es posible advertir la realización de tres prácticas diferenciadas:

Práctica 1, características del problema: es una práctica discursiva que, por un lado, da evidencia de la interpretación que el sujeto realiza del texto en el que se describe el problema, y por otro lado, muestra la manera en la que el sujeto relaciona su conocimiento previo, acerca del tiro parabólico, con la información nueva que el texto le provee, ver A el MCH de la Figura 2.

Esta práctica tiene una representación ostensiva característica de un mapa conceptual, en el sentido de que muestra una organización jerárquica de conceptos

(conceptos A1, A2, A3,...,A22). Por un lado, muestra la interpretación del texto que describe el problema, por ejemplo, interpreta el movimiento de la bala como el movimiento bidimensional de una partícula (A1 hasta A4), interpreta el lanzamiento de la bala desde el borde de la azotea como el disparo de una partícula desde un punto de referencia (argumento A2-A5-A6-A15-A16-A17 o A18), interpreta la llegada de la bala al suelo (argumento A2-A5-A6-A14), identifica los datos útiles para resolver el problema tales como el ángulo de disparo (A11), la altura del edificio (A14) y la velocidad inicial (A7). Del texto también interpreta que requiere la realización de una práctica que le permita calcular el tiempo de vuelo (B) y el alcance (C).

Por otro lado, considera los conocimientos previos del sujeto mediante el uso de conceptos y propiedades que no se señalan en el texto del problema, por ejemplo, se consideran los conceptos de partícula (A2), marco de referencia (A20, A16) y la descomposición de la velocidad inicial en dos componentes (A7-A8 y A12), descomposición del movimiento parabólico (B1 y C1).

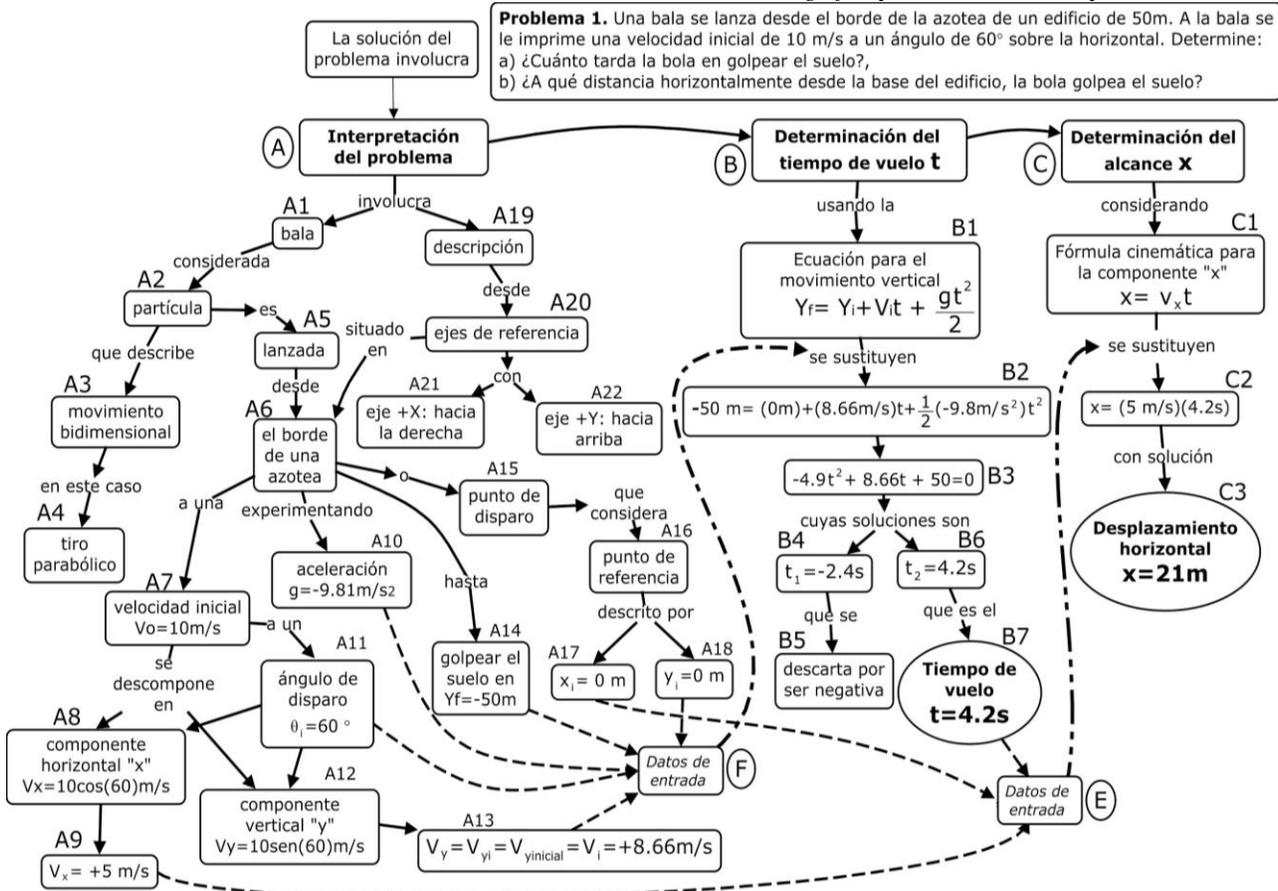


FIGURA 2. Se muestra el MCH para la resolución del problema prototipo de tiro parabólico.

Así mismo, esta práctica permite ver el establecimiento de una trama de funciones semióticas, por ejemplo, el concepto de partícula A2 (expresión) representa a la bala (contenido) (A2). El argumento “partícula describe movimiento bidimensional parabólico” A2-A3-A4 (expresión) es interpretada a través de la relación que guarda con otros dos argumentos (contenido): “partícula lanzada desde el borde de una azotea” (A2-A5-A6) y “descripción desde ejes de referencia situado en el borde de una azotea” (A19-A20-A6-A15-A16). También se emplean símbolos o palabras (expresión) para denotar conceptos (contenido): v_0 para denotar velocidad inicial (A7), θ_i para ángulo de disparo (A11), aceleración debida a la gravedad (A10) entre otros.

Práctica 2, determinar el tiempo t^* que tarda la bala en golpear el suelo: Se trata de una práctica de tipo operativa, pues considera esencialmente al objeto procedimiento (ver B en la figura 2). Se representa de manera ostensiva mediante un proceso (componente del MCH que viene de los diagramas de flujo) que inicia con un conjunto de datos de entrada (A13, A11, A10, A14 o A18), los cuales son procesados mediante el empleo de la propiedad B1 desde B2 hasta obtener los resultados B4 y B6.

Por último, se lleva a cabo un proceso de significación que consiste en establecer una función semiótica entre la solución positiva de la ecuación cuadrática (B6) con el tiempo de vuelo (B7), pues un tiempo negativo no tendría significado físico B4-B5.

Práctica 3, determinar distancia horizontal recorrida:

Es una práctica operativa C, ver la figura 2, que involucra al objeto primario procedimiento. Se representa mediante un proceso en la que participan los datos de entrada A9, A17 y B7, el objeto propiedad mediante C1 y el tratamiento matemático C2-C3. El sujeto realiza el proceso de significación mediante una función semiótica que relaciona el resultado numérico en C3 con el concepto de desplazamiento horizontal.

Cabe hacer la acotación de que el objeto primario procedimiento no es el sistema de prácticas, más bien el objeto procedimiento se ha empleado como apoyo para identificar al sistema de prácticas, el cual es un constructo más que complejo y que involucra a la organización de los objetos primarios: lenguaje, conceptos propiedades, argumentos y procedimiento.

Además de los significados que se establecen mediante la red de funciones semióticas que se representa en el MCH, el sujeto también asocia un significado a la noción de tiro parabólico a través del sistema de prácticas conformado por la interrelación de las prácticas A, B y C (figura 2). En este sentido, el MCH representa de manera gráfica a la configuración de objetos físico matemáticos primarios que son activados durante la resolución del problema. Tomando en cuenta la dualidad personal/institucional, el MCH de la figura 2 puede interpretarse como un MCH epistémico o institucional, puesto que se encuentra asociado

a la producción de un docente. En cambio, si el MCH estuviese asociado a la producción de un estudiante, este podría llamarse MCH cognitivo o personal. El MCH de la figura 2 no es único, de hecho, podrían elaborarse otros MCH's epistémicos a partir de la producción de otros docentes, sin embargo, teóricamente no se presentarían diferencias significativas en torno a la interpretación u organización conceptual, pues se trataría de representaciones del saber institucional escolar.

Por otro lado, en relación a un problema físico en particular, las diferencias o semejanzas entre un MCH epistémico y un MCH cognitivo podría ser utilizado como un criterio para indagar la comprensión de los estudiantes acerca de una noción física.

IV. PROPUESTA: DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS MEDIANTE MAPAS CONCEPTUALES HÍBRIDOS

Como se ha señalado en la introducción, la propuesta que se describe a continuación sólo es la primera parte de una investigación mayor acerca del desarrollo de una metodología para la enseñanza de la física mediante la técnica del MCH interpretada a la luz del EOS, MCH-EOS.

La propuesta describe una manera en la que puede ser empleada la herramienta del MCH para el caso de la enseñanza de una noción física. La propuesta consta de la selección de problemas físicos a ser presentados en el aula, el diseño e interpretación del MCH desde el EOS, MCH-EOS, y la construcción de las variantes que se pueden trabajar con los estudiantes una vez que se tiene el MCH.

En relación con el diseño e interpretación del MCH desde el EOS, ver el apartado A de la sección III, se empleó una metodología de investigación de estudio de caso con objeto de indagar las concepciones y las acciones que lleva a cabo un docente a lo largo del proceso de resolución de una situación física problematizada. A través de dicho método se obtuvieron datos cualitativos a partir del registro de la producción escrita y la observación directa de las acciones y el discurso del docente. Se trata de un estudio de tipo descriptivo e interpretativo del proceso de resolución de un problema de la física escolar llevado a cabo por un sujeto experto, ya que se describe de forma detallada la organización de los elementos del discurso oral y escrito del docente según si estos pertenecen a alguno de los objetos físico matemáticos primarios señaladas por el EOS (lenguaje, conceptos, propiedades, procedimiento y argumentos) los cuales fueron considerados como categorías.

Por otro lado, cabe señalar que la descripción de la metodología de investigación empleada para caracterizar la herramienta didáctica del MCH para la enseñanza de la Cinemática queda fuera del alcance del presente trabajo. Por lo cual, sólo se hace la propuesta didáctica de las variantes del MCH epistémico que los autores han implementado con algunos alumnos y donde se han obtenido resultados satisfactorios, sin embargo, se está investigando su

aplicación y viabilidad con una mayor población de estudiantes.

A continuación, se describen cada una de las etapas del proceso de elaboración del MCH y sus variantes, los cuales se corresponden con la producción del docente.

A. Selección de problemas

Se realiza una revisión en libros de texto de física de bachillerato y de nivel superior de los problemas que involucran al contenido a ser enseñado, en nuestro caso el tema de tiro parabólico. Se seleccionan problemas "prototipo" comunes entre los libros y con diferente grado de dificultad.

Una vez que se han seleccionado los problemas, éstos pueden ser modificados en redacción o en sus componentes con objeto de presentar a los estudiantes una descripción textual de situaciones físicas que no cause confusión en ellos, por ejemplo, se trataría de evitar el planteamiento de problemas que se apoyan en situaciones físicas que no forman parte de la experiencia del alumno (e.g. el lanzamiento de un paquete desde un avión, el lanzamiento de un misil desde un tanque de guerra, el movimiento de una bala disparada por arma de fuego, entre otros).

De este modo, si se requiere, se pueden realizar cambios en: los sujetos u objetos que participan en la situación, el contexto en el que ocurre el evento físico, en las magnitudes de los datos que se proporcionan, o bien, prescindir del cálculo de la magnitud de alguna cantidad física en el caso de problemas que poseen más de un inciso. En el caso concreto que abordamos en este trabajo, el problema de tiro parabólico (asociado a las figuras 1 y 2) resulta de modificar el problema 91 que se encuentra en el capítulo 3 del libro de física de nivel universitario de Tipler & Mosca [11], el problema original en dicho libro establece "Una bala de cañón se dispara con una velocidad inicial de 42.2 m/s desde una altura de 40 m y con un ángulo de 30° por encima de la horizontal. Encontrar el alcance de la bala". La modificación realizada consistió en cambiar los valores numéricos de la velocidad inicial, el ángulo del disparo y la altura, en ésta última además se contextualiza dicha altura al relacionarla con el techo de un edificio; determinar el alcance de la bala se usa como inciso (b) del problema y se adiciona un inciso (a) que es el determinar el tiempo total o tiempo de vuelo. La razón para agregar el inciso (a), es debido a que didácticamente facilita la resolución del problema, ya que para encontrar el alcance horizontal de la bala es necesario calcular primero el tiempo de vuelo, por lo cual al agregar el inciso (a) se guía al individuo en el procedimiento correcto.

Otros problemas similares al problema prototipo sugerido se pueden encontrar en los libros de física de nivel universitario como: el problema 15 del capítulo 4 del libro física de Serway & Jewett [12] o el problema 37 del capítulo 4 en el libro física Vol. 1 de Resnick, Halliday & Krane [13]. De acuerdo a la revisión en libros de texto a nivel bachillerato, se observa que los problemas planteados dentro de éstos, consideran una versión simplificada del problema prototipo usado en ésta investigación, es decir usan un tiro parabólico cuyo punto de disparo o lanzamiento está siempre

en el suelo, como lo son en los libros de Física de Tippens [14] o el de Cuellar [15].

Cabe señalar que pueden emplearse otros criterios de selección de problemas, dependiendo de la habilidad que el profesor desee que los estudiantes desarrollen. Por ejemplo, otra forma sería seleccionar problemas en los que se haga énfasis en la optimización de alguna cantidad física. La propuesta de emplear el MCH-EOS podría ser de gran utilidad independientemente de los objetivos de enseñanza que se persigan.

B. Diseño del MCH-EOS

En la investigación que estamos desarrollando acerca del MCH-EOS no se ha podido precisar cierto conjunto de reglas para la elaboración del MCH, más bien, consideramos que la construcción de dichos mapas se encuentra guiada por los elementos teóricos del EOS de manera heurística, sección IIIA. De hecho, cabe señalar que la representación del Mapa Conceptual (Cañas & Novak, [16]), de la que proviene la representación del MCH, también es elaborada de manera heurística.

En este sentido, la elaboración del MCH-EOS se apoya en la producción que realiza un experto al resolver un problema de la física escolar. En dicha producción aparecen de manera ostensiva el conjunto de objetos físico matemáticos primarios (lenguaje, conceptos, propiedades, argumentos y procedimiento), los cuales se organizan en prácticas operativas y discursivas que se interrelacionan para dar lugar al sistema de prácticas que expresa el significado que el sujeto asocia a la noción física que es esencial para la resolución del problema. Esto ya ha sido mostrado previamente para el caso concreto de la resolución de un problema por parte de un docente, el cual involucra a la noción física de tiro parabólico, ver la sección IIIA. Cabe señalar que el MCH-EOS elaborado no es único, ya que puede ser tanto epistémico o cognitivo, según si el mapa se encuentra asociado a la producción de un docente experto o a la de un estudiante.

En la elaboración del MCH-EOS hay que tomar en cuenta todos los objetos físicos matemáticos primarios. En particular, es importante no prescindir del objeto primario argumento. En nuestro caso, en la producción del docente sobre el problema de tiro parabólico que se presenta en la figura 1, se solicitó al profesor escribir los argumentos empleados en la resolución del problema. Sin embargo, el objeto primario argumento podría pasar desapercibido cuando sólo se considera lo que el sujeto escribe sobre el papel. Para tomar en cuenta dicho objeto, se podría elaborar una serie de preguntas para indagar sobre dichos argumentos justificativos al mismo tiempo que el sujeto resuelve el problema.

Contrario a la práctica de resolución de un problema físico por parte del estudiante, que considera los datos numéricos y busca por cualquier medio la aplicación de alguna fórmula que le permita obtener algún resultado numérico, la estructura del MCH-EOS epistémico revela una interrelación de prácticas muy peculiar, se trata de un sistema de prácticas que inicia con una práctica orientada hacia la

Una herramienta gráfica para la resolución de problemas de cinemática.

interpretación física de la situación problematizada que se describe en el texto, y las otras prácticas, esencialmente orientadas hacia el tratamiento físico matemático del problema. Como se ha señalado con anterioridad, una manera de identificar las prácticas que constituyen al sistema de prácticas puede ser a través del objeto primario procedimiento.

Cabe mencionar que, para la elaboración de los mapas, como el de la figura 2, se hace uso del software de acceso libre Cmaptools (<https://cmap.ihmc.us/cmaptools/>), sin embargo, dicho software fue diseñado para elaborar mapas conceptuales en donde no se privilegia el tratamiento matemático. Por ésta razón, es necesario realizar algunos “trucos” para elaborar mapas conceptuales híbridos tales como generar las expresiones algebraicas por separado y superponerla con el concepto correspondiente aplicando la función de transparencia del objeto, entre otros aspectos.

C. Construcción de las variantes del MCH

A partir del MCH presentado en la sección anterior (figura 2), se elaboraron 3 variantes del mismo, las cuales son planteadas como actividades a ser desarrolladas por los estudiantes en clase. Dichas variantes se obtienen al: i) Eliminar algunos conceptos de MCH que representan al sistema de prácticas. ii) Separar el sistema de prácticas en sus principales prácticas constituyentes y luego eliminar algunos conceptos de las prácticas. iii) Separar el sistema de prácticas en sus prácticas constituyentes y luego eliminar la organización de conceptos de cada práctica, simulando de esta manera un rompecabezas, así como eliminar algunos conceptos dentro de las mismas.

A continuación, se describen las características y finalidades de cada una de ellas:

i.) La variante consiste en eliminar conceptos clave en cada una de las prácticas constituyentes del MCH así como fórmulas (ecuaciones) y uniones (flechas) entre las mismas. Se propone que esta variante sea aplicada de manera individual ya que tiene como finalidad evaluar los conceptos, las propiedades y los argumentos con los que cuentan cada uno de los alumnos, así como también la manera en que relaciona dicho conocimiento previo con la situación novedosa que está enfrentando. Se estima que el tiempo de aplicación para esta variante como una actividad en clase es de entre 10 y 15 minutos dependiendo del número de incisos en el problema. Un ejemplo de esta variante se muestra en la Figura 3.

ii) Esta variante también se sugiere sea aplicada de manera individual y tiene como finalidad evaluar los aspectos de conceptos, propiedades argumentos y procedimientos con los que los alumnos cuentan al momento de abordar el problema. Esta variante es muy parecida a la versión (i) pero evalúa también otros aspectos procedimentales, el orden, relación y el título que los alumnos le asignan a las prácticas constituyentes. Dependerá de lo que cada docente quiera evaluar para la elección de la variante (i) o (ii). Se estima que el tiempo de aplicación para esta variante como una actividad en clase sería de 15 a 20

Nehemías Moreno, Soraida Zúñiga y Alondra Tovar minutos. Un ejemplo de esta variante se muestra en la Figura 4.

iii) Esta variante es muy semejante a construir un rompecabezas, consiste en presentar las diferentes partes o prácticas que conforman la solución de un problema en piezas separadas, que los estudiantes deberán unir y completar para así armar el MCH correctamente. Se sugiere que esta variante sea aplicada de manera grupal y que los equipos sean de máximo tres integrantes, esto con la intención de que todos los miembros participen de manera equitativa en la elaboración de la actividad. La variante tiene como finalidad evaluar todos los objetos matemáticos primarios que intervienen en el MCH (conceptos, lenguaje, propiedades, procedimientos y argumentos), con este tipo de variante se pretende además fomentar el trabajo en equipo y

con ello aumentar el proceso de análisis y reflexión en los miembros del mismo. Para su aplicación es sugerido un rango de tiempo de entre 25 y 30 minutos. Otra sugerencia para el correcto desarrollo de la actividad, es llevar el material listo, es decir, recortar previamente las piezas del rompecabezas (que son las diferentes partes del MCH) y que así los alumnos no inviertan tiempo en recortarlas y se dediquen exclusivamente a construir el MCH. Un ejemplo de esta variante se muestra en la Figura 5.

Las variantes de cada uno de los mapas pueden ser usadas con base en el grado de dificultad de cada problema, por ejemplo, si el grado de complejidad de un problema es bajo, se sugiere utilizar la variante i), por otro lado, si el grado de dificultad es elevado se sugiere utilizar la variante iii).

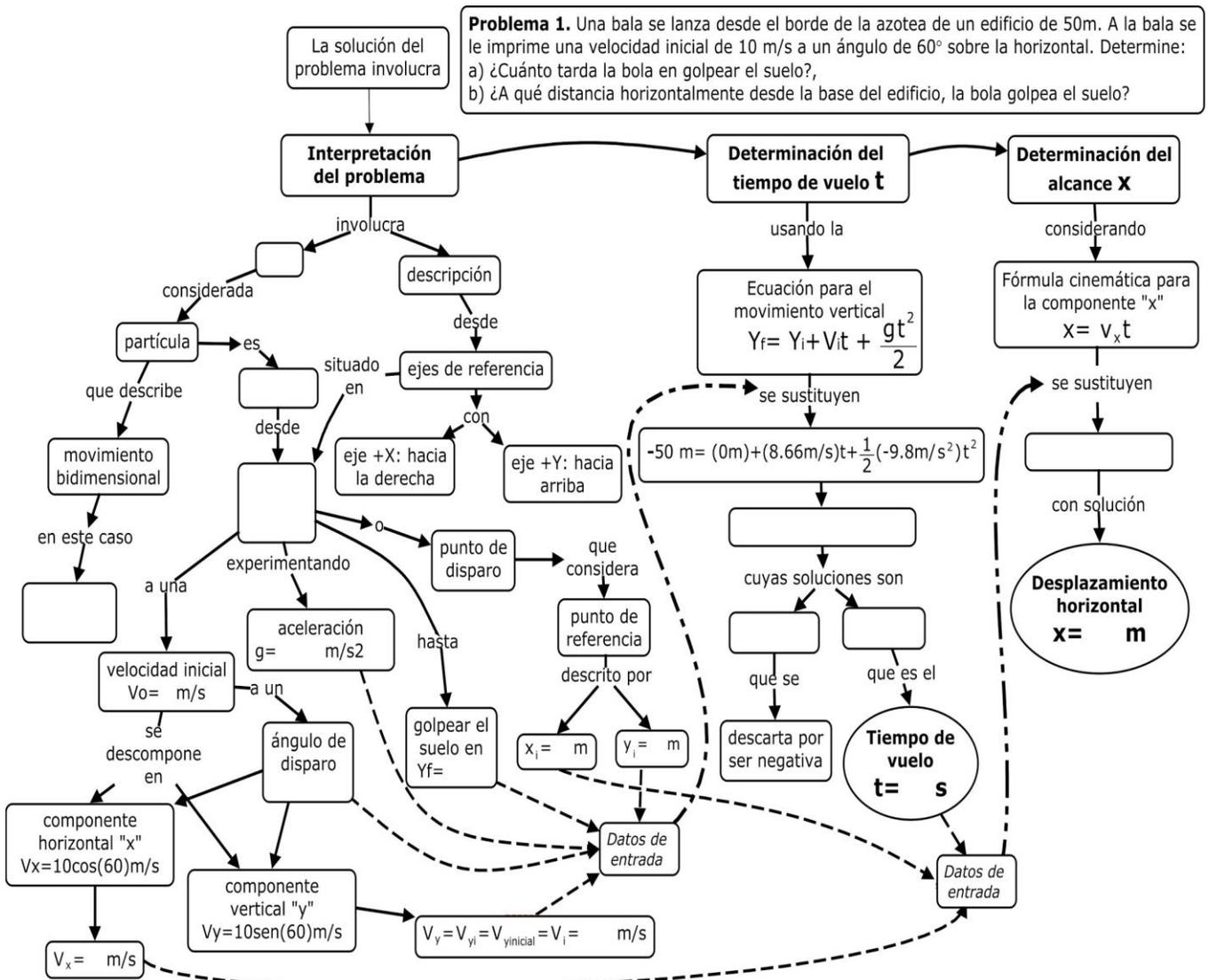


FIGURA 3. La variante (i) del MCH consiste en eliminar algunos conceptos de cada práctica.

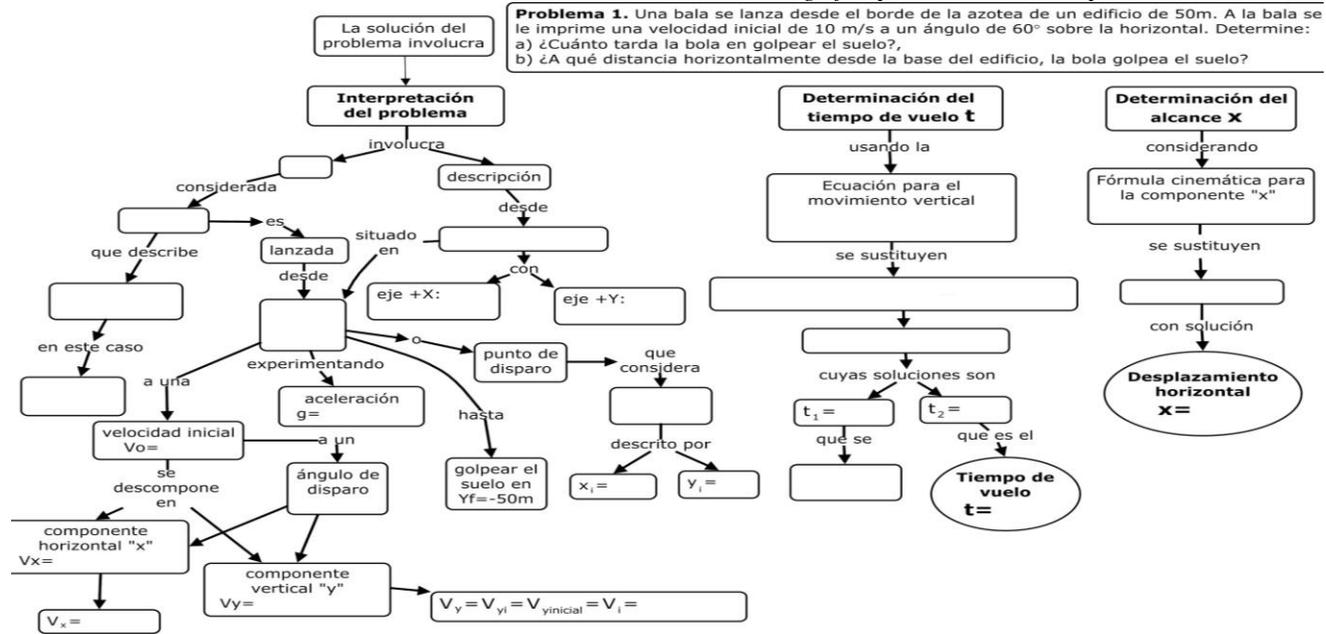


FIGURA 4. La variante (ii) del MCH consiste en separar el sistema de prácticas en sus prácticas constituyentes, algunos conceptos de las prácticas constituyentes también pueden ser eliminados.

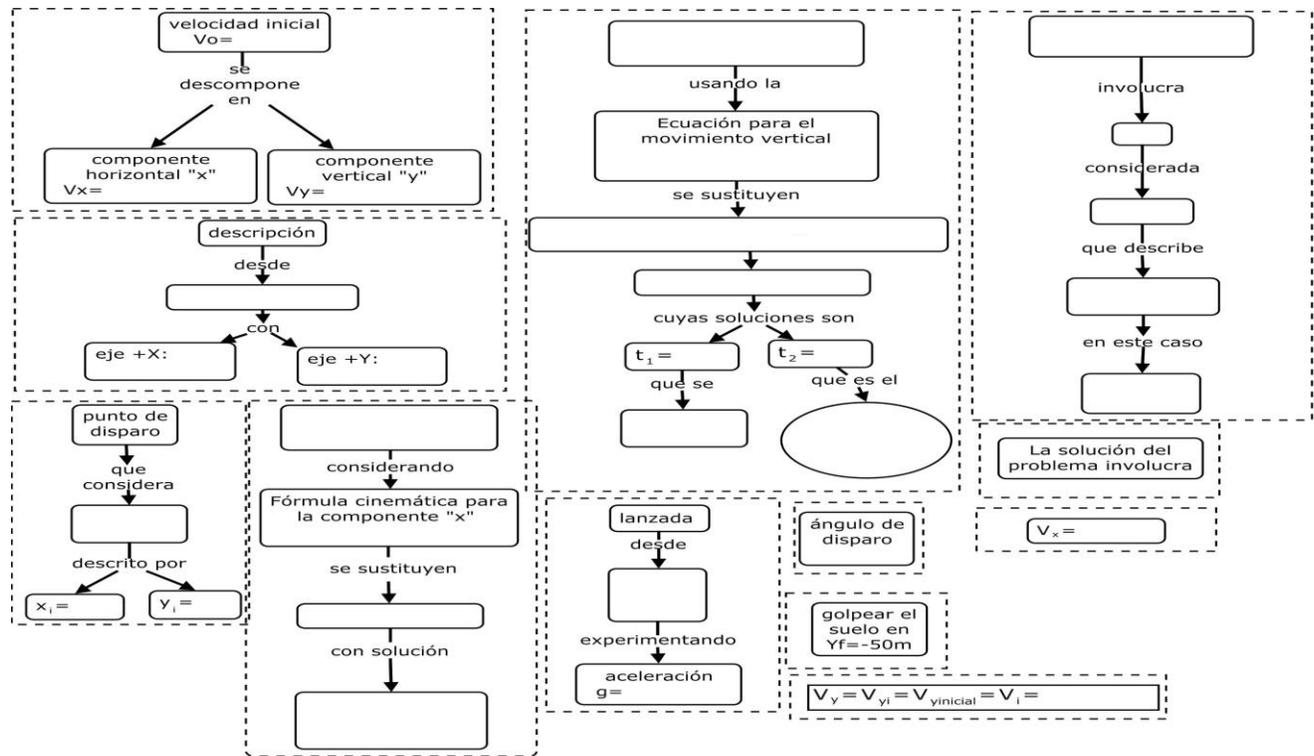


FIGURA 5. En la variante (iii) del MCH se convierte al mapa en un “rompecabezas”, consiste en separar el sistema de prácticas en sus prácticas constituyentes, luego eliminar la organización de conceptos de cada práctica simulando de esta manera un rompecabezas.

La propuesta de trabajar en el aula con las variantes del MCH epistémico (i), (ii) e (iii), considera a las variantes como estrategias aisladas de enseñanza. Actualmente, los autores del presente trabajo se encuentran desarrollando una investigación donde se analiza si en la metodología de *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 12, No. 4, Dec. 2018*

enseñanza mediante el MCH es necesario presentar, o no, en secuencia cada una de las variantes del MCH epistémico con la intención de lograr el aprendizaje.

Para el caso de las variantes (i) e (ii), una vez que los alumnos han resuelto el MCH, es decir, una vez que se tiene

el MCH cognitivo o inexperto de cada alumno, el profesor expone en plenaria (puede apoyarse de una presentación en Power Point) el MCH epistémico, mientras que los alumnos comparan sus resultados con el MCH expuesto por el profesor y al mismo tiempo registrarán las diferencias y semejanzas observadas. El alumno comentará al profesor las diferencias encontradas y realizará las correcciones pertinentes en el MCH cognitivo.

Para el caso de la variante (iii), una vez que los equipos armaron el MCH cognitivo, cada equipo expone en plenaria sus resultados, mientras que el resto de los equipos harán comentarios acerca de los resultados del equipo expositor. El profesor tomará el rol de moderador y guía en la construcción del conocimiento.

La herramienta del MCH y sus variantes tienen carácter metacognitivo ya que, por un lado, permiten a los alumnos tener conocimiento o control de sus propios conocimientos o procesos cognitivos [18], por ejemplo, a través de las variantes (i) e (ii), donde se completan los mapas al escribir sobre los espacios en blanco, los alumnos tienen que reflexionar sobre sus conocimientos previos y la manera en que éstos se relacionan con los conceptos que se muestran.

Por otro lado, las variantes también permiten la autorregulación cognitiva [18] en el sentido de que ayudan a los alumnos a elegir la estrategia apropiada que les permita alcanzar la solución del problema planteado, por ejemplo, las variantes (ii) e (iii) les motivan a organizar las prácticas y conectar los conceptos con el objeto de obtener el proceso de solución más coherente y adecuado para el problema.

Además de lo anterior, las variantes también proporcionan a los estudiantes ideas adecuadas sobre la estructura, producción y organización del conocimiento [18].

Como se ha comentado anteriormente, este artículo presenta el avance de una investigación mayor acerca del diseño y caracterización de una metodología didáctica para la enseñanza de la Cinemática mediante la técnica del MCH-EOS, sin embargo, entre los primeros resultados que se han obtenido al implementar dicha metodología en el aula, se ha encontrado que, en comparación con la práctica de resolución de problemas de “sustituye y resuelve” que llevan a cabo frecuentemente los estudiantes de una clase tradicional, se ha observado que los estudiantes que han trabajado con las variantes del MCH llevan a cabo procesos de resolución de problemas muy cercanos al que realiza el docente, es decir, se trata de procesos más estructurados y ordenados que van de la interpretación y reflexión de la situación problema hasta una última fase operativa.

V. CONCLUSIONES

En esta investigación se describe una propuesta para la enseñanza de la física escolar mediante el empleo del MCH interpretado a la luz del Enfoque Ontosemiótico. Se presenta un ejemplo de cómo es el proceso de construcción de un MCH para el caso de la enseñanza de un contenido correspondiente a la asignatura de Cinemática, el Tiro Parabólico. En el anexo se presentan otros ejemplos del MCH para el caso del tema de Movimiento Rectilíneo

Uniforme (MRU) y Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado (MRUA).

El MCH es una representación que muestra de manera gráfica y organizada el conocimiento, de un sujeto experto o inexperto, involucrado en la resolución de un problema físico. En el caso que abordamos, el sujeto fue un docente experto y dio lugar a lo que podría llamarse un MCH de tipo epistémico, por otro lado, en el caso de que el mapa estuviese relacionado con la producción de un estudiante inexperto el mapa podría ser nombrado de tipo cognitivo, en alusión al constructo configuración epistémica o cognitiva sugerida por el Enfoque Ontosemiótico [5].

Según la interpretación ontosemiótica de la física escolar, la resolución de un problema físico implica la realización de un sistema de prácticas operativas y discursivas en las que participa un conjunto de objetos primarios físico matemáticos [7]. Los objetos primarios son identificados a partir de la producción de un sujeto cuando se enfrenta a la tarea de resolver el problema. En este sentido se puede decir que el MCH es una representación gráfica del sistema de prácticas operativo y discursivo que lleva a cabo un sujeto cuando resuelve una situación física problematizada, o en otras palabras, el MCH es un esquema de la organización de los objetos físico matemáticos (conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) que lleva a cabo un sujeto al resolver un problema de la física escolar.

Se propone que el MCH puede ser utilizado como un recurso didáctico para la clase de física, en conjunto con otras representaciones gráficas (representaciones pictóricas, diagramas, por mencionar algunas), a través del planteamiento de actividades individuales o grupales. A partir del MCH epistémico es posible elaborar variantes para motivar la discusión y reflexión entre los alumnos. En este trabajo se han presentado tres variantes del MCH, aunque posiblemente puedan desarrollarse otras, las cuales corresponden al problema prototipo que considera el tema de Tiro Parabólico. También se han presentado algunas ventajas, desventajas y algunas sugerencias que supone el empleo de cada variante.

Mediante el trabajo con el MCH y sus variantes se podría favorecer el razonamiento lógico de los alumnos, disminuir el aprendizaje memorístico de las definiciones y procedimientos, además de que, mediante las actividades que se podrían realizar por equipos, el estudiante debe proponer soluciones y defenderlas con el fin de resolver el problema abordado. Las actividades también pueden ser utilizadas para que el profesor identifique los conceptos, propiedades, argumentos o procedimientos en donde los alumnos presentan dificultades. El uso del MCH no sustituye o reemplaza a las estrategias de enseñanza del profesor, más bien, se espera que dicha herramienta funja como complemento a las actividades de reforzamiento en el contexto de resolución de problemas. Cabe señalar que, con objeto de lograr cierta familiaridad con el MCH, antes de trabajar con dicha representación es requisito indispensable presentar a los alumnos actividades que impliquen el uso de la técnica del Mapa Conceptual (MC) [17].

Es un hecho que la resolución de problemas es una actividad prioritaria en los cursos de física, incluso en

muchos de los casos, la actividad se toma como la única forma de evaluación del aprendizaje. En esta actividad, los estudiantes presentan dificultades al tratar de resolver una situación física problematizada, por esta razón es que nuestra propuesta plantea que el uso de los MCH por el estudiante como una actividad de clase, podría favorecer (desarrollar o mejorar) la práctica de resolución de problemas en los mismos.

Es importante destacar que el MCH interpretado desde el EOS puede ser usado como herramienta de investigación [10] para indagar las concepciones de estudiantes o profesores, para la evaluación de los conocimientos, o como una herramienta didáctica para abordar otros contenidos de la física o de la matemática en el aula, incluso para abordar contenidos escolares de otras áreas como la Química o la Biología para describir la resolución de problemas en donde se requiere representar procesos.

REFERENCIAS

- [1] Gil, P. D., Martínez, T. J., Senent, P. F., *El fracaso en la resolución de problemas de física: una investigación orientada por nuevos supuestos*, Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas **6**, 131-146 (1988).
- [2] Buteler, L., Gangoso, Z., Brincones, C., I., González, M. M., *La resolución de problemas en Física y su representación: un estudio en la escuela media*, Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas **19**, 285-295 (2001)
- [3] Gangoso, Z., *Investigaciones en resolución de problemas en ciencias*, Investigações em Ensino de Ciências **4**, 7-50 (1999).
- [4] Font, V. M., Godino, J. D., D'Amore, B., *Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática*, For the learning of mathematics, Montreal **27**, 3-9 (2007).
- [5] Godino, J., Batanero, C., Font, V. *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*, The International Journal on Mathematics Education **39**, 127-135 (2007).
- [6] Badillo, E., Font, V., Azcárate, C., *Conflictos semióticos relacionados con el uso de la notación incremental y diferencial en libros de física y de matemáticas del bachillerato*, Enseñanza de las Ciencias, Número Extra VII Congreso, 1-6 (2005).

Una herramienta gráfica para la resolución de problemas de cinemática.

- [7] Moreno, N., Font, V., Ramírez, M. J. C., *La importancia de los diagramas en la resolución de problemas de cuerpos deformables en Mecánica: el caso de la fuerza de fricción*, Ingeniare Revista Chilena de Ingeniería **24**, 158-172 (2016).
- [8] Font, V. and Contreras, Á., *The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education*, Educational Studies in Mathematics **69**, 33-52 (2008).
- [9] Aguilar, T. M. F., *El mapa conceptual una herramienta para aprender y enseñar*, Plasticidad y restauración neurológica **5**, 7-17 (2006).
- [10] Moreno, N., *Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en cálculo diferencial*, Investigación en la Escuela **92**, 60-75 (2017).
- [11] Tipler, P., Mosca, G., *Física para la ciencia y la tecnología*, 5ta Ed., Vol. 1, (Editorial Reverte, España, 2003), p. 73.
- [12] Serway, R., Jewett, J., *Física para ciencias en ingeniería*, 7Ed. Vol. 1, (Ed, Cengage Learning, México, 2008), p. 94.
- [13] Resnick, R., Halliday, D., Krane, K., *Física Vol.1*, 4 Ed, (Editorial Patria, México, 1993), p. 79.
- [14] Tippens, P., *Física Conceptos y aplicaciones*, 7ma Ed, (Mc Graw Hill, México, 2007), p. 135.
- [15] Cuéllar, J., *Física 1*, Vol. 1, 2da (Ed, Mc Graw Hill Education, México, 2013), pp. 140-146.
- [16] Cañas, A. J., & Novak, J. D., *The theory underlying concept maps and how to construct and use them*, Práxis Educativa **5**, 9-29 (2010).
- [17] Toigo, A. M., Moreira, M. A., & Da Costa, S. S. C *Revisión de la literatura sobre el uso de mapas conceptuales como estrategia didáctica y de evaluación*, Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre **17**, 305-339 (2012).
- [18] Campanario, J. M., *El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias: estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno*, Enseñanza de las Ciencias **18**, 69-380 (2000).

ANEXO

A continuación se presentan dos ejemplos de MCH epistémico que corresponden a problemas de MRU y MRUA. Los mapas fueron elaborados a partir de la producción de un docente.

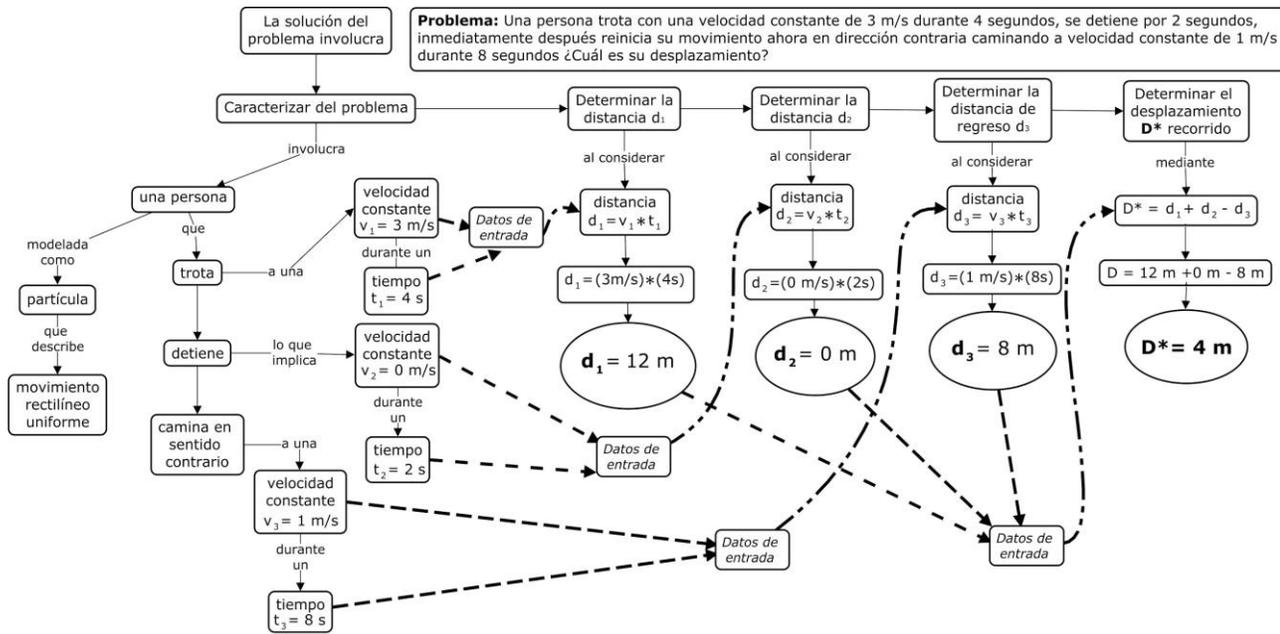


FIGURA 6. Mapa Conceptual Híbrido de movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

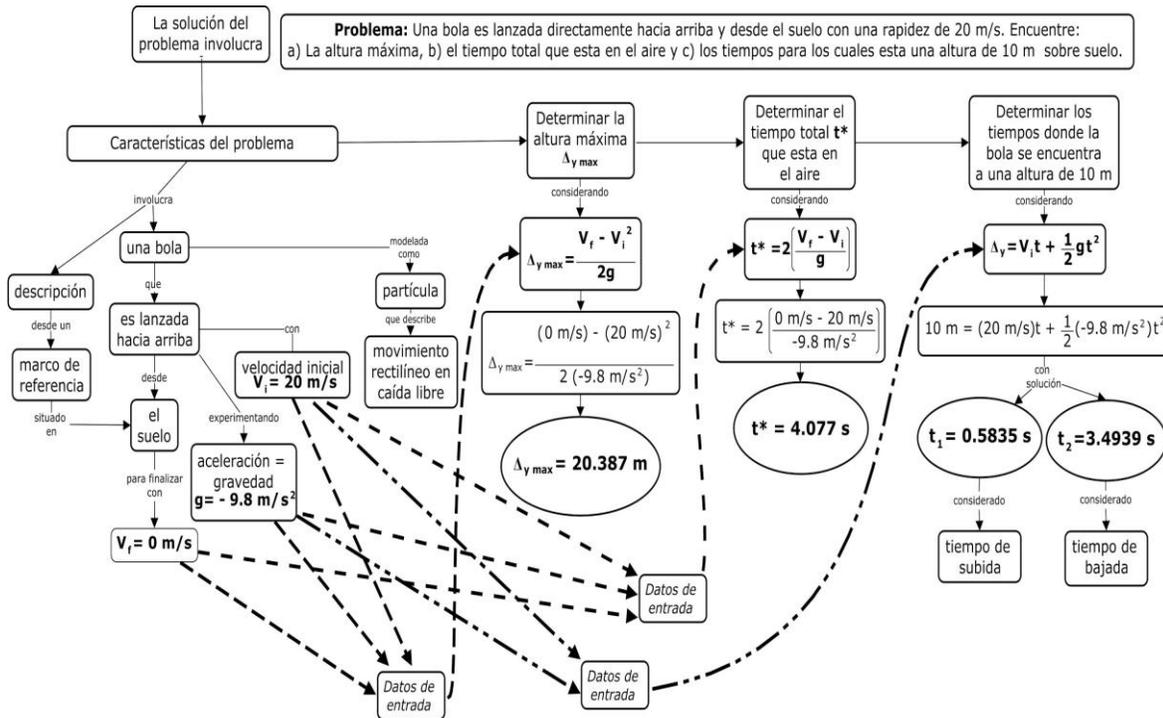


FIGURA 7. Mapa Conceptual Híbrido de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).