

# Usando el patrón de interferencia de la doble rendija para obtener el espesor de una lámina delgada transparente



**Julio Guevara**

*Departamento de Ingeniería Ambiental, Física y Meteorología,  
Universidad Nacional Agraria La Molina, Av. La Molina S/N,  
Lima 12, Perú.*

**E-mail:** jcgueinj@lamolina.edu.pe

(Recibido el 10 de Marzo de 2014, aceptado el 27 de Junio de 2014)

## Resumen

Este artículo describe el uso del patrón de interferencia generado por la doble rendija para determinar el espesor de un medio delgado transparente. Luego se compara el valor del espesor de la lámina transparente medida con el valor obtenido en la medición del espesor con un micrómetro. Los resultados indican que este procedimiento es adecuado para la medición de los espesores de materiales transparentes teniendo como aplicación la medición de los espesores de las películas delgadas.

**Palabras claves:** Interferometría, medición de espesores, películas delgadas.

## Abstract

This paper examines the use of the interference pattern generated by the double slit for determining the thickness of a thin transparent medium. Then compares the value of the thickness of the transparent sheet measured with the value obtained in the thickness with a micrometer measurement. The results indicate that this method is suitable for measuring the thickness of transparent materials having application as measuring the thickness of thin films.

**Keys words:** Interferometry, thickness measurement, thin film.

**PACS:** 07.60.Ly, 06.90.+v, 42.25.Hz

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

La mayoría de los métodos ópticos utilizados en metrología requieren de un análisis del patrón de interferencia el cual consiste de una sucesión de zonas claras y oscuras que se observan sobre una pantalla colocada en la región de interferencia. El uso de esta técnica permite examinar la variación del patrón de interferencia que es generada por la diferencia de fase y que es proporcional al espesor de la lámina sin la necesidad de un contacto directo con el elemento a estudiar.

Un típico ejemplo de un patrón de interferencia es el producido por el interferómetro de Young. Este interferómetro consiste en iluminar dos rendijas muy estrechas y separadas por una distancia muy pequeña. La fase del patrón de interferencia es proporcional a la separación de las rendijas e inversamente proporcional a la distancia de la rendija a la pantalla de observación. Las franjas son contadas manualmente para determinar el orden de la franja para realizar una medición cuantitativa.

El uso de la interferencia de la luz en la medición del espesor de medios transparentes es rápido, preciso y no destructivo. De esta manera, la interferometría se utiliza como un método cuantitativo para la determinación de los parámetros ópticos de los materiales tales como el de las

películas delgadas, las fibras ópticas, las fibras de polímero y guías de onda.

La determinación del espesor de una lámina delgada a través del patrón de interferencia puede ser obtenida a partir de diferentes técnicas interferométricas.

Matsuo *et al.* [1] determinaron los valores del espesor y el índice de refracción de películas de polipropileno y otras utilizando técnicas interferométricas. Harrick [2] usaron espectrofotómetros IR para estimar el espesor y el índice de refracción de las películas a partir de los patrones de interferencia obtenidos. Hernández *et al.* [3] utilizan un interferómetro de Michelson para medir el espesor de película. Ellos reemplazaron uno de los dos espejos por un sustrato conteniendo la película. Hamza *et al.* [4] utilizan un interferómetro de Lloyd's para determinar los mismos parámetros de las películas delgadas con diferentes espesores. Rao [5] describe un método para calcular el espesor o el índice de refracción de películas delgadas usando las franjas de difracción de Fraunhofer de la doble rendija.

El presente trabajo se centra en aplicar el método propuesto por Rao [5] en la medición del espesor de una lámina transparente de acetato utilizando el patrón de interferencia producido por la doble rendija. Mostrando la facilidad de este método para determinar el espesor de la lámina.

## II. TEORIA

La Interferencia de ondas luminosas es un fenómeno que pone de manifiesto la naturaleza ondulatoria de la luz y es la superposición de dos o más ondas vectoriales.

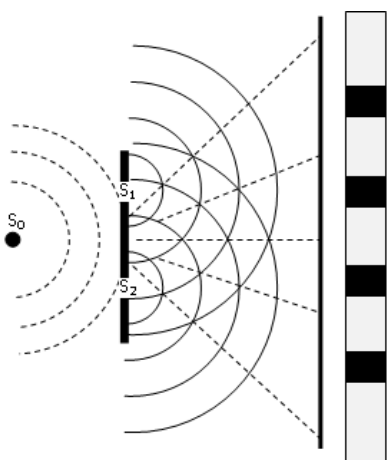


FIGURA 1. Experimento de Young de la doble rendija.

La interferencia óptica corresponde a la interacción de dos o más ondas de luz que producen una intensidad luminosa resultante que se desvía de la suma de las intensidades luminosas componentes Hecht [6]. La figura 1 muestra la configuración general para producir interferencia luminosa de dos rendijas  $S_1$  y  $S_2$ . La fuente  $S_0$  es una fuente puntual de luz monocromática cuyos frentes de onda llegan a las dos ranuras para crear fuentes secundarias  $S_1$  y  $S_2$ . Las ondas secundarias que salen desde las dos fuentes  $S_1$  y  $S_2$  tienen una diferencia de fase constante en el tiempo lo cual produce una serie de franjas brillantes y oscuras. Las zonas de claro y oscuro se denominan patrón de franjas de interferencia.

### A. Interferencia de la doble rendija

Con la ayuda del principio de superposición, es posible calcular las posiciones de los máximos (regiones brillantes) y mínimos (regiones oscuras) usando las siguientes condiciones:

- (a) La luz de las rendijas  $S_1$  y  $S_2$  son coherentes, es decir, existe una relación constante en la diferencia de fase entre las ondas de las dos fuentes.
- (b) La luz de las rendijas  $S_1$  y  $S_2$  son de la misma longitud de onda.

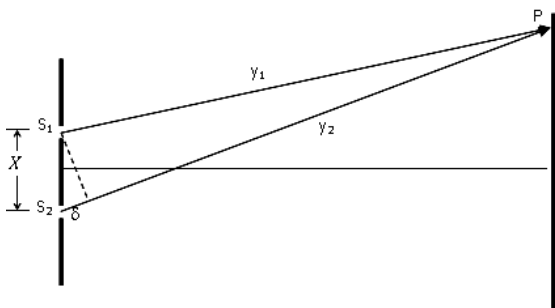


FIGURA 2. Formación del patrón de interferencia en la doble rendija.

En la figura 2, sean  $y_1$  y  $y_2$  las ondas que se generan en cada rendija y cada onda tiene una frecuencia  $\omega$  y una amplitud  $a$  y llegan a la pantalla en un punto P suficientemente distante de las rendijas, entonces:

$$y_1 = a \text{sen}(\omega t - kx_1) \text{ desde } S_1, \quad (1)$$

y

$$y_2 = a \text{sen}(\omega t - kx_2) \text{ desde } S_2. \quad (2)$$

La diferencia de fase entre las dos ondas en P está dada por

$$\delta = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1). \quad (3)$$

La diferencia de fase  $\delta$  surge de la diferencia de camino  $x_2 - x_1$ , y depende solo de  $x_1$ ,  $x_2$  y de la longitud de onda  $\lambda$  y no de la variación del comportamiento de la fuente.

La superposición de las dos ondas  $y_1$  y  $y_2$  en P da como resultado:

$$A = y_1 + y_2 = a[\text{sen}(\omega t - kx_1) + \text{sen}(\omega t - kx_2)]. \quad (4)$$

Escribiendo  $x \equiv (x_1 + x_2)/2$  como la distancia promedio entonces la intensidad luminosa, que es el cuadrado de la amplitud, es:

$$I = A^2 = 4I_0 \text{sen}^2(\omega t - kx) \cos^2 \delta/2. \quad (5)$$

Donde  $I_0 = a^2$ . Si consideramos:

$$\cos \frac{\delta}{2} = \pm 1. \quad (6)$$

Las ondas se refuerzan mutuamente para dar una interferencia constructiva y la diferencia de camino es:

$$x_1 - x_2 = n\lambda, n=1,2,\dots \quad (7)$$

Ahora, si consideramos

$$\cos \frac{\delta}{2} = 0. \quad (8)$$

Las ondas se cancelan para dar una interferencia destructiva y por lo tanto la diferencia de camino es:

$$x_1 - x_2 = (n + \frac{1}{2})\lambda, n=0,1,2. \quad (9)$$

Hay dos puntos importantes a recordar a cerca de la intensidad del patrón de interferencia, estos son:

- La intensidad varía con el  $\cos^2 \frac{\delta}{2}$
- Los máximos ocurren para diferencia de camino nulos con números enteros de la longitud de onda, mientras que los mínimos representan diferencias de camino de los números impares de la mitad de la longitud de onda.

### B. Difracción de la doble rendija

Para formar el patrón de difracción de Fraunhofer de la doble rendija, consideremos que cada una de las dos rendijas se compone de infinitas franjas estrechas que actúan como fuentes de ondas secundarias. Entonces la

amplitud resultante en un punto P es la superposición de las ondas secundarias de ambas rendijas. Esto viene dado por Hecht [6]:

$$A = \int_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} \frac{d}{2} \cos[\omega t - k(L - x \text{sen}\theta)] + \int_{\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}} \frac{d}{2} \cos[\omega t - k(L - x \text{sen}\theta)]. \quad (10)$$

Donde  $d$  es el ancho de cada rendija,  $X$  es la separación entre las rendijas y  $L$  es la distancia del punto medio de la rendija al punto P.  $k$  y  $\omega$  son el número de onda y la frecuencia de la onda y  $\alpha$  es una constante. La evaluación de esta integral en la aproximación de Fraunhofer, es entonces:

$$A = 2ad \cos(\omega t - kL) \frac{\text{sen}\left[\frac{kd}{2} \text{sen}\theta\right]}{\left[\frac{kd}{2} \text{sen}\theta\right]} \cos\left[\frac{kX}{2} \text{sen}\theta\right]. \quad (11)$$

Por tanto la intensidad resultante es:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\text{sen}^2\left[\frac{kd}{2} \text{sen}\theta\right]}{\left[\frac{kd}{2} \text{sen}\theta\right]^2} \cos^2\left[\frac{kX}{2} \text{sen}\theta\right]. \quad (12)$$

Donde  $I_0$  es la intensidad máxima del patrón de interferencia. Este resultado es el producto de dos funciones. La primera es el cuadrado de la función sinc correspondiente a la difracción de una rendija. La segunda es el término correspondiente al patrón de interferencia de la doble rendija. Estas dos funciones son mostradas en la figura 3a y 3b. La interpretación física de esta última relación es que el patrón de interferencia de la doble rendija esta modulado por el patrón de intensidad de la difracción en cada rendija. El resultado de la modulación lo vemos en la figura 3c. Ambas funciones seno y coseno tienen máximos y mínimos para ciertos valores de  $\theta$ . En particular, y para pequeños ángulos,  $\text{sen}\theta \approx \theta$ , los máximos de intensidad para la doble rendija ocurre para ángulos de:

$$\theta = \frac{n\lambda}{a}, n = 0 \pm 1, \pm 2, \dots \quad (13)$$

Mientras que los mínimos en el patrón de difracción ocurren para ángulos de:

$$\theta = \frac{n\lambda}{d}, n = 0 \pm 1, \pm 2, \dots \quad (14)$$

Claramente se observa que un máximo del patrón de interferencia ocurre en un mínimo del patrón de difracción.

### III. MATERIALES Y METODOS

Si la doble rendija se hace sobre un medio transparente se puede considerar que una porción del medio transparente expuesto a la luz incidente actúa como una sola rendija y el patrón obtenido será la combinación del patrón de difracción de una sola rendija y del patrón de interferencia de la doble rendija. K. Rao [5], determinó que el espesor para un medio transparente se puede calcular de la siguiente expresión:

$$t = \frac{\lambda}{[(N^2 - \text{sen}^2 \alpha_{n+1})^{0.5} - \cos \alpha_{n+1}] - [(N^2 - \text{sen}^2 \alpha_n)^{0.5} - \cos \alpha_n]}. \quad (15)$$

Donde  $\alpha_n$  y  $\alpha_{n+1}$  son dos ángulos sucesivos de dos mínimos de franjas centrales.

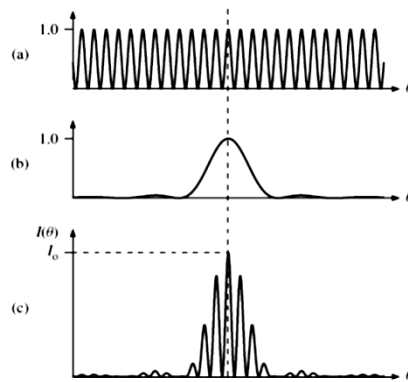


FIGURA 3. a) Patrón de interferencia de la doble rendija, se aprecia el cuadrado de la función coseno. b) El cuadrado de la función sin correspondiente al patrón de difracción de una rendija. c) Patrón de interferencia de la doble rendija modulado por el patrón de difracción de una rendija.

La Figura 4 muestra la disposición experimental utilizado para calcular el espesor de una lamina transparente delgada.

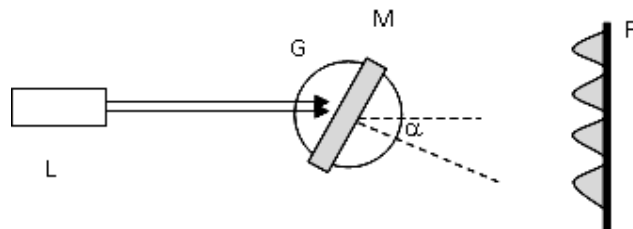


FIGURA 4. Disposición experimental. L: laser de He-Ne, M muestra, G: goniómetro y P: pantalla.

Como material para medir el espesor se utilizó una lámina de acetato empleada en la preparación de transparencias que se utilizan en las presentaciones, un laser de He-Ne de 632,8 nm un porta muestra para sujetar la lámina y un goniómetro.

Sobre la lámina transparente se elaboró una doble rendija de tal manera que diera una franja central oscura que satisficiera la ecuación 3. Esto último se consiguió a través de varios ensayos.

Para medir los ángulos sobre la doble rendija hecha sobre la lámina transparente se colocó esta sobre un soporte y a su vez se ubicó sobre un goniómetro de tal manera que se pudiera medir los ángulos al momento de hacer incidir la luz sobre la muestra. La doble rendija fue iluminada con un laser de He-Ne de 632.8 nm y los patrones de interferencia producidos por la doble rendija fueron proyectados sobre una pantalla ubicada a 0,5 m de la muestra.

El valor del índice de refracción de la lámina transparente se consiguió a través de la medición del ángulo de polarización.

#### IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El índice de refracción de la lámina transparente medida a través del ángulo de polarización fue de 1,48.

En la Tabla I se muestra los valores de los ángulos medidos para dos sucesivos mínimos de la franja central evaluados por la expresión:

$$(N^2 - \text{sen}^2 \alpha_n)^{0,5} - \cos \alpha_n. \tag{16}$$

**TABLA I.** Variación del ángulo de incidencia sobre la lámina transparente.

	Ángulo	$x_n = (N^2 - \text{sen}^2 \alpha_n)^{0,5} - \cos \alpha_n$	$x_{n+1} = (N^2 - \text{sen}^2 \alpha_{n+1})^{0,5} - \cos \alpha_{n+1}$	$t = \lambda / (x_{n+1} - x_n)$ (cm)
1	7°	0,482		
2	13°	0,488	0,482	0,011
3	18°	0,496	0,488	0,008

Luego, con los valores de la tabla I se tomo un valor promedio para obtener el espesor de la lámina transparente aplicando la ecuación 15. Como resultado se obtuvo un espesor de la lámina transparente de 0,0095 cm.

Para validar el resultado anterior se midió el espesor de la lámina transparente con un micrómetro. La medición obtenida con este instrumento fue de 0,01 cm. Así, el valor del espesor medido con el método interferométrico está en concordancia con el valor medido con el micrómetro. La tabla II resume esta última información.

**TABLA II** Comparación de los espesores de la lámina transparente.

	Espesor medido con el método de interferencia (cm)	Espesor medido con un micrómetro (cm)
	0,0095	0,01

De la tabla II podemos observar que la desviación entre el valor medido por el micrómetro y el método de interferencia no es más del 5%. Además podemos concluir que el valor medido por el método interferométrico nos da un valor superior que el obtenido por el micrómetro.

#### V. CONCLUSIONES

La precisión de los límites de este método depende directamente de la longitud de onda de la fuente que se utiliza.

El método interferométrico permite de una manera simple determinar el espesor de medios transparentes delgados. En especial este procedimiento podría aplicarse a la medición de películas delgadas obtenidas por evaporación.

Una ventaja de usar el patrón de interferencia en la medición de los espesores para medios transparentes delgados es la utilización de materiales sencillos, pues solo basta tener un laser y un goniómetro.

#### VI. REFERENCIAS

[1] Matsuo, M, *et al.*, *Interferometric method for determining the distribution of graft concentration in radiation-induced graft copolymer*, J. Appl. Polym. Sci. 7, 1833-1852 (1963).  
 [2] Harrick, N, *Determination of Refractive Index and Film Thickness from Interference Fringes*, Applied Optics **10**, 2344-2349 (1971).  
 [3] Hernández, M, *et al.*, *Interferometric thickness determination of thin metallic films*, Superficies y Vacío **9**, 283-285 (1999).  
 [4] Hamza, A, *et al.*, *Refractive index and thickness determination of thin-films using Lloyd's interferometer*, Optics Communication **225**, S432 (2003).  
 [5] Krishna Rao, K. V., *Simple Method of Determining the Thickness or the Refractive Index of Thin Films*, American Journal of Physics, **28**, 447 (1960).  
 [6] Hecht E., *Optics*, (Addison Wesley, USA, 2002).