

ISSN 1870-9095



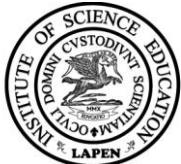
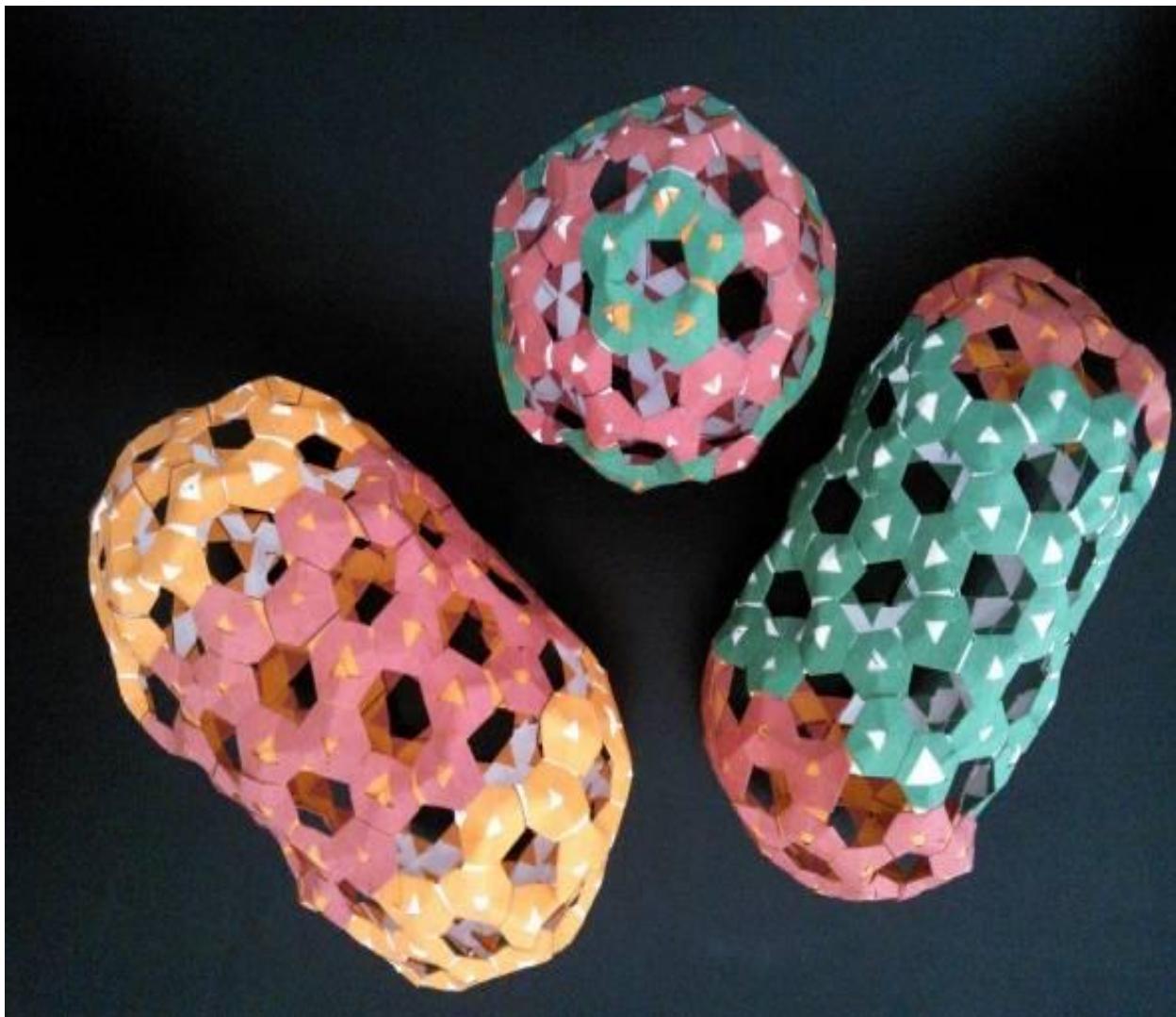
LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

www.lajpe.org

Volume 9

Number 2

June 2015



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network
and the Institute of Science Education



LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:
<http://www.lajpe.org>

Production and technical support

Enrique Martínez Roldán
eroldan@gmail.com
Isabel Contreras Arredondo
isaconarr1@yahoo.com.mx

Latin American Journal of Physics Education is indexed in:

**EDITORIAL POLICY**

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to boubarkic@gmail.com or laje@lapen.org.mx. Further information is provided in the "Instructions to Authors" on www.lajpe.org.

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: C. Bourbaki, Editor in Chief, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba), calle 154 No. 12906 entre 129 y 133 Reparto Reynold García, Matanzas, Cuba CP 40100. Phone: 53 45 265794

Copyright © 2015 Latin American Physics Education Network. (www.lapen.org.mx)

ISSN 1870-9095

INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)
Carl Wenning, Illinois State University (USA)
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)
David Sokoloff, University of Oregon (USA)
Dean Zollman, Kansas State University (USA)
Edward Redish, University of Maryland (USA)
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)
Gordon Aubrecht II, Ohio State University (USA)
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)
Jorge Valadares, Universidade Aberta de Lisboa, (Portugal)
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)
Lillian C. McDermott, University of Washington (USA)
Marisa Michelini, University of Udine (Italy)
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)
Minella Alarcón, UNESCO (France)
Orhan Karamustafaoglu, Amasya University, (Turkey)
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)
Priscilla Laws, Dickinson College (USA)
Ton Ellermeijer, (Netherlands)
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

EDITORIAL BOARD

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)
Manuel Reyes, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)
Mauricio Pietrocola Universidad de São Paulo (Brasil)
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

EDITOR-IN-CHIEF

C. Bourbaki, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba)

ASSOCIATED EDITOR

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Volume 9, Number 2, June 2015

CONTENTS/CONTENIDO

Editorial

Papers/Artículos

Modelo de papiroflexia para visualizar la estructura del C60 y la quiralidad de nanotubos de carbono así como algunas propiedades

J. García-Robledo, H. Balmori 2301

Enseñando las leyes de Kirchhoff a estudiantes de Nivel Medio Superior empleando instrucción por pares en el Estado de México

César Mora, Rubén Sánchez-Sánchez y Víctor Manuel González-Tavera 2401

The effect of computer simulation used as a teaching aid in students' understanding in learning the concepts of electric fields and electric forces

Aysheshim Mengistu, Gebregziabher Kahsay 2402

Mejoramiento en la interpretación de los datos experimentales en los laboratorios de Física A, utilizando aprendizaje cooperativo y la técnica de la V Gowin

Martínez Briones Carlos Alberto, Flores Herrera Jorge 2403

Interpretación del lenguaje simbólico de la física: las "lecturas" de los estudiantes

Wainmaier, C., Fleisner, A. 2501

Thevenin's theorem: An easy proof suitable for undergraduate teaching

Anup Kumar Bandyopadhyay 2502

Flying off a frictionless curved ramp

Carl E. Mungan and Trevor C. Lipscombe 2503

Experimentos didáticos no Ensino de Física com foco na Aprendizagem Significativa

José Uibson Pereira Moraes, Romualdo S. Silva Junior 2504

Um estudo de caso acerca do Ensino de Astronomía com foco na Aprendizagem Significativa

Romualdo S. Silva Jr. 2505

Electronic electrical conductivity in n-type silicon

Abebaw Abun Amanu 2701

Coexistence of spin density wave and superconductivity in BaFe_{2-x}CoxAs₂

Gebremeskel Tekle, Gebregziabher Kahsay 2702

EDITORIAL

Dear readers,

The Latin American Physics Education Network (LAPEN) since 2007 has promoted the development of Physics Education in our Latin-American region, mainly in the countries of Brazil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Ecuador and Mexico, by means of graduate studies in Physics Education in order to train researchers in the teaching and learning of Physics. Also, LAJPE has promoted the holding of academic events in our region, such as the International Conference on Physics Education (ICPE), the Inter-American Conference on Physics Education (IACPE), since 2008 up to nowadays the national meetings of the Association of Physics Teachers Mexican Section (AAPT-MX), several workshops for teaching Physics, and recently the First International Winter School of Physics Education (IWSPE 2016) in Mexico City. Also, LAPEN has been a promoter of the World Conference on Physics Education (WCPE 2012 Turkey and WCPE 2016 Brazil). On the other hand, LAPEN has collaborated in the organization of Associations of Physics Teachers and Researchers in Science Education, including the Latin American Association of Research in Science Education (LASERA) with headquarters located in Manaus, Brazil.

While the formation of highly specialized resources has been a great achievement LAPEN, no least has been to create the Latin American Journal of Physics Education (LAJPE), a structured in September 2007, just in the same year of its official constitution into the International Commission on Physics Education (ICPE) of the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP) and UNESCO. Recently, in 2014 LAPEN helped to create the Latin American Journal of Science Education (LAJSE).

It is important to remark that these open access journals online, are freely available, at have not cost to the authors and readers across the world. The funding has mainly come from public and private research projects and from the Institute of Science Education and the National Polytechnic Institute of Mexico. Despite the crisis and financing problems, LAJPE still active, with the aim of free disseminating research of teachers and researchers in Physics Education.

Thanks for your support and patience.

C. Bourbaki
Editor in Chief

Estimados lectores,

La Red Latinoamericana de Educación en Física, (LAPEN) por sus siglas en inglés desde el año de 2007 ha promovido el desarrollo de la Enseñanza de la Física en nuestra región, principalmente en los países de Brasil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Ecuador y México, mediante estudios de posgrado en Educación en Física para formar investigadores en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Física. Asimismo, LAJPE ha promovido la realización de eventos académicos en nuestra región como son la Conferencia Internacional en Educación en Física (ICPE), las Conferencias Interamericanas de Educación en Física (IACPE), las reuniones de la Sección México de la Asociación de Profesores de Física (AAPT-MX) desde el año 2008 a la fecha, diversos talleres de enseñanza de la Física y recientemente la Primera Escuela Internacional de Educación en Física (IWSPE 2016) en la Ciudad de México. También, LAPEN ha sido promotora de las Conferencias Mundiales de Educación en Física (WCPE 2012 Turquía y WCPE 2016 Brasil). Por otro lado, LAPEN ha colaborado en la organización de Asociaciones de Profesores de Física y de investigadores en Educación en Ciencias, en particular la Asociación LASERA (Asociación Latinoamericana de Investigación en Educación en Ciencias) con sede en Manaos, Brasil.

Si bien la formación de recursos altamente especializados ha sido un gran logro de LAPEN, no menor ha sido el de crear la Revista Latinoamericana de Educación en Física (LAJPE por sus siglas en inglés), empresa realizada en septiembre de 2007 en el mismo año de su constitución oficial ante la Comisión Internacional de Educación en Física (ICPE) de la Unión Internacional de Educación en Física (IUPAP) y la UNESCO. Recientemente en 2014 ayudó a la creación de la Revista Latinoamericana de Educación en Ciencias (LAJSE).

Es importante señalar que estas revistas de libre acceso en línea, son de libre acceso, sin ningún costo para los autores y los lectores del mundo. La financiación principalmente ha provenido de proyectos de investigación públicos y privados, así como del Instituto de Educación en Ciencias y el Instituto Politécnico Nacional de México. La revista LAJPE a pesar de las crisis y los problemas de financiamiento sigue en pie, con el objetivo de divulgar gratuitamente las investigaciones de profesores e investigadores en Educación en Física.

Gracias por su apoyo y paciencia.

C. Bourbaki
Editor en jefe

Modelo de papiroflexia para visualizar la estructura del C₆₀ y la quiralidad de nanotubos de carbono así como algunas propiedades



J. García-Robledo¹, H. Balmori²

¹*Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas, ESIQIE. Edificio N° 7, Unidad Profesional Adolfo López Mateos. Colonia Lindavista, Delegación Gustavo A. Madero, México D.F., C.P. 07738.*

²*Centro de Nanociencias y micro y nanotecnologías. Calle Luis Enrique Erro s/n, Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Col. Zacatenco, C.P. 07738, México D.F. Tel: 57 29 60 00, Ext. 57501, 46081, Fax: 46080, 57500.*

E-mail: jaimefr_gr@yahoo.com

(Recibido el 25 de agosto de 2014; aceptado el 10 de abril de 2015)

Resumen

La construcción de modelos tridimensionales de nanoestructuras de carbono como el fullereno (C₆₀), se logró con el ensamblaje de módulos hechos por papiroflexia. El módulo primario representa el átomo de carbono y sus tres enlaces, que comparte con sus átomos vecinos. Fue posible la construcción de modelos de nanotubos en los cuales se observa cómo la red de hexágonos varía dando lugar a un nanotubo en zigzag, de silla (armchair) y quirales (chiral). En general, se distinguen tres tipos de nanotubos de capa única según su helicidad: tipo "armchair", zigzag y quiral. Puede considerarse que los nanotubos armchair y zigzag son nanotubos rectos mientras que los nanotubos quirales son retorcidos. La construcción de los nanotubos, y su posterior simulación usando los vectores quirales *m* y *n*, proporcionan una herramienta visual para entender las propiedades electrónicas y el potencial que tienen los nanotubos.

Palabras clave: C₆₀, Fullereno.

Abstract

The construction of three dimensional models of carbon nanostructures like fullerene (C₆₀) was achieved with the assembly of origami made modules. The primary module represents the carbon atom and its three links, which shares with its neighbor atoms. It was possible to construct models in which nanotubes show how the network hexagons vary resulting in a zigzag, chair and chiral nanotubes. In general, three types of single-layer nanotubes are distinguished according to their helicity: "armchair", zigzag and chiral. It can be considered that the armchair and zigzag nanotubes are straight while the chiral nanotubes nanotubes are twisted. Building of nanotube models and subsequent simulation using the *m* and *n* chiral vectors provides a visual tool for understanding the electronic properties and the potential of nanotubes.

Keywords: C₆₀, Fullereno.

PACS: 01.40.-d, 01.40.gb, 01.50.-i,

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Los fullerenos son la tercera forma más estable del carbono, tras el diamante y el grafito. El fullereno más común es el C₆₀ (de 60 átomos de carbono). Hacia el año de 1985, los investigadores Harold Kroto y otros, de la Universidad de Rice en Houston, Texas, descubrieron una tercera forma allotrópica del carbono, se trataba de una sustancia donde cada molécula poseía sesenta átomos de carbono. Hallar un arreglo geométrico estable para tal molécula es todo un reto, pero finalmente se logró representar al el C₆₀ en forma de una estructura molecular parecida a un balón de fútbol soccer [1].

Los nanotubos de carbono fueron descubiertos por el físico japonés Sumio Lijima en 1991 [2]. Demostró con ello la existencia de otra familia de formas elementales de

carbono. Descubrió los nanotubos mientras realizaba un experimento para obtener fullerenos, haciendo pasar chispas eléctricas a través de barras de grafito vaporizándolas. Al observar las muestras mediante un microscopio electrónico de transmisión (HREM) encontró pequeños tubos de carbono de alrededor de un micrómetro de largo y de entre 1 y 100 nanómetros de diámetro, pero fue hasta 1993, cuando se consiguió obtener el primer nanotubo de capa sencilla, gracias a los físicos Sumio Lijima e Ichihashi [3]. Es por esto que el nombre de nanotubo proviene de este tipo de sistemas, dado que poseen una estructura tubular con diámetro de orden nanométrico.

A partir de 1992 los científicos Noriaki Hamada, Shinichi Sawada y Oshiyama observaron que había muchas maneras de enrollar una hoja de grafito para obtener dichos

nanotubos, desarrollando una nomenclatura para esto [4] conocida como la quiralidad.

II. CLASIFICACIÓN DE LOS NANOTUBOS

De acuerdo con el número de capas:

a) Nanotubos de capa única (SWNT).- Son los que se pueden describir como una capa bidimensional de grafito “enrollada” formando un cilindro de décimas de micrones de longitud y radio del orden de los nanómetros, los cuales además pueden poseer en sus extremos semiestructuras de fullerenos.

b) Nanotubos de capa múltiple (MWNT).- Son aquellos formados por capas concéntricas de forma cilíndrica. De acuerdo con los índices de Hamada (n, m).

Los índices de Hamada son un par de números enteros (n, m) que describen el número de vectores unitarios a lo largo de las direcciones a_1 y a_2 , véase la Figura 1.

Los nanotubos pueden ser metálicos o semiconductores.

Para que un nanotubo sea metálico debe de cumplirse que la diferencia $n-m$ (n y m son los índices de Hamada, parámetros que indican la forma en que se enrollaría la lámina de grafito) debe ser múltiplo de 3, en caso contrario será semiconductor.

1. Nanotubos armchair.- Si ($n = m$) y posee un ángulo quiral de $\theta = 0^\circ$.
2. Nanotubos zigzag.- Presenta ($m = 0$) y poseen una helicidad de $\theta = 30^\circ$.
3. Nanotubos quirales.- Si ($n > m > 0$) y poseen una helicidad de $0^\circ < \theta < 30^\circ$.

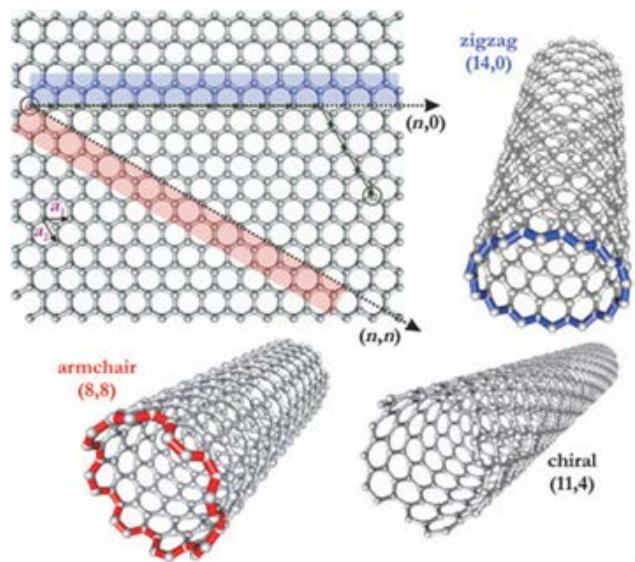


FIGURA 1. Distintas maneras de enrollar la hoja de grafito de tal forma que coincidan dos sitios cristalográficamente equivalentes de la red hexagonal. Además dependiendo de la forma de envolverse se pueden presentar los tres tipos de nanotubos.

III. METODOLOGÍA

El uso de la papiroflexia para el diseño de moléculas en química es una técnica empleada para la enseñanza [4], aunque tiene poca difusión podría proporcionar una alternativa lúdica para el diseño y modelado de moléculas como los fullerenos y los nanotubos. El uso de esta técnica emplea las bondades del doblado de papel, el cual proporciona un modo de representar el ensamble de los átomos y de simular los enlaces químicos, manteniendo los ángulos a los cuales dicho enlace se presenta al unirse a otro átomo.

En este trabajo, se emplea la papiroflexia para el diseño de fullerenos C_{60} y nanotubos. A continuación se muestra la secuencia para la fabricación y diseño de las unidades y la forma de realizar los ensambles para generar el C_{60} y los nanotubos.

- 1.-Se parte de dos triángulos equiláteros de 2 cm de lado obtenidos de papel flexible. En la parte central de uno de los triángulos se realiza una perforación en forma de triángulo para representar el átomo de carbono, el cual se ubicara en un vértice (Figura 2).

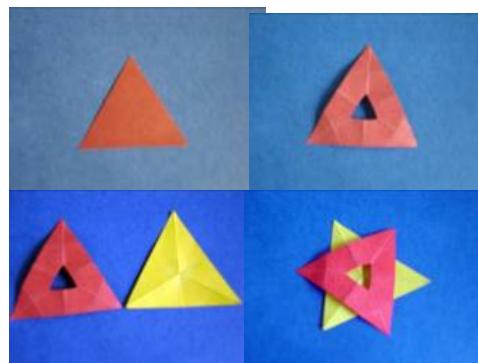


FIGURA 2. Primeros o unidades primarias para formar el modelo de un átomo de carbono por papiroflexia.

- 2.- Con los dos triángulos se forma un módulo o unidad que se ensambla con otros módulos similares, para el ensamble final de la estructura deseada como se presenta en la Figura 3.

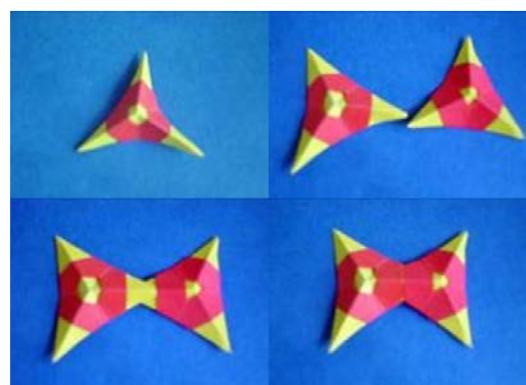


FIGURA 3. Ensamble de módulos de papiroflexia.

3. El acople de los módulos resulta sencillo, se unen mediante la extensión, introduciendo la punta de un módulo en otro hasta chocar con la pared del triángulo envolvente. Así, el módulo o unidad primaria representa a un átomo de carbono que puede tener tres átomos vecinos. Continuando con los ensambles podemos construir un pentágono o un hexágono requerido para formar el fullereno (Figura 4).

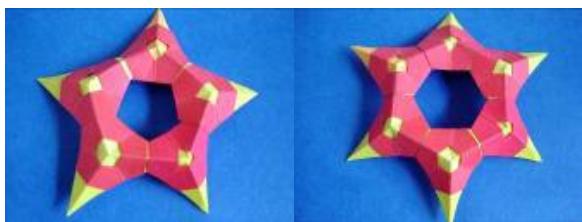


FIGURA 4. Formación de pentágonos y hexágonos a partir de las unidades primarias.

- 4.-Para construir el fullereno podemos comenzar a partir de ensamblar un pentágono. El pentágono tendrá cinco extensiones libres que compartirá para enlazarse y formar un arreglo de hexágonos, entonces el pentágono se rodeará por cinco hexágonos que corresponden a sus cinco lados (Figura 5).

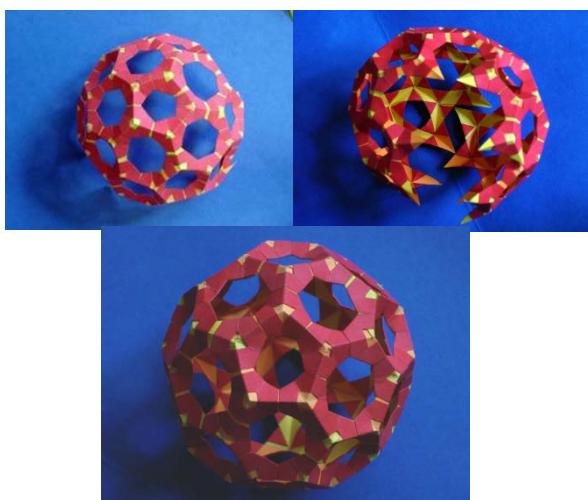


FIGURA 5. Ensamble final del fullereno C₆₀.

IV. RESULTADOS

Los nanotubos de carbono pueden considerarse como láminas de grafito enrolladas en forma de tubos. Los nanotubos pueden ser abiertos o cerrados, en cuyo caso la estructura que cierra el nanotubo es similar a la mitad de un fullereno. Por lo que se encontró que dos tipos de nanotubos fueron generados a partir del semifullereno, dando lugar a dos nanotubos cerrados de capa única.

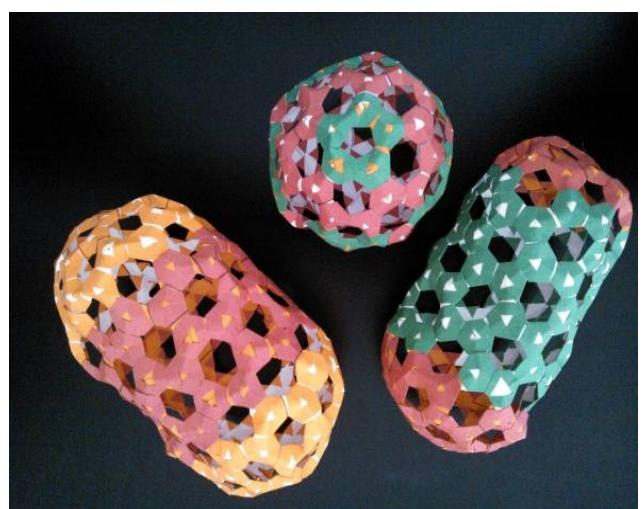


FIGURA 6. Nanotubos obtenidos por papiroflexia a partir del semifullereno.

Es posible construir el modelo de los dos nanotubos hechos por papiroflexia por medio de técnicas computacionales y calcular con algún software de simulación que ambos modelos son estables energéticamente. Es posible además visualizar el HOMO y el LUMO (Figura 7). La modelación muestra una clara diferencia en los orbitales moleculares de las dos estructuras. Lo cual nos indica diferencias en las propiedades de conducción de los modelos simulados. En química cuántica muchas veces se usan los orbitales frontera HOMO y LUMO para justificar ciertas reacciones químicas.

Éstos son los acrónimos de: orbital molecular ocupado de más energía (HOMO de sus siglas en inglés Highest Occupied Molecular Orbital) y orbital molecular no ocupado de más baja energía (LUMO de sus siglas en inglés Lowest Unoccupied Molecular Orbital), respectivamente.

La diferencia de energía entre el HOMO y LUMO se denomina hueco HOMO-LUMO (en inglés HOMO-LUMO gap). El HOMO es a los semiconductores orgánicos y puntos cuánticos, lo que la banda de valencia es a los semiconductores inorgánicos.

La misma analogía existe entre el LUMO y la banda de conducción. La diferencia de energía entre el HOMO y LUMO es la energía de la banda prohibida.

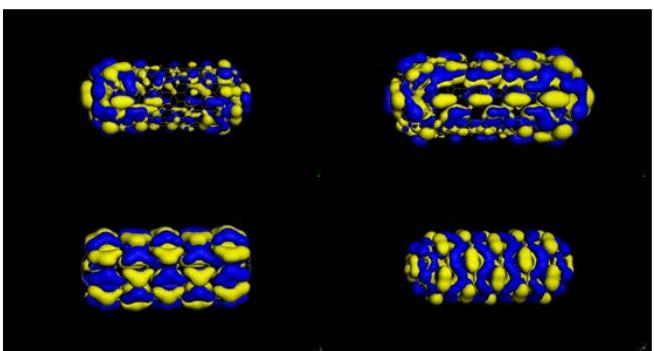


FIGURA 7. Simulación del HOMO y LUMO de los nanotubos cerrados tipo silla (5,5) y tipo zigzag (10,0).

Otros nanotubos construidos se logran al introducir el heptágono y pentágonos simultáneamente. Los grupos de Chernozatonskii [6] y Dunlap [7] fueron los primeros en proponer estas nuevas estructuras e identificaron la posición de los defectos en donde el heptágono se encuentra en posición opuesta al pentágono en la red de hexágonos, considerando esta conjectura se puede ubicar en el modelo los defectos y construir la unión de dos nanotubos (Figura 8).

Una vez que se consiguió construir las nanouniones se comprobó que el ángulo formado entre cada uno de los brazos de la unión suele estar entre 170° y 140° como fue reportado por Dunlap. En el modelo construido se encuentra que el codo Dunlap proporciona un doblez en un nanotubo además de un cambio en el arreglo en los hexágonos, esto es, de un nanotubo silla se produce un nanotubo en zigzag (Figura 8).

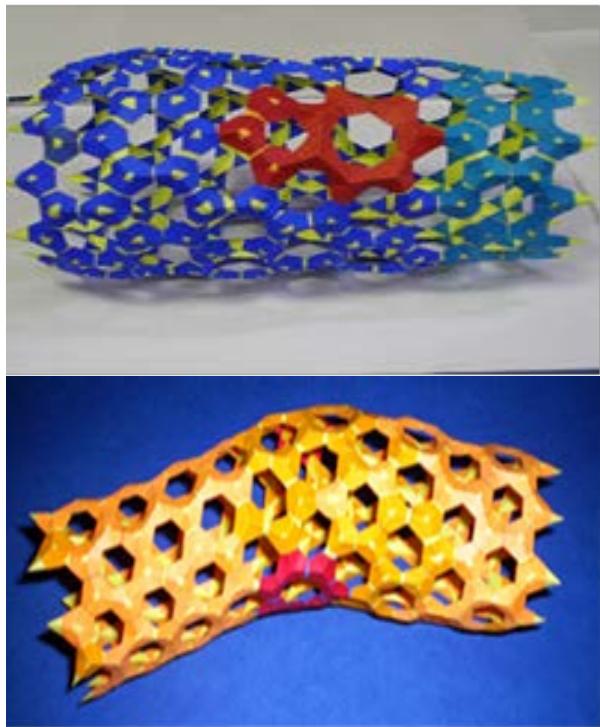


FIGURA 8. Modelo de la unión de dos nanotubos.

V. CONCLUSIONES

La técnica de ensamble de modelos tridimensionales por papiroflexia, permite la visualización de los defectos topológicos como son los pentágonos en los fullerenos, así como la quiralidad de los diferentes nanotubos modelados con esta técnica.

Algunos tipos diferentes de nanotubos cerrados fueron construidos con la red de hexágonos y además cerrados con el semifullereno C_{60} , este es el caso del nanotubo tipo silla con vectores quirales ($m=n$) (5,5) y el nanotubo tipo zigzag (10,0). También fue posible la construcción de la unión de dos nanotubos a través de un codo Dunlap, el cual consiste en un heptágono y un pentágono colocados en posiciones opuesta en la red de hexágonos.

REFERENCIAS

- [1] KROTO, Harry Kroto General information. Available in: www.kroto.info/General_info/PublicationList2.html.
- [2] Iijima, S., *Helical microtubules of graphitic carbon*, Nature **354** (1991).
- [3] Iijima, S., & Ichihashi, T., *Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter*, Nature **363**, 603-605 (1993).
- [4] Noriaki, H., Shin-ichi, S. & Atsuhi, O., *New one-dimensional conductors: Graphitic microtubules*, Phys. Rev. Lett **68**, 1579 (1992).
- [5] 1000 grullas, *Química y papiroflexia*. Available in: <http://www.iqm.csic.es/are/chemori/>
- [6] Chernozatonskii, L. A. *Intrinsic electron transport properties of carbon nanotube Y-junctions*, Phys. Lett. A**172**, 173 (1992).
- [7] Dunlap, B. I., *Constraints on small graphitic helices*, Phys. Rev. B**50**, 8134 (1994).

Enseñando las leyes de Kirchhoff a estudiantes de Nivel Medio Superior empleando instrucción por pares en el Estado de México



César Mora¹, Rubén Sánchez-Sánchez¹, Víctor Manuel González-Tavera²

¹Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Unidad Legaria. Calzada Legaria #694. Colonia: Irrigación. Delegación: Miguel Hidalgo. C.P. 11,500. México, D.F. Tel. 011(52)(55)57296000. Extensiones. 67737 y 67702.

²Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 3, Estanislao Ramírez Ruiz, del Instituto Politécnico Nacional del Estado de México. Avenida Carlos Hank González s/n. Colonia: Valle de Ecatepec. Ecatepec de Morelos. C.P. 55119. Estado de México. Tel. 011 (52)(55)57296000. Extensión: 74004.

E-mail: cmoral@ipn.mx

(Recibido el 8 de enero de 2015; aceptado el 12 de febrero de 2015)

Resumen

Este documento contiene algunos resultados que sirven para medir la efectividad de aplicar la metodología de Instrucción por Pares debida a Eric Mazur, en las instalaciones del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos *Estanislao Ramírez Ruiz* del Instituto Politécnico Nacional, o CECyT no. 3. Se analizan los factores de Hake, con la esperanza de que ellos muestren un beneficio adicional para el estudiante en su proceso de aprendizaje de las leyes de Gustav Kirchhoff de los circuitos eléctricos.

Palabras clave: Leyes de Kirchhoff, Metodologías de enseñanza, Instrucción por Pares.

Abstract

This document contains some results used to measure the effectiveness of applying the methodology of Peer Instruction due to Eric Mazur at the premises of the Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos *Estanislao Ramírez Ruiz* of the Instituto Politécnico Nacional, or CECyT no. 3. We analyze Hake factors, hoping that they show an added benefit to the student in his (her) learning process of Gustav Kirchhoff laws of electrical circuits.

Keywords: Kirchhoff laws, teaching methodologies, Peer Instruction.

PACS: 01.40.-d, 01.50.H-, 01.50.hv, 01.50.-i, 01.50.ht

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Durante décadas y generaciones de estudiantes en México, se han empleado métodos convencionales de enseñanza en las escuelas, el alto índice de reprobación en materias de las áreas de matemáticas y ciencias exactas ha sido una de las constantes durante estos períodos. En Estados Unidos ha surgido un esfuerzo por mejorar la calidad de enseñanza en sus estudiantes. Una de las metodologías que se han empleado con éxito en ese país ha sido la metodología de la Instrucción por Pares (en inglés conocida como Peer Instruction) sugerida por Eric Mazur [1].

En este trabajo se presentan resultados en investigación educativa, aplicando el método antes mencionado de Eric Mazur. La metodología tiene la bondad de hacer que el mismo estudiante participe en su propio proceso de formación, permitiéndole aprender con la ayuda de la

opinión de otros estudiantes que difieren en cuanto a su forma de pensar y en su forma de explicar fenómenos físicos.

El estudiante que quiera convencer a otro estudiante de que su razonamiento es el correcto deberá de interactuar con él, tratando de convencerlo. Generalmente este proceso se lleva a cabo en equipos de dos estudiantes, al final del proceso se espera que el estudiante con el razonamiento correcto, convenza al otro estudiante, y que de esta forma se logre que el estudiante con un razonamiento incorrecto (del fenómeno físico que se esté estudiando), pueda aprender el concepto correcto. Aquí la interacción y el proceso de aprendizaje se logra mediante actividades propuestas por el docente, donde se les pide a los estudiantes que contesten una serie de preguntas de opción múltiple y que indiquen la respuesta que ellos piensen como correcta utilizando ya sea clickers o bien simplemente los dedos de las manos.

Una vez que ellos señalan la respuesta, deben de interactuar en pares, buscando a un estudiante que haya

César Mora, Rubén Sánchez-Sánchez y Víctor Manuel González-Tavera respondido de manera diferente a la suya, y tratando de convencerlo con argumentos propios de que su respuesta es la correcta.

Esta metodología de enseñanza, provoca que el estudiante participe en la clase, y pase de ser un elemento pasivo a uno activo. Las metodologías de enseñanza activa, son hoy en día vistas como una buena alternativa a las metodologías de enseñanza tradicional, donde generalmente se espera que el estudiante aprenda del docente, mediante una *transmisión del conocimiento*. Generalmente aquí, el estudiante escucha la clase y se limita a tomar notas de la misma. Se supone que esto, complementado con tareas en casa, debería de bastar para que un estudiante promedio pueda aprender, los conceptos básicos de la asignatura que este cursando.

II. DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Básicamente los pasos que se siguieron en este trabajo fue de cuatro etapas, que vamos a describir brevemente en los siguientes párrafos.

Pero antes de entrar en detalles, debemos de decir que el investigador debe de tener al menos dos grupos. Un grupo nos sirve como referencia y es al que se la ofrece una clase tradicional, a este grupo se le conoce como grupo de control. El segundo grupo es para aplicar la metodología cuya efectividad queramos medir. Entonces, a los estudiantes de este segundo grupo, le vamos a aplicar la metodología del *Peer Instruction* (o Instrucción por Pares).

En la primer etapa, el profesor aplica el test para realizar un examen de diagnóstico y de esa manera tener una idea de los conocimientos previos que tienen los estudiantes de su clase. A esta primera aplicación del test, se le llama la etapa del *pretest*. Aquí hay que medir el aprovechamiento medio de cada uno de los grupos anteriores.

La segunda etapa, consiste en aplicar la clase tradicional al grupo de control, y en aplicar la metodología didáctica de Instrucción por pares al grupo experimental.

La tercera etapa de la investigación consiste en volver a aplicar el mismo test a cada uno de los grupos para ver si hubo alguna ganancia en sus conocimientos que ya tenían previamente. A esta etapa se le conoce como *posttest*. Aquí se debe de medir también cual es el aprovechamiento promedio que tiene cada uno de los grupos.

La cuarta etapa consiste en el análisis de los datos recolectados en las etapas anteriores, y el cálculo del factor de ganancia promedio normalizado o factor de Hake [2].

A partir de estas etapas entonces sería fácil decidir si la metodología ofrece alguna ventaja a los estudiantes que la toman con respecto a la enseñanza tradicional, que ya conocemos. Desde luego, si no hay alguna diferencia, entonces podríamos repetir el experimento y cuidar de hacerlo con más cuidado. Claro que si no hay diferencias posteriores entonces, podríamos concluir que la enseñanza tradicional no esta del todo mal para los estudiantes. Como esta es una primera prueba, los resultados aquí mostrados deberían en un futuro continuarse para tener una mayor certeza de la efectividad de la metodología estudiada.

En los siguientes párrafos vamos a listar nuestros resultados, y después los analizaremos con el factor de Hake, para posteriormente llegar a una conclusión adecuada para este trabajo.

III. BREVE DESCRIPCIÓN DEL TEST

El test fue diseñado con el propósito de que los estudiantes pudieran responderlo con facilidad y que pudieran mostrarnos cuanto han ganado en cuanto a su conocimiento referente a las dos Leyes de Kirchhoff. Como no encontramos un test validado propio para estos temas, se trató de seguir el diseño de test similares que ya han sido validados, por la comunidad de investigadores en el área educativa para la Física. Esto es, se revisaron los test clásicos de BEMA [3] y ECCE [4], los cuales tratan los temas de campos eléctricos y magnéticos y tratan los circuitos eléctricos respectivamente.

El test consta de 10 preguntas de opción múltiple y puede ser consultado en la tesis de Maestría en Ciencias en Física Educativa de González-Tavera [5]. La tesis se encuentra en la biblioteca del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Unidad Legaria, de la Ciudad de México.

IV. DATOS RECOLECTADOS

Los datos completos de este trabajo (con sus detalles) pueden ser consultados en la tesis de maestría de González-Tavera [5]. Aquí, solamente haremos un recuento de los resultados más significativos, obtenidos en el trabajo de investigación.

En la Tabla I tenemos recolectados el número de estudiantes que ha contestado bien el test aplicado. Este registro es para el grupo experimental o grupo 5IV1, que constaba de 26 estudiantes en total.

TABLA I. Resultados del pretest para el grupo experimental 5IV1.

Pretest	
Grupo 5IV1 (Experimental) de 26 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	7
2	8
3	16
4	16
5	14
6	13
7	11
8	3
9	10
10	4
puntaje	102

En la Tabla II hemos recolectado los datos relevantes correspondientes al número de estudiantes que han contestado bien cada una de las 10 preguntas del test

TABLA II. Resultados del postest para el grupo experimental 5IV1.

Pretest	
Grupo 5IV1 (Control) de 26 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	20
2	17
3	20
4	20
5	18
6	20
7	20
8	2
9	22
10	4
puntaje	163

Las Tablas III y IV recogen los datos de aprovechamiento del grupo de control, con fines de comparación contra la metodología didáctica de este estudio que es la Instrucción por Pares.

Conviene aclarar que los números de las columnas izquierdas corresponden al número de pregunta del test que se les aplica a ambos grupos en sus respectivas fases de pretest y postest.

TABLA III. Resultados del pretest para el grupo de control 5IV2.

Pretest	
Grupo 5IV1 (Control) de 25 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	5
2	6
3	10
4	10
5	4
6	6
7	5
8	3
9	6
10	4
puntaje	59

En los siguientes párrafos haremos un breve análisis estadístico de estos datos utilizando el factor de ganancia promedio normalizado o también conocido como factor de Hake.

Esperamos obtener una buena señal de que la metodología didáctica de la Instrucción por Pares funciona adecuadamente al menos para este caso particular de la escuela CECyT no. 3 del Instituto Politécnico Nacional, ubicada en el Estado de México.

Pretest	
Grupo 5IV1 (Control) de 25 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	15
2	15
3	15
4	19
5	13
6	10
7	12
8	10
9	10
10	15
puntaje	134

V. RESULTADOS

Primero, vamos a explicar un procedimiento simple para obtener un número o *puntaje total* del grupo que nos servirá para calcular ciertos parámetros que aparecen en la fórmula de ganancia de Hake. Por ejemplo para obtener el puntaje del grupo experimental en su fase de pretest sumamos los 10 primeros números de la columna derecha de la tabla I, obteniendo el siguiente puntaje de este caso como sigue:

$$7+8+16+16+14+13+11+3+10+4=102,$$

número, que por comodidad hemos apuntado en la misma tabla en el último renglón. El procedimiento para hallar el correspondiente puntaje de las otras tablas es el mismo. Suponiendo que el grupo experimental en una de sus fases alcanza la máxima puntuación entonces este tendría como puntaje total:

$$26 \times 10 = 260,$$

ya que el número de alumnos del grupo experimental es de 16 y el número de preguntas del test es de 10. La división del puntaje entre el máximo puntaje obtenido, y esta división multiplicada por 100, nos dará un porcentaje de aprovechamiento para el grupo en una de sus fases de prueba. Por ejemplo, para el grupo experimental en sus fases de pretest, obtenemos el número siguiente:

$$\% <S_f>_{exp} = ((102 \times 100) / (260)) \% = 39.23\%.$$

Repetimos el procedimiento para el mismo grupo en su fase de postest, obteniendo entonces

$$\% <S_f>_{exp} = ((163 \times 100) / (260)) \% = 62.69\%,$$

donde el subíndice *exp*, en ambas cantidades se refieren al grupo experimental.

Repetimos dos veces más el procedimiento, pero para el grupo de control (el cual tiene 25 estudiantes en total, por lo que el denominador será aquí $25 \times 10 = 250$).

$$\% \langle S_i \rangle_{con} = ((59 \times 100) / (250))\% = 23.6\%,$$

$$\% \langle S_f \rangle_{con} = ((134 \times 100) / (250))\% = 53.6\%,$$

Ahora aplicamos la fórmula correspondiente a la ganancia de Hake

$$\langle g \rangle = \% \langle G \rangle / \% \langle G \rangle_{max} = (\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle) / (100 - \% \langle S_i \rangle).$$

Para ambos grupos. Y donde las cantidades $\% \langle G \rangle$ y $\% \langle G \rangle_{max}$ denotan la ganancia promedio y la ganancia promedio máxima, respectivamente.

Para el grupo experimental tenemos las siguientes ganancias:

$$\begin{aligned}\% \langle G \rangle_{exp} &= \% \langle S_f \rangle_{exp} - \% \langle S_i \rangle_{exp} \\ &= 62.69\% - 39.23\% = 23.46\%, \\ \% \langle G \rangle_{max-exp} &= 100\% - \% \langle S_i \rangle_{exp} \\ &= (100 - 39.23)\% = 60.77\%.\end{aligned}$$

Y para el grupo de control tendremos

$$\begin{aligned}\% \langle G \rangle_{con} &= \% \langle S_f \rangle_{con} - \% \langle S_i \rangle_{con} \\ &= (53.6 - 23.6)\% = 30\%, \\ \% \langle G \rangle_{max-con} &= 100\% - \% \langle S_i \rangle_{con} \\ &= (100 - 23.6)\% = 73.7\%.\end{aligned}$$

Entonces para el grupo experimental tendremos una ganancia de Hake de

$$\langle g \rangle_{exp} = 23.46 / 60.77 = 0.39,$$

que corresponde a una ganancia *g-media* para el grupo experimental.

Aunque esta ganacia no es alta podemos decir y hacer la conjectura de que entonces, la metodología de la Instrucción por Pares es una metodología que puede llevarse a cabo en las escuelas sin problemas, ya que arrojará unos muy buenos resultados en el aprovechamiento del grupo que lleve la metodología.

Para el grupo de control debemos de tener un factor de Hake, correspondiente de

$$\langle g \rangle_{con} = 30 / 73.7 = 0.41,$$

que corresponde también a una ganancia *g-media*, por lo tanto, y al menos en este caso, el grupo de control obtuvo unos resultados muy similares al grupo experimental.

Lo cual indica que posiblemente el grupo tuvo muy buenos estudiantes, o bien, que la enseñanza tradicional también es muy buena para los estudiantes.

VI. CONCLUSIONES

El análisis de resultados pasado, arroja en forma sorprendente, que tanto la enseñanza tradicional, como la enseñanza con la metodología de Instrucción por pares, son

métodos de enseñanza aceptables para que un estudiante de la escuela Politécnica CECyT no. 3 *Estanislao Ramírez Ruiz*, pueda aprender las Leyes de Kirchhoff. Aunque el objetivo inicial del trabajo era tratar de mostrar las ventajas de la enseñanza por Pares, sobre la enseñanza tradicional, al menos aquí, los resultados nos mostraron, que un estudiante promedio puede aprender en forma aceptablemente satisfactoria, tanto si se emplea la metodología, como si se usa la enseñanza tradicional.

Quizá este mismo experimento haya que repartirlo en otras escuelas y/o en otros grupos para tratar de respondernos a la pregunta, de si una metodología activa (como la enseñanza por pares), es mejor que una pasiva (como se supone que es la enseñanza tradicional). Sólo así podríamos dar una respuesta definitiva a este cuestionamiento del campo de la investigación educativa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente artículo de investigación educativa, quieren expresar su agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico recibido durante la realización del trabajo.

Asimismo agradecen al apoyo económico de la COFAA del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

Y al apoyo económico recibido por la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN número 20151223, que lleva por título *Aprendizaje Activo de la Física para la Ley de Ohm*.

El apoyo de las anteriores dependencias e instituciones fue indispensable para la realización y redacción de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Mazur, E., *Peer Instruction: A User's Manual*, 1a Ed. (Prentice Hall, USA, 1997).
- [2] Hake, R. R., *Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses*, Am. J. Phys. **66**, 64-74 (1998).
- [3] Brief Electricity and Magnetism Assessment (BEMA). Disponible en: <<http://www.compadre.org/per/items/detail.cfm?ID=3775>>. Consultada el 6 de noviembre de 2014.
- [4] Electric Circuits Concept Evaluation (ECCE). Disponible en: <<http://www2.ph.ed.ac.uk/AardvarkDeployments/Public/60100/views/files/ConceptualTests/Deployments/ConceptualTests/deploymentframeset.html>>. Consultada el 7 de noviembre de 2014.
- [5] González-Tavera, V. M., *Enseñanza de las Leyes de Kirchhoff mediante Instrucción por Pares en alumnos de Nivel Medio Superior*, Tesis de Maestría en Ciencias en Física Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Legaria, México, D. F. (2015).

The effect of computer simulation used as a teaching aid in students' understanding in learning the concepts of electric fields and electric forces



Aysheshim Mengistu¹, Gebregziabher Kahsay²

¹Department of Natural Science, BegeMidir Collage of Teachers' Education, Ethiopia.

²Department of Physics, College of Science, Bahir Dar University, Ethiopia.

E-mail: michige_90@yahoo.com

(Recibido el 23 July 2014; aceptado el 25 April 2015)

Abstract

This study investigates the use of computer simulation as a teaching aid in students' understanding in learning the concepts of electric fields and electric forces. One hundred students were involved in the study that were classified as experimental group (EG) and control group (CG) by a lottery method. The two groups were taught the same topic for one week by the traditional lecture method for the control group and by the help of computer simulations for the experimental group. In addition, a pilot study was conducted at another school known as Tana Haik Senior Secondary School to test the validity and reliability of the instrument and to measure the background of the samples. Their achievements were measured using a test. A pre-test was given before treatment to know their performance level and pre-knowledge and a post test was administered after treatment to examine whether they showed a progress or not. Their achievement results were analyzed by using a t-test. The analysis of the result indicates that, students (EG) who were taught using computer simulations as a teaching aid showed a good progress than the control group.

Keywords: Computer simulation, Experimental Group, Control Group, Achievements, Teaching aid, t-test.

Resumen

Este estudio investiga el uso de la simulación por computadora como medio de enseñanza en la comprensión de los estudiantes, en el aprendizaje de los conceptos de campos eléctricos y fuerzas eléctricas. Un centenar de estudiantes han participado en el estudio, los cuales fueron clasificados como grupo experimental (GE) y grupo control (GC) por un método de lotería. A los dos grupos se les enseñó el mismo tema durante una semana con el método de conferencia tradicional para el grupo de control; y al grupo experimental con la ayuda de simulaciones por ordenador. Además, un estudio piloto se llevó a cabo en la escuela Tana Haik, que es una escuela secundaria más grande, para probar la validez y confiabilidad del instrumento y medir el fondo de las muestras. Sus logros se midieron utilizando una prueba. Un pre-test fue dado antes del tratamiento para conocer el nivel de desempeño y el conocimiento previo. Y se administró un post test después del tratamiento para determinar si hubo progreso o no. Los resultados de los logros fueron analizados utilizando una prueba t. El análisis de los resultados indica que (por ejemplo), los estudiantes a los que se les enseñó el uso de simulaciones por computadora como medio de enseñanza, mostraron un mejor ritmo que el grupo control.

Palabras clave: simulación por ordenador, Grupo Experimental, Grupo Control, Logros, material didáctico, t-test.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

The purpose of teaching at any level is to bring fundamental changes in the learner. Such changes may be in the form of acquiring intellectual skills, solving problems and inculcation of desirable attitudes and values. Teachers adopt different approaches to help students to acquire knowledge, skills and experiences [1]. Classroom use of Information and Communication Technology (ICT) for teaching science and technology has increased dramatically in recent years and has proven to be a very effective tool in variety of situations [2].

One of the challenges the society is facing in the modern world is the growing discrepancy, which exists between the rising demand of highly qualified manpower in the fields of science and technology and the low number of talented graduates in these fields. Since this is the concern of the people in the society, governments and professionals have to make unreserved efforts to change the situation. Now, almost everyone has realized that, in order students to have interest in science fields, it is necessary to consider more carefully the problems at all levels of the educational pyramid. The way children are trained to understand science and the environment they grew up may have an impact on their future options and affinities.

Many professionals are dedicated in teaching activities and in some cases, they have a special focus on the improvement of technology teaching in high schools by using different teaching methods like the computer simulated programs called Virtual Simulations (VS). Advances in computer technology have led to various high-quality educational tools including interactive programs, multimedia presentations and more recently virtual simulations. Virtual simulation is a computer interface characterized by a high degree of immersion and interaction making the user believe that he/she is actually inside the artificial environment.

Virtual Simulation is a highly interactive computer based multimedia environment in which the user becomes active participant in the computer world. A Virtual Physics simulation is an educational tool using a virtual reality interface that brings together a 3D model of real object and a virtual visualization of situations in an interactive manner [3]. A key future of VS is a real-time interactive where the computer is able to detect user inputs and instantaneously modify the virtual world in accordance with user interactions.

Virtual simulation environments often consist of technological hardware including computers, head-mounted displays, etc. Virtual technology may offer strong benefits in science education not only by facilitating constructive learning activities but also by supporting different types of learners like those who are visually oriented. Teaching physical concepts using VS enhances students' understanding by providing a degree of reality unattainable in traditional method of teaching. Within the high school educational community, multimedia is very necessary for a better success in educational aspects. Multimedia-based systems can provide the students with very rich sources of educational materials in a form that makes learning exciting.

VS has a wide range of applications in many disciplines and has reached a level of maturity for it to be applied to education. So, the recent technological developments in computer based simulations are now making feasible to look for VS as an important teaching aid [3].

Students who are mostly visual-spatial learners i.e. those who prefer to understand the world through their eyes and to express their ideas through graphical arts may dislike traditional method of teaching of Physics or other subjects because of its overemphasis on lecturing, rote memorization and drill and practice exercises. It is clear that, these and other students should be involved in their learning more than simply listening to lectures or reading textbooks.

With the rapid advancement in three dimensional (3D) and computer technologies, VS has become much more user-friendly and affordable in prices and so within a few years, it will likely be incorporated as part of the IT in educational movement as advocated by many national or local governments in their educational reform agenda.

Furthermore, it is quite feasible to develop various kinds of teaching and learning resources in science using certain kinds of lightweight (relatively simple and inexpensive) VS and 3D visualization technologies.

Based on our professional experience in teaching various science topics, we have uncovered and identified many

topics, which are well-known to cause obstacles/difficulties to the students particularly in Physics subject. To minimize the difficulty, students can be taught and learn more effectively with the aid of 3D visualization and /or virtual simulations [4]. It is widely believed that [5], using VS as a teaching aid enhances student-centered (or self-organized) learning because of various unique features and educational values as embedded in 3D and VS media for learning.

Furthermore, those self-learning resources can help students develop their ability to visualize, understand and mentally construct the details of complex scientific data and models which will otherwise be lost, distorted or easily misinterpreted in planar 2D projection or monoscopic images.

The development of information technology has played a great role in supporting many educational fields in a way that the user must be supported in a computer-assisted method of teaching. Using VS as a teaching aid in science fields enables students to acquire all the benefits mentioned above, that is, to develop an interest, make them to interact and exchange ideas with their friends, and achieve more in their examination results. Virtual simulation can also be used circumvent the physical, safety and cost constraints that limit schools in the types of environments they can provide for learning by doing [6].

The effect of replacing traditional teaching methods by using computer-based simulations have been published [6] and shown that, the students who learn Physics instruction using simulated programs perform conceptual mastery than their counter parts who were trained by the traditional method of teaching.

According to the report presented [7], when a traditional teacher-centered method is used in teaching Physics at high school level, students expect everything from the teacher where he/she is the source of every concept and they are mere receivers of knowledge. After the lesson is covered by one-way teaching method, that is, from the teacher to the students, students are fighting to solve problems and miscellaneous exercises, which are found at the end of each chapter in the textbook without understanding the concepts of the lessons.

Laws [8] reported that, activity based environments combined with interactive discussions are superior to that of the traditional method of teaching to enhance conceptual understandings, experimental techniques and scientific literacy. Several authors [9] refer the use of simulations as a powerful means to smooth the approach to scientific concepts. From simple schemes to the color pictures that illustrate modern textbooks, there are several forms to transmit scientific content in a visual way. With adequate images, students may visualize some abstract concepts, allowing for a more direct contact with the subject being studied [10].

Understanding the behavior of electric fields and electric forces is a very challenging task by the students than applying any related formula to solve problems concerning electric fields and electric forces. In most cases, electricity needs a physical mechanism for explaining the results of equations relating to the real situations.

B. Class treatments

First, I treated the topic electric fields and electric forces for the CG for three periods of each 50 minutes by using the traditional lecture method in the class by the normal time schedule. The EG also took the same topic for three periods by using a simulation student centered method after the CG was treated. A manual was prepared to the EG students how to use the simulation on their computer settings. An interactive planned lecture was also used in this group.

C. Experimental design

For each group pre-test and post-test with 18 questions were administered to compare students' understanding on the concepts of electric fields and the associated electric forces.

A t-test was applied to calculate the students' pre-test and post-test results of each group for the mastery of the concepts of electric fields and the associated electric forces.

D. Investigation of background variables

In this study, investigation of the background variables was taken by administering a questionnaire with eight items. The items were Age, Sex, First Semester Physics results, Study Time, Feeling of Preparation, Expected Physics Score in Second Semester, Computer Literacy Level and Work Experience in Electronics and Electricity.

Furthermore, to measure the equivalency of the two groups on their pre-test results, the researcher administered a Difficulty Index of Effects of Electric Force and Electric Field Concept Test (DIEFEFCT), on electric fields and the associated forces.

This last has with 18 items and a t-test was applied to check whether the two groups were significantly different or not on their pre-test results.

E. Age

Age may be one of the factors that determines the interest and attitudes of the learner to capture the desired concepts of the given content. A student who is older than the other in the same or another group is likely to score higher marks in examinations and may have better understanding of abstract concepts in Physics [19].

A χ^2 - test was used to determine the significant difference between the groups age distribution.

TABLE I. Application of chi-square (χ^2) for age distribution of sample groups.

Age	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
≤ 14	0	2	0	2
15-17	50	43	49	45
18-20	0	3	1	1
≥ 21	0	2	0	2

Dupin and Jashua [11] showed, the challenge is: that students aren't informed how these results are related conceptually to a model that tells what is happening in that situation. Lakin-Hein and Zollman [12] showed that, traditional instructions supported by technology improve achievement of students. Computers help the teacher to prepare animation and to show a model of abstract concepts. Donelly [13] explained that, complicated concepts can be presented and understood easily, with the help of simulations. Johnston [14] and Beerman [9] also showed that, different traditional methods of presentations that are supported by computer demonstration give a chance to the teacher to manage the way of presenting information.

Beerman [9] showed that, information can be presented in a purposeful and targeted manner in computer demonstration. Cordes [15] concluded that, computers used in the class highly motivate students by fostering their interest and participation.

Nowadays, computers play a vital role in providing various forms of instructions. Up to now, the use of simulations in Physics education stood mainly on the creation of 2D representations. However, recent technological advances have created new possibilities and the visualization of 3D objects and data became increasingly important in learning several scientific subjects. Interactive digital video makes students be able to capture the process and the natural phenomena very easily [16].

Simulations can provide visualization of a process that cannot be easily understood in the classroom instruction [17]. According to Edward Redish [18], students' learning of electric fields by the help of simulations make easy to understand the abstract concepts.

In this study, the researcher investigated that, simulations enable students to learn Physics in general, and electric fields and electric forces in particular easily and in understandable manner at high school levels. The researcher measured the achievements of students after using the computer simulations as a teaching aid in the learning of the concepts of electric fields and electric forces.

II. METHODOLOGY

A. Population settings

This study used all grade 10 students at Bahir Dar Academy Senior Secondary School found in Bahir Dar city, Ethiopia, as a target population.

The sample for this study contains 100 students of all grade 10 students of the School. The sample was divided into two groups randomly. Each group contained 50 students.

The researcher divided the two groups as an experimental group (EG) and control group (CG) by using a lottery system.

Before the students engaged in the study, they were asked to provide a clear demographic information about themselves using a questionnaire.

The researcher considered the 2nd and the 3rd categories for this study and ignored the 1st and the 4th categories:

$\chi^2(2) = 0.41$ with $p \geq 0.05$ level, which is less than the tabulated value 5.99.

The result of the χ^2 -test indicates that the two groups were not significantly different in their age distribution.

F. Sex

A research reported by Yalew Endawoke [20] showed that, women are under achievers in Physics. Therefore, the sex distribution of the two groups was an important step in this study to check the equivalency of the two groups. However, in this study, the researcher measures only the sex distribution not the achievement difference between sexes.

TABLE II. Application of χ^2 for sex distribution of the sample groups.

Sex	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Female	32	31	30	29.75
Male	18	19	20	22.25

As indicated in Table II, $\chi^2(2) = 3.9$ is less than the tabulated value of $\chi^2(2) = 5.99$. The distribution of male and female students in each group, the result of the χ^2 -test shows that there is no significant difference between the two groups in sex distribution.

G. First semester Physics score

The first semester Physics score out of 100% was the measure of students' previous achievements. The achievements of students in Physics may determine their next achievements in the subject.

TABLE III. First semester physics score distribution of sample groups out of 100%.

Score	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
≤ 50	9	11	7	5
51-60	14	13	13	14
61-70	17	14	19	18
71-80	6	10	6	9
≥ 81	4	2	5	4

As can be seen from Table III, the distribution shows that, almost no significant difference exists in the score between the two groups ($\chi^2(4) = 1.96$ of $p = 0.05$ which is less than the tabulated value of $\chi^2(4) = 9.49$).

H. Study time

The amount of time taken by the students to study can be one of the factors in their achievements. It is expected that, a student who spends more time in studying Physics can score a high score as compared to those who spend very less time in studying Physics.

TABLE IV. Application of χ^2 for study time distribution per week of sample group.

Hours studied	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
0-4	33	28	34	30
5-7	17	20	16	18
8-10	0	2	0	2

The result ($\chi^2(3) = 2.06$ of $p=0.05$ level as compared to the tabulated value of $\chi^2(3) = 7.81$) shows that, for each group the amount of time spent to study Physics is almost the same.

I. Expected Physics score in second semester

Psychologically, if a student expects a high score, he/she can have confidence and a dream and works more to achieve the score. Thus, expectation of a high score might cause a change in students' achievement.

TABLE V. Application of χ^2 for score expectation distribution of sample group.

Expected Score	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
≤ 50	0	2	0	2
51-60	0	5	0	5
61-70	12	10	14	11
71-80	30	35	26	30
≥ 81	8	8	10	2

Table V shows the expected Physics score by the students in each group in the second semester of the year 2009 and has no significant difference ($\chi^2(4) = 3.12$ which is less than the tabulated value $\chi^2(4) = 9.48$).

J. Feeling of preparation

Obviously, it is known that, the difference in the feeling of preparation would result a difference in the level of achievement. The feeling of preparation of the students in both groups is listed below.

TABLE VI. Feeling of preparation for Physics by the students.

Feeling of preparation	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Strongly agree	14	10	12	10
Agree	36	20	38	20
Disagree	0	10	0	10
Strongly Disagree	0	10	0	10

Table VI, shows that, no significant difference between the two groups in terms of feeling of preparation ($\chi^2(3) = 3.79$ less than the tabulated value of $\chi^2(3) = 7.81$).

K. Computer literacy level

The researcher used the computer laboratory room in Bahir Dar Academy Secondary School to carry out the study successfully. May be, prior computer literacy is one factor that affects students' achievement.

TABLE VII. Computer literacy level of students.

Computer Literacy Level	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Uncomfortable with computers	0	3	0	3
Marginally uncomfortable	0	2	0	4
Fairly comfortable	37	30	38	30
Very comfortable	13	15	12	13

As can be seen from Table VII, the result of the χ^2 test shows that, there is no significant difference between the two groups in terms of computer literacy level. ($\chi^2(3) = 3.79$ which is less than the tabulated value $\chi^2(3) = 7.81$).

L. Work experiences in electronics and electricity

Prior work experience in electronics and electricity may affect the students' achievement and it has to be assessed using the background variable questionnaire.

TABLE VIII. Students' work experiences distribution.

Work experience	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Yes	0	10	0	15
No	50	40	50	35

The effect of computer simulation used as a teaching aid
The response of the respondents ($\chi^2(1) = 2.31$ and tabulated value is $\chi^2(1) = 3.84$) indicate that, there is no significant difference in their work experiences by the two groups.

M. Pre-test score on DIEFECT conceptual test

In addition to using the background questionnaire to assess the demographic characteristics of the students in each group, we have also administered a pre-test to assess their background knowledge about the concepts of electric fields and the associated electric forces by using conceptual questions.

TABLE IX. Pre-test mean score of the EG and CG.

Group	Number (N)	Mean score	Standard deviation (Std)
CG	50	8.68	2.04
EG	50	8.66	2.08

As can be seen from Table IX, the average distribution of the pre-test result by the students in each group is almost the same and the difference can be taken as zero. This indicates that, their prior understanding was almost the same. So, what makes the difference is the post test administered after three periods treatments. One unpaired tailed t-test was applied to measure the performance of the two groups.

TABLE X. Result of unpaired t-test between the EG and CG in their pre-test results.

Quantity type	EG vs CG
t-test tabulated	2.02
t-test calculated	0.108
p-value	0.05
df	98
Mean Difference	0.02
Significance Consideration	Not significant

The result of the t-test analysis of the pre-test administered for both groups on DIEFECT to measure their prior understanding of electric fields and the associated electric forces shows that, there is no significant difference between the two groups in their results.

N. Achievement of post-test

The result of the post-test which was administered after the end of the treatments for both CG and EG shows that, the EG students scored higher than the CG students.

TABLE XI. Post test mean score of the DIEFECT.

Group	N	Mean	Std
CG	50	10.22	2.7
EG	50	13.20	2.21

TABLE XII. One-tailed-t-test for CG vs EG post-test results.

Quantity type	CG vs EG
t-test tabulated	2.02
t-test	4.96
p-value	0.05
df	98
Mean difference	2.98
Significant consideration	Very Significant

The result in Table XII shows that, there was a statistically significant difference in the post test scores of the CG and EG at the 5% level of significance ($p < 0.05$).

O. Gain

The normalized gain factor from the post-test to that of the pre-test was computed using the formula:

$$g = \frac{\text{post test \%} - \text{pre test \%}}{100\% - \text{pre test \%}}. \quad (1)$$

Where post test % is the students' score after the post test out of 100% and pre test % is the students score after the pre test out of 100%.

TABLE XIII. Mean gain of pre-test and post test of the CG and EG.

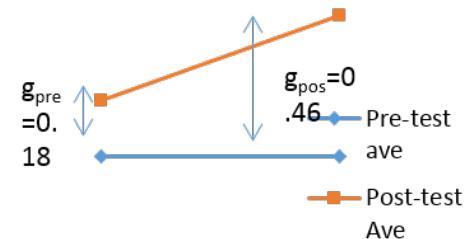
Group	Number (N)	Mean pre-test (%)	Mean post-test (%)	Mean difference (%)	Gain (g)
Control	50	43.4	53.8	10.4	0.18
Experimental	50	43.3	69.5	26.2	0.46

The gain (Hake, 1998) [21] divided the average gain values into high gain scores ($g \geq 0.7$) medium gain scores $0.3 \leq g < 0.7$ and low gain ($g < 0.3$).

As can be seen from table XIII, the result shows that, the EG who used the simulations as a teaching and learning aid to learn the concepts of electric fields and the associated electric forces had medium gain scores, while the CG who was treated the same topic by a teacher centered method had scored low gain score ranges.

P. Comparison with the pre-test performance

One-tailed t-test was applied to the two groups to determine if the difference in the mean scores were statistically significant or not.

**FIGURE 1.** Mean gain of pre-test and post test of the CG and EG after and before treatment.**TABLE XIV.** Result of t-test between CG and EG in their pre and post test scores.

Item	CG			EG		
	CG _{pre}	CG _{post}	CG _{pre} vs CG _{post}	EG _{pre}	EG _{post}	EG _{pre} vs EG _{post}
t-test	0.05 4	2.48	3.21	0.054	4.28	10.08
p-value	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.0014
df	49	49	49	49	49	49
Mean difference	43.4	53.8	1.54	43.3	69.5	4.54
Significance consideration			Significant			Very significant

Quantity type	CG _{pre} vs CG _{post}	EG _{pre} vs EG _{post}
t-test	3.21	10.08
p-value	0.002	0.0014
df	49	49
Mean difference	1.54	4.54
Significance consideration	significant	Extremely significant

The result in Table XIV shows that, there was a significant amount of progress observed on both groups but the mean difference between the pre-test and the post-test result was highest for the EG and lowest for the CG.

III. DISCUSSION

The result of this study suggests that, computer simulations used as a teaching aid in learning the concepts of electric fields and electric forces help students to master the abstract concepts very easily. The experimental group (EG) who used computer simulations as a teaching aid in an interactive manner with the user interface in the topic fields and electric forces master the abstract concepts better than, those of the control group (CG) who did not use computer simulations at all. So, the findings of this study are consistent with other previous findings [22].

The result analysis of the electric field, electric force, the mixed items, the electric field lines and strength, the mixed items and the schematic items administered in post test

showed that students who used computer simulations technique as a teaching aid in learning the concepts of electric fields and the associated electric forces achieved more than the control group. This indicates that, students who were supported by computer simulations in learning the electric fields and the electric forces had a better understanding of the concepts of electric fields and electric forces.

The comparison of the post test result with their pre test result showed that, the EG achieved more than the CG. That is, the mean score of the EG in post test result is better than their pre test mean score. The mean difference is very significant for the EG. But, even if there was a mean difference in the score of a post test result with the pre test result by the CG, the mean difference was not yet significant.

This indicates that, the EG understands the concepts of electric fields and the associated electric forces better than those of the CG. Thus, computer simulation aided teaching and learning of electric fields and the associated electric forces had enabled students to understand better the abstract concepts of electric fields and the electric forces.

IV. CONCLUSION

After conducting the pre test and the post test, the result of students was analysed by applying a t-test for each type of question for both groups. The result of the t-test, conducted on the pre-test for the CG and EG, shows that, there was no significant difference observed. This indicates that, the two groups were found on the same level of understanding on the concepts of electric fields and the electric forces.

Out of eight questions, the mean score of the two groups from their pre test result was 1.01 and 1.04. This suggests that, both groups of students do not yet understand the concept of electric fields clearly. Thus, these topics need a mechanism, especially using a best teaching aid to help the students in creating their own mental model for a better understanding.

After the post test was conducted, the experimental group (EG) who used computer simulations as a teaching aid in learning the concepts of electric fields showed a great progress. After the post test was conducted, the mean score was found out to be 3.24 and 6.17 for CG and EG respectively. This is because computer simulations in learning the electric fields would provide the students (EG) to look in how the electric fields emanate from the positive test charge and enter the negative charge placed in the vicinity region around the positive test charge.

The simulation helps the students to place another charge in that region and see the effects visually. The simulation also provides them to see where the electric field lines were close to each other and dispersed each other on the interface.

All these phenomenon of a static charge were visual.

Thus, students who used the computer simulations in learning the concepts of electric fields visualize the properties by the user interface. This provides the students to create their own mental models about the electric fields in general, understand and master the concepts of electric fields

The effect of computer simulation used as a teaching aid very easily in particular. The achievement of the EG on the mastery of the concepts of electric fields was measured by the post test result and the result was analysed by applying a t-test. The result of the t-test was 3.19, which was less than the t- value of significance difference 5% [20]. This indicates that, the experimental group was better in understanding the concepts of electric fields than the control group.

The result of the t-test of the post test administered to measure their understandings of the concepts of electric forces indicated that, there was a significant difference ($p<0.05$) between the two groups. The result of the t-test showed that, the EG scored better than those of the CG.

The computer simulation programs help the students to understand:

Where the electric force that is acting on a point, charge placed in the region is strong or weak; and even the user interface makes them to insert their own input; and displays whether the force is attractive or repulsive; and maximum or minimum, by increasing and decreasing the separation between the charges.

This indicates that, computer simulations used as a teaching aid in learning the concepts of electric fields and electric forces help the students to understand the concepts very easily. From the result of the t-test, there was a significant difference in the achievement of their scores on the post test by answering questions asked about the electric field, force and strength.

The result indicated that, the EG was better than that of the CG. Therefore, the EG who used computer simulations as an aid in learning the concepts of electric field, force and strength were understood better than those of the CG. Thus, computer simulations help the students to combine the concepts of electric fields and the associated electric forces together and understand the concepts by integrating each other very easily.

The t-test result showed that the experimental group was better in scoring in the post test than those of the control group. The EG used computer simulations were capable enough in interpreting figures related to those of electric fields and electric forces. Because, during the treatment, these students were made to understand each aspect of the property of electric fields and electric forces visually and they already create their own mental models about the electric fields and the electric forces.

Generally, the academic achievement of the EG that was measured by the post test examination was better than those of the CG.

Therefore, the result of this study indicates that, the students who used the virtual simulations in learning the concepts of electric fields and the electric forces were more satisfied with their instruction and even they understood the topic and they found the teaching material in learning electric fields and electric forces more engaging.

From the result, we can infer that, the VS is a very useful as teaching aid especially in the case of highly interactive visualization of abstract concepts such as the electric fields and electric forces.

REFERENCES

- [1] Ambelu, T. & Gebregziabher, K., *The effect of studentcentered approach in improving students' graphical interpretation skills and conceptual understanding of kinematical motion*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 374-381 (2011).
- [2] Barton, R. & Rogers, T., *The computer as an aid to practical work Studying motion with a detector*, J. Computer Learning **7**, 104-112 (1991).
- [3] Byrne, C., *Virtual reality and education*, University of Washington, Human Interface, Technology Laboratory of the Washington Technology Center, Seattle, USA, Technical Publication R **93**, (1993).
- [4] Yeung, Y.-Y., *3D and virtual reality resources for effective teaching and learning of science*, S &T Educ. Conf. 2002, Hong Kong, (2002).
- [5] Youngbult, C., *Educational uses of virtual reality technology*, IDA Document D-2128, Virginia Institute for Defense analyses (1998).
- [6] Trona, L. M. & Klar, D., *The computer as an aid to practical work- studying Motion with a detector*, J. Computer Learning **11**, 100 (2003).
- [7] Zollman, D. & Fuller, R., *Teaching and Learning Physics with Interactive video*, Phys. Today **47**, 41-47 (1994).
- [8] Sherin, B., diSessa, A. & Hammer, D., *Dynaturtle revisited: learning physics through collaborative computer models*, Interactive Learning Environment **3**, 91-118 (1993).
- [9] Beerman, K., *Computer-Based Multimedia: New directions in Teaching and Learning*, J. North Educ. **28**, 15-18 (1996).
- [10] Laws, P., *Calculus-based Physics without lectures*, Physics Today **44**, 24-31 (1991).
- [11] Dupin, J. & Johsua, S., *Conceptions of French pupils concerning electric circuits: Structure and evaluation*, J. Res. Sci. Teach. **24**, 791-806 (1987).
- [12] Lakin-Hein, T. & Zollman, D., *Digital video, learning styles, and students understanding of kinematics graphs*, Journal of SMET Education (2000).
- [13] Donnelly, D. (Ed.), *Interactive Physics simulations appear to first year student*, Computer in Physics **11** (1997).
- [14] Johnston, I. & Millar, R. *Is there a right way to teach Physics? Proceedings: Evaluating the new technologies workshop*, Uniserve Science 37-40 (2007).
- [15] Cordes, A., *Using computers in the Physics laboratory*, J. Computers in Mathematics and Science Teaching **9**, 53-63 (1990).
- [16] Escalada, H., *Computer-based multimedia: New directions in teaching and learning*, J. Sci. Educ. **32**, 1-18 (1995).
- [17] Steinberg, R., *Computers in teaching Science: To simulate or not to simulate?* Am. J. Phys. **68**, 37- 41 (2000).
- [18] Redish, E., *Millikan award lecture, building a science of Teaching Physics*, Am. J. Phys. **67**, 562-573 (1990).
- [19] Kampourakis, C., Georgousi, K. & Tsaparlis, G., *Physical-science knowledge and patterns of achievement at the primary-secondary interface*, Chem. Edu. Res. Pract. Eur. **2**, 241-252 (2001).
- [20] Yalew, E., *Self-efficacy, perceived importance, attitude & achievements in Physics among Tana Haik comprehensive secondary school male and female students. A path model* Ethiopian, Journal of Education **11**, 25 (2005).
- [21] Hake, R., *Interactive engagement versus traditional methods: A six thousand-student survey of mechanics test data for introductory Physics courses*, Am. J. Phys. **66**, 64-74 (1998).
- [22] Choi, E. & Park, J., *Conditions for the effective use of simulations and its applications to middle-school Physics inquiry activities*, J. Korean Physical Society **42**, 318-324 (2003).

Mejoramiento en la interpretación de los datos experimentales en los laboratorios de Física A, utilizando aprendizaje cooperativo y la técnica de la V Gowin



Martínez Briones Carlos Alberto, Flores Herrera Jorge

*Instituto Ciencias Física, Escuela Superior Politécnica del Litoral,
Km 30.5 vía Perimetral, Guayaquil. Ecuador.*

E-mail: cmartine@espol.edu.ec

(Recibido el 26 de noviembre de 2014, aceptado el 17 de marzo de 2015)

Resumen

Los estudiantes que llegan al primer semestre y toman la materia de laboratorio de Física A, llegan con varios preconceptos sobre el uso y manipulación de los equipos e instrumentos de los laboratorios, y más aún, al tomar los datos experimentales de una práctica, no saben cómo interpretar los datos, motivo por la cual, vamos a trabajar con la técnica de la V de Gowin y el aprendizaje cooperativo, para mejorar la interpretación de los datos obtenidos, teniendo como propósito saber cómo afecta el uso de la técnica de la V de Gowin y el aprendizaje cooperativo en el mejoramiento de la interpretación de los datos experimentales. Los sujetos fueron 55 de un curso de laboratorio de Física A que están cursando Física de las diferentes carreras de ingeniería que ofrece la universidad. Las tareas instruccionales seleccionadas fueron las siguientes prácticas de laboratorio (Segunda ley de Newton, Fuerza centrípeta, Momento de inercia, Estática, Dinámica rotacional y Movimiento armónico simple), que tendrá una duración de doce horas de clase. Los instrumentos aplicados para la recolección de datos fueron: Inventario de Estilos de Aprendizaje, cuestionario de satisfacción de la utilización de la V de Gowin. Se realizó un análisis del rendimiento final de los diferentes grupos apoyado en la prueba F-ANOVA, con nivel de significación de 0.05. Al realizar el análisis se pudo comprobar 2 hipótesis de investigación.

Palabras clave: V de Gowin, Aprendizaje cooperativo, Interpretación de datos.

Abstract

Students arriving for the first half and take the matter Physics Laboratory A, arrive with several preconceptions about the use and handling of equipment and laboratory instruments. Even more, by taking the experimental data from a practice, they do not know how to interpret the data, which is why we will work with the technique of Gowin's V and cooperative learning. To improve the interpretation of the data; with the purpose as it affects the use of technical Gowin V and cooperative learning in improving the interpretation of experimental data. The subjects were 55, from a physics lab course they are studying various engineering programs offered by the university. The instructional tasks selected were the following laboratory practice: Newton's second law, centripetal force, moment of inertia, static, dynamic rotational simple harmonic motion; these will last twelve hours. The instruments used for data collection were: Inventory of Learning Styles, guest satisfaction using Gowin's V. An analysis of the final performance of different groups supported by the ANOVA F-test with significance level of 0.05. In conducting the analysis it were found two research hypotheses.

Keywords: V for Gowin, Cooperative learning, Data interpretation.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Ha.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Los estudiantes que se registran en el laboratorio de Física A, vienen con gran inseguridad, referente a las actividades en los laboratorios, y esto es debido a que en los períodos anteriores de su formación educativa, escasamente han realizado actividades similares, lo que genera muchos factores que el profesor tiene que superar por la heterogeneidad de los conocimientos del grupo, entre ellos existen estudiantes que han visto en su etapa de la enseñanza secundaria, la materia de física de manera superficial, otros no han tenido la oportunidad de trabajar en laboratorios y más aun teniendo

laboratorios en sus respectivas instituciones educativas, la entrega del informe de laboratorio y la interpretación de los datos experimentales es simple.

El problema latente es que en nuestro país existen profesores de nivel medio que no han dedicado mucho tiempo a buscar modelos de enseñanza a fin de instruir de manera adecuada el conocimiento de los fenómenos físicos para lograr verdaderos aprendizajes significativos en los estudiantes y esto ha generado que los estudiantes aprendan utilizando en cierta forma las herramientas que tienen a mano.

El diagrama V de Gowin es un recurso diseñado para ayudar tanto a los estudiantes, como a los profesores a captar

el significado de los temas que se van a aprender. Es un método que permite entender la estructura del conocimiento y el modo en que éste se produce.

La interpretación de los datos experimentales obtenidos en los laboratorios, es lo que determinan la importancia de las mediciones para registrar los datos, el análisis de los datos y como se llega a la formulación matemática, que relaciona las magnitudes físicas entre sí. La falta de enseñanza de la materia de Estadística en el nivel medio y su integración con las demás materias, hace que los estudiantes se olviden de los conocimientos adquiridos y se les dificulte realizar los cálculos correspondientes.

Se analizará como incide el rendimiento de los estudiantes en la interpretación de los datos experimentales en los laboratorios de Física A mediante la participación de los estudiantes en el aprendizaje cooperativo y la utilización de la V de Gowin, tanto en la entrega de los informes y del examen unificado de laboratorio de Física A.

A. Hipótesis

Las hipótesis planteadas en este trabajo son las siguientes:

1) Aquellos estudiantes que están expuestos al aprendizaje cooperativo tienen mayor rendimiento académico que aquellos estudiantes que no están expuestos al aprendizaje cooperativo 2) Aquellos estudiantes que reciben la técnica de la V de Gowin tienen mayor rendimiento académico que aquellos estudiantes que no utilizan la técnica de la V de Gowin, y 3) Aquellos estudiantes que reciben clases con aprendizaje cooperativo y la técnica de la V de Gowin comparado con aquellos estudiantes que reciben clases sin aprendizaje cooperativo y no utilizan la V de Gowin tienen diferente rendimiento.

B. Objetivos

Los objetivos para el presente trabajo de investigación son los siguientes:

- 1) Determinar si la utilización de la V de Gowin mejora la interpretación de datos experimentales.
- 2) Determinar si la utilización del método del aprendizaje cooperativo mejora la interpretación de datos experimentales de un curso de laboratorio de Física A.
- 3) Identificar las dificultades que presentan los estudiantes en el laboratorio de física experimental, en la interpretación de los datos.

C. Aprendizaje cooperativo

Fathman y Kessler lo definen como el trabajo en grupo que se estructura cuidadosamente para que todos los estudiantes interactúen, intercambien información y puedan ser evaluados de forma individual por su trabajo.

Sin embargo, Johnson, Johnson y Stanne nos recuerdan que éste es un término genérico con el cual hacemos referencia a un buen número de métodos para organizar y conducir la enseñanza en el aula. En concreto, ellos plantean que el aprendizaje cooperativo debe ser entendido como un continuo de métodos de aprendizaje cooperativo desde lo más

directo (técnicas) hasta lo más conceptual (marcos de enseñanza o macro-estrategias).

Shlomo Sharan, uno de los autores más reconocidos dentro del campo del aprendizaje cooperativo admite que el aprendizaje cooperativo se ha convertido en un paraguas que frecuentemente disfraza mucho de lo que revela, y tiene diferentes significados para muchas personas.

Los psicólogos educativos manifiestan los siguientes cinco elementos en el aprendizaje cooperativo: (1) Trato cara a cara, (2) Interdependencia positiva, (3) Responsabilidad individual, (4) Destrezas colaborativas, (5) Procesamiento grupal [1].

D. La V de Gowin

El diagrama V de Gowin es un recurso diseñado para ayudar a los estudiantes y profesores a captar el significado de los materiales que se van a aprender (Novak-Gowin, 1988).

Es un método que permite entender la estructura del conocimiento y el modo en que éste se produce.

Es una herramienta que guía a los estudiantes a pensar y aprender durante la realización de los experimentos en el laboratorio. Fue desarrollada en la década de los setenta para ayudar a profesores y estudiantes a entender el propósito del trabajo científico en el laboratorio y permite a los alumnos entender el proceso de construir su propio conocimiento durante las experiencias de laboratorio (Roehrig, 2001). La estructura general de la V de Gowin que se muestra en la Figura 1.1 es una simplificación del diseño original de Novak y Gowin que adaptamos a nuestra propuesta de trabajo [2].

E. Inventario de estilos de aprendizaje

Richard M. Felder y Linda K. Silverman elaboraron un cuestionario llamado Índice de Estilo de Aprendizaje (ILS por sus siglas en inglés) para conocer las preferencias de aprendizaje en cuatro dimensiones: activa/reflexiva, sensitivo/intuitivo, visual/verbal, y secuencial/global. El cuestionario consta de 44 preguntas que tienen un enunciado y dos opciones a elegir. Felder ha descrito la relación de los estilos de aprendizaje con las preferencias de los estudiantes vinculando los elementos de motivación en el rendimiento escolar. También indica algunas técnicas de enseñanza para abordar todos los estilos de aprendizaje [2].

F. Interpretación de los datos experimentales

El diseño de las prácticas de laboratorio y su planificación va a depender de múltiples factores: posibilidad de realizarla en forma real, objetivos que se persiguen con cada una, momento en que deben efectuarse, etc.

Sin embargo estas deben ser un elemento importante del proceso integral de construcción de conocimiento científico, en el que las sesiones de introducción de conceptos, los problemas de lápiz y papel y las prácticas de laboratorio constituyan, distintas etapas a las que se recurría de acuerdo a la situación que se encuentra y debieran exigir un esfuerzo creativo y crítico por parte de los estudiantes y no reducirse a directivas que impongan caminos preestablecidos, inmodificables o incuestionables (Salinas, J. et al., 1995) [3].

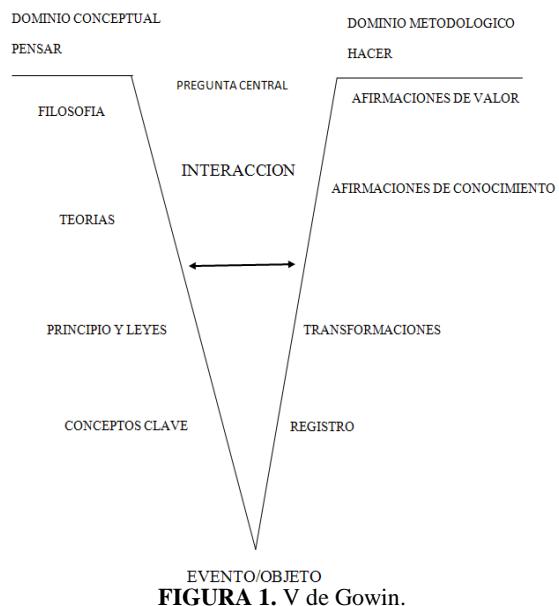


FIGURA 1. V de Gowin.

G. Graficación de datos experimentales

La representación gráfica de los datos experimentales se lo realiza en ejes cartesianos y nos ayuda a presentar los datos de una forma sencilla, generando una curva representativa, obteniéndose una fórmula empírica que es una expresión matemática que sintetiza, la relación entre la magnitudes físicas, de una serie resultados observados en diversos ensayos, para poder analizarlo e interpretarlos.

En los laboratorios de Física es muy importante, predecir el error que tiene una medición, formular una ecuación empírica del fenómeno en estudio, en la cual mediante la experiencia realizada permita determinar la tendencia o relación entre las variables que influye el experimento realizado. Las leyes físicas expresadas en forma matemática son lo que constituye una relación funcional.

Para la obtención de la relación entre los datos experimentales, es necesario seguir los siguientes pasos:

- (1) Tabule los datos experimentales obtenidos.
- (2) Confeccione una gráfica con los datos obtenidos.
- (3) Decida que la tendencia nos genera los datos experimentales (recta o curva).
- (4) De acuerdo a la tendencia de la curva obtener una información.
- (5) Si es una recta, determinar la pendiente y el corte, con sus respectivas unidades.
- (6) Exprese correctamente las medidas $a \pm \Delta a$ y $b \pm \Delta b$.
- (7) Interprete físicamente los resultados.

II. MÉTODO

Los sujetos son estudiantes que se han registrado voluntariamente en dichos paralelos, siguiendo los reglamentos de registros de la Escuela Superior Politécnica del Litoral, ajenas a esta investigación. Con un total de 55

estudiantes, de los cuales 43 eran varones y 12 mujeres, que cursaron Laboratorio de Física A para las diferentes carreras de ingeniería que ofrece la universidad y que ingresaron a la ESPOL en el segundo semestre del año 2010.

Las edades de los sujetos fluctúan entre los 16 y 18 años y con diferentes habilidades en la utilización de los equipos de laboratorio de Física y de estilos de aprendizajes.

La tarea instruccional del presente estudio se lo hizo en las siguientes prácticas: Segunda Ley de Newton, Fuerza centrípeta, Estática, Momento de inercia, Dinámica rotacional y Momento de Inercia. Que tuvo una duración de doce horas de clase, por paralelo.

Se prepararon las siguientes pruebas: Inventario de estilos de aprendizaje de Felder-Silverman, encuesta de la V de Gowin.

Los sujetos estuvieron expuestos, al proceso de Aprendizaje Cooperativo y la utilización de la V de Gowin.

Al inicio del curso se procedió a comunicarles a los señores estudiantes que iban a recibir información mediante la plataforma Sidweb, tanto de Aprendizaje Cooperativo y de la V de Gowin, para que ellos procedan a leerlo, luego se le administró el Inventario de Estilos de Aprendizaje de Felder-Silverman.

Al comenzar las dos primeras prácticas de laboratorio se les indicó como utilizar la V de Gowin y como diferenciar los diferentes tipos de trabajos (grupales, colaborativo y cooperativo).

Los grupos no se seleccionaron aleatoriamente y por lo tanto son grupos intactos y se los distribuyó de la siguiente manera.

SAC → Sin aprendizaje cooperativo.

CAC → Con aprendizaje cooperativo.

SVG → Sin la utilización de la V de Gowin.

CVG → Con la utilización de la V de Gowin.

El rendimiento académico de los cursos, se lo realizó mediante un análisis apoyado en la prueba F Anova, con nivel de significación de 0.05.

III. RESULTADOS

De un total de 55 estudiantes y luego de realizar el inventario de Felder-Silverman, se obtuvieron los siguientes datos:

TABLA I. Estilos de aprendizaje.

	11	9	7	5	3	1	1	3	5	7	9	11	
ACTIVO	0	7	13	10	8	7	5	3	2	0	0	0	REFLEXIVO
SENSORIAL	0	4	12	11	8	7	6	4	3	0	0	0	INTUITIVO
VISUAL	3	4	9	12	11	7	4	3	2	0	0	0	VERBAL
SECUENCIAL	0	0	7	13	10	7	6	5	4	3	0	0	GLOBAL

La Tabla I nos muestra el resultado del inventario del estilo de aprendizaje Felder-Silverman, que indica el tipo de aprendizaje que los alumnos tenían. Con los valores de la tabla superior procedemos a realizar el análisis gráfico de cómo los estudiantes captan la información, es decir en qué porcentajes son activos-reflexivos, sensoriales-intuitivo, visuales-verbales y secuenciales-globales.

- Se observa que el 81,82% de los estudiantes que estuvieron en el proceso son activos y el 18,18% son reflexivos.
- Se observa que el 76,36% de los estudiantes que estuvieron en el proceso son sensoriales y el 23,64% son intuitivos
- Se observa que el 83,64% de los estudiantes que estuvieron en el proceso son visuales y el 16,36% son verbales.
- Se observa que el 67,27% de los estudiantes que estuvieron en el proceso son secuenciales y el 32,73% son globales.

Se realizó una encuesta de satisfacción de 8 preguntas.

TABLA II. Resultados de Encuesta de Aceptación.

Ítems	10, 9 y 8	7, 6 y 5	4, 3, 2 y 1
Aceptación	Muy buena	Buena	Regular

La Tabla II nos muestra de cómo se va a valorar la encuesta de satisfacción.

La satisfacción de la contribución con ideas para llenar la V de Gowin, tenemos un 70,37% muy buena y 29,63% buena.

La satisfacción en el intercambio de ideas promovió la generación de nuevas ideas en la utilización de la V de Gowin, tenemos un 85,19% muy buena y 14,81% buena.

La satisfacción de llenar la V de Gowin les resultó fácil, por el aprendizaje cooperativo, tenemos un 70,37% muy buena y 29,63% buena.

La satisfacción de llenar les ayudó a entender la interpretación de datos, tenemos un 77,78% muy buena y 22,22% buena.

La satisfacción de llenar les ayudó a determinar las afirmaciones de valor en un 77,78% muy buena y 22,22% buena.

La satisfacción de llenar la V de Gowin les ayudó a determinar las afirmaciones de conocimientos en un 74,07% muy buena y 25,93% buena.

Observamos que la satisfacción de llenar les ayudó a diferenciar los conceptos en un 77,78% muy buena y 22,28% buena.

Observamos que la satisfacción de llenar les permitió integrar los conceptos en un 81,48% muy buena y 18,52% buena.

TABLA III. Tabla de resultados de la prueba ANOVA en el examen unificado.

FUENTE	SS	DF	MS	F	P
V de Gowin	451.84	1	451.84	12.2	0.0012
Aprendizaje Cooperativo	164.2	1	164.2	4.43	0.0416
V de Gowin X Aprendizaje Cooperativo	0.57	1	0.57	0.02	0.8882
ERROR	1481.82	40	37.05		
TOTAL	2098.43	43			

Son los valores dados por el programa estadístico ANOVA, utilizando los cuatro paralelos que estuvieron expuestos al proceso, los datos ingresados corresponden a las notas del examen de Laboratorio de Física A, tomado en el segundo semestre del año 2009-2010, en donde se observa el rendimiento de los estudiantes, obteniendo las medias estadísticas de cada uno de los paralelos.

TABLA IV. Medias del rendimiento de V. de Gowin y Aprendizaje Cooperativo relacionadas con el Examen Unificado.

	Sin V de Gowin	Con V de Gowin
Sin Aprendizaje Cooperativo	17,36	24
Con Aprendizaje Cooperativo	21,45	27,63

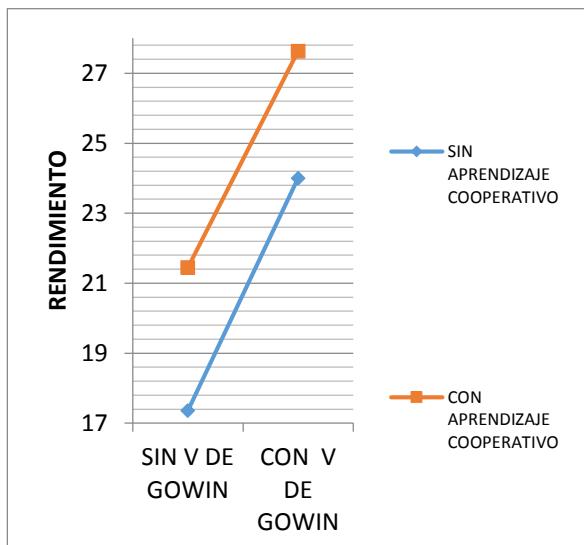


FIGURA 2. Interacción de Aprendizaje Cooperativo y la técnica de la V de Gowin.

IV. DISCUSIÓN

En el análisis del cuestionario del inventario de estilos de aprendizaje de Felder y Silverman, aplicados a los estudiantes de los cuatro grupos se observa que los estudiantes presentan una preferencia moderada hacia el extremo Activo y que aprenderán más fácilmente si se le brinda apoyo en esta dirección, los estudiantes presentan una preferencia moderada hacia el extremo Sensorial y que aprenderán más fácilmente si se le brindan apoyos en esa dirección. Los estudiantes presentan una preferencia moderada hacia el extremo Visual y que aprenderán más fácilmente si se le brindan apoyos en esa dirección, los estudiantes presentan un equilibrio apropiado entre los dos extremos de esa escala. Secuenciales y Globales.

Los estudiantes que estuvieron expuestos en este trabajo y observando las escalas bipolares, tienen en su mayoría un estilo de aprendizaje más Activo, Sensorial, Visual y Secuencial.

La técnica de la V de Gowin fue significativa al nivel $p = 0.0012$, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación. El aprendizaje cooperativo fue significativa al nivel $p = 0.0416$, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación. La técnica de la V de Gowin y el Aprendizaje Cooperativo tuvo un nivel $p = 0.8882$, por lo tanto se rechaza la hipótesis de investigación y se acepta la hipótesis nula. Debemos recordar que el análisis se realizó en el examen de Laboratorio de Física A.

De acuerdo a la Tabla IV. Observamos que hay diferencia entre los cursos que aplicaron la técnica de la V de Gowin con respecto a los cursos que no aplicaron la técnica de la V de Gowin. También observaremos las medias estadísticas de cada uno de los paralelos y vemos que hay diferencia entre los cursos que no aplicaron el Aprendizaje Cooperativo con respecto a los cursos que sí aplicaron el Aprendizaje Cooperativo.

De acuerdo a la Figura 2. Observamos la interacción entre las variables a analizar, que los estudiantes tienen mayor rendimiento académico, ya sea que utilicen la Técnica de la V de Gowin o que estén expuestos al Aprendizaje Cooperativo, de manera individual, esto es válida, porque el análisis del rendimiento fue dado en el Examen, donde los estudiantes lo resolvieron de manera individual.

En el análisis de la encuesta de satisfacción del uso de la V de Gowin, y luego de agruparlos en los rangos de muy buena (10, 9 y 8), buena (7, 6 y 5), y regular (4, 3, 2 y 1), para las 8 preguntas de la encuesta: La satisfacción de la contribución con ideas para llenar la V de Gowin, es muy buena. La satisfacción en el intercambio de ideas promovió la generación de nuevas ideas en la utilización de la V de Gowin, es muy buena.

La satisfacción de llenar la V de Gowin les resultó fácil, por el aprendizaje cooperativo, el resultado fue muy buena.

La satisfacción de llenar les ayudó a entender la interpretación de datos, es muy buena.

La satisfacción de llenar les ayudó a determinar las afirmaciones de valor en un porcentaje de muy buena. La

satisfacción de llenar la V de Gowin les ayudó a determinar las afirmaciones de conocimientos resulto ser muy buena.

La satisfacción de llenar les ayudó a diferenciar los conceptos con una aceptación de muy buena.

La satisfacción de llenar les permitió integrar los conceptos una aceptación de muy buena. En la entrega de informes por parte de los estudiantes, la Hipótesis de investigación 1, se cumplió.

En el examen unificado del segundo semestre del año lectivo 2009-2010 realizado por parte de los estudiantes, la Hipótesis de investigación 1, se cumplió. En la entrega de informes por parte de los estudiantes, la Hipótesis de investigación 2, se cumplió. En el examen unificado del segundo semestre del año lectivo 2009-2010 realizado por parte de los estudiantes, la Hipótesis de investigación 2, se cumplió.

En la entrega de informes por parte de los estudiantes, la Hipótesis de investigación 3, no se cumplió. En el examen unificado del segundo semestre del año 2009-2010 realizado por parte de los estudiantes, la Hipótesis de investigación 3, no se cumplió.

V. CONCLUSIONES

En las clases introductorias a la realización de las prácticas, se observó que hubo muchos estudiantes que no tenían la idea de cómo expresar correctamente una medición, como también se observó muchas falencias en la graficación de los datos experimentales y más aún en el porqué de los datos.

Mientras avanzaba las prácticas los estudiantes la realizaban de una mejor manera, existiendo mayor interrelación entre los estudiantes durante la ejecución de las mismas, es decir trabajando cooperativamente obtenían mejores resultados que cuando ellos trabajan de manera individual.

De los resultados obtenidos en esta investigación, el rendimiento académico de los estudiantes se incrementó al utilizar el aprendizaje cooperativo, apoyado con la utilización de la V de Gowin.

Con la metodología utilizada en este trabajo de tesis, los estudiantes se acoplaron al aprendizaje cooperativo y tuvo una buena aceptación la utilización de la V de Gowin.

Con la interpretación (entendimiento) de los datos experimentales, se mejoró el rendimiento de los estudiantes, y también se mejoró el aprendizaje de la Física y los conocimientos previos se fueron aclarando, debido al alcance de la relación entre las variables físicas que intervenían en la obtención de la ecuación empírica, integrando y mejorando los conocimientos al llenar la V de Gowin.

De acuerdo a los resultados del análisis estadístico realizado a la calificación de los informes y del examen unificado, los estudiantes se acoplaron para tener un Aprendizaje cooperativo, así como también aprovecharon la construcción y utilización de la V de Gowin.

REFERENCIAS

- [1] Escobar, R. Ma., Trabajo en grupo y aprendizaje cooperativo, In: Woolfolk, A. E., *Psicología Educativa*, (Prentice Hall, México, 1999). Disponible en: <http://cie.ilce.edu.mx/sitio/academica/Trabajo%20en%20grupo%20y%20aprendizaje%20cooperativo.pdf>.
- [2] Ortega, S., González Muradas, C. & Montagut Bosque, R. M., *La uve heurística y el mapa conceptual como estrategias que favorecen el aprendizaje experimental*, Enseñanza de las ciencias No. extra (2005). Disponible en: <http://www.slideshare.net/rohonal/15040657-uveheuristicas>.

- [3] Alejandro Alonso, C. A, Aceituno Mederos, J. & Mujica Marcelo, V., *El laboratorio de física desde su PC*. Disponible: <http://www.rieoei.org/experiencias63.htm>.
- [4] Almedom, A. M., Blumenthal, U. & Manderson, L., *Procedimientos para la evaluación de la higiene. Enfoques y métodos para evaluar prácticas de higiene relacionadas con el agua y saneamiento*, (1997). Disponible en: <http://www.unu.edu/Unupress/food2/UIN13S/uin13s0f.htm>.
- [5] University Vassar, *Two-way analysis of variance for independent samples* (s. d.). Disponible: <http://faculty.vassar.edu/lowry/anova2u.html>.

Interpretación del lenguaje simbólico de la física: Las “lecturas” de los estudiantes



Wainmaier, C., Fleisner, A.

Departamento de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de Quilmes,
Roque Sáenz Peña No. 352. Bernal, C.P. B1876BXD, Buenos Aires, Argentina.

E-mail: ana.fleisner@unq.edu.ar

(Recibido el 23 de febrero de 2015, aceptado el 30 de abril de 2015)

Resumen

Los recursos formales –matemáticos y lógicos– son fundamentales en el análisis y la descripción de la naturaleza, pero su uso exige considerar las diferencias sustanciales entre enunciados formales y fácticos. En este trabajo nos proponemos reflexionar sobre la dificultad que representa, para los estudiantes, la comprensión y el manejo de lenguaje de la física. Analizaremos algunas limitaciones detectadas en estudiantes de los primeros cursos de física universitaria, vinculadas a la interpretación del lenguaje simbólico empleado al formalizar los enunciados de la disciplina. Sugeriremos algunas implicancias para la enseñanza. Entendemos que no sólo la complejidad propia de un nuevo lenguaje y su formalización, sino también la desvinculación con la que se suele presentar la dupla *concepto-formalización del mismo*, generan dificultades para los alumnos. Esta dificultad se suma a otra relacionada con la imposibilidad de utilizar de manera apropiada en las clases de física términos del lenguaje natural, utilizados también en el lenguaje de la física, pero con distinto significado y referencia. Sostendremos que: los vínculos entre el lenguaje técnico que utiliza la física, las estructuras matemáticas y los esquemas experimentales, sirven para describir, explicar y definir su objeto de estudio, el mundo al que se refiere y las herramientas a través de las cuales lo aborda. Por ello, consideramos que estableciendo de manera clara dichos vínculos, acercaremos a los estudiantes (y docentes) a una mejor comprensión de los modelos y teorías, así como a una mejor interpretación de las definiciones y leyes de la física, y las diferencias sustanciales entre ellas.

Palabras clave: Lenguaje simbólico de la física, significado, enunciados.

Abstract

Formal resources –mathematical and logical– are vital to the analysis and description of nature, but its use requires consideration of the substantial differences between formal and factual statements. In this paper, we propose to thinking deeply about the students' difficulties in understanding and managing language of physics. We discuss some students limitations, linked to the interpretation of symbolic language used to formalize statements of discipline, and suggest some implications for teaching. We understand that not only the complexity of a new language and its formalization, but also the separation usually presents the duo concept-concept formalization, creating difficulties for students. This difficulty is, among others, related to the inability to use appropriately in physics classes terms of natural language, also used in the language of physics, but with different meaning and reference. We argue that: the links between technical language that uses physics, mathematical structures and experimental schemes, serve to describe, explain and define the physics subject of study, the world to which it refers and the tools through which it approach. Therefore, we consider clearly establishing such links, will approach the students (and teachers) to a better understanding of the models and theories as well as a better understanding of definitions and laws of physics and the substantial differences between them.

Keywords: Symbolic language of physics, meaning, statements.

PACS: 45.20.D, 01.40.gb, 01.70.+w, *43.10.Mq

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Investigadores y docentes coincidimos en que el aprendizaje comprensivo de la Física por parte de los estudiantes de cursos básicos del nivel universitario no es una tarea fácil.

Para la comprensión de esta problemática se señala que, entre otras cuestiones, el cuerpo de conocimientos que

pretendemos que aprendan nuestros estudiantes, presenta una serie de obstáculos para su aprendizaje, asociados a la naturaleza de la ciencia que queremos enseñar [1, 2]. En ese sentido, se reconoce que el conocimiento científico tiene características sustancialmente diferentes al “conocimiento común”¹ (Bachelard [5]; Astolfi [4]; Lemke [5]) Así, por ejemplo, la ciencia requiere conceptos claros y precisos

¹ Nos interesa señalar que no pretendemos asignar al conocimiento científico un valor epistémico mayor que al conocimiento llamado común.

mientras que los términos del lenguaje ordinario pueden ser vagos, poco específicos; se proponen explicaciones sistemáticas y controlables en lugar de limitarse –como lo hacemos con frecuencia en la vida cotidiana– a explicaciones de hechos aislados donde el criterio de verdad es la evidencia [6, 7]. Cabe también considerar que, el lenguaje utilizado en ciencia muestra una importante diferencia ya que la física recurre a la matemática para representar estructuras conceptuales que versan sobre el “mundo”.

En relación al lenguaje simbólico de la física, es de destacar que en el proceso de construcción del conocimiento científico sobre el mundo se dio un paso fundamental cuando en el siglo XVII se comenzó a analizar y describir la naturaleza por medio de la matemática y se adoptó una metodología que integra la experimentación con la lógica [8, 9].

Al respecto Blanché [10] señala: *“El paso a la ciencia moderna supone una verdadera revolución mental. Se trata de habituarse a mirar la naturaleza con ojos de geómetra, de operar la sustitución del espacio concreto de la física pregalileana por el espacio abstracto de la geometría euclídeana, es decir, de situar los fenómenos en un espacio homogéneo, isótropo, infinito”.... Y en este espacio que es una verdadera nada física, un vacío absoluto, reducir todos los movimientos a simples desplazamientos de puntos geométricos”. “Lo real del físico no puede ser ya, como había sido hasta entonces, el mismo que el del sentido común. Entre uno y otro, la ruptura está consumada”.*

Desde la geometrización introducida en la modernidad, el lenguaje matemático fue empleado en la física para cuantificar, estructurar y expresar enunciados sobre sucesos y procesos del “mundo físico”. Sin embargo, el profundo vínculo que relaciona a la física con la matemática no debilita las sustanciales diferencias entre ambas ciencias. Aunque habitualmente se piense a la matemática como el lenguaje de las ciencias, la matemática cuando es usada en física es un dialecto distinto de dicho lenguaje [10]. Los recursos formales –matemáticos y lógicos– son fundamentales en el análisis y la descripción de la naturaleza, pero su uso exige considerar –particularmente en la enseñanza–, las diferencias sustanciales entre enunciados formales y fácticos [11].

Desde hace tiempo la investigación educativa en ciencias da cuenta de que los estudiantes conciben a la física como un conjunto de fórmulas y símbolos; advierten sobre las serias dificultades de los estudiantes universitarios para interpretar el significado de los formalismos matemáticos que usan [12, 13], y resalta la importancia de que ellos comprendan que, a diferencia de lo que ocurre en matemática o en lógica, las “fórmulas” de la física son fórmulas interpretadas fácticamente [14]. En tal sentido Cudmani *et al.* [15] afirman que *“muchas de las dificultades de aprendizaje son consecuencia de haber vaciado de significado físico a las relaciones matemáticas con que se simbolizan los enunciados de leyes y de un manejo de estas expresiones como meros algoritmos de cálculo”*.

Si bien muchas de estas dificultades detectadas en la comprensión de los estudiantes han conducido a la generación de nuevas estrategias de enseñanza y estas han

traído aparejados cambios en los contenidos, dichos contenidos han seguido en gran parte los patrones existentes.

En este sentido, centrando la atención en la mecánica clásica, hemos advertido que sigue siendo una característica común a muchos cursos de física lo que señalara Hestenes [16]; esto es, no se suele explicitar las hipótesis básicas de la mecánica clásica (concepciones de espacio y tiempo absolutos, noción de campo gravitatorio, etc.). No se diferencian claramente las nociones intuitivas de las formulaciones científicas, ni se toman en cuenta las modificaciones profundas que la física ha experimentado a lo largo de los últimos siglos.

En definitiva, el manejo de las relaciones matemáticas con las que se simbolizan los enunciados físicos, parece necesitar de un análisis del contenido físico, así como de una puesta en contexto –de acuerdo a la teoría física que los esté utilizando– de los conceptos involucrados.

En línea con lo que venimos planteando, Salinas [11] da cuenta de limitaciones en los estudiantes para distinguir entre enunciados formales y fácticos. Un estudio diagnóstico llevado a cabo por Bagno *et al.* [17] muestra diversas dificultades de los estudiantes en torno a la comprensión de fórmulas fundamentales de la mecánica newtoniana.

Tumirano y Redich [18] revelan que, un número importante de estudiantes tiene dificultades para leer e interpretar adecuadamente, expresiones matemáticas vinculadas con la física.

Algunos estudios sistemáticos que venimos realizando [19, 20], así como afirmaciones de los estudiantes que hemos leído y/o escuchado, en los cursos básicos de física, dan cuenta de serias dificultades de los estudiantes en el manejo del lenguaje simbólico de la física que, consideramos, están asociados a una incompleta lectura de los enunciados de la disciplina. A modo de ejemplo, el tipo de afirmaciones a las que nos referimos son las siguientes:

- *“El trabajo de una fuerza es la fuerza a lo largo de un desplazamiento”*
- *“El trabajo es la integral de la fuerza por el desplazamiento”*.
- *“La aceleración es la causa física por la cual cambia la velocidad de un cuerpo”*.
- *“La cantidad de movimiento lineal del cuerpo se conserva porque no cambian la masa ni la velocidad”*.
- *“En este choque se conserva la energía cinética porque es un choque elástico”*.
- *“Sabiendo que $\vec{F} = m\vec{a}$, entonces $m = \vec{F}/\vec{a}$, lo que implica que la masa depende de la fuerza y de la aceleración”*.

También nos han planteado preguntas del siguiente tipo:
- *Si vimos que $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ y también que $W = \Delta E_C$, me puede decir finalmente ¿a qué es igual el trabajo?”*

En la mayoría de las proposiciones transcriptas se advierte una lectura literal de los términos que designan las magnitudes físicas atribuyéndole, como máximo, algún tipo de contenido relacionado con la estructura matemática o formal que se le asocia. Se deja de lado otras características fundamentales en la construcción del significado de un concepto físico, como: las relaciones lógicas y conceptuales

con otras magnitudes, la definición ontológica del concepto o las condiciones experimentales que permiten su medición.

Entendemos que en la introducción de cada magnitud física en el contexto de una teoría, no sólo fue necesario definirla, sino también incorporarla de manera coherente a la estructura conceptual de dicha teoría. Estableciendo para ello, relaciones con las restantes magnitudes de la teoría, así como diseñando un modo de medirla, y asignando un valor coherente también con una estructura formal. Toda esta información mencionada, es importante para una correcta lectura de un enunciado de la física.

Por otra parte, se advierten dificultades en los estudiantes para diferenciar: cuándo un enunciado representa la definición de una magnitud o una ley física en la que dicha magnitud está contenida. Creemos que estas dificultades están asociadas a que en ambos casos, la simbolización se establece mediante una igualdad; que si bien matemáticamente se lee igual, es sustancialmente diferente, pero los estudiantes no conocen esas diferencias.

Ragout y Cárdenas [14], en coincidencia con nuestras observaciones, refieren a lecturas inapropiadas del lenguaje simbólico de la física en estudiantes de cursos básicos universitarios. Si bien acordamos con las autoras en el sentido que nos parece fundamental la interpretación de los símbolos y las relaciones entre símbolos, creemos que el problema de la interpretación del contenido físico de las expresiones matemáticas no es sólo de orden semiótico sino también –y fundamentalmente– sintáctico y semántico.

En este sentido estamos de acuerdo con la postura de Cudmani *et al.* [15] y consideramos que el problema no es interpretar correctamente los formalismos y símbolos matemáticos empleados, sino el contenido físico que los mismos implican.

En las ecuaciones matemáticas que se usan en física hay muchos símbolos diferentes, y cada uno de ellos está conectado con algo del ámbito de la física.

Los físicos usan muchos tipos distintos de constantes: constantes universales, condiciones iniciales, parámetros etc.; desdibujándose así las diferencias entre constantes y variables. Se usan símbolos para representar ideas más que cantidades y se mezclan “cosas de la matemática” con “cosas de la física”; pero, lo que probablemente hace más drástica la diferencia del uso de los símbolos, en matemáticas y en física, es la atribución de significado a dichos símbolos [10].

Dejando de lado la discusión acerca de si la física es una ciencia puramente experimental o si posee además un núcleo duro teórico, sostenemos que los conceptos de la física (en particular los conceptos métricos o magnitudes físicas) poseen otras notas características –que desarrollaremos en este trabajo– además de las matemáticas. Estas tienen que ver con cuestiones experimentales, ontológicas y contextuales de los mismos.

En lo que sigue, presentamos brevemente algunos aspectos semánticos y epistemológicos que, creemos aportan a la comprensión de la problemática planteada.

II. LAS MAGNITUDES FÍSICAS Y LOS ENUNCIADOS QUE LAS VINCULAN

A. El significado de un concepto físico: Las notas características de las magnitudes físicas

El vocabulario utilizado por los científicos consta de un conjunto de señales convencionales (signos) que pertenecen a uno o más lenguajes. En el lenguaje construido por las ciencias fácticas es posible identificar: palabras o términos de algún lenguaje natural (por ejemplo el castellano), expresiones o términos provenientes de las ciencias formales (lógica y matemática), y un conjunto de expresiones o términos técnicos introducidos por una teoría, o bien ya existentes en el lenguaje ordinario, pero a los que se les ha asignado un nuevo significado en el contexto de una teoría. En este entramado, resulta común definir a los conceptos como unidades cognitivas de significado, ideas abstractas o mentales o *“las unidades más básicas, y por ello imprescindibles, de todo tipo de conocimiento humano, en especial del científico”* [21].

Los conceptos son construcciones, creaciones intelectuales o imágenes mentales, a los cuales enlazamos un término. Por medio de ellos, comprendemos las experiencias que surgen de la interacción con el entorno (más no de la observación directa). Los científicos conjuelan lo que hay detrás de los hechos observados e inventan conceptos (tales como energía, campo) que carecen de correlato empírico, aún cuando presumiblemente se refieren a cosas, cualidades o relaciones existentes objetivamente [22, 6]. El carácter abstracto de las nociones científicas, así como su presunta lejanía de las características que presentan las cosas en la experiencia cotidiana, son concomitantes inevitables de la búsqueda de explicaciones sistemáticas y de gran alcance [23]. Cabe distinguir la búsqueda de claridad y precisión de los conceptos científicos fácticos: de la comprensión compartida de sus significados por parte de quienes los usan, dependerá –en gran medida– el rigor y la objetividad del marco teórico al que pertenecen. Si un término usado por la ciencia es recogido del lenguaje ordinario se lo transforma y precisa incluyéndolo en esquemas teóricos, de tal manera que sea fructífero en el ulterior desarrollo de la ciencia [6].

Todo sistema de conceptos atraviesa estados de evolución [24].

En las presentaciones tradicionales de los conceptos científicos –entidades abstractas, condición necesaria de todo conocimiento– se suele establecer una división entre conceptos clasificatorios, comparativos y métricos. Cada uno tiene su correspondiente estructura lógica. Como señala Mosterín [25]: un concepto científico, que empleamos para pensar sobre las cosas y hablar de ellas, puede tener la propiedad de ser comparativo o métrico, clasificadorio o cualitativo, pero dicha propiedad es *del* concepto, y no de las cosas.

En el contexto de nuestro trabajo nos interesa ahondar en las características de los conceptos métricos, ya que todos los términos de magnitudes físicas expresan conceptos de este

tipo. Los conceptos cuantitativos o métricos asignan cantidades –escalares o vectoriales– a los objetos, procesos o fenómenos, por lo que permiten también comparar y clasificar objetos de un dominio. Tales asignaciones de números reales o vectores resultan en muchos casos de cuantificar conceptos comparativos previos –como es el caso de los conceptos de masa o longitud– o de la introducción directa de un concepto métrico a partir de una teoría o como recurso de cálculo –como es el caso de la entropía o la función de onda–.

Los conceptos métricos permiten tratar procesos o fenómenos empíricos como si fueran operaciones matemáticas. Estos conceptos posibilitan también representar determinadas propiedades, de los procesos, fenómenos y de los objetos involucrados en ellos, denominadas magnitudes.

En la actualidad, desde diversas perspectivas epistemológicas se reconoce que el significado de un concepto no se reduce a su definición. Se coincide en señalar que el significado de los mismos está dado por el sistema teórico al que pertenece [6, 21, 26].

De acuerdo con esta perspectiva contextual del significado y como hemos señalado, entendemos que cada magnitud física (concepto métrico) fue introducida en el contexto de una teoría. En la definición de una magnitud, entendida en un sentido amplio y no sólo como representación matemática, deben quedar contenidos todos los aspectos relevantes de la misma. Estimamos que éstos son cuatro [14]. Por una parte, es necesario tomar en consideración el aspecto que denominaremos *ontológico*, que contendrá una explicitación de cuál es la propiedad –o el tipo de propiedad– a la que se quiere asignar un valor numérico. Este aspecto es el correspondiente a la parte de la definición que pretende acotar, aquello que la magnitud “es”, sin contener obligatoriamente toda la información necesaria y suficiente para una precisa identificación de la característica que se desea especificar. Es decir, este aspecto de la definición sólo delimita alguna propiedad, con independencia de la forma en la que la magnitud podrá ser luego medida y con independencia también de las relaciones que pueda establecer con todas y cada una de las restantes magnitudes definidas en una determinada teoría. Ejemplo de este aspecto de una definición pueden ser: las definiciones de la magnitud masa como la cantidad de materia que posee un cuerpo (masa inercial), o como propiedad en virtud de la cual los objetos se atraen (masa gravitatoria).

Por otra parte, asignar un valor numérico a la propiedad a través de un proceso de medida, que incluye muchas veces otras magnitudes, nos lleva a tener en cuenta tres aspectos más:

El aspecto *experimental* de la definición de una magnitud debe dar cuenta de la relación entre la magnitud a medir y el montaje experimental mediante el cual se la mide; pone de manifiesto el modo de interacción que se supone entre

objeto-instrumento de medición. Por ejemplo, podemos señalar las diferencias significativas que existen entre el modo en el que la incertidumbre experimental es concebida en el contexto de la mecánica clásica y la mecánica cuántica.

En la primera no hay barrera teórica para el perfeccionamiento de los instrumentos y los procedimientos experimentales: en principio sería posible efectuar las mediciones con una incertidumbre arbitrariamente pequeña.

En la segunda esta barrera viene dada por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg y resulta prácticamente imposible medir en forma simultánea, magnitudes complementarias con precisión infinita. Pero cabe introducir una importante aclaración respecto de la naturaleza de la observación y la formulación de conceptos. Sostenemos que, como señala Heisenberg [28]: tanto en el marco teórico de la mecánica cuántica como en el clásico, las condiciones de observabilidad se establecen desde la teoría, es decir que no vienen dadas por las condiciones de experimentación².

El aspecto *formal o matemático*, expresable mediante una estructura matemática (o fórmula) que la represente. A toda magnitud física (en tanto concepto métrico) es necesario asociarle una estructura matemática que permita la atribución de valores.

La definición de cualquier magnitud involucra, al menos implícitamente, definiciones de magnitudes como el espacio y el tiempo. Estas magnitudes implican a su vez una determinada estructura matemática, ya que definen cuestiones tan básicas como: el tipo de lugar en el que las entidades que presentan la propiedad o atributo –que hemos denominado magnitud física– están contenidas, y la relación entre este lugar y el orden temporal de los distintos sucesos.

Así, la estructura que forman el espacio y el tiempo en el contexto de la física clásica es distinta de la estructura del espacio y el tiempo en un contexto cuántico, y distinto a su vez en el contexto relativista. Estas estructuras matemáticas implican un tipo de métrica que influirá en la representación del resto de las magnitudes definidas en el marco de los distintos contextos. De esta forma, aunque dos expresiones matemáticas de una supuesta misma magnitud presenten una estructura similar, en marcos teóricos distintos pueden implicar métricas distintas. Redish [10], sostiene que hay grandes diferencias entre los usos que hacen matemáticos y físicos de la matemática; el contexto desde el que se atribuye significado a los símbolos condiciona dicha atribución.

Acordamos plenamente con el autor y agregamos que aún dentro de la física, la atribución de significado a las estructuras matemáticas depende del contexto, es decir, de la teoría física desde la que se lo haga.

Por último y dado que la mayoría de las magnitudes físicas involucra otras magnitudes, de forma tal que en conjunto conforman la estructura conceptual de una teoría, es necesario también tener en cuenta el *aspecto contextual*.

En las definiciones de las magnitudes en el marco de cada teoría física, se suelen involucrar relaciones con otras

² En el caso de la mecánica cuántica, el principio de indeterminación establece la máxima precisión con la que pueden conectarse formalismo matemático y experiencia. Es siempre la teoría quien marca límites

máximos de precisión en la operación de medición, independientes de los instrumentos utilizados y limita así la validez en la aplicación de los conceptos.

magnitudes que aportan al significado de la misma. Para Kuhn [29] es imposible aprender el término “fuerza” si no es en relación con términos como “masa” o “peso” y recurriendo, por ejemplo, a las Leyes de Newton sobre el movimiento.

Los conceptos de fuerza y masa que figuran en la Segunda Ley de Newton diferían de los que eran habituales antes de la introducción de la ley, la ley misma fue esencial para su definición. De esta manera, el significado de los términos de magnitudes físicas de una teoría viene determinado por las leyes de dicha teoría, las cuales son aprendidas –y por tanto, también lo son los conceptos métricos contenidos en ellas– mediante su aplicación a ejemplos paradigmáticos.

En diferentes teorías físicas esas relaciones pueden ser distintas. Por ejemplo, parte del significado de la magnitud masa, en el contexto de la relatividad especial, implica una relación con la magnitud energía, que no está contenida en la Mecánica Clásica.

B. Las relaciones entre conceptos métricos

Todo enunciado formal, por ejemplo una relación de identidad o igualdad formal, debe entenderse y “leerse” atendiendo al tipo de conceptos que simbolizan cada una de las variables en juego. En el caso particular de la física, es de vital importancia tener presente todas las características o notas propias de cada concepto involucrado en el enunciado.

Cuando alguna de las características de los conceptos involucrados no es tenida en cuenta, puede producirse una mala lectura del enunciado, en el sentido de no poder diferenciar: si dicha relación simboliza o esquematiza una ley física, una definición ontológica o una relación operacional; lo que a su vez implica no conocer los límites de validez, ni el contexto de aplicabilidad del enunciado.

Por otra parte, cabe establecer una clara distinción entre las definiciones en el marco de la física y las leyes, por más que ambas puedan ser representadas matemáticamente como enunciados de igualdad. Las definiciones son proposiciones analíticas, aún cuando lo que se defina sea un concepto fáctico. Son convenciones, equivalencias entre dos grupos de términos; ninguna operación puede confirmarlas o negarlas y sólo admiten un análisis lógico o matemático, su validez se establece por convención [6, 11]. En el ámbito de la mecánica newtoniana no cabe controlar, por ejemplo, si se cumple que la componente x de la velocidad media de una partícula coincide con la razón del desplazamiento Δx al intervalo de tiempo Δt . En cambio, las leyes de las ciencias fácticas son proposiciones contingentes, hipótesis confirmadas fácticamente. Las mismas expresan relaciones invariantes y de dependencia entre aspectos seleccionados de modelos ideales de “hechos del mundo”. De modo que son enunciados que pueden (o no) verificarse en sistemas físicos acordes a los supuestos del modelo (Salinas [11]). En el ámbito de la mecánica newtoniana la validez de, por ejemplo, la relación teórica entre velocidad final y altura inicial, establecida por la ley de la caída libre, debe controlarse empíricamente para cuerpos concretos [30].

Cabe destacar las funciones diferentes desempeñadas por las leyes (que describen, predicen y en algunos casos explican el comportamiento de sistemas físicos) y las definiciones (que son un medio para asignar significados a los conceptos). Para poder abordar estas cuestiones es necesario especificar cuáles suponemos que son las características relevantes en un concepto físico y en particular de aquellos contenidos en las relaciones de identidad, es decir, las magnitudes físicas.

II. DIFICULTADES EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN DE LOS ENUNCIADOS FORMALES

Retomemos las afirmaciones y preguntas planteadas por los estudiantes.

Ante la consigna de exponer ideas acerca de la magnitud trabajo algunos alumnos escriben:

“El trabajo de una fuerza es la fuerza a lo largo de un desplazamiento” o “El trabajo es la integral de la fuerza por el desplazamiento”.

En cualquiera de los dos casos se está haciendo una traducción literal de una relación matemática, y se está dejando de lado el contenido físico involucrado en la relación. Creemos que, esta forma de leer una relación matemática, puede ser consecuencia de entender que el significado de un concepto físico queda completamente delimitado por su representación matemática. El significado de un concepto físico no puede quedar enteramente delimitado a través de una estructura matemática, incluso cuando su definición ontológica pueda expresarse a través de una relación formal.

Además, se están mezclando dos planos –el plano de los conceptos y el plano de las estructuras formales– ya que ningún concepto que no sea puramente matemático puede estar definido como una operación matemática entre otros dos conceptos. Por ejemplo, la magnitud trabajo no “es” la integral de una fuerza en un desplazamiento, sino que puede ser representada matemáticamente de esa forma.

Por otra parte, cabe analizar el modo en el que se está interpretando la igualdad establecida a través del verbo “ser”. Una relación de identidad matemática utilizada para representar una determinada relación entre conceptos físicos, no implica identidad entre los conceptos, ni entre ellos mediados por una operación matemática. Se está confundiendo no sólo la representación formal del concepto con su contenido físico, sino también el tipo de relación que es lícito esperar entre dos conceptos físicos.

A la dificultad que surge de confundir un concepto con su representación matemática, se le suma la del uso cotidiano (en nuestro lenguaje natural) del término que designa el concepto.

Los alumnos suelen asociar el “trabajo” a un esfuerzo y a un “gasto de energía”, de modo tal que muchos piensan que siempre que actúe una fuerza necesariamente habrá un “esfuerzo” asociado y, por tanto, un trabajo.

Consideremos la pregunta:

“Si vimos que $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ y también vimos que

W = ΔE_c, me puede decir finalmente ¿a qué es igual el trabajo?”

En principio cabe considerar que es posible que los estudiantes están nuevamente pensando en que el significado de un concepto físico, en este caso el concepto “trabajo”, debería quedar delimitado por un único tipo de definición o de relación matemática que lo involucre y represente. La primera de estas igualdades representa la definición ontológica de la magnitud física *trabajo*. La segunda forma parte de la red conceptual que, en el marco de una teoría física determinada, vincula al concepto con otros y, en este caso particular, establece un modo de relación entre un sistema físico y el medio; a la vez que representa una ley física.

El manejo generalizado –no sólo entre estudiantes sino entre docentes de física– de las representaciones formales de los conceptos físicos y sus relaciones, como si en ellas quedara determinado todo el contenido físico de los mismos, dificulta la posibilidad de establecer y reconocer cuándo una relación matemática representa una ley física o una definición.

Epistemológicamente y semánticamente existen diferencias sustanciales entre definiciones y leyes, sin embargo al simbolizarlas lo hacemos estableciendo igualdades. En matemática, la igualdad es una relación que cumple con la propiedad de reflexividad, simetría y transitividad. En física, un signo igual, por ejemplo en el caso de que se emplee en una definición, no cumple con esas propiedades. En matemática “es” y “son” equivalen a “igual a”, mientras no ocurre así en física, donde el signo “igual” se interpreta con sentidos diferentes, dependiendo del contexto en que se presente [14] y, de acuerdo con nuestra interpretación, a la característica del concepto a la que se esté haciendo alusión en dicho enunciado.

Analicemos la expresión $W = \int \vec{F} d\vec{r}$. Este enunciado nos dice que, de acuerdo con el contexto de la Mecánica newtoniana, el valor numérico del trabajo coincide con el de la integral del producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento. Esto no implica identificar conceptos, vale decir que el concepto “trabajo” no se identifica con la integral de los conceptos “fuerza” y “desplazamiento”, ya que no tiene sentido hablar de multiplicación ni de integral de conceptos. No sumamos, ni restamos, ni multiplicamos ni dividimos conceptos, sino el valor numérico de los mismos.

Por otro lado el símbolo “=” que aparece en las expresiones matemáticas de las que hace uso la física, no expresa una igualdad lógica. Así, cuando se afirma “ $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ ”, no se pretende decir que “ \vec{F} ” y “ $d\vec{r}$ ” manipulados matemáticamente de determinada forma refieren a una misma entidad; estas entidades son ontológicamente diferentes. Un análisis similar hace Lombardi [31] respecto de la expresión $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

En la asignación de significados, a expresiones matemáticas tales como $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ y $W = \Delta E_c$ (que

relacionan el objeto en estudio –el punto material– con su entorno) es posible vincular al segundo término de cada una de las igualdades con cambios en el estado del objeto en estudio –reflejados en cambios en la cantidad de movimiento o en la energía, según el caso– y al primer término vincularlo con posibles maneras de provocar cambios en el estado del sistema.

Pero las características vectoriales y escalares que caracterizan a la fuerza y al trabajo de una fuerza, respectivamente, implicarán cambios diferentes: la fuerza neta está asociada al cambio de cualquiera de las características del vector velocidad, y el trabajo de las fuerzas resultante sólo al módulo de la velocidad.

Pasemos a otras afirmaciones dadas, en respuestas a diversas actividades vinculadas con leyes de conservación y de cambio:

- *“La aceleración es la causa física por la cual cambia la velocidad de un cuerpo”.*
- *“La cantidad de movimiento lineal del cuerpo se conserva porque no cambian la masa ni la velocidad”.*
- *“En este choque se conserva la energía cinética porque es un choque elástico”.*

En todos estos casos, estamos frente a la explicación de una causa física, utilizando para ello una definición. Tanto en la primera como en la segunda de estas afirmaciones, se emplean argumentos basados en condiciones formales (es decir, argumentos producto de la lectura literal de los alumnos de la relación matemática que representa la definición ontológica del concepto “aceleración” y “cantidad de movimiento lineal”) traduciendo además el signo “igual” o el verbo “ser” por “causa física”. Consideramos que reconocer la información completa del significado de un concepto, debería favorecer la comprensión del contenido físico de cada enunciado en el que el concepto esté involucrado. Por ejemplo, representaciones formales del concepto aceleración podemos encontrar, entre otras, en la definición de aceleración $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, o en una de las

posibles esquematizaciones de la Segunda Ley de Newton (cuando la masa es constante) $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Quien haya comprendido que la “aceleración” es un concepto cinemático vinculado al sistema en estudio, cuya definición ontológica permite describir un tipo de relación particular establecida entre los conceptos de “velocidad” y “tiempo”, que en tanto concepto métrico puede medirse indirectamente a través de otras magnitudes; que en el contexto de cada teoría física que lo utiliza, puede quedar vinculado a distintos conceptos (por ejemplo en Mecánica newtoniana en la Segunda Ley de Newton), y que dichas vinculaciones pueden representarse a través de distintas expresiones formales (o fórmulas); tendrá más posibilidades de entender que este concepto no puede ser “causa física” de una variación en el movimiento de un cuerpo.

En la tercera de las afirmaciones también se utiliza una definición (ya no de una magnitud sino de un fenómeno) a modo de causa física, pero en este caso no tiene que ver con una mala (o incompleta) lectura de una relación matemática, sino con la imposibilidad de establecer una diferenciación

entre *definendum* y el *definens* en la definición³. Parece ser que detrás de la respuesta de los estudiantes hay una confusión entre explicación y nominación: se considera que el hecho de poder dar un nombre a lo que se quiere explicar es ya una explicación [32].

Finalmente consideremos una afirmación realizada tras operar matemáticamente:

“Sabiendo que $\vec{F} = m\vec{a}$, entonces $m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$ lo que implica que la masa depende de la fuerza y de la aceleración.

En este caso, nuevamente se deja de lado el contenido físico del enunciado de igualdad. Se manipulan matemáticamente (se “despeja” la masa, como si fuera posible manipular todo el significado de un concepto a través de una operación matemática) las representaciones formales de los conceptos involucrados “fuerza”, “masa” y “aceleración”, y se obtienen conclusiones que sólo tienen que ver con cualquier relación matemática ($A = \frac{B}{C}$) que involucra una división. La formulación de la Segunda Ley de Newton, a la que alude la afirmación que hemos mencionado $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ está representada a través de un enunciado de igualdad en el que se vinculan tres magnitudes físicas. La no diferenciación entre las operaciones matemáticas y las conclusiones de carácter físico, que pueden obtenerse luego de las mismas es, a nuestro criterio, producto de pensar al significado de cada magnitud como algo que puede ser abarcado en su totalidad por la representación matemática que se hace del mismo.

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos y analizamos, a la luz de consideraciones epistemológicas y semánticas vinculadas con el lenguaje simbólico de la física, algunas dificultades conceptuales detectadas en estudiantes de los primeros cursos de física universitaria. Paralelamente, planteamos algunas implicancias para la enseñanza. Hemos intentado mostrar cómo las dificultades detectadas podrían asociarse a concepciones epistemológicas inadecuadas de los estudiantes, asociadas al lenguaje simbólico y que tienen como denominador común: vaciar de significado físico al lenguaje matemático. Dichas concepciones creemos que pueden incidir en la comprensión conceptual, y obstaculizar el aprendizaje significativo de los estudiantes.

A modo de conclusión, proponemos entender la representación como vínculo entre el contenido físico y el lenguaje matemático. En este trabajo, queremos arriesgar la hipótesis –que proponemos controlar sistemáticamente en próximas investigaciones– de que bajo ese “vaciamiento de contenido físico, al que son sometidas las relaciones

³ De acuerdo con Hempel [26], una definición puede considerarse como una estipulación que relaciona explícitamente determinados entes entre

Interpretación del lenguaje simbólico de la física: Las “lecturas” de los estudiantes matemáticas”, subyace una lectura inapropiada de dicha relación, producto de una inapropiada interpretación de la forma en la que se determina el significado de cada concepto físico.

Por otro lado, cabe señalar que cuando el docente o los libros de texto, brindan al estudiante información incompleta acerca de un concepto físico, resulta prácticamente imposible que él pueda interpretar, frente a una relación matemática, si se trata de una ley, una definición o una de las posibles relaciones entre dos o más conceptos de una teoría.

La representación formal o matemática de un concepto físico no puede agotar su significado. Pero, si la matemática es el lenguaje que permite al científico estructurar su discurso y comunicarse, estamos de acuerdo con Karam y Pietrocola [33] en la importancia de favorecer desde la enseñanza, tanto las habilidades técnicas como las habilidades estructurantes –en particular la interpretación del lenguaje–.

Por último, quisieramos señalar que, según nuestro entender, los docentes estaremos en condiciones de presentar información completa sobre un concepto físico cuando podamos transformar el “saber científico” en “saber para enseñar” –de acuerdo a lo que Chevallard [34] denominó “transposición didáctica”–. Para ello, es necesario poder reconstruir los contenidos de la física, teniendo en cuenta las estructuras conceptuales y metodológicas de cada teoría, y sus características epistemológicas propias.

REFERENCIAS

- [1] Pozo, J. I & Carretero, M., Del pensamiento formal a las concepciones espontáneas: ¿Qué cambia en la enseñanza de la ciencia?, *Infancia y Aprendizaje* **38**, 35-52 (1987).
- [2] Campanario, J. y Otero, J., Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: Las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias, *Enseñanza de las Ciencias* **18**, 155-169. (2000).
- [3] Bachelard, G., *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*, (Siglo XXI, México, 1972).
- [4] Astolfi, J. P., *El trabajo didáctico de los obstáculos, en el corazón de los aprendizajes científicos*, *Enseñanza de las Ciencias* **12**, 206-216 (1994).
- [5] Lemke, J. L., Multiplying meaning: Visual and verbal semiotics in scientific text, En: Martin, J. R. & Veel, R. (Eds.), *Reading Science* (Routledge, London, 1998), pp. 87-113.
- [6] Bunge, M., *La investigación científica*, (Ariel, Barcelona, 1969).
- [7] Reif, F. & Larkin, J., Cognition in scientific and everyday domains: Comparison and learning implications, *Journal of Research in Science Teaching* **28**, 733-760 (1991).

sí, de forma que uno de ellos, el *definendum*, se extrae de determinadas relaciones entre otros, el *definens*, cuyo significado ya está determinado.

C. Wainmaier y A. Fleisner

- [8] Blanchè, R., *El método experimental y la filosofía de la física*, (Fondo de Cultura Económica, México, 1972).
- [9] Koyrè, A., *Estudios galileanos* (Siglo Veintiuno Editores, México, 1981).
- [10] Redish, E., *Problem solving and the use of math in physics courses*, Proceedings of ICPE, Delhi, India, (2005).
- [11] Salinas, J., Lenguaje matemático y realidad material en la enseñanza y en el aprendizaje de la Física, *VIII Encontro de Pesquisa em Ensino de la Física*, Aguas de Lindota, Brasil (2002).
- [12] Lawson, R. & Mc Dermott, L., *Student understanding of work-energy and impulse-momentum theorems*, *American Journal of Physics* **55**, 811-817 (1987).
- [13] Hammer, D., Epistemological beliefs in introductory Physics, *Cognition and Instruction* **12**, 151-183 (1994).
- [14] Ragout, S. & Cardenas, M., El lenguaje de la Física universitaria y su relación con algunos problemas de aprendizaje, *Memorias de la Décimo Primera Reunión Nacional de Educación en Física*, Mendoza, Argentina, pp. 182-188 (1999).
- [15] Cudmani, L., Salinas, J. y Pesa, M., Distintos tipos de constantes en física y aprendizaje significativo de la disciplina, *Enseñanza de las Ciencias* **13**, 237-247 (1995).
- [16] Hestenes, D. *New foundations for Classical Mechanics*, (Kluwer Academic Publishers, NY, 1999).
- [17] Bagno, E., Berger, H. & Eylon, B. S., Meeting the challenge of students' understanding formulas in high-school physics: A learning tool, *Physics Education* **43**, 75-82 (2008).
- [18] Tuminaro, J. & Redish, E., Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games, physical review special topics, *Physics Education Research* **3**, 2-22 (2007).
- [19] Wainmaier, C., *Incomprensiones en el aprendizaje de la Mecánica Clásica Básica*, Tesis de Maestría, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Física, (Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, 2003).
- [20] Wainmaier, C., Speltini, C. & Salinas J., Conceptos y relaciones entre conceptos de la Mecánica Newtoniana en estudiantes que ingresa a la Universidad. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* **10**, 133-151 (2011).
- [21] Diez, J. A. & Moulines, C. U., *Fundamentos de filosofía de la ciencia*, (Ariel, Barcelona, 1997).
- [22] Bachelard, G., *Conocimiento común y conocimiento científico*, en *el racionalismo aplicado* (Buenos Aires, Paidós, 1978), pp. 99-13.
- [23] Nagel, E., *La estructura de la ciencia*, (Paidós Ibérica, Barcelona, 1981).
- [24] Toulmin, S., *La comprensión humana*, (Alianza Editorial, Madrid, 1977).
- [24] Mosterín, J., *Conceptos y teorías en la ciencia*, (Alianza Editorial, Madrid, 2000).
- [26] Hempel, C. G., *Fundamentos de la formación de conceptos en ciencia empírica*, (Alianza Editorial, Madrid, 1988).
- [27] Fleisner, A., Hacia una teoría de la referencia para los términos de magnitudes físicas, *Revista Latinoamericana de Filosofía* **37**, 5-33 (2011).
- [28] Heisenberg, W., *Física y filosofía*, (La Isla, Buenos Aires, 1959).
- [29] Kuhn, T., Dubbing and redubbing: The vulnerability of rigid designation, *Scientific Theories* **14**, 298-318 (1990).
- [30] Cudmani, L. & Salinas, J., Modelo físico y realidad: Implicancias para el aprendizaje, *Caderno Caterinense de Ensino de Física* **8**, 181-192 (1991).
- [31] Lombardi, O. & Pérez Ransanz, A., Lenguaje, ontología y relaciones interteóricas: En favor de un genuino pluralismo ontológico, *Arbor: Ciencia, pensamiento y cultura* **747**, 101-109 (2011).
- [32]. Salinas, J., *Confusiones entre proposiciones necesarias y contingentes en el aprendizaje de la Física Clásica*, Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, La Plata, Argentina, (2007).
- [33] Karam, R. & Pietrocola, M., Habilidades técnicas versus habilidades estruturantes: Resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico, *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia* **2**, 181-205 (2009).
- [34] Chevalard, Y. & Joshua, M. A., *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*, (La Pensée Sauvage, Grenoble, 1991).

Thevenin's theorem: An easy proof suitable for undergraduate teaching



Anup Kumar Bandyopadhyay

Retired Professor, Department of Electronics and Telecommunication Engineering
Jadavpur University, Kolkata – 700032, India.

E-mail: akbandyopadhyay@gmail.com

(Received 11 July 2014, accepted 20 May 2015)

Abstract

A simple proof of Thevenin's theorem suitable for undergraduate teaching is presented. A modified node equation technique is developed for this purpose.

Keywords: Circuit Theory, Circuit Theorem, Thevenin's Theorem.

Resumen

Se presenta una sencilla demostración del teorema de Thevenin, adecuada para la enseñanza de pregrado. Se ha desarrollado para este propósito Una técnica de ecuación modificada de nodo.

Palabras clave: Teoría de Circuitos, Circuito teorema, Teorema de Thevenin.

PACS: 01.40.-d, 01.40.gb,

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Proof of Thevenin's theorem using algebraic manipulation of circuit equations is not available so far as my knowledge goes.

The proof methods that are available in literature contain lots of reasoning expressed in natural language and therefore become difficult to use them in undergraduate teaching. In this paper we present a proof of Thevenin's theorem using algebraic method. For this purpose we develop the modified node equation representation technique applicable to a general electrical circuit.

II. MODIFIED NODE EQUATION TECHNIQUE

Assume that the circuit has $n+1$ nodes of which node #0 is labeled as reference node. The circuit contains LRCM passive elements, independent voltage and current sources and linear controlled sources. The following algorithm would augment the circuit so that node equation technique may be used for its analysis. The underlying concept is to replace all the sources other than the independent current sources by unknown current sources. With these replacements included, one can easily obtain n node equations associated with n nodes. To solve the circuit, however, one would require $n+m$ number of equations, where, m is the total number of active sources that are replaced by unknown current generators in the augmented

circuit. The extra m equations are readily obtained from the specifications of the replaced sources.

A Augmentation algorithm

- Replace all independent voltage sources, controlled current sources and controlled voltage sources by unknown current sources.
- Obtain the set of n node equations corresponding to n nodes of the circuit.
- For an independent voltage source equate the output voltage with the difference between the terminal node voltages to get an extra equation.
- For a controlled source express the control law in terms of the node voltages and the circuit parameters to get the necessary extra equation.

The technique is illustrated by the following example.

B Example

Consider the circuit shown in Fig 1. It contains one independent current source I_1 , two independent voltage sources E_1 and E_2 and one controlled voltage source VC . The independent and controlled voltage sources are replaced by unknown current sources J_1 through J_3 as shown in Fig 2.

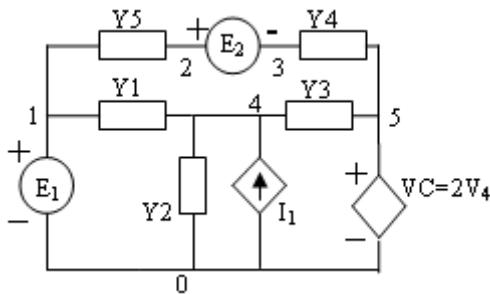
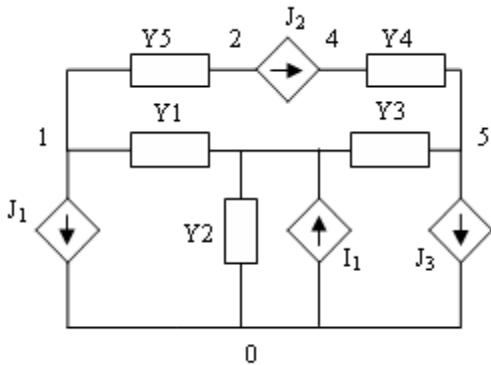


FIGURE 1. The example circuit.



2. Modified example circuit.

Complete set of equations representing the circuit is as follows:

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_5 & -Y_5 & 0 & -Y_1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ -Y_5 & Y_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & Y_4 & 0 & -Y_4 & 0 & -1 & 0 \\ -Y_1 & 0 & 0 & Y_1 + Y_2 + Y_3 & -Y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_4 & -Y_3 & Y_3 + Y_4 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & +1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ I_1 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

The above set of equations will be referred to as modified node equations. The advantage of this technique is that it can handle all types of linear sources.

III. THEVENIN'S THEOREM

Consider two one port networks *A* and *B* that are connected as shown in Fig 3.

Network *A* may contain only linear passive elements and linear independent and controlled sources. On the other hand there is no restriction of linearity for network *B*. However, following constraint exist:

1. There is no electromagnetic coupling between network *A* and *B*.

2. There exists no source at network *A* that is controlled by any voltage or current in network *B*.

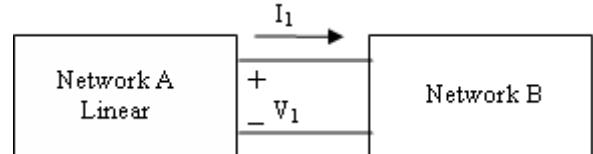


FIGURE 3. Example configuration.

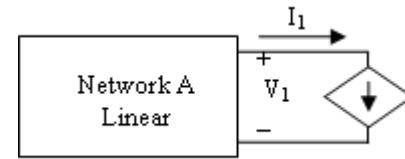


FIGURE 4. Example configuration with network *B* replaced by a current source.

Under this condition Thevenin's theorem states that the network *A* may be replaced by a voltage source *V*_θ connected in series with an impedance *Z*_θ where *V*_θ is the open circuit voltage measured at the port of *A* and *Z*_θ is the driving point impedance of *A* with all the independent sources in *A* reduced to zero

A. Proof

There exists no coupling between the circuits *A* and *B*. We can consider network *A* separately with an output current *I*₁ flowing away from its port as shown in Figure (4). The port current *I*₁ and the port voltage *V*₁ will be the solution of the pair of equations relating *V*₁ and *I*₁ in *A* and in *B* respectively.

Thevenin's theorem aims at deriving the relationship valid for the first network that is network *A*. In general *A* can be represented by the modified node equation in the following form:

$$\begin{bmatrix} Y & U \\ C & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ E \end{bmatrix}.$$

Let:

$$Y_M = \begin{bmatrix} Y & U \\ C & Q \end{bmatrix}.$$

Also:

$$Y_M^{-1} = Z^M.$$

And an element of *Z*^M is denoted by *z*_{ij}^M.

Since there is no coupling between A and B all the elements of Z^M must be constant. Considering one terminal of the port of A as node #1 and the other as the reference node we get:

$$V_1 = -z_{11}^M I_1 + \sum_{i=2}^n z_{li}^M I_i + \sum_{j=n+1}^{n+m} z_{lj}^M E_j .$$

From which one gets:

$$V_1|_{I_1=0} = V_\theta = \sum_{i=2}^n z_{li}^M I_i + \sum_{j=n+1}^{n+m} z_{lj}^M E_j .$$

And:

$$z_{11}^M = Z_\theta$$

Thevenin's theorem: An easy proof suitable for undergraduate teaching

Where Z_θ is the driving point impedance of the network A when all the independent sources are made equal to zero.

Hence the theorem is proved.

VI. CONCLUSIONS

A modified node equation technique has been developed that can include any type of linear independent and controlled sources. The technique is applied to prove Thevenin's theorem. Strength of the technique lies in its simplicity.

REFERENCES

- [1] Skilling, H. H., *Electrical engineering circuits*, (Wiley, New York, 1960).

Flying off a frictionless curved ramp



Carl E. Mungan¹ and Trevor C. Lipscombe²

¹Physics Department, U.S. Naval Academy, Annapolis, Maryland, 21402-1363, USA.

²Catholic University of America Press, Washington, DC, 20064, USA.

E-mail: mungan@usna.edu

(Received 3 September 2014; accepted 25 May 2015)

Abstract

A general equation is derived for the point along a descending curved track that a particle (such as a marble or model car) loses contact with the surface, in the absence of dissipation of mechanical energy. The object is assumed to start from rest at a point on the curve of zero slope. The launch speed and angle are calculated for the examples of a circular and a log-secant curve. The equation shows that a particle can never launch off a parabolic track, because it cannot attain the speed of a freefalling object skimming along the surface of such a track.

Keywords: Roller coaster track, Centripetal acceleration, Conservation of mechanical energy.

Resumen

Una ecuación general se deriva para un punto a lo largo de una trayectoria curvada descendente, de una partícula (tal como una bolita o un carrito) que pierde el contacto con la superficie, en ausencia de disipación de la energía mecánica. Se supone que el objeto empieza desde el reposo hasta un punto en que la pendiente de la curva es cero. La velocidad de lanzamiento y el ángulo se calculan para los ejemplos de una curva circular y una curva log-secante. La ecuación muestra que una partícula nunca puede lanzarse fuera de una trayectoria parabólica, porque no puede alcanzar la velocidad de un objeto en caída libre que coincide superficialmente con una trayectoria de este tipo.

Palabras clave: Trayectoria de la montaña rusa, Aceleración centrípeta, Conservación de la energía mecánica.

PACS: 45.20.D-, 02.40.Yy, 01.30.mp
9095

ISSN 1870-

I. INTRODUCTION

A standard textbook problem [1] consists in finding the point at which a particle slides off a hemispherical surface (such as a giant snowball) starting from rest at the top, ignoring friction and air drag. Similarly, for any given curved ramp, what are the coordinates (if any) at which contact with the surface is lost? What then is the particle's launch velocity (*i.e.*, speed and direction)?

For simplicity, assume that the particle always starts from rest at a point on the curve that has zero slope, so that a slight nudge is needed to get it sliding down the ramp.

Define that starting point to be the origin $(0,0)$. Restrict attention to plane curves, with $+x$ in the direction of initial motion and $+y$ in the vertically downward direction of the local gravitational field having magnitude g .

The particle loses contact with the track when it has speed v_0 and when the slope of the ramp makes angle θ_0 measured clockwise from the $+x$ axis in Fig. 1 (*i.e.*, toward the direction of the $+y$ axis, in accord with the usual convention for angle in plane polar coordinates).

II. EQUATION FOR THE POINT AT WHICH THE PARTICLE LOSES CONTACT WITH THE SURFACE

A free-body diagram is sketched in Fig. 1 for a particle of mass m that is sliding along a ramp in the absence of friction and air resistance. There are two forces acting on the particle: the normal force N that the ramp exerts perpendicularly to itself and the downward gravitational force mg .

The acceleration of the particle has two orthogonal components: the centripetal acceleration $a_c = v^2 / r$ perpendicular to the track where v is the speed of the particle at the instant indicated and r is the radius of curvature of the track at that point, and the tangential acceleration $a_t = dv/dt$ parallel to the track that measures the increase in speed of the particle with the passing of time t .

The particle loses contact with the surface when the normal force in Fig. 1 is zero. In that case, the component of Newton's second law perpendicular to the track becomes:

$$F_c = ma_c \Rightarrow mg \cos \theta = m \frac{v^2}{r}, \quad (1)$$

where θ is the angle the track makes relative to the horizontal, assumed to be restricted to the range $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ (thereby excluding internal loop-the-loops). Suppose the normal force first becomes zero when the particle is a vertical distance y below the origin. From conservation of mechanical energy, the speed v of the particle at that instant is:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy \Rightarrow v = \sqrt{2gy}. \quad (2)$$

The radius of curvature [2] can be mathematically calculated for a plane curve as:

$$r = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (3)$$

where the primes indicate derivatives with respect to x . (For example, a straight track has $y''=0$ so that $r \rightarrow \infty$ and hence $a_c=0$. A particle thus never loses contact with a straight section of track inclined at less than the vertical.) Finally, because the slope of a curve can be written as: $y' = \tan \theta$, it follows that:

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}. \quad (4)$$

(The positive square root is appropriate for the range of angles assumed above.) Substituting Eqs. (2) through (4) into (1), one finds that the particle loses contact with the track at a point that satisfies the equation:

$$y = \frac{1+y'^2}{2y''}. \quad (5)$$

A similar equation has been obtained to describe the motion of a bead sliding frictionlessly along a cycloidal wire [3].

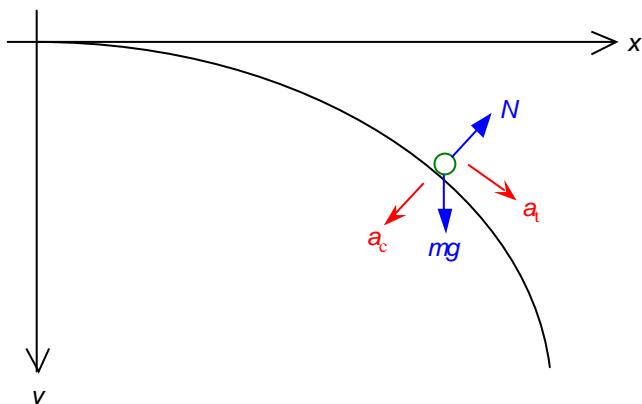


FIGURE 1. A particle sliding frictionlessly along a plane curve $y(x)$. The particle started with negligible initial speed at the origin (where the slope of the curve is zero).

III. APPLICATION TO THREE PARTICULAR TRACK SHAPES

As a check on Eq. (5), first apply it to a semicircular track of radius R whose top point is at the origin,

$$y(x) = R - \sqrt{R^2 - x^2}. \quad (6)$$

(Substituting this expression into Eq. (3) gives $r=R$ as expected). Inserting Eq. (6) into (5) and simplifying, one correctly finds the standard result [1] that the particle loses contact with the track at a value of y given by $y_0 = R/3$ (*i.e.*, at a height above the equator equal to two-thirds of the radius).

The corresponding value of x at that point is $x_0 = \sqrt{5}R/3$ and the launch angle is:

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \theta_0 = \tan^{-1} \sqrt{1.25} \approx 48^\circ, \quad (7)$$

which is also the polar spherical angle (measured clockwise from the top of the track) at which the particle flies off. The launch speed is:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gR}{3}}, \quad (8)$$

according to Equation (2).

As a second application, consider a parabolic track whose vertex is at the origin $y = kx^2$, with $k > 0$ so that the particle can slide down it. Substituting that function into Eq. (5), one finds that there is no solution for finite k . In other words, a particle can never lose contact with an inverted parabolic track if it starts at the vertex at rest.

The reason for this behavior is that a particle in freefall would skim along the surface of the curve if it were projected horizontally from the origin with an initial speed of $\sqrt{g/2k}$.

Since our particle instead starts from rest, its speed at any given point along the curve will always be lower than that of the freefalling particle at the same point, and hence our particle will never be able to make a transition to freefall.

The preceding two examples began with tracks of definite shapes. Another approach is to look for general solutions of Equation (5). However, that equation only specifies a relationship between the three values of y , y' , and y'' at the launch point. It does not constrain their values at other points along the curve. To make progress, one or more additional conditions must be imposed. For instance, we can fix the value of y in Eq. (5), say to $y_0 > 0$, and then solve the differential equation. This constraint requires a specific proportionality to hold between the values of y' and y'' at all points along the curve, namely:

$$1 + y'^2 = 2y_0 \frac{dy'}{dx}. \quad (9)$$

Separating and integrating, one obtains:

$$x = 2y_0 \tan^{-1}(y') \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \tan\left(\frac{x}{2y_0}\right), \quad (10)$$

where the constant of integration is zero to ensure $y'(0) = 0$.

Separate and integrate again to get:

$$y(x) = 2y_0 \ln\left[\sec\left(\frac{x}{2y_0}\right)\right], \quad (11)$$

after requiring the curve to pass through the origin. Defining the numerical value:

$$A \equiv 2\cos^{-1}\left(e^{-1/2}\right) \approx 1.838, \quad (12)$$

the particle loses contact with this log-secant curve at coordinates (Ay_0, y_0) . The launch velocity is $v_0 = \sqrt{2gy_0}$ at an angle of:

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \theta_0 = \cos^{-1}\left(e^{-1/2}\right) \approx 53^\circ. \quad (13)$$

One may wonder whether a similar method could be used to find track shapes for the following constraints:

- (i) Fix a positive value of y' in Eq. (5);
- (ii) Fix a positive value of y'' in Eq. (5); or
- (iii) Require Eq. (5) to hold at all values along the curve, not just at the launch point.

Flying off a frictionless curved ramp

The reader is invited to verify that in all three of these cases, the solution to the resulting differential equation (obtained using the identity $y'' = y' dy'/dy$ when helpful) cannot satisfy the two boundary conditions $y(0) = 0$ and $y'(0) = 0$.

It appears to be serendipitous that we were able to find a satisfactory solution when we fixed a value of y in Eq. (5).

IV. CLOSING COMMENTS

Two examples of launch curves that have zero slope at the origin are a semicircular track and a log-secant ramp. For both of them, the launch speed can be varied by adjusting the overall scale size of the track. However, the launch angle is fixed regardless of this chosen scaling see Eqs. (7) and (13).

A challenging topic for further investigation is to find a general equation for a smoothly varying function (that starts with zero slope at the origin) that launches a particle with any specific velocity (not just speed) of interest. Is the solution to that problem unique? If not, what additional constraints have to be placed on the track shape (or on the conditions of launch) so that one specific functional curve uniquely satisfies the constraints?

REFERENCES

- [1] Marion, J. B. & Hornyak, W. F., *Physics for science and engineering*, (Saunders, New York, 1982).
- [2] Mungan, C. E., *A refresher on curvature for application to centripetal acceleration*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **4**, 27-31 (2010).
- [3] Herrick, D. L., *Constant-magnitude acceleration on a curved path*, Phys. Teach. **34**, 306-307 (1996).

Experimentos didáticos no Ensino de Física com foco na Aprendizagem Significativa



José Uibson Pereira Moraes¹, Romualdo S. Silva Junior²

¹Prof. de Física/IFAL Campus Penedo Rod. Eng. Joaquim Gonçalves, Penedo - AL, Brasil.

²Universidade Federal de Sergipe /Departamento de Física. Avenida Marechal Rondon, s/n
- Jardim Rosa Elze, São Cristóvão - SE, 49100-000, Brasil.

E-mail: jose.moraes@ifal.edu.br

(Received 18 September 2014, accepted 24 April 2015)

Resumo

O uso de experimentos didáticos como prática educacional de forma tradicional em laboratório ou de forma mais simples em sala de aula é sem dúvida uma importante ferramenta no ensino de Ciências, e de modo específico no Ensino de Física. Este trabalho tem por objetivo mostrar a importância dos experimentos didáticos no Ensino de Física como forma de auxílio à Aprendizagem Significativa. Para tanto será mostrado brevemente a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, em seguida é apresentada uma reflexão sobre a prática experimental como proposta pedagógica no ensino médio e de que forma essa prática pode servir para auxiliar a aprendizagem significativa. Buscamos também, nos principais periódicos da área, verificar o quantitativo de artigos que tratam do tema deste trabalho. Os resultados mostram que a produção científica no que diz respeito a utilização no ensino de Física de experimentos didáticos veem aumentando nos últimos anos, o que mostra a relevância de que exista uma continuidade de pesquisa nesse campo.

Palavras chave: Experimentos didáticos, Ensino de Física, Aprendizagem significativa.

Resumen

El uso de experimentos educativos como práctica educativa en la forma tradicional, en el laboratorio o de forma más simple en el aula es, sin duda, una herramienta importante en la Enseñanza de la Ciencia, y específicamente en la Enseñanza de la Física. Este trabajo tiene como objetivo mostrar la importancia de los experimentos didácticos en la Enseñanza de la Física como una forma de ayuda para el Aprendizaje Significativo. Para ello se muestra brevemente la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel, y luego se presenta una reflexión sobre la práctica experimental como una propuesta pedagógica en la escuela secundaria, y cómo esta práctica puede servir para apoyar el aprendizaje significativo. Se buscaron las principales revistas en el campo y se comprobó la cantidad de artículos que tratan el tema de este trabajo. Los resultados muestran que en la literatura especializada en la Enseñanza de la Física, el uso de experimentos en los libros de texto aumentó en los últimos años; lo cual demuestra la importancia de una búsqueda continua para este campo.

Palabras clave: Experimentos de la Educación, Enseñanza de la Física, Aprendizaje Significativo.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Ha.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUÇÃO

A sociedade moderna de uma forma geral tem procurado cada vez mais a inovação tecnológica levando em conta a sua criatividade, fazendo assim, com que a população científica evolua, aumentando a busca por estratégias educacionais, dedicando-se no desenvolvimento de novas técnicas e habilidades adicionais. Assim como a sociedade, os estudantes estão abertos à descoberta de coisas novas e interessantes, buscam respostas para tudo que vê e procuram entender melhor e de forma mais abrangente o que acontece ao seu redor.

O conhecimento científico contribui e tanto para a compreensão do cotidiano dos alunos. Tal conhecimento pode ser obtido de forma mais rápida e significativa,

quando o professor ou a própria escola coloca para os alunos estratégias adicionais, sendo esta uma forma de incentivo para os estudantes. Uma das formas mais simples pode ser utilizada ao Ensino de Ciências (Física, Química, Matemática e Biologia), são os experimentos didáticos, sejam os de laboratórios ou os realizados na própria sala de aula.

A abordagem da ciência por meio de experimentos didáticos tem uma grande importância na aprendizagem dos estudantes, pois é na prática, motivados por sua curiosidade, que os alunos buscam novas descobertas, questionam sobre diversos assuntos, e o mais importante, proporciona uma aprendizagem mais significativa. Tendo em vista que nos experimentos os conhecimentos prévios dos alunos, sendo levados em consideração, podem auxiliá-

los bastante para a apreensão de novos conhecimentos. E isso sendo feito de forma prática, algo que atrai geralmente os alunos.

Neste trabalho buscamos demonstrar a relevância dos experimentos didáticos para o ensino de Física, assim como para auxiliar a aprendizagem significativa dentro da teoria de Ausubel (próxima seção). Buscamos também localizar nos periódicos especializados na área, verificar o quantitativo da produção de artigos nesta temática.

A seguir será apresentada a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, seguida de algumas reflexões sobre os experimentos didáticos. Por fim, serão mostrados os resultados da pesquisa nos periódicos e logo após as principais considerações deste trabalho.

II. TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A Teoria da Aprendizagem Significativa foi criada por David Paul Ausubel em meados da década de 60 do século passado. O principal conceito desta teoria é o de Aprendizagem Significativa, que pode ser definida como [5]:

"Um processo através do qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de "conceito subsunçor" ou, simplesmente "subsunçor", existente na estrutura cognitiva de quem aprende" (Moreira, 2009, p. 8).

A aprendizagem significativa ocorre quando o aprendiz consegue atribuir significado ao que está sendo aprendido, porém estes significados têm sempre atributos pessoais.

Sendo assim, uma aprendizagem em que não existe uma atribuição de significados pessoais nem uma relação com o conhecimento prévio do aluno, não é considerada como sendo significativa e sim mecânica, que é aquela em que as *"novas informações são aprendidas praticamente sem interagirem com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, sem ligarem-se a conceitos subsunçores específicos"* (Moreira, 2009, p. 9-10). Ou seja, a nova informação armazena-se de forma arbitrária e literal.

Para promover a aprendizagem significativa, Ausubel propõe que a programação do conteúdo a ser ensinado obedeça basicamente a dois princípios básicos: a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.

A diferenciação progressiva para Moreira [5] (2009, p. 65) é *"o princípio segundo o qual as ideias e conceitos mais gerais e inclusivos do conteúdo da matéria de ensino devem ser apresentados no início da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhe e especificidade"*. Já a reconciliação integrativa é *"o princípio programático segundo o qual a instrução deve também explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças importantes e reconciliar discrepâncias reais ou aparentes"* (*ibid.* p. 65).

Para que ocorra a aprendizagem significativa, de acordo com Novak [7] (2000, p. 19), são necessários três requisitos fundamentais, que são:

- i) Conhecimentos anteriores relevantes: ou seja, o formando deve saber algumas informações que se relacionem com as novas, a serem apreendidas de forma não trivial.
- ii) Material [potencialmente] significativo: ou seja, os conhecimentos a serem apreendidos devem ser relevantes para outros conhecimentos e devem conter conceitos e proposições significativas.
- iii) O formando deve escolher aprender significativamente. Ou seja, o formando deve escolher, consciente e intencionalmente, relacionar os novos conhecimentos com outros que já conhece de forma não trivial.

A ocorrência da aprendizagem significativa está relacionada diretamente com as condições anteriores. Em relação ao primeiro requisito, é preciso que existam subsunções relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz para que os novos conhecimentos possam se relacionar com eles.

O segundo requisito, expressa que o material de aprendizagem precisa ser potencialmente significativo. De acordo com o Ausubel [1], um material potencialmente significativo, é todo material que seja *"passível de se relacionar com as ideias relevantes ancoradas [subsunções] na estrutura cognitiva do aprendiz"* (Ausubel, 2003, p. 57). Percebe-se que o material contendo estas características, pode influenciar a predisposição para aprender do aluno, facilitando assim a aprendizagem significativa.

O terceiro requisito afirma que o aprendiz precisa manifestar vontade (disposição) para aprender. Onde o mesmo não é um mero receptor de conhecimentos, ele é um sujeito que decide querer aprender ou não. Ocorre que [6], *"ninguém aprenderá significativamente se não quiser aprender. É preciso uma predisposição para aprender, uma intencionalidade"* (Moreira, 2008, p. 16).

Para facilitar a aprendizagem significativa Novak sugere o uso de duas ferramentas: a primeira foi elaborada por ele mesmo, que são os mapas conceituais; a segunda foi proposta por Gowin, que é o diagrama V (não serão tratados neste texto, pois fugiria do objetivo deste trabalho).

Os mapas conceituais foram criados por Novak e colaboradores. Para Novak e Cañas [8] (2006, p. 1) mapas conceituais são *"ferramentas gráficas para a organização e representação do conhecimento. Eles incluem conceitos, geralmente dentro de círculos ou quadros de alguma espécie, e relações entre conceitos, que são indicadas por linhas que os interligam"*. Sobre essas linhas colocam-se palavras ou frases de ligação, que tornam mais claro e específico o relacionamento entre os conceitos.

III. REFLEXÕES SOBRE EXPERIMENTOS DIDÁTICOS

Sabe-se que em alguns casos, as aulas teóricas não são bem ministradas e tornam-se assim desmotivantes e inefficientes para o aprendizado dos alunos, e de fato eles sentem-se

desestimulados ao estudo, sem vontade de prestar atenção na aula. Dessa forma, precisa-se pensar em novas estratégias de ensino.

Apostar em uma nova didática não significa apenas atrair o aluno a uma sensação de novidade que uma atividade experimental pode proporcionar, mas sim utilizar desse artifício para construir um conhecimento mais próximo da sua realidade. Além disso, processos experimentais podem ser facilitadores de um conhecimento mais aprofundado quando relacionado aos conhecimentos prévios dos alunos, aproximando assim a realidade deste com o conhecimento científico. Isso se justifica pois [3],

As atividades experimentais permitem aos alunos o contato com o objeto concreto, tirando-os da zona de equilíbrio e colocando-os em zona de conflito, construindo mais conhecimentos e posteriormente retornando a zona de equilíbrio (Cunha, 2002 apud Campos et al., 2012, p. 5).

Ainda com o intuito de se buscar por melhorias na relação ensino-aprendizagem, é que pesquisadores, professores e alunos devem estar empenhados e comprometidos com a melhoria da educação como um todo, buscando meios para a promoção de uma aprendizagem significativa. Onde percebemos que [9] “os conceitos abordados serão realmente assimilados pelos alunos, se eles forem apresentados numa linguagem que também faça sentido para o aprendiz” (Nogueira et al., 2000, p. 518). Trata-se ainda de buscar uma atitude positiva e ativa do aluno perante seu aprendizado.

Uma forma de gerar essa atitude positiva no aluno é o uso da experimentação que, segundo Araújo & Abib [2] (2003), tem a capacidade de:

Estimular a participação ativa dos estudantes, despertando sua curiosidade e interesse, favorecendo um efetivo envolvimento com sua aprendizagem e também, propicia a construção de um ambiente motivador, agradável, estimulante e rico em situações novas e desafiadoras que, quando bem empregadas, aumentam a probabilidade de que sejam elaborados conhecimentos e sejam desenvolvidas habilidades, atitudes e competências relacionadas ao fazer e entender a Ciência (p. 190).

Os autores acima colocam ainda que o uso da experimentação no ensino de Física “tem sido apontado por professores e alunos como uma das maneiras mais frutíferas de se minimizar as dificuldades de se aprender e de se ensinar Física de modo significativo e consistente” (p. 176).

No intuito de a experimentação proporcionar a aprendizagem significativa, os experimentos não devem ser realizados de qualquer maneira. Assim, Carrascosa [4] propõe que as atividades experimentais devem ter um enfoque investigativo. O autor afirma ainda que os estudantes devam participar ativamente de todos os processos da experimentação, não fazendo somente o que foi prescrito pelo professor. Dessa forma espera-se que a aprendizagem adquirida sirva não somente para a vida escolar do aluno, mas para sua vida como um todo.

IV. ESTATÍSTICA DE PUBLICAÇÕES DE ARTIGOS RELACIONADOS A EXPERIMENTOS DIDÁTICOS

Buscando compreender melhor a relevância da experimentação para o ensino de Física em termos de publicações, pesquisamos na literatura trabalhos que tratassesem de Experimentos Didáticos no Ensino de Física.

Essa busca foi realizada nos principais periódicos nacionais da área com boa qualificação da Capes (Qualis A1, A2, B1 e B2). A seleção constou inicialmente de verificar quais os periódicos se enquadraram na classificação A até B2, do Qualis da Capes. Assim foram selecionados oito periódicos: Ciência e Educação (A1), Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências (A2), Investigações em Ensino de Ciências (A2), Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências (A2), Caderno Brasileiro de Ensino de Física (B1), Revista Brasileira de Ensino de Física (B1), Ciência & Ensino (B2) e Experiências em Ensino de Ciências (B2).

O período em que foi realizada a busca nos periódicos foi de 1979 (data do primeiro volume da RBEF) a 2011. Esse período compreendeu todos os volumes de todas as revistas utilizadas, o obtivemos um total de 158 artigos num total. Os dados referentes ao corrente ano não foram computados devido a volumes que faltam ser publicados ainda. Após o registro dos artigos que se enquadraram no objetivo deste trabalho buscamos identificar qual ano do artigo, seu quantitativo naquele ano e também o nível (fundamental, médio e superior) de aplicação do experimento conforme o artigo.

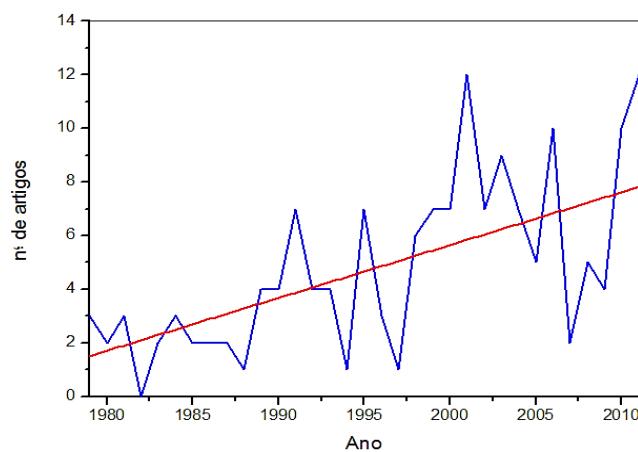


FIGURA 1. Quantitativo de artigos por ano.

O gráfico anterior mostra claramente como ocorreu a evolução do quantitativo de artigos publicados nos periódicos em relação aos Experimentos Didáticos no Ensino de Física. Observamos que ocorreram vários picos desde a primeira publicação (1979) até o ano de 2011. A linha azul indica exatamente como foi a produção dos artigos por ano de publicação. Temos que em 1979 foram

publicados 3 artigos, número esse que chega, por exemplo, a 12 artigos em 2011. Nem sempre esse crescimento se verificou, tiveram ano em que a publicação caiu bastante (1982, 1988, 1994 e 1997 - 1 artigo; 2007 - 2 artigos). Já os maiores picos de publicação ocorreram em 2001 e 2011 (12 artigos); 2006 e 2010 (10 artigos).

A linha vermelha do Figura 1 indica a tendência do comportamento das publicações. Como se observa esta tendência indica um crescimento na publicação de artigos. O que mostra que os experimentos didáticos vêm ganhando bastante importância na pesquisa em ensino de Física.

Este crescimento é verificado também em termos das décadas: na década de 1970 foram publicados 5 artigos, na de 1980 tivemos 21 publicações, na de 1990 foram 44 artigos e na primeira década deste século foram 68 artigos. Como se vê, um crescimento bastante significativo. Se este crescimento se mantiver, teremos ao final da década de 2010, cerca de 90 artigos.

Foi verificado também o quantitativo de artigos por nível (Fundamental, Médio e Superior) de aplicação dos experimentos. Os resultados são mostrados no gráfico abaixo:

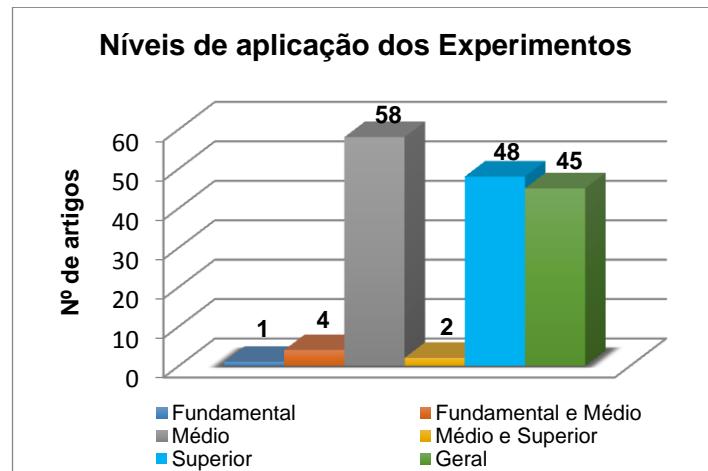


FIGURA 2. Quantitativo de artigos por nível.

Como visto pelo gráfico anterior, a maior parte dos experimentos didáticos volta-se para a Física do ensino médio (58 artigos), seguido de 48 artigos voltados ao ensino superior. Tivemos ainda trabalhos que relataram experimentos que foram aqui classificados como sendo geral, isso porque no artigo não vinha nenhum indicativo de onde o experimento pudesse ser utilizado. Nessa categoria foram catalogados 45 artigos. Alguns artigos ainda (6 artigos) permitiam que o experimento fosse utilizado em mais de um nível (Médio e Fundamental ou Médio e Superior).

Observamos ainda que na maioria dos artigos o uso de experimentos simples e de baixo custo foi bastante utilizado e aplicado em sala de aula pelos autores, visto que estas atividades são importantes para a formação dos conceitos científicos.

Outra observação é que a maioria dos experimentos tem como fundamentação teórica apenas a Física relacionada com o experimento, não traz nenhuma teoria de aprendizagem, nenhum fundamento epistemológico, etc. Em relação à Teoria da Aprendizagem Significativa, por exemplo, apenas dois artigos a teve como fundamento.

V.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das dificuldades encontradas em se ensinar ciências no ensino médio, é preciso ainda se discutir quais as melhores formas de ensino de ciências, qual proposta ou projeto se adéqua melhor ao ensino e aprendizagem do aluno e se essa trará uma melhor compreensão dos conceitos aos mesmos. Defende-se aqui que esta compreensão, ou melhor, que esta aprendizagem seja significativa. Que faça sentido para a vida do aluno desde o ambiente escolar como também para além dos muros da escola.

Como meio de auxílio à aprendizagem significativa no ensino de Física, encontramos nos experimentos didáticos um forte instrumento para tal objetivo. Tais experimentos vêm ganhando cada vez mais relevância nas pesquisas em ensino de Física. Como foi mostrado, o número de publicações nos principais periódicos da área aumentara bastante nos últimos anos.

Estamos convencidos que a prática experimental é uma ferramenta bastante útil no ensino aprendizagem de ciências, em especial a Física. Pois os conhecimentos adquiridos teoricamente em sala devem proporcionar ao aluno a capacidade de conciliar o seu cotidiano à teoria de forma prática e pedagógica, expondo suas ideias, pensamentos e críticas.

Uma forma de incentivar os alunos a participarem mais das aulas é tornar os experimentos didáticos mais próximos de sua realidade e cotidiano, implementando recursos e instrumentos tecnológicos na prática experimental. Mesmo porque, é interessante que a forma de linguagem utilizada em sala de aula seja proporcional ao contexto do aluno, principalmente quando se tem como finalidade a construção de novos pensamentos e conceitos.

Porém, é preciso que se aumente também a relação de aplicações dos experimentos com as teorias de aprendizagem, no intuído que a experimentação possa estar seguindo um caminho mais preciso para a aprendizagem do aluno. Isso se justifica tendo em vista que a grande maioria dos artigos não faz relação com alguma teoria de aprendizagem. No entanto, seus autores buscam que aquele determinado experimento promova aprendizagem nos alunos, mesmo não sabendo de que tipo de aprendizagem está se falando.

Por fim, esperamos que este trabalho possa ter contribuído para clarificar o quanto relevante são os experimentos didáticos para o Ensino de Física e os quanto tais experimentos podem auxiliar a aprendizagem significativa dos alunos. Um passo seguinte agora é fazer uma revisão bibliográfica dos artigos aqui coletados para

que possamos ter uma melhor compreensão mais detalhada da experimentação no Ensino de Física.

REFERÊNCIAS

- [1] Ausubel, D. P., *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*, (Plátano Edições Técnicas, Lisboa, 2003).
- [2] Araújo, M. S. T. & Abib, M. L. V. dos S., *Atividades experimentais no Ensino de Física: Diferentes enfoques, diferentes finalidades*, Revista Brasileira de Ensino de Física **25**, 176-194 (2003). Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v25_176.pdf. Acesso em: 9 Ago. 2012.
- [3] Campos, B. S., Fernandes, S. A., Ragni, A. C. P. B. & Souza, N. F., *Física para crianças: abordando conceitos físicos a partir de situações-problema*, Revista Brasileira de Ensino de Física **34** (2012). Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/341402.pdf>. Acesso em: 9 Ago. 2012.
- [4] Carrascosa, J., Perez, D. G., Vilches, A. & Valdez, P., *Papel de la actividad experimental en la educación científica*, Caderno Brasileiro do Ensino de Física **23**, 157-181 (2006). Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6274/12764>. Acesso em: 09 Ago. 2012.
- [5] Moreira, M. A., *Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: A Teoria da Aprendizagem Significativa*, (Porto Alegre, Instituto de Física da UFRGS, 2009). Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira>. Acesso em: 26 Fev. 2012.
- [6] Moreira, M. A., *A Teoria da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel*, In: Masini, E. F. S. & Moreira, M. A., *Aprendizagem Significativa: Condições de ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos*, (Vetor, São Paulo, 2008).
- [7] Novak, J. D., *Aprender, criar e utilizar o conhecimento: mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas*, (Plátano Edições Técnicas, Lisboa, 2000).
- [8] Novak, J. D. & Cañas, A. J., *La teoría subyacente a los mapas conceptuales y a cómo construirlos*, Reporte Técnico IHMC CmapTools 2006-01, (Florida Institute for Human and Machine Cognition, Ocala, 2006). Disponível em: <http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>. Acesso em: 26 Fev. 2012.
- [9] Nogueira, J. S., Rinaldi, C., Ferreira, J. M. & Paulo, S. R., *Utilização do computador como instrumento de ensino: uma perspectiva de aprendizagem significativa*, Revista Brasileira de Ensino de Física **22**, 517-522 (2000). Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_517.pdf. Acesso em: 09 Ago. 2012.

Um estudo de caso acerca do Ensino de Astronomia com foco na Aprendizagem Significativa



Romualdo S. Silva Jr.

Departamento de Física, Universidade Federal de Sergipe, 49100-000, São Cristóvão,
Sergipe, Brasil.

E-mail: romu.fisica@gmail.com

(Recibido el 9 de febrero de 2015, aceptado el 30 de mayo de 2015)

Resumo

A astronomia desperta ao homem uma profunda curiosidade acerca da origem do universo, bem como a sua formação, desde os tempos mais antigos. O ensino através de auxílio pedagógico sendo ele experimental ou em sala de aula é sem dúvida uma importante ferramenta no Ensino de Ciências em geral, em especial no Ensino de Astronomia. Este trabalho tem por objetivo mostrar de maneira histórica e sistemática a importância da astrofotografia no Ensino de Astronomia como forma de auxílio à Aprendizagem Significativa. Para isso é mostrado uma breve introdução à Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, em seguida é apresentada reflexões sobre a astrofotografia, com o intuito de servir como auxílio à aprendizagem significativa em astronomia, e por fim algumas considerações finais.

Palavras chave: Ensino de Astronomia, Astrofotografia, Aprendizagem Significativa.

Abstract

Astronomy awakens the man a deep curiosity about the origin of the universe and its formation since the earliest times. The astronomy education through teaching aid it being experimental or classroom is undoubtedly an important tool in science teaching, not more important in the teaching of astronomy. This work aims to show the historical and systematic way to the importance of astrophotography astronomy education as a form of aid to Meaningful Learning. This is shown for a brief introduction to the Theory of Meaningful Learning of Ausubel, then a reflection on astrophotography is presented as an aid to meaningful learning in astronomy and finally some concluding remarks

Keywords: Ensino astronomy, Astrophotography, Significant Aprendizagem.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Ha.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade à astronomia desperta o interesse e o fascínio nas pessoas de uma forma geral. O desejo e a curiosidade de compreensão da formação e origem do universo tomam conta do pensamento do homem, levando-o ao extremo de sua imaginação. Dessa forma é natural pensar que esse modo de pensar nos leva ao inconveniente, quando relacionamos ciência aos ouvidos dos que às desconhecem.

No entanto, de certa forma, nos deixar levar pela imaginação fértil e crítica das coisas que nos rodeiam, nos deixam alimentados de conhecimento, sendo isto de grande importância para a nossa vida na sociedade.

Segundo Filho e Saraiva [4]:

O estudo da Astronomia tem fascinado as pessoas desde os tempos mais remotos. A razão para isso se torna evidente para qualquer um que contemple o céu em uma noite limpa e escura. Depois que o Sol – nossa fonte de vida – se põe, as belezas do céu noturno surgem em todo o seu esplendor.

Pensando nisso, a astronomia nos retorna tudo àquilo que está em nosso imaginário. As belezas que nos contemplam a cada dia como o Sol que nos alimenta a noite escura e clara coberta de Estrelas, todas estas formas de objetos naturais do universo nos transmite a sensação de estar sóbrios diante da incapacidade de racionalização dos fenômenos incorporados em todos estes sentidos, sendo estas vertentes da astronomia.

Um grande paradigma da astronomia é: como ensinar astronomia? De que forma, e que tipo de metodologia utilizar? Muito se ouve falar em novas metodologias de ensino aprendizagem, porém ainda não se faz realidade todas as possibilidades de ensino-aprendizagem de maneira que o aluno venha a compreender de forma sistemática e significativa os interesses incorporados nos assuntos relacionados à astronomia.

Muitos assuntos estudados em Ciências, no ensino fundamental, são revistos e de certa forma aprofundados no ensino médio, em disciplinas como Física, Química e Biologia. Porém, justamente na Astronomia que também possui elevada importância para o conhecimento do aluno, não é trabalhada no ensino médio, demonstrando assim a existência de uma lacuna na formação do aluno no ciclo

R. S. Silva Jr.

básico de ensino, e que se não for à etapa mais importante da formação do aluno, se torna decisiva para o seu caminhar na sociedade.

Dessa maneira, devemos nos aprofundar em uma linha de pensamento que se faz frequente dentre às pessoas que se preocupam com a descoberta da vocação e da forma de aprendizado do aluno, sendo esta grande responsável pelo desenvolvimento social, cultural e científico do mesmo.

Pensar então em uma nova forma de ensino aprendizagem, de uma nova metodologia é a grande descoberta do momento? Pensando bem, podemos até estar enganados, porém com uma grande razão de estarmos indo para o caminho certo, pois é escolhendo caminhos a seguir que saberemos onde se faz melhor estar.

A aprendizagem significativa então se faz importante nesse momento, onde o aluno será responsável pelos seus atos de pensamentos e escolhas quando o seu aprendizado lhe for concedido de forma concreta e intrinsecamente ativa pelas suas características de raciocínio intelectual, científica e profissional.

II. APRENDENDO SIGNIFICATIVAMENTE

Uma teoria bem simples e de importância para o ensino aprendizado é a conhecida “Teoria da Aprendizagem Significativa”, desenvolvida por David Paul Ausubel [1] em meados da década de 60 do século XX. Esta teoria ganha conceito onde o principal interesse da mesma é garantir que o aluno obtenha uma aprendizagem significativa, de forma que a sua definição pode ser entendida como [5]:

Um processo através do qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de "conceito subsunçor" ou, simplesmente "subsunçor", existente na estrutura cognitiva de quem aprende (p. 8).

Assim, a aprendizagem significativa vem a ser alcançada quando o aluno se deixa imaginar de forma espontânea e cognitiva, tentando de forma intrínseca dar significado a tudo aquilo que está sendo passado ou observado pelo mesmo.

Sendo assim, quando os alunos não conseguem dar significado previamente das atribuições lhes passadas, esta aprendizagem não pode ser considerada de aprendizagem significativa, pois a significância da teoria não pôde ser alcançada.

Desta forma, o que não se foi possível obter como aprendizagem significativa, se torna uma aprendizagem mecânica, onde as novas informações são aprendidas praticamente sem a interação com conceitos existentes na estrutura cognitiva, ou seja, sem uma forma de imaginação construtiva, armazenando as novas informações de maneira arbitrária e em um espaço literal.

Pensando um pouco mais a fundo, podemos imaginar que quando o aluno consegue abstrair as ideias propostas,

por exemplo, pelo seu professor, e então sua forma de raciocinar lhe garante uma compreensão da importância de um conhecimento significativo, onde as críticas, inovações, conceitos, entre outros, tenham uma grande capacidade de interação com o meio em que o compõe, sendo esta a própria escola, a sociedade, o ambiente de trabalho, isso o transformará em um indivíduo capaz de organizar a sua forma de aprendizagem significativa.

Podemos então pensar em uma forma de aprendizagem significativa que leve à interação do aluno não somente com o professor, mas também com os outros alunos, e até mesmo com a sociedade.

III. REFLEXÕES SOBRE ASTROFOTOGRAFIA COMO AUXÍLIO NA APRENDIZAGEM

Muitas vezes apostar em uma nova metodologia de ensino não é talvez só atrair o aluno a um novo olhar diferenciado, à sensação de novidade, a algo que lhe trará uma nova forma de visualização, como, por exemplo, uma atividade experimental pode proporcionar. Pensar em uma forma didática de interação, nos permite raciocinar a respeito da utilização desses artifícios, para com isso haver uma articulação e construir um processo de conhecimento e aprendizagem mais próximo da realidade de cada um.

Além disso, um processo experimental pode ser facilitador de um conhecimento ainda mais aprofundado quando relacionado aos conhecimentos prévios dos alunos, fazendo assim com que eles se aproximem da realidade deste com o conhecimento científico.

Como já dizia Cunha [3]:

As atividades experimentais permitem aos alunos o contato com o objeto concreto, tirando-os da zona de equilíbrio e colocando-os em zona de conflito, construindo mais conhecimentos e posteriormente retornando à zona de equilíbrio.

Decorrendo desse pensamento, podemos ainda enfatizar que quando o aluno se deixa levar pela sua imaginação, sendo organizador de suas críticas, fazendo com que seus pensamentos fluam naturalmente com o modo de raciocinar, sua interpretação ganha um formato crítico, levando-o ao mais profundo conhecimento das perspectivas construtivas de aprendizagem.

Ainda assim, por consequência das ideias abordadas anteriormente, precisamos pensar em buscar melhorias para o ensino aprendizagem com o intuito de que o professor e aluno de uma forma abrangente queiram se empenhar e se tornar comprometidos com a melhoria da educação como um todo, buscando sempre meios para uma aprendizagem significativa. Onde assim, garantimos que os conceitos abordados e alcançados serão assimilados de maneira satisfatória, tanto para o aluno quanto para o professor.

Trata-se ainda de buscar uma atitude positiva e ativa do aluno perante seu aprendizado, uma vez para isso podemos pensar no uso da experimentação que, segundo Araújo & Abib [2], tem a capacidade de:

Estimular a participação ativa dos estudantes, despertando sua curiosidade e interesse, favorecendo

um efetivo envolvimento com sua aprendizagem e também, propicia a construção de um ambiente motivador, agradável, estimulante e rico em situações novas e desafiadoras que, quando bem empregadas, aumentam a probabilidade de que sejam elaborados conhecimentos e sejam desenvolvidas habilidades, atitudes e competências relacionadas ao fazer e entender a Ciência.

Pensando nesse sentido, podemos colocar ainda que o uso do experimento como uma ferramenta educacional, no ensino de ciências, física, química e até biologia, e com certeza da astronomia, nos remete ao pensamento de que o aluno e professor obtenha uma aprendizagem bem mais frutífera e significativa, minimizando assim as dificuldades empregadas ao aprender e ensinar de modo significativo e consistente.

Levando em consideração as questões e pensamentos de Delizoicov, Angotti e Pernambuco, ao escrever sobre os desafios para o ensino de ciências, em que fazem três perguntas fundamentais e que norteiam os professores na elaboração de seus planejamentos e metodologias, que são:

O que ensinar? Porque e para que ensinar ciências?

Para quem ensinar ciências? Levando-nos a abrir grandes caminhos de pensamentos e críticas a respeito.

Metodologias que envolvem interação entre professor-aluno e aluno-aluno podem ser facilitadores de um conhecimento ainda mais aprofundado quando relacionado aos conhecimentos prévios dos mesmos, fazendo assim com que o aluno e professor se aproximem cada vez mais de seu conhecimento científico.

A astrofotografia tem despertado ainda mais o interesse por parte dos astrônomos, sendo eles amadores ou profissionais, que já interagiam desde os tempos mais remotos. De acordo com os conhecimentos de Trevisan (2004):

A interação entre amadores e profissionais em astronomia é uma tendência mundial.

Essa interação de certa forma é de validade significativa, pois com certeza o conviveu entre amadores e profissionais trarão uma melhor capacidade e habilidades de pensamentos e raciocínio, ou até mesmo na execução de algum procedimento desejado, sendo que esta interação servirá de auxílio ao ensino aprendizagem de uma maneira geral.

O ensino de astronomia através de imagens de astros celestes, utilizando a técnica da astrofotografia, pode ser sem dúvida uma ótima metodologia de ensino para os professores e alunos, tanto do ensino médio quanto para o ensino fundamental, de modo que esta prática experimental proporcionará uma interação bem mais elaborada e atraente para os alunos e professores, até mesmo ou principalmente para a escola.

Quando utilizamos recursos de laboratório e multimídia, sendo estes uma forma experimental de ensino, este proporciona um estímulo a mais para os alunos e professores e é capaz de exemplificar fenômenos físicos e astronômicos, sendo sem dúvida de grande importância no processo de ensino aprendizagem em ciências, e de forma específica para a astronomia. Enquadrar a astrofotografia

como metodologia interdisciplinar no ensino de astronomia, pode propiciar um conjunto de atividades práticas e agradáveis aos estudantes fazendo uso de telescópio, luneta, computador e câmera digital simples, que são fáceis de serem comprados, a fim de capturar e analisar imagens de objetos astronômicos, no caso astros celestes diversos, como por exemplo, planetas, estrelas e aglomerados e até manchas solares.

Recentemente, Neves e Pereira [6] em seu trabalho dizem:

Trabalhar com a Astrofotografia pode aproximar o interesse das pessoas num céu já tão empobrecido pelo sistema de ensino e pelas luzes e poluição das cidades. Investir, pois, numa Astrofotografia simples, significa tocar a imaginação das pessoas, trazendo para um “pedaço de papel” um pedaço do céu como nunca antes observado. Além disso, a fotografia astronômica pode se constituir num recurso didático enriquecedor para o aprendizado de conceitos de Astronomia e do aprendizado de Física, especialmente envolvendo a interdisciplinaridade entre aquela ciência e os conceitos de ótica.

É pensando nessa atividade interdisciplinar e experimental, que com certeza será possível ao professor abordar conceitos não só da física, de maneira mais específica da astronomia, mas também conceitos relacionados à química, história, matemática, filosofia, informática, geografia entre outros. Assim o processo ensino aprendizagem do aluno ganha abrangência e caráter multidisciplinar, sendo então um processo caracterizado pela aprendizagem significativa quando os mesmos são julgados por seus pensamentos e conclusões.

O principal motivador de ensino da presente proposta resulta em propiciar aos estudantes e ao professor o uso de uma metodologia científica que apresenta um caráter observational, que se assemelha à aquela lançada por Galileu Galilei, levando os estudantes a fazer reflexões de maneira crítica e construtiva sobre os fenômenos físicos naturais.

Com o intuito que a proposta ou a experimentação proporcione uma aprendizagem significativa, os experimentos ou observações não devem ser realizados de qualquer maneira, sendo esta uma garantia da aprendizagem para com o aluno.

Professores e alunos de maneira interagente, poderão obter as astrofotografias através de uma simples câmera digital, dessas utilizadas no dia a dia, ou se possível com uma câmera ainda melhor, onde será possível obter astrofotografias com uma maior qualidade e resolução.

Assim, os professores irão estimular os próprios alunos para uma atividade interdisciplinar e ainda a interação entre professor-aluno e aluno-aluno será de grande importância para o ensino aprendizagem. Ainda podemos ressaltar que essa interação levará os alunos e professores ao mais elevado nível de ensino aprendizagem, pois assim os alunos poderão expor suas ideias, críticas, opiniões e sugestões de melhorias, não só para a astronomia que está sendo trabalhando, mas também para diversos caminhos de pensamentos e áreas.

Dessa maneira, a intenção entre professor e aluno de forma interdisciplinar desta proposta garante que os alunos obtenham um conhecimento baseado em uma metodologia científica de caráter observacional, os fazendo refletir criticamente e construtivamente com respeito aos fenômenos naturais.

IV. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das dificuldades que são encontradas em se ensinar ciências, de maneira especial à Astronomia, é preciso e justo ainda se discutir quais as melhores ou mais indicadas formas de ensino de ciências, qual proposta ou projeto se adéqua melhor ao ensino e aprendizagem do aluno e se essa trará uma melhor compreensão dos assuntos abordados ao mesmo. Defendemos que esta compreensão, ou melhor, que esta aprendizagem seja impreterivelmente significativa, e que se relaciona totalmente com a interação professor-aluno, tendo como motivador e estímulo para a vida do aluno desde o ambiente escolar como também após dele.

Para tanto, e como meio de auxílio à aprendizagem significativa no ensino de astronomia, encontramos nas astrofotografias um forte instrumento para tal objetivo, pois esta exibe um caráter interdisciplinar, ligando o aluno ao professor, aluno com aluno e vice-versa, bem como com a escola, sem esquecer-se da motivação pelo conhecimento espontâneo dos fenômenos naturais que a vida nos oferece.

Convencemo-nos que a prática da astrofotografia é uma ferramenta bastante útil no ensino aprendizagem de astronomia, pois os conhecimentos adquiridos teoricamente em sala devem proporcionar ao aluno a capacidade de conciliar o seu cotidiano à teoria de forma prática e pedagógica, evidenciando ideias, pensamentos e críticas.

Uma maneira de incentivar os alunos a participarem mais das aulas é tornar os experimentos didáticos mais próximos de sua realidade e cotidiano, implementando recursos e instrumentos tecnológicos na prática experimental, podendo ser esta totalmente experimental

como também observacional, propiciando uma exposição futuramente.

Mesmo porque, é interessante que a forma de linguagem utilizada em sala de aula seja proporcional ao contexto do aluno, principalmente quando se tem como finalidade a construção de novos pensamentos e conceitos.

Por fim, esperamos que este trabalho contribua de forma significativa para clarificar o quanto relevante é o ensino de astronomia para os alunos, onde se faz necessário o auxílio de uma metodologia diferenciada, no caso a astrofotografia, pensando sempre que esta deve ser garantia de um ensino aprendizagem de forma significativa.

REFERÊNCIAS

- [1] Ausubel, D. P., *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*, 1^a Ed. (Plátano Edições Técnicas, Lisboa, 2003) 219 pp.
- [2] A Teoria da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel. In: Masini, E. F. S., Moreira, M. A., *Aprendizagem Significativa: Condições de ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos*, 1^a Ed. (Vetor, São Paulo, 2008).
- [2] Araújo, M. S. T. & Abib, M. L. V. S., *Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes enfoques, diferentes finalidades*, Revista Brasileira de Ensino de Física **25**, 176-194 (2003).
- [3] Cunha, M. V., *Psicologia da Educação*, 2^a Ed. (DP & A, Rio de Janeiro, 2002).
- [4] Filho, K. De S. O. & Saraiva, M. De F. O., *Astronomia e Astrofísica*, 2^a Ed. (Livraria da Física, São Paulo, 2004) 557 pp.
- [5] Moreira, M. A., *Subsídios teóricos para o professor pesquisador em Ensino de Ciências: A Teoria da Aprendizagem Significativa*, (Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, 2009).
- [6] Neves, M. C. D. & Pereira, R. F., *Adaptando uma câmera fotográfica manual simples para fotografar o céu*, Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia RELEA **4**, 27-45 (2007).

Electronic electrical conductivity in n-type silicon



Abebaw Abun Amanu

Haramaya University, college of natural and computational science,
Department of physics, P. O. Box 138 Dire Dawa, Ethiopia

E-mail: meseret.abun@gmail.com

(Received 30 September 2014, accepted 26 May 2015).

Abstract

The electrical conductivity of n-type silicon depends on the doping concentration which varies from 10^{22} - $10^{26}/\text{m}^3$ at a given temperature 300°K where ionized impurity scattering is the dominant scattering mechanism. This work finds that the electrical conductivity of n-type silicon increases as the electron concentration increases as the result of doping. When the electron concentration increases, the Fermi energy increases from the result of the Fermi level increment.

Keywords: Doping concentration, Fermi energy, Electrical conductivity.

Resumen

La conductividad eléctrica del silicio de tipo n depende de la concentración de dopaje, la cual varía de 10^{22} - $10^{26}/\text{m}^3$ a una temperatura de 300°K , donde la dispersión de impurezas ionizadas es el mecanismo de dispersión dominante. Este trabajo demuestra que la conductividad eléctrica del silicio de tipo n, aumenta conforme la concentración de electrones aumenta como resultado de dopaje. Cuando aumenta la concentración de electrones, la energía Fermi aumenta como resultado del incremento del nivel Fermi.

Palabras clave: Concentración de dopaje, Energía de Fermi, Conductividad eléctrica.

PACS: 01.40.-d, 03.75.Lm,
9095

ISSN 1870-

I. INTRODUCTION

Semiconductors are materials at the heart of many electronic devices, such as transistors, switches, diodes, photovoltaic cells, etc. Silicon is widely used now a day with several applications in light emitting diodes, semiconductor lasers, microwaves lasers, and others specialized areas [1].

Semiconductor is a material that has a conductance value between that of an insulators and conductors. In addition, their resistance between them. They are only different from insulators because of conduction brought about by thermally generated charge carries (extrinsic conduction) called dopants in semiconductor devices only extrinsic conduction is desirable, the charge carries are electrons and holes [1].

By adding the right kind of dopants it is possible to make semiconductor materials, n-type materials and p-type materials. If such impurities contribute a significant fraction of the conduction band electrons and /or valance band holes, one speaks of an “extrinsic semiconductors” [3].

The objective of this research is:

To show the relationship between Fermi energy the electron concentration

To show the relationship between the electrical conductivity and the electron concentration

To derive the mathematical expression for electrical conductivity and to calculate the numerical values in n-type silicon for different doping concentrations in the range $10^{16}/\text{cm}^3$ - $10^{18}/\text{cm}^3$.

The physical significance of this research is to understand the electrical conductivity of the n-type silicon that has so many applications in the electronic world.

II. CONSTANT ENERGY SURFACES OF CONDUCTION ENERGY BAND STRUCTURE AND THE QUANTUM DENSITY OF STATES OF N-TYPE SILICON

The system under consideration is n-type silicon. There are six equivalent constant energy ellipsoids for electron in silicon. These are six equivalents energy minimum along the six {100} directions [3]. The constant energy surfaces as seen by the {100} plane through the center of the first Brillouin zone in p-space with axis of symmetry in the x-axis will have energy given by an expression of the form:

$$E = E_c + \frac{P_1^2}{2m_1^*} + \frac{P_2^2}{2m_2^*} + \frac{P_3^2}{2m_3^*}. \quad (1)$$

Where $m_1^* = m_l = 0.92m_0$ is the longitudinal effective mass and $m_2^* = m_3^* = m_T = 0.91m_0$ is the transverse effective mass. By adding appropriate transformation to anew P' coordinate system in which the constant energy surface because spherical. The energy can be expressed in the form:

$$E = E_c + \frac{P'^2}{2m_n^*}. \quad (2)$$

Where $m_n^* = (m_1^* m_2^{*2})^{\frac{1}{2}} M_v^{\frac{2}{3}}$ is the density of the states effective mass and $M_v = 6$ number of equivalent energy valleys. The number of quantum states in P-space in the energy range $E+dE$ is:

$$\rho(E) = \frac{8\sqrt{2}}{h^3} \pi m_n^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

If we measure energy from the bottom of conduction $E_c=0$, then $\rho(E)$ can be expressed as:

$$\rho(E) = \frac{8\sqrt{2}}{h^3} \pi m_n^{\frac{3}{2}} (E)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

III. FERMI DIRAC STATISTICS FOR N-TYPE SILICON

The number of states per unit volume between E and $E + dE$ in allowed band $\rho(E)dE$ can be calculated from the volume between E and dE in an allowed band, $\rho(E)dE$ can be calculated from the volume between E and dE in k-space divided by the volume of a single state in k-space. If the shape of the energy surface in the k-space is known for a given material, therefore, $\rho(E)dE$ can be calculated. If $f(E)$ is the probability that a state with energy E will be occupied states is given by an expression of the form:

$$n = \int_0^\infty f(E) \rho(E)dE. \quad (5)$$

Where n is the number of electrons in the conduction band, now the function (E) , the profanity that a state with energy E will be occupied, is just the Fermi distribution function.

For electron occupation of the conduction band, $f(E)$ can be expressed as:

$$f(E) = \frac{1}{\exp(\frac{E-E_f}{k_B T})+1}. \quad (6)$$

Where E_f is the Fermi energy:

To derive the number of electrons in the conduction band, use the above equations. Substitute Eq. (4) and Eq. (6) into Eq. (5), i.e.:

$$n = \int_0^\infty \left(\frac{1}{\exp(\frac{E-E_f}{K_B T})+1} \right) \left(\frac{8\sqrt{2}}{h^3} \pi m_n^{\frac{3}{2}} (E)^{\frac{1}{2}} \right) dE. \quad (7)$$

$$n = \left(\frac{8\sqrt{2}}{h^3} \pi m_n^{\frac{3}{2}} \right) \int_0^\infty \left(\frac{(E)^{\frac{1}{2}}}{\exp(\frac{E-E_f}{K_B T})+1} \right) dE. \quad (8)$$

In addition, the normalized electron concentration n_n is:

$$n_n = \frac{n}{10^{25}/m^3}. \quad (9)$$

We assume that the total mobile electron concentration in the conduction band is equal to donor concentration N_d that varies from 10^{22} - $10^{20}/m^3$ in our calculation.

IV. BOLTZMANN TRANSPORT EQUATIONS

The conductivity of a substance is determined by the concentration and mobility of charge carriers. The probability of electrons occupying a unit volume of phase space with the center at point(x, k) at the moment of time t is $f(x, k, t)$ [5]. That is to say $f(x, k, t)$ is the distribution function for no equilibrium state the distribution function will change with time, the nature of change being dependent on which process predominates; the change due to the action of the electric field (F), and as a result of charge carrier collision(C).

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_F + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C. \quad (10)$$

Where:

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{dk}{dt}. \quad (11)$$

Or

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{dv}{dt}. \quad (12)$$

$$= \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + a_x \frac{\partial f}{\partial v}. \quad (13)$$

For the present, we want to avoid excessive complications by means of relaxation time approximations for $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C$. The effect of collisions is always to restore a local equilibrium situation described by the distribution function $f_0(r, v, t)$. Let us further assume that if the electron distribution is distributed from the local equilibrium value f_0 , then the effect of the collision is simply to restore f to the local equilibrium value f_0 exponentially with a relaxation time τ which is the order of the time between electron collisions with ion, i.e.:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + a_x \frac{\partial f}{\partial v} = 0. \quad (14)$$

From the relations:

$$F_x = m_n^* a_x. \quad (15)$$

Substitute Eq. (3.6) into Eq. (3.5):

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{f_x}{m_n^*} \frac{\partial f}{\partial v_x}. \quad (16)$$

Where m_n^* is the effective mass of an electron.

From the general relation of the electrical force and the electric field, we get the below equation.

Where $e=1.6 \times 10^{-19} C$, electric charge and E_x is the electric field in the x-direction.

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{eE_x}{m_n^*} \frac{\partial f}{\partial v_x}. \quad (17)$$

For the steady state condition, the electron distribution is independent of time, i.e. $\frac{df}{dt} = 0$, Eq. (17) becomes:

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{eE_x}{m_n^*} \frac{\partial f}{\partial v_x} = - \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C. \quad (18)$$

Where in the relaxation time approximation:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C = \frac{f - f_0}{\tau}. \quad (19)$$

And

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{eE_x}{m_n^*} \frac{\partial f}{\partial v_x} = - \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_C = - \frac{f - f_0}{\tau}. \quad (20)$$

V. ELECTRON SCATTERING MECHANISM

There are different scattering mechanisms like acoustic phonon scattering, ionized impurity scattering, carrier-carrier scattering among others responsible for the resistivity of the material. Conwell and Weisskopf have calculated the rate of change of distribution function due to ionized impurity scattering by using the following assumptions:

- i. In the electron ionized impurity scattering only the direction of electrons changes
- ii. An electron gets scattered by a single ion at a time *i.e.* by the one which is closest to it at that particular instant of time.

Therefore one can express the number of electrons per unit volume per second into a solid angle $d\Omega'$ at θ', ϕ' as:

$$Nf(v, \theta, \Phi)\sigma(\theta, \theta')vd\Omega. \quad (21)$$

Where N is the number of electron per unit volume.

$Nf(v, \theta, \Phi)d\Omega$ is the number of electrons per unit volume with solid angle $d\Omega$.

$$\sigma(\theta, \theta') = \left(\frac{ze^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_d} \right) \frac{1}{\sin^4(\theta-\theta')/2}. \quad (22)$$

Electronic electrical conductivity in n-type silicon

Is the Rutherford scattering cross-section and v is the relative velocity between electron and ion and can be taken as electron velocity.

The Conwell and Weisskopf formula for ionized impurity relaxation time is:

$$\tau = \tau_0 \left(\frac{E}{K_B T} \right)^{\frac{3}{2}} = \tau_0 \varepsilon^{\frac{3}{2}}. \quad (23)$$

Where ε is the dimensionless kinetic energy. Among varies scattering mechanisms responsible for resistivity in the temperature range 77-300 K and for electron concentration, $n \geq 10^{24}/m^3$ the ionized impurity scattering is the dominant scattering mechanism. We shall use the above expression of relaxation time for ionized impurity scattering in subsequent sections to obtain the explicit expression for thermal conductivity.

VI. ELECTRICAL CONDUCTIVITY

Electrical conduction is transport processes resulting from the motion of charge carriers under the action of internal or external field. Conductivity of n-type silicon in which the conductivity is due to the excess electrons. Current is defined as the time rate at which charge is transported across a given surface in a direction normal to it, the current will depend on both number of charges free to move and the speeds at which they move. Electrical conduction takes place as a result of the motion of the free electrons under the action of an applied electric field [6].

VII. DERIVATION OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY

Current is defined as the time rate at which charge is transported across a given surface in a direction normal to it, the current will depend on both the number of charges free to move and the speeds at which they move.

The electrical current density is given by:

$$J_x = - \frac{2em_n^{*3}}{h^3} \iiint v_x f dv_y dv_z. \quad (24)$$

$$J_x = - \frac{2em_n^{*3}}{h^3} \iiint v_x f d^3v. \quad (25)$$

Where f can be expanded as $f = f_0 + v_x f_x$ to the first order approximation for weak/normal dc electric field.

$J_x = - \frac{2em_n^{*3}}{h^3} \iiint v_x (f_0 + v_x f_x) d^3v. \quad (26)$

$f_0 + v_x f_x \approx v_x f_x$, since no current flows in equilibrium, f_0 does not contribute to the electric field current. Thus:

$$J_x = - \frac{2em_n^{*3}}{h^3} \iiint v_x^2 f_x d^3v. \quad (27)$$

The Boltzmann transport equation in the presence of a d. c electric field E_x in the x direction is calculated by:

$$\frac{eE_x}{m_n^*} \frac{\partial}{\partial v_x} (f_0 + v_x f_x) = -\frac{f-f_0}{\tau} = -\frac{f_x v_x}{\tau}. \quad (28)$$

$\frac{\partial f}{\partial v_x} \approx \frac{\partial f_0}{\partial v_x}$, leaving the higher order terms in the expansion of f . From the above Eq. (28) relations:

$$\frac{eE_x}{m_n^*} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = -\frac{f_x v_x}{\tau}. \quad (29)$$

Then:

$$f_x = \frac{eE_x}{m_n^* v_x} \frac{\tau \partial f_0}{\partial v_x}. \quad (30)$$

Thus:

$$J_x = -\frac{2em_n^{*3}}{h^3} \iiint v_x^2 f_x d^3v. \quad (31)$$

By using solid angle relations:

$$d^3v = dv_x dv_y dv_z = v^2 \sin\theta d\theta d\phi dv. \quad (32)$$

Substitute this Eq. (32) into Eq. (30):

$$J_x = -\frac{2em_n^{*3}}{h^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty v_x^2 f_x (v^2 \sin\theta d\theta d\phi dv) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{2em_n^{*3}}{h^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \int_0^\infty v_x^2 f_x (v^2 \sin\theta d\theta dv) \\ &= -\frac{4em_n^{*3}}{h^3} \int_0^\pi \int_0^\infty v_x^2 f_x (v^2 \sin\theta d\theta dv). \end{aligned} \quad (34)$$

From the vector v and angle θ relations:

$$v_x = v \cos\theta. \quad (35)$$

Substitute Eq. (35) into Eq. (34):

$$\begin{aligned} J_x &= -\frac{4em_n^{*3}}{h^3} \int_0^\pi \int_0^\infty (v \cos\theta)^2 f_x (v^2 \sin\theta d\theta dv) \\ &= -\frac{4em_n^{*3}}{h^3} \int_0^\pi \int_0^\infty (v)^4 f_x \cos^2\theta \sin\theta d\theta dv. \end{aligned} \quad (36)$$

By using the relations of the above equations, we can drive the below equation.

$$\begin{aligned} J_x &= -\frac{4em_n^{*3}}{h^3} \int_0^\pi \int_0^\infty v^4 \left(\frac{eE_x \tau}{m_n^*} \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \cos^2\theta \sin\theta d\theta dv \quad (37) \\ &= -\frac{4em_n^{*3} E_x}{h^3} \int_0^\pi \int_0^\infty v^4 \left(\frac{e\tau}{m_n^*} \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \cos^2\theta \sin\theta d\theta dv. \end{aligned}$$

$$J_x = -\frac{4e^2 m_n^{*3} E_x}{h^3} \int_0^\pi \cos^2\theta \sin\theta d\theta \int_0^\infty v^4 \tau \frac{\partial f_0}{\partial E} dv \quad (38)$$

$$\int_0^\infty \cos^2\theta \sin\theta d\theta.$$

Using integration by substitution, we can integrate the above equation, i.e. let $\cos\theta = u$, then $-\sin\theta = du$.

Replacing the first thing in u , then:

$$\begin{aligned} &i.e. \left[-\frac{\cos^3\theta}{3} \right]_0^\pi \\ &= -\frac{1}{3} (\cos^3\pi - \cos^30) = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Then:

$$J_x = -\frac{8e^2 m_n^{*3} E_x}{3h^3} \int_0^\infty v^4 \tau \frac{\partial f_0}{\partial E} dv. \quad (39)$$

Substitute Eq. (23) into Eq. (39), then:

$$J_x = -\frac{8e^2 m_n^{*3} E_x}{3h^3} \int_0^\infty v^4 \tau \frac{3}{2} \frac{\partial f_0}{\partial E} dv. \quad (40)$$

From the relation of v and energy E:

$$d\left(\frac{1}{2} m_n^* v^2\right) = dE. \quad (41)$$

$$v m_n^* dv = dE, v dv = \frac{dE}{m_n^*}. \quad (42)$$

Substitute Eq. (42) into Eq. (40):

$$J_x = -\frac{8\pi e^2 m_n^{*3} E_x}{3h^3} \int_0^\infty v^3 \left(\tau_0 \varepsilon^{\frac{3}{2}} \right) \frac{\partial f_0}{\partial E} \left(\frac{dE}{m_n^*} \right). \quad (43)$$

$$\frac{1}{2} m_n^* v^2 = E, v^2 = \frac{2E}{m_n^*}, \text{ then, } v = \sqrt{\frac{2E}{m_n^*}}. \quad (44)$$

Substitute Eq. (44) into Eq. (43):

$$J_x = -\frac{8\pi e^2 m_n^{*3} E_x}{3h^3} \int_0^\infty \left(\frac{2E}{m_n^*} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\tau_0 \varepsilon^{\frac{3}{2}} \right) \frac{\partial f_0}{\partial E} dE. \quad (45)$$

$$= -\frac{16\sqrt{2} \pi e^2 m_n^{*3} E_x \tau_0}{3h^3 m_n^{\frac{5}{2}}} \int_0^\infty E^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \frac{\partial f_0}{\partial E} dE. \quad (46)$$

Change all the energies that are the equation becomes dimensionless kinetic energy of an electron.

$$\varepsilon = \frac{E}{K_B T}, E = \varepsilon K_B T. \quad (47)$$

Substitute Eq. (47) into Eq. (46):

$$J_x = -\frac{16\sqrt{2} \pi e^2 m_n^{\frac{1}{2}} E_x \tau_0}{3h^3} \int_0^\infty (\varepsilon K_B T)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \frac{\partial f_0}{\partial (\varepsilon K_B T)} d(\varepsilon K_B T). \quad (48)$$

$$J_x = -\frac{16\sqrt{2} \pi e^2 m_n^{\frac{1}{2}} E_x \tau_0}{3h^3} \int_0^\infty (\varepsilon K_B T)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon. \quad (49)$$

$$J_x = \frac{16\sqrt{2}\pi e^2 m_n^{*2} E_x \tau_0}{3h^3} \int_0^\infty (\varepsilon K_B T)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right). \quad (50)$$

By using integration by parts we can solve the above complex mathematical equation. So:

$$\int_0^\infty \varepsilon^3 \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right). \quad (51)$$

$$\int dv = \int -\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon, v = f_0, \\ \text{and, } u = \varepsilon^3, \text{ and } du = 3\varepsilon^2 d\varepsilon \quad (52)$$

$$uv - \int vdu = [-\varepsilon^3]_0^\infty + 3 \int_0^\infty f_0 \varepsilon^2 d\varepsilon$$

$$= 0 + 3 \int_0^\infty f_0 \varepsilon^2 d\varepsilon.$$

By substituting:

$$f_0 = \frac{1}{1 + \exp(\varepsilon + \varepsilon_f)} \\ = 3 \int \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}. \quad (53)$$

Finally:

$$J_x = -\frac{16\sqrt{2}\pi e^2 m_n^{*2} E_x \tau_0^3 (K_B T)^{\frac{3}{2}}}{3h^3} 3 \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}. \quad (54)$$

$$J_x = -\frac{16\sqrt{2}\pi e^2 m_n^{*2} E_x \tau_0^3 (K_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}. \quad (55)$$

From the general relation of $J_x = \sigma_x E_x$

$$\sigma_x = \frac{J_x}{E_x}. \quad (56)$$

$$\sigma_x = \frac{16\sqrt{2}\pi e^2 m_n^{*2} \tau_0^3 (K_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}. \quad (57)$$

$$\sigma_x = \frac{8\sqrt{2}\pi e^2 m_n^{*2} \tau_0^3 (K_B T)^{\frac{3}{2}} (2e^2 \tau_0)}{h^3 m_n^*} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}. \quad (58)$$

Substitute Eq. (8) into Eq. (58), i.e.:

$$\sigma_x = \frac{2ne^2 \tau_0}{\int_0^\infty \frac{(\varepsilon)^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}} (m_n^{*2}) \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}. \quad (59)$$

$$\sigma_x = \frac{2ne^2 \tau_0}{m_n^*} \frac{\int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}}{\int_0^\infty \frac{(\varepsilon)^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)}}. \quad (60)$$

Electronic electrical conductivity in n-type silicon

$$\sigma_x^d = \frac{\sigma_x}{\frac{ne^2 \tau_0}{m_n^*}} = \frac{2F_2(\varepsilon_f)}{F_1(\varepsilon_f)}. \quad (61)$$

This Eq. (61) is known as the normalized electrical conductivity.

VIII. NUMERICAL CALCULATION OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY

To calculate numerical values of the normalized Fermi energy ε_f and the dimensionless electrical conductivity σ_x^d for the given electron concentration, use the formula for electron concentration.

$$n = \left(\frac{8\pi m_n^{*2} \sqrt{2}}{h^3} \right) \int_0^\infty \left((K_B T)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{E}{K_B T} \right)^{\frac{1}{2}} (K_B T) \frac{d\left(\frac{E}{K_B T} \right)}{\exp\left(\frac{E - E_f}{K_B T} \right) + 1} \right). \quad (62)$$

Where

$$T = 300^0 K, m_n^* = 1.18m_0$$

Whit

$m_0 = 9.11 \times 10^{-31} kg$, and $\varepsilon = \frac{E}{K_B T}$ is the dimensionless kinetic energy.

$$n = \left(\frac{8\pi m_n^{*2} \sqrt{2}}{h^3} \right) \int_0^\infty \left((K_B T)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)} \right). \quad (63)$$

$$n = \left(\frac{8\pi m_n^{*2} \sqrt{2}}{h^3} \right) (K_B T)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \left(\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)} \right). \quad (64)$$

By substituting the numerical values of the constants, will got:

$$= 3.62 \int_0^\infty \left(\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)} \right), \\ F_p(\varepsilon_f) = \int_0^\infty \left(\varepsilon^p \frac{d\varepsilon}{1 + \exp(\varepsilon - \varepsilon_f)} \right). \quad (65)$$

This integral is known as Fermi integral.

To get the dimensionless Fermi energy using the given value of normalized electron concentration those are shown in Table I.

Using Equation (9) for normalized doping concentration n_n and the integral Equation (64). The integral Equation (64) for electron concentration is difficult to evaluate because the normalized Fermi energy ε_f is unknown.

By using iteration method in such a way that for a given arbitrary value of ε_f the left side of the integral Equation (64) can be evaluated by using a Mathematica 5.1 software program. The value of the normalized electron concentration obtained by this numerical calculation will be compared with the known initial value $n_n = 0.04628$. I

continue my calculation until I get the precise value of the normalized Fermi energy ε_f corresponding to the given normalized electron concentration $n_n = 0.04626$.

Therefore, I get the value on the right side of Eq. (64) which must be approximately equals to the value of n_n on the left side of Eq. (64) with an error in the order of 10^{-3} . This iteration method is used again to get the other values of the normalized Fermi energy ε_f corresponding to the given electron concentration n_n in the table. These values are used to calculate dimensionless electrical conductivity σ_x^d corresponding to the given value of the normalized electron concentration n_n as shown in the below table.

TABLE I.

Normalized electron concentration (n_n)	Dimensionless Fermi energy	Normalized electrical conductivity
0.0462845	-4.23354	4.528399
0.12039	-3.26945	4.55227
0.1605	-2.97748	4.565182
0.240398	-2.56469	4.590962
0.5095	-1.80185	4.675266
0.750925	-1.36966	4.756477
1.0009	-1.05497	4.837995
1.50085	-0.59533	5.002002
2.0008	-0.25354	5.167141
2.50075	0.023557	5.333409
3.0007	0.259635	5.500866
3.50065	0.46734	5.669359
4.0006	0.65422	5.838826
4.50055	0.825143	6.009266
5.0005	0.983438	6.180707
5.50045	1.131475	6.352981
6.0004	1.27101	6.526144
6.50035	1.403375	6.700136
7.0003	1.529607	6.874981
7.50025	1.65025	7.050141
8.0002	1.766795	7.226896
8.50015	1.878955	7.407064
9.0001	1.987462	7.581702
9.50005	2.092687	7.760182
10	2.19496	7.939213

IX. ANALYSIS AND DISCUSSION ON THE RESULT

The numerical values are used to draw the graph of normalized Fermi energy ε_f vs. normalized electron concentration n_n .

Again, the numerical values are used to draw the graph of dimensionless electrical conductivity (σ_x^d) vs. normalized electron concentration n_n .

When we see the first graph, the normalized Fermi energy increases as the doping concentration or the normalized electron concentration n_n increases.

When we increase the normalized electron concentration, by doping it from time to time, the Fermi energy level increases with it.

We get negative Fermi energy when the location of the Fermi level is below the bottom of the conduction band and a positive Fermi energy when the location of the Fermi level is above the bottom of the conduction band.

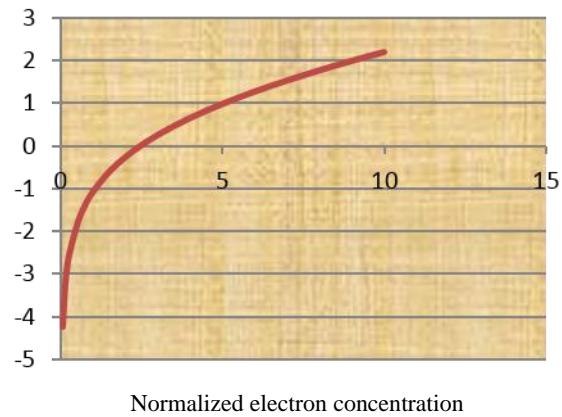


FIGURE 1. Dimensionless Fermi energy vs. normalized electron concentration.

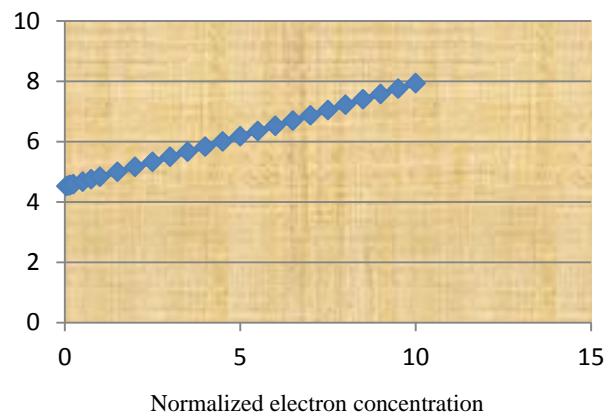


FIGURE 2. Normalized electrical conductivity vs. normalized electron concentration.

The graph of normalized electrical conductivity (σ_x^d) vs. normalized electron concentration n_n shows that the electrical conductivity of the semiconductor increases by increasing the electron concentration in the conduction band as a result of doping.

REFERENCES**X. CONCLUSION**

In this research, investigation of how the electrical conductivity of n-type silicon depends on the doping concentration which varies from 10^{22} - $10^{26}/\text{m}^3$ at a given temperature 300°K where ionized impurity scattering is the dominant scattering mechanism.

The paper found that the electrical conductivity of n-type silicon increases as the electron concentration increases, the Fermi energy increases from the result of the Fermi level increases.

- [1] Warnes, L., *Electronic and electrical engineering: Principles and practice*, (Palgrave Macmillan, New York, 1995).
- [2] Maheshwari, L. K. & Anand, M. M. S., *Laboratory manual for introductory electronic experiments*, (New Age International, New Delhi, 2000).
- [3] Ascroft, N. W. & Mermin, D., *Solid state physics*, (Brooks Cole, Boston, 1976).
- [4] Floyd, T. L. & Buchla, D. M., *Electronics fundamentals: Circuits, devices & applications*, 4th Ed. (Pearson education limited, Harlow, 1998).
- [5] Reif, F., *Foundamental of statistical and thermal physics*, (Mac Graw Hills, Boston, 1985).
- [6] Adler, R. B., Smith, A. C. & Longini, R. L., *Introduction to semiconductor physics*, (John Wiley & Sons, New York, 1964).

Coexistence of spin density wave and superconductivity in $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$



Gebremeskel Tekle¹, Gebregziabher Kahsay²

¹Department of Physics, Hawasa University, Ethiopia.

²Department of Physics, Science College, Bahir Dar University, Ethiopia.

E-mail: michige_90@yahoo.com

(Received 21 May 2014; accepted 30 March 2015)

Abstract

The relationship between the spin density wave (SDW) and superconductivity is a central topic in the research on the FeAs-based high TC superconductors. In this research work, the theoretical investigation of the coexistence of spin density wave and superconductivity in $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ has been made. By developing a model Hamiltonian for the system and using quantum field theory Green function formalism, we have found mathematical expressions for superconducting transition temperature (T_c), spin density wave transition temperature (T_{sdw}), superconductiviting order parameter (Δ_{sc}) and spin density wave order parameter (Δ_{sdw}). The phase diagrams of superconducting transition temperature versus superconductiviting order parameter and spin density wave transition temperature versus spin density wave order parameter have been plotted. By combining the two phase diagrams, we have obtained a phase diagram which shows the possible coexistence of spin density wave and superconductivity in $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$.

Keywords: Spin density wave, Superconductivity, Spin density wave order parameter, Superconductivity order parameter, Coexistence of spin density wave, Superconductivity.

Resumen

La relación entre la onda de densidad de espín (SDW) y la superconductividad es un tema central en la investigación sobre los superconductores de alta TC basados en FeAs. En este trabajo se ha realizado la investigación teórica de la coexistencia de onda de densidad de espín y la superconductividad en $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$. Mediante el desarrollo de un modelo de Hamilton para el sistema y el uso de la teoría del campo cuántico en función formalismo de Green, hemos encontrado expresiones matemáticas para la temperatura de transición superconductora (T_c), para la temperatura de transición de la densidad de onda del espín (T_{sdw}), para el parámetro de orden de la superconductividad (Δ_{sc}) y el parámetro de densidad de onda del espín (Δ_{sdw}). Se elaboraron los diagramas de fase de la temperatura de transición superconductora contra el parámetro de orden de la superconductividad y la temperatura de transición de la densidad de espín contra el parámetro de orden de la densidad de onda del espín. Mediante la combinación de los dos diagramas de fase, hemos obtenido otro diagrama de fase que muestra la posible coexistencia de onda de densidad del espín y la superconductividad del $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$.

Palabras clave: Densidad de onda del espín, Superconductividad, Parámetros de orden de la densidad de onda de espín, Parámetros para la superconductividad, Coexistencia de densidad de onda del espín y la superconductividad.

PACS: 74.70.-b, 74.70.Xa

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Superconductivity is a phenomenon which is manifested by certain conductors that demonstrate no resistance to the flow of currents. Superconductors also exhibit strong diamagnetism which expel magnetic fields from their interior. The first widely accepted theoretical formulation of conventional superconductivity was forwarded in 1957 by John Bardeen, Leon Cooper and John Schrieffer which is nowadays known as the BCS theory. The BCS theory explains superconductivity at temperatures close to absolute zero for some elements and alloys. However, at higher

temperatures and with different superconducting systems, the BCS theory has subsequently became inadequate to explain how superconductivity occurs [1]. The decade of 1980 were years of unrivaled discovery in the field of superconductivity. In 1964, Bill Little had suggested the possibility of organic or Carbon-based superconductors [2].

The first of these superconductors was successfully synthesized in 1980 by Klaus Bechgaard and three French team members [2]. In 1986, a discovery was made in the field of high temperature superconductors. Alex Muller and George Bednorz discovered a brittle ceramic compound that superconducts at a temperature of about 36K [3].

In 1997 researchers found that, at a temperature very near to the absolute zero, alloys of gold and indium were both superconductors and a natural magnet.

The Spin Density Wave (SDW) state is a kind of antiferromagnetic state with the electronic spin density forming a static wave. It occurs at low temperature in anisotropic low dimensional materials.

Spin density wave (SDW) couples to the spin. It refers to the periodic modulation of spin density with a period (T) determined by the Fermi wave number [4].

The density varies perpendicularly as a function of position with no net magnetization in the entire volume. In the normal state, the density $\rho_{\uparrow}(r)$ of electron spins polarized upward with respect to any quantization axis is completely deleted by $\rho_{\downarrow}(r)$ of downward polarized spins. Therefore, their difference is finite and modulate in space as a function of the position vector in the spin density wave state [5].

$\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ superconductivity was observed up to a maximum critical temperature of, $T_c=25\text{K}$ [6, 7]. This compound is known as Ba-122.

There are two major families of FeAs superconductors that have been investigated as REOFeAs systems, broadly termed as 1111 compounds [8], where RE is rare-earth and the two layered AFe₂As₂ systems, termed as the 122 compounds [9], where A stands for an alkaline earth elements such as Ca, Sr, Ba or the divalent rare earth metals.

Like in oxypnictides, the crystal structure is layered and formed by edge sharing FeAs4/4 tetrahedrons with covalent bonding, interlaced by the layers of Ba^{2+} sheets perpendicular to 001 instead of (La-O) layers for LaOFeAs.

Like oxypnictides, the interlayer bonding is ionic. The metal-metal bonding within the layers plays an important role in the properties of ThCr₂Si₂ type structure.

The iron atoms are in the Fe^{2+} state ($3d^6$) the d-shell is more than half filled and Fe-Fe antibonding states should be at least partially occupied. The distance between the nearest Fe atoms within FeAs layers is also significantly smaller in AFe₂As₂ as compared to the LaOFeAs system.

The superconductivity of AFeAs based superconductors are not associated with oxygen layers but it does not break the monopoly of cuprates which means it does not contain oxygen. The differences between the two systems regarding structural and magnetic transition are in oxypnictide both the structural and magnetic transition occur at different temperatures.

The magnetic transition occurs between 10K and 20K lower than the structural transition while in AFe₂As₂ compounds, it is found coupled and for same transition temperature [10].

II. THEORETICAL MODEL SYSTEM HAMILTONIAN

We consider the following model hamiltonian:

$$H = \sum_{k'\sigma} \varepsilon_k c_{k'\sigma}^\dagger c_{k'\sigma} + \Delta_{sc} \sum_k \{c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger + c_{-k\downarrow} c_{k\uparrow}\} \\ + \Delta_{sdw} \sum_{k'q} \{c_{(k'+q)\uparrow}^\dagger c_{k'\downarrow} + c_{k'\downarrow}^\dagger c_{(k'+q)\uparrow}\}, \quad (1)$$

where the first term is the hamiltonian of the free charge carriers (H_0), the second and the third terms denote the superconducting state (H_{sc}) and the spin density wave state (H_{sdw}) respectively.

The superconducting state order parameter (Δ_{sc}) and spin density wave order parameter (Δ_{sdw}) are expressed as:

$$\Delta_{sc} = V \sum_k \langle c_{-k\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow} \rangle.$$

$$\Delta_{sdw} = U \sum_k \langle c_{k\uparrow}^\dagger c_{(k-q)\downarrow} \rangle.$$

Where $c_{k,\sigma}^\dagger$ ($c_{k,\sigma}$) are creation (annihilation) fermion operators.

Now, let us define:

$$G_{k'k}^{\uparrow\uparrow} = \langle\langle c_{k\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} \rangle\rangle.$$

Thus, the equation of motion becomes:

$$\omega \langle\langle c_{k\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} \rangle\rangle = \langle\langle [c_{k\uparrow}, c_{k\uparrow}^\dagger] + \langle\langle [c_{k\uparrow}, H], c_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle \rangle\rangle. \quad (2)$$

Using the anticommutation relation for creation (annihilation) operators, we get:

i) For the free electron case, we have:

$$[c_{k\uparrow}, H_0] = \varepsilon_k c_{k\uparrow}. \quad (3)$$

ii) For the superconducting part:

$$[c_{k\uparrow}, H_{sc}] = \Delta_{sc} c_{-k\downarrow}^\dagger. \quad (4)$$

iii) Similarly for the SDW part, we get:

$$[c_{k\uparrow}, H_{sdw}] = \Delta_{sdw} c_{(k-q)\uparrow}^\dagger. \quad (5)$$

Substituting Equations (3), (4) and (5), into Equation (2), we get:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{k\uparrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{1}{\omega - \varepsilon_k} \{1 + \Delta_{sc} \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ &+ \Delta_{sdw} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Similarly, employing the same method as above, we get:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{1}{\omega + \varepsilon_k} \{\Delta_{sc} \langle\langle c_{k\uparrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ &- \Delta_{sdw} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle\}. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \\ &- \frac{1}{\omega - \varepsilon_{k-q}} \{-\Delta_{sc} \langle\langle c_{(k-q)\uparrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle + \Delta_{sdw} \langle\langle c_{k\uparrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle\}. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{1}{\omega + \varepsilon_{k-q}} \{\Delta_{sc} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ &+ \Delta_{sdw} \langle\langle c_{-k\uparrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Now substituting Equations (6) and (9) into Equation (7), we get:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle - \left\{ \frac{\Delta_{sc} \Delta_{sdw} \alpha}{\chi} \right\} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\downarrow}^+ \rangle\rangle \\ = \frac{\Delta_{sc} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi}. \end{aligned} \quad (10)$$

Where:

$$\alpha = \omega + \varepsilon_{k-q} + \omega - \varepsilon_k.$$

And:

$$\begin{aligned} \chi &= (\omega^2 - \varepsilon_k^2)(\omega + \varepsilon_{k-q}) - \{\Delta_{sc}^2(\omega + \varepsilon_{k-q}) \\ &+ \Delta_{sdw}^2(\omega - \varepsilon_k)\}. \end{aligned}$$

Similarly, substituting Equations (6) and (9) into Equation (8), we get:

$$\begin{aligned} \frac{-\Delta_{sc} \Delta_{sdw} \alpha}{\chi} \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\downarrow}^+ \rangle\rangle + \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ = \frac{\Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi}. \end{aligned} \quad (11)$$

Coexistence of spin density wave and superconductivity in BaFe_{2-x}Co_xAs₂
Let M and R be the matrices representation of the system of the linear equation.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw}}{\chi} \\ \frac{-\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw}}{\chi} & 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

$$R = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{sc} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi} \\ \frac{\Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

The determinant of Equation (13) is given by:

$$\det M = \frac{\chi^2 - (\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw})^2}{\chi^2}. \quad (14)$$

Substituting, the first column of matrix M by the column of matrix R and denoting the new matrix by M_1 such that:

$$M_1 = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{sc} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi} & -\frac{\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw}}{\chi} \\ \frac{\Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi} & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

The determinant of Equation (16) is given by:

$$\det M_1 = \frac{\chi \Delta_{sc} (\omega + \varepsilon_{k-q}) + \alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw}^2 (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi^2}. \quad (16)$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\Delta_{sc} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi} \\ \frac{-\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw}}{\chi} & \frac{\Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

The determinant of M_2 becomes:

$$\det M_2 = \frac{\chi \Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q}) + \alpha \Delta_{sc}^2 \Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi^2}. \quad (18)$$

Using Equations (16) and (18), we can determine the value of $\langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle$ as follows:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{\det M_1}{\det M} \\ &= \frac{\chi \Delta_{sc} (\omega + \varepsilon_{k-q}) + \alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw}^2 (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi^2 - (\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw})^2}. \end{aligned}$$

From which get:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{-(\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})}{(\omega^2 - \varepsilon_k^2) - (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})}{(\omega^2 - \varepsilon_k^2) - (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2} \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Using Equations (14) and (18), we can determine the value of $\langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle$ as follows:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{\det M_2}{\det M} = \\ \frac{\chi \Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q}) + \alpha \Delta_{sc}^2 \Delta_{sdw} (\omega + \varepsilon_{k-q})}{\chi^2 - (\alpha \Delta_{sc} \Delta_{sdw})^2}. \end{aligned}$$

From which we get:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{(k-q)\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}}{(\omega^2 - \varepsilon_k^2) - (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta_{sc} - \Delta_{sdw}}{(\omega^2 - \varepsilon_k^2) - (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2} \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

A. The order parameter of superconductivity

The superconducting order parameter (Δ_{sc}) can be obtained using:

$$\Delta_{sc} = \frac{V}{\beta} \sum_k \langle\langle c_{-k\downarrow}^+ c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle, \quad (21)$$

where $\beta = (k_B T)^{-1}$ and k_B is the Boltzmann constant.

Substituting Equation (19) into Equation (21), we get:

$$\begin{aligned} \Delta_{sc} &= \frac{V}{2\beta} \sum_{k,n} \left\{ \frac{-(\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})}{(\omega_n^2 - \varepsilon_k^2) - (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})}{(\omega_n^2 - \varepsilon_k^2) - (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2} \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Where ω_n is the Matsubara frequency, which is given by:

$$\omega_n = \sum_n \frac{\pi(2n+1)}{\beta}. \quad (23)$$

Substituting Equation (23) into Equation (22), we obtain:

$$\begin{aligned} \Delta_{sc} &= \frac{V}{2\beta} \sum_{n,k} \left\{ \frac{-(\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})}{(\pi(2n+1))^2 - \beta^2(\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})}{(\pi(2n+1))^2 - \beta^2(\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2)} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

By changing the summation into integration and by introducing the density of states, $N(0)$, Equation (24) can be expressed as:

$$\begin{aligned} \Delta_{sc} &= \beta V N(0) \sum_n \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta\varepsilon)^2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\Delta_{sc} - \Delta_{sdw}}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta\varepsilon')^2} \right\} d\varepsilon. \end{aligned} \quad (23)$$

Where:

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2.$$

$$\varepsilon'^2 = \varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2.$$

Now, let us define:

$$\tanh(\beta\varepsilon/2) / 2\beta\varepsilon = \sum_n \frac{1}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta\varepsilon)^2}. \quad (26)$$

And:

$$\tanh(\beta\varepsilon'/2) / 2\beta\varepsilon' = \sum_n \frac{1}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta\varepsilon')^2}. \quad (27)$$

Using Equations (26) and (27) in Equation (25), we get:

$$\Delta_{sc} = \beta V N(0) \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}) \tanh(\beta\varepsilon/2) / 2\beta\varepsilon \right. \\ \left. + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw}) \tanh(\beta\varepsilon'/2) / 2\beta\varepsilon' \right\} d\varepsilon. \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{\lambda} &= \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ (1 + \frac{\Delta_{sdw}}{\Delta_{sc}}) \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}} \right. \\ &\quad \left. + (1 - \frac{\Delta_{sdw}}{\Delta_{sc}}) \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2}} \right\} d\varepsilon. \end{aligned} \quad (29)$$

Where $\lambda = VN(0)$.

Let I_1 and I_2 be defined by:

$$I_1 = \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ (1 + \frac{\Delta_{sdw}}{\Delta_{sc}}) \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}} \right\} d\varepsilon. \quad (30)$$

And

$$I_2 = \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ 1 - \frac{\Delta_{sdw}}{\Delta_{sc}} \right\} \frac{\tan h(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} - \Delta_{sdw})^2}} d\varepsilon. \quad (31)$$

As $T \rightarrow T_c$, $\Delta \rightarrow 0$ thus Equation (30) becomes:

$$I_1 = \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\tan h(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}} \right\} d\varepsilon. \quad (32)$$

Using Laplace transform, Equation (32) can be expressed as:

$$L_1 = \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\tan h(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}} d\varepsilon$$

$$-2\beta^3 \Delta_{sdw}^2 \int_0^{\hbar\omega_F} d\varepsilon \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(\pi(2n+1))^4 (1 + (\beta\varepsilon/\pi(2n+1))^2)}. \quad (33)$$

Using integration by parts, the first integral of Equation (33) can be integrated and obtain,

$$L_2 = \ln x - \ln(\pi/4\gamma), \quad (34)$$

where $\gamma = 1.78$ and is the Euler's constant.

Finally we get:

$$L_2 = \ln(1.13\beta\hbar\omega_F). \quad (35)$$

Let the second part of Equation (35) be given by:

$$L_3 = -2\beta^3 \Delta_{sdw}^2 \int_0^{\hbar\omega_F} d\varepsilon \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(\pi(2n+1))^4 (1 + (\beta\varepsilon/\pi(2n+1))^2)}. \quad (36)$$

From which we get:

$$L_3 = \frac{-4\beta^2 \Delta_{sdw}^2}{\pi^3} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+y^2)^2} dy. \quad (37)$$

Employing the laws series and Zeta function, Equation (37) becomes:

$$L_3 = \frac{-7\Delta_{sdw}^2 \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (38)$$

From the second part of Equation 30, we get:

$$I_4 = \int_0^{\hbar\omega_F} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta_{sdw}}{\Delta_{sc}} \frac{\tan h(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}} d\varepsilon. \quad (39)$$

Using L'Hopital's rule which is evaluated at the superconducting order parameter, Equation (39) becomes:

$$I_4 = \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sdw}^2 \operatorname{sech}^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{2\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}} d\varepsilon. \quad (40)$$

Using trigonometric definitions Equation (40) becomes:

$$I_4 = \left[\int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\beta\Delta_{sdw}^2}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} - \frac{\beta\Delta_{sdw}^2 \tan h(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} \right\} d\varepsilon \right]. \quad (41)$$

The first part of Equation (41) can be evaluated using substitution method, such that:

$$Q = \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sdw}^2}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} d\varepsilon. \quad (42)$$

Let:

$$\varepsilon_k = \Delta_{sdw} \tan \gamma,$$

$$\Rightarrow d\varepsilon_k = \Delta_{sdw} \gamma \sec^2 d\gamma.$$

Thus, Equation (42) becomes:

$$Q = \frac{\beta\Delta_{sdw}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sdw}} \right\}. \quad (43)$$

Now, from Equations (41) and (43), we get:

$$L_4 = \frac{\beta\Delta_{sdw}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sdw}} \right\}$$

$$- \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sdw}^2 \tan h^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} d\varepsilon. \quad (44)$$

Using Equations (35), (38) and (41) in Equation (30), we get:

$$I_1 = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F - \frac{7\Delta_{sdw}^2 \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2} + \frac{\beta\Delta_{sdw}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sdw}} \right\}$$

$$- \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sdw}^2 \tan h^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} d\varepsilon. \quad (45)$$

Equation (31) can be computed by employing similar method as for Equation (30) and obtain:

$$I_2 = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F - \frac{7\Delta_{sdw}^2 \zeta(3)}{8\pi^2} + \frac{\beta\Delta_{sdw}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sdw}} \right\}$$

$$- \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sdw}^2 \tan h^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} d\varepsilon. \quad (46)$$

Using Equations (45) and (46) in Equation (29) we get:

$$\frac{1}{\lambda} = \ln 1.13 \beta \hbar \omega_F - \frac{7 \Delta_{sdw}^2 \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2} + \frac{\beta \Delta_{sdw}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar \omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar \omega_F - \Delta_{sdw}} \right\} \\ - \int_0^{\hbar \omega_F} \frac{\beta \Delta_{sdw}^2 \tanh^2(\beta \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2)} d\varepsilon. \quad (47)$$

Neglecting the second and the fourth terms in Equation (47), we get:

$$\frac{1}{\lambda} = \ln 1.13 \beta \hbar \omega_F + \frac{\beta \Delta_{sdw}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar \omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar \omega_F - \Delta_{sdw}} \right\}. \quad (48)$$

Let:

$$b = \frac{\beta}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar \omega_F + \Delta_{sdw}}{\hbar \omega_F - \Delta_{sdw}} \right\}. \quad (49)$$

Thus, using Equation (49) in Equation (48) and rearranging, the superconducting transition temperature (T_c) can be expressed as:

$$T_c = \frac{1.13 \hbar \omega_F}{k_B} \exp \left(-\frac{b \Delta_{sdw}}{\lambda} \right). \quad (50)$$

B. The order parameter of spin density wave (Δ_{sdw})

The order parameter of spin density wave can be expressed as:

$$\Delta_{sdw} = \frac{U}{\beta} \sum_k \langle\langle C_{(k-q)\downarrow} C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle. \quad (51)$$

Substituting Equation (20) into Equation (51) we get:

$$\Delta_{sdw} = \frac{U \beta}{2} \sum_{n,k} \left\{ \frac{\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}}{(\pi(2n+1))^2 - \beta^2 \{ \varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2 \}} \right. \\ \left. + \frac{\Delta_{sdw} - \Delta_{sc}}{(\pi(2n+1))^2 + \beta^2 \{ \Delta_{sdw} - \Delta_{sc} \}^2} \right\}. \quad (52)$$

$$\Delta_{sdw} = -\beta U N(0) \sum_n \int_0^{\hbar \omega_F} \left\{ \frac{\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}}{(\pi(2n+1))^2 + \beta^2 \{ \varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2 \}} \right. \\ \left. + \frac{\Delta_{sdw} - \Delta_{sc}}{(\pi(2n+1))^2 + \beta^2 \{ \varepsilon_k^2 - (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2 \}} \right\} d\varepsilon. \quad (53)$$

The sum may be changed into an integral by introducing the density of states, $N(0)$ as was done above and obtain:

$$\Delta_{sdw} = -\beta U N(0) \sum_n \int_0^{\hbar \omega_F} \left\{ \frac{\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta \varepsilon)^2} \right. \\ \left. + \frac{\Delta_{sdw} - \Delta_{sc}}{(\pi(2n+1))^2 (\beta \varepsilon')^2} \right\} d\varepsilon. \quad (54)$$

Where:

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2.$$

$$\varepsilon'^2 = \varepsilon_k^2 + (\Delta_{sdw} - \Delta_{sc})^2.$$

Now let us define:

$$\tanh(\beta \varepsilon / 2) / 2\beta \varepsilon = \sum_n \frac{1}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta \varepsilon)^2}. \quad (55)$$

$$\tanh(\beta \varepsilon' / 2) / 2\beta \varepsilon' = \sum_n \frac{1}{(\pi(2n+1))^2 + (\beta \varepsilon')^2}. \quad (56)$$

Using Equations (55) and (56) in Equation (54), we get:

$$\Delta_{sdw} = -\beta U N(0) \int_0^{\hbar \omega_F} \left\{ (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw}) \tanh(\beta \varepsilon / 2) / 2\beta \varepsilon \right. \\ \left. + (\Delta_{sdw} - \Delta_{sc}) \tanh(\beta \varepsilon' / 2) / 2\beta \varepsilon' \right\} d\varepsilon.$$

From which we get:

$$\frac{2}{\lambda'} = \int_0^{\hbar \omega_F} \left\{ \left(-1 + \frac{\Delta_{sc}}{\Delta_{sdw}} \right) \frac{\tanh(\beta \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2} / 2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}} \right. \\ \left. - \left(1 - \frac{\Delta_{sc}}{\Delta_{sdw}} \right) \frac{\tanh(\beta \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sdw} - \Delta_{sc})^2} / 2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sdw} - \Delta_{sc})^2}} \right\} d\varepsilon. \quad (58)$$

Where $\lambda' = UN(0)$

Let J_1 and J_2 be the integrals defined by:

$$J_1 = \int_0^{\hbar \omega_F} \left\{ \left(-1 + \frac{\Delta_{sc}}{\Delta_{sdw}} \right) \frac{\tanh(\beta \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2} / 2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}} \right\} d\varepsilon. \quad (59)$$

And:

$$J_2 = - \int_0^{\hbar \omega_F} \left\{ \left(1 - \frac{\Delta_{sc}}{\Delta_{sdw}} \right) \frac{\tanh(\beta \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sdw} - \Delta_{sc})^2} / 2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sdw} - \Delta_{sc})^2}} \right\} d\varepsilon. \quad (60)$$

As $T \rightarrow T_{sdw}$, $\Delta_{sdw} \rightarrow 0$, then the first integral of Equation (59) becomes:

$$H_1 = - \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\tanh(\beta\sqrt{\{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2\}/2})}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}} \right\} d\varepsilon. \quad (61)$$

Using Laplace transform, Equation (61) becomes:

$$H_1 = \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}} d\varepsilon - 2\beta^3\Delta_{sc}^2 \int_0^{\hbar\omega_F} d\varepsilon \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(\pi(2n+1))^4 \{1 + (\frac{\beta\varepsilon}{\pi(2n+1)})^2\}}. \quad (62)$$

The first integral of Equation (62) can be integrated by using integration by parts and obtain:

$$H_2 = -\ln 1.13\beta\hbar\omega_F. \quad (63)$$

The second integral of Equation (62) can be integrated and obtain:

$$H_3 = \frac{4\beta^3\Delta_{sc}^2}{\pi^3} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+y^2)^2} dy. \quad (64)$$

Using the laws series and Zeta function, Equation (64) becomes:

$$H_3 = \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (65)$$

Furthermore, the second integral of Equation (59) can be solved as follows:

$$H_4 = \int_0^{\hbar\omega_F} \lim_{\Delta_{sdw} \rightarrow 0} \frac{\Delta_{sc}}{\Delta_{sdw}} \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_{sc} + \Delta_{sdw})^2}} d\varepsilon. \quad (66)$$

Using L'Hopital's rule, we get:

$$H_4 = - \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sc}^2 \operatorname{sech}^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} d\varepsilon. \quad (67)$$

Using trigonometric definition Equation (67) becomes:

$$H_4 = - \left[\int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\beta\Delta_{sc}^2}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} - \frac{\beta\Delta_{sc}^2 \tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} \right\} d\varepsilon \right]. \quad (68)$$

The first part of the integral given in Equation (68) can be evaluated using substitution method as:

$$S = - \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sc}^2}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} d\varepsilon.$$

Thus we get:

$$\therefore S = \frac{\beta\Delta_{sc}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\}. \quad (69)$$

Using Equation (69) in Equation (68), we get:

$$H_4 = \frac{\beta\Delta_{sc}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\} - \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sc}^2 \tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} d\varepsilon. \quad (70)$$

Finally, using Equations (63), (65), (70), and (59) becomes:

$$J_1 = -\ln 1.13\beta\hbar\omega_F + \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2} - \frac{\beta\Delta_{sc}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\} + \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\beta\Delta_{sc}^2 \tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} \right\} d\varepsilon. \quad (71)$$

Furthermore, Equation (60) can be computed by employing similar method as for Equation (59) and obtain:

$$J_2 = -\ln 1.13\beta\hbar\omega_F + \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2} - \frac{\beta\Delta_{sc}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\} + \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\beta\Delta_{sc}^2 \tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} d\varepsilon. \quad (72)$$

Now, using Equations (71) and (72) in Equation (58) we get:

$$-\frac{1}{\lambda'} = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F - \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2} + \frac{\beta\Delta_{sc}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\} + \int_0^{\hbar\omega_F} \left\{ \frac{\beta\Delta_{sc}^2 \tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{2(\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2)} \right\} d\varepsilon. \quad (73)$$

Neglecting the second and the fourth terms in Equation (73), we get:

$$-\frac{1}{\lambda'} = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F + \frac{\beta\Delta_{sc}}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\}. \quad (74)$$

Let:

$$\eta = \frac{\beta}{4} \ln \left\{ \frac{\hbar\omega_F + \Delta_{sc}}{\hbar\omega_F - \Delta_{sc}} \right\}. \quad (75)$$

Therefore, Equation (74) becomes:

$$-\frac{1}{\lambda'} = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F + \eta\Delta_{sc}. \quad (76)$$

From which we get:

$$T_{sdw} = \frac{1.13\hbar\omega_F}{k_B} \exp\left(\frac{1}{\lambda} + \eta\Delta_{sc}\right). \quad (77)$$

C. Order parameter in pure superconducting region

In pure superconducting region, $\Delta_{sdw} \rightarrow 0$.

Thus we get:

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\hbar\omega_F} \left(\frac{\tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}} \right) d\varepsilon. \quad (78)$$

Using Laplace transform, Equation 78 can be expressed as:

$$\begin{aligned} I_1' &= \int_0^{\hbar\omega} \frac{\tanh^2(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sc}^2}} d\varepsilon \\ &= - \int_0^{\hbar\omega} \Delta_{sc}^2 d\varepsilon \frac{2}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{\{(\pi(2n+1)\beta^{-1})^2 + \varepsilon_k^2\}^2}. \end{aligned} \quad (79)$$

The first part of Equation (79) can be integrated by parts.
Let:

$$I_1'' = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F. \quad (80)$$

From the second part of Equation (79), we get:

$$I_1''' = -\frac{4\beta^2\Delta_{sc}^2}{\pi^3} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{((1+y^2)^2)} dy. \quad (81)$$

Using the laws series and Zeta function, we get:

$$I_1''' = -\frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (82)$$

Finally, Equation (78) can be expressed as:

$$\frac{1}{\lambda} = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F - \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (83)$$

In pure superconducting region Equation (50) can be reduced to the well-known BCS form. That is:

$$T_c = \frac{1.13\hbar\omega_F}{k_B} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right).$$

Rearranging Equation (84), we get:

$$\frac{1}{\lambda} = \ln 1.13 \frac{\hbar\omega_F}{k_B T_c}. \quad (85)$$

From Equations (83) and (84), we get:

$$\ln 1.13 \frac{\hbar\omega_F}{k_B T_c} = \ln 1.13\beta\hbar\omega_F - \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (86)$$

Equation (88) can be rewritten as:

$$\ln\{1 - (1 - \frac{T}{T_c})\} = -\frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (87)$$

But:

$$\ln\{1 - (1 - y)\} = -(1 - y) - \frac{(1 - y)^2}{2}. \quad (88)$$

Now using Equation (88) in Equation (87), we get:

$$1 - \frac{T}{T_c} \approx \frac{7\Delta_{sc}^2\beta^2\zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (89)$$

From which we get:

$$\Delta_{sc}(T) = 3.06k_B T \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \quad (90)$$

D. Order parameter in pure spin density wave region

In pure spin density wave region, $\Delta_{sc} \rightarrow 0$. Thus we get:

$$\frac{1}{\lambda'} = - \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}} d\varepsilon. \quad (91)$$

Using Laplace transform, Equation (91) can be expressed as:

$$\begin{aligned} J_1' &= \int_0^{\hbar\omega_F} \frac{\tanh(\beta\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}/2)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{sdw}^2}} d\varepsilon - \\ &\quad \int_0^{\hbar\omega_F} \Delta_{sdw}^2 d\varepsilon \frac{2}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{\{(\pi(2n+1)\beta^{-1})^2 + \varepsilon_k^2\}^2}. \end{aligned} \quad (92)$$

The first integral of Equation (92) can be integrated by parts and obtain:

$$J_1''' = -\ln 1.13\beta\hbar\omega_F. \quad (93)$$

From the second part of Equation (92), we get:

$$J_1''' = -2\beta^3 \Delta_{sdw}^2 \int_0^{\hbar\omega_F} d\varepsilon \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(\pi(2n+1))^4 \left\{ 1 + \left(\frac{\beta\varepsilon}{\pi(2n+1)} \right)^2 \right\}}. \quad (94)$$

From which we get:

$$J_1''' = -\frac{4\beta^2 \Delta_{sdw}^2}{\pi^3} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{((1+y^2)^2} dy.$$

Using the laws series and Zeta function, we get:

$$J_1''' = -\frac{7\Delta_{sdw}^2 \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (95)$$

Hence, using Equations (93) and (95), in Equation (91), we get:

$$\frac{1}{\lambda'} = \ln 1.13 \beta \hbar \omega_F - \frac{7\Delta_{sdw} \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2}. \quad (96)$$

For $\Delta_{sc} = 0$, Equation (77) becomes:

$$\frac{1}{\lambda'} = \ln 1.13 \frac{\hbar \omega_F}{k_B T_{sdw}}. \quad (97)$$

Now from Equations (96) and (97), we get:

$$\ln 1.13 \frac{\hbar \omega_F}{K_B T_{sdw}} = \ln 1.13 \beta \hbar \omega_F - \frac{7\Delta_{sdw} \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2}$$

$$\therefore \ln(1 - (1 + \frac{T}{T_{sdw}})) = -\frac{7\Delta_{sdw} \beta^2 \zeta(3)}{8\pi^2} \quad (98)$$

Using the relation:

$$\ln(1 - (1 + y)) = -(1 + y) - \frac{(1 + y)^2}{2}. \quad (99)$$

Using Equation (99) in Equation (98), we get:

$$\Delta_{sdw}(T) = 3.06 k_B T_{sdw} \sqrt{1 + \frac{T}{T_{sdw}}}. \quad (100)$$

III. RESULTS AND DISCUSSION

In this work, we developed the equation of motion by employing quantum field theory Green function formalism and obtained Equation (90), which yields the relationship between the superconducting order parameter (Δ_{sc}) and the

Coexistence of spin density wave and superconductivity in BaFe_{2-x}Co_xAs₂ superconducting transition temperature (T_c) for a superconductor and Equation 100 yields the relationship between the spin density wave order parameter (Δ_{sdw}) and the spin density wave transition temperature (T_{sdw}).

The expression we obtained for a pure superconductor is in agreement with the BCS theory in the absence of spin density wave order parameter ($\Delta_{sdw} = 0$).

The superconductivity order parameter, which is the measure of pairing energy decreases with increasing temperature and vanishes at the transition temperature (T_c).

Using the experimental value of T_c for BaFe_{2-x}Co_xAs₂, we plotted the transition temperature T_c vs. superconducting order parameter (Δ_{sc}) as indicated in Figure 1.

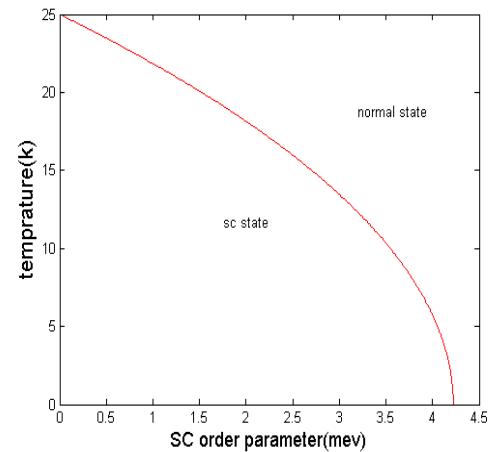


FIGURE 1. Superconducting transition temperature (T_c) versus superconducting order parameter (Δ_{sc}).

Furthermore, the spin density wave transition temperature (T_{sdw}) versus spin density wave order parameter (Δ_{sdw}) of BaFe_{2-x}Co_xAs₂ is plotted as shown in Figure 2.

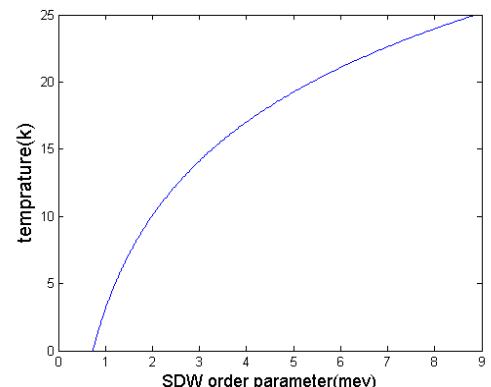


FIGURE 2. Spin density wave transition temperature (T_{sdw}) versus spin density wave order parameter (Δ_{sdw}).

Now, by combining Figures 1 and 2, we get a region in which both spin density wave and superconductivity coexist as shown in Figure 3. As is indicated in Figure 3, our finding is in agreement with the experimental observations [11].

IV. CONCLUSION

In this paper, we developed model hamiltonian and by employing quantum field theory Green function formalism, we have analyzed theoretically the coexistence of spin density wave and superconductivity in $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$. By plotting phase diagrams we obtained the possible region of coexistence of spin density wave and superconductivity in $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$. The result we obtained is in agreement with the experimental observations [11].

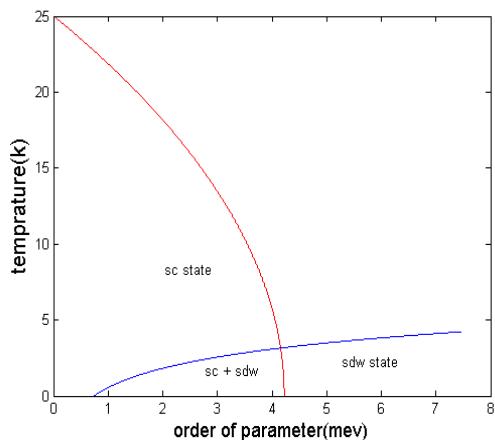


FIGURE 3. Coexistence of spin density wave and superconductivity in superconducting $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$.

REFERENCES

- [1] Bardeen, J., Cooper, L. N. and Schrieffer, J. R., *Theory of superconductivity*, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [2] Patterson, J. D. and Bailey, B. C., *Solid-state Physics: Introduction to the theory*, (Springer, USA, 1977).
- [3] Bednorz, J. G. and Muller, K. A., *Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system*, Z. Phys B **64**, 189-193 (1986).
- [4] Mourachkine, A., *Room-temperature superconductivity*, (Cambridge International Science Publishing, Cambridge: UK, 2004).
- [5] Gruner, G., *The dynamics of spin-density waves*, Rev. Mod. Phys. **66**, 1 (1994).
- [6] Rotter, M. and Johrendt, T. D., *Superconductivity at 38 K in the iron arsenide ($\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{Fe}_2\text{As}_2$)*, Phys. Rev. Lett. **101**, 107006 (2008).
- [7] Sefat, A. S., Jin, R., McGuire, M., Sales, B., Singh, D. and Mandrus, D. *Superconductivity at 22 K in Co-Doped BaFe_2As_2 Crystals*, Phys. Rev. Lett. **101**, 117004 (2008).
- [8] Kamihara, Y., Watanabe, T., Hirano, M. and Hosono, H., *Iron-based layered superconductor $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$ ($x = 0.05-0.12$) with $T_c = 26 \text{ K}$* , J. Am. Chem. Soc. **130**, 3296 (2008).
- [9] Rotter, M., Tegel, M. and Johrendt, D., *Superconductivity at 38 K in the iron arsenide ($\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{Fe}_2\text{As}_2$)*, Phys. Rev. Lett. **101**, 107006 (2008).
- [10] Chen, H., Ren, Y., Qiu, Y., Bao, W., Liu, R. H., Wu, G., Wu, T., Xie1, Y. L., Wang, X. F., Huang, Q. and Chen, X. H., *Coexistence of the spin-density-wave and superconductivity in the $\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{Fe}_2\text{As}_2$* , Europhys. Lett. **85**, 17006 (2009).
- [11] Wang, X. F., Wu, T., Wu, G., Liu, R. H., Chen, H., Xie, Y. L. and Chen, X. H., *The peculiar physical properties and phase diagram of $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ single crystals*, New J. Phys. **11**, 045003 (2009).