Determinación de fuerzas y campos electrostáticos mediante análisis de video

Luis Navarrete Navarrete[1], Alma Patricia Puerto Covarrubias[1], Felipe Navarrete Navarrete[1]
[1]*Departamento de Física, CUCEI, Universidad de Guadalajara, Av. Revolución No.1500, C.P. 44430, Guadalajara Jalisco, México.*

E-mail: luis.33navar@gmail.com

(Recibido el 14 de junio de 2017, aceptado el 17 de julio de 2017)

Resumen

Uno de los problemas que se presentan en la enseñanza del electromagnetismo tanto en el bachillerato como al inicio de las carreras de ciencias e ingenierías, es el análisis experimental cuantitativo de los fenómenos electrostáticos. Priscilla Laws y otros profesores han propuesto y aplicado la técnica de análisis de video para determinar la fuerza que actúa sobre una esferita metálica eléctricamente cargada y suspendida de un hilo aislante, por parte de otros cuerpos de simetría sencilla (esferas, varillas, placas circulares, etc.) también eléctricamente cargados. En este trabajo presentamos resultados obtenidos mediante la modificación de los métodos sugeridos por estos autores, así como la determinación del campo eléctrico producido por tales configuraciones de carga en la posición que ocupa la esferita cargada, el cual puede estimarse al medir la carga eléctrica de ésta. Consideramos que estas técnicas son útiles porque sólo requieren de instrumentos que se pueden conseguir fácilmente, y además son fáciles de aplicar por parte de estudiantes que recién inician sus estudios en esta área, permitiéndoles aplicar de manera integral los conocimientos adquiridos en los cursos iniciales de física y matemáticas.

Palabras clave: Métodos y estrategias de enseñanza, Electrostática, Análisis de video.

Abstract

One of the problems that arises in the teaching of electromagnetism in high school and at the beginning of science and engineering careers is the quantitative experimental analysis of electrostatic phenomena. Priscilla Laws and other professors have proposed and applied the technique of video analysis to determine the force acting on a small electrically charged metal sphere, suspended from an insulation wire, by other electrically charged bodies of simple geometry (spheres, rods, circular plates, Etc.). In this work we present results obtained by the modification of the methods suggested by these authors, as well as the determination of the electric field produced by such charge configurations at the position occupied by the small charged sphere, which can be estimated by measuring its electric charge. We consider these techniques to be useful because they only require instruments that are easy to obtain and are simple to apply by students who are beginning their studies in this area, allowing them to apply in a comprehensive way the knowledge acquired in the initial courses in physics and mathematics.

Keywords: Methods and strategies of teaching, Electrostatic, Video analysis.

PACS: 01.40.gb, 01.50.Lc, 01.50.My **ISSN 1870-9095**

I. INTRODUCCIÓN

El análisis de vídeo se ha constituido en una técnica notable y creativa en la enseñanza de la física, haciendo que esta área de la ciencia resulte interesante para los estudiantes. Esta técnica les permite explorar las leyes de la naturaleza, y guiándoles de manera apropiada pueden aplicar los conocimientos de física adquiridos en el aula en el estudio de casos y sistemas físicos de su interés [1].

Los estudiantes han señalado que el análisis de vídeo y las herramientas de modelación les ayudan a comprender los fenómenos de las ciencias naturales con mayor profundidad, desarrollando sus habilidades de pensamiento abstracto, así como mejor comprensión de conceptos científicos fundamentales. Además, despierta su curiosidad hacia la naturaleza y su entorno cotidiano, ya que al utilizar esta técnica analizan fenómenos del mundo real, lo cual contribuye a que la física sea mucho más divertida [2, 3].

Sin embargo, casi todas las referencias (por ejemplo [3, 4, 5]) encontradas en la literatura reseñan su aplicación en cinemática y dinámica, es decir, cuando se estudia el movimiento de los cuerpos. La razón de ello puede ser que es en el análisis del movimiento dónde pueden utilizarse la mayoría de las herramientas incluidas en los programas de cómputo, aunque el rango de sus aplicaciones también incluye el estudio de situaciones estáticas, como para estudiar la geometría del perfil de los objetos, el área de figuras planas o las condiciones para el equilibrio de los cuerpos. Puesto que finalmente un video clip (de los que se

analizan al estudiar el movimiento) está compuesto de fotogramas, la técnica puede ser aplicada en el examen de situaciones o fenómenos representados en una fotografía, como la forma del arcoíris o de un sistema de fuerzas aplicadas (mediante cuerdas) a un cuerpo.

Laws, Teese, Willis, y Cooney [6] han propuesto un método para estudiar el equilibrio de una pequeña esfera eléctricamente cargada y colgada de un hilo, sobre la que además de su peso y la tensión del hilo, actúa la fuerza de repulsión resultante de su interacción con otra esfera cargada (en un caso) y con una barra electrizada (en otro caso). En algunos artículos [7, 8, 9], aparecen referencias a la aplicación de este método, en los cuales se utilizan los videos elaborados por Laws y sus colaboradores, pero no existen (o al menos no encontramos) referencias en las cuales se profundice en su propuesta. En el presente trabajo reportamos los resultados alcanzados a partir de las actividades que realizamos, grabamos en video y analizamos utilizando software diseñado específicamente para ello. Además, utilizando instrumentos adicionales pudimos mejorar la experiencia de Laws y estimar incluso el valor del campo eléctrico de la esfera fija en la posición que ocupa la esfera colgante.

II. ALGUNOS ASPECTOS RELACIONADOS CON LA ENSEÑANZA DE LA ELECTROSTÁTICA

En México, son los fenómenos relacionados con el electromagnetismo –y especialmente con la electrostática- los que ocupan el primer lugar en el interés de los niños que estudian la primaria y la secundaria, lo cual puede corroborarse por la gran cantidad de evidencias que pueden encontrarse al buscar (por ejemplo) "experimentos de electrostática" en YouTube. Lo mismo ocurre con los estudiantes de bachillerato, aunque su interés es inducido al encargarles el desarrollo de algún "proyecto" como parte de su curso de física o para concursar en su escuela o en su región. El porqué del interés en las situaciones "estáticas" en vez de las dinámicas en el electromagnetismo –a diferencia de la mecánica, dónde los contextos dinámicos son los que más llaman la atención-, reside en los instantes en que se rompen las condiciones de equilibrio, dando lugar a la formación de chispas que llaman la atención tanto por el ruido como por el resplandor que producen (en la obscuridad). ¡Quién no ha quedado cautivado observando a un niño embelesado tocando una esfera de plasma!

Sin embargo, tanto en los textos de secundaria como en aquellos que pretenden ser apropiados para bachillerato, se comienza tratando con circuitos de Corriente Directa, sin analizar explícitamente los fenómenos electrostáticos que pueden conducir a un modelo sobre la naturaleza eléctrica de la materia [10]. Entre las razones que los maestros consideran aceptables para la enseñanza de circuitos eléctricos en la secundaria y el bachillerato, está su creencia de que esto es algo útil y necesario porque forma parte de su entorno cotidiano. Y es aceptado por los estudiantes, ya que incluso desarrollan sus propias maquetas mostrando instalaciones eléctricas residenciales, o en los laboratorios montan circuitos con resistores en serie y en paralelo. No dudamos que este conocimiento les sea útil en su vida futura, ya que puede servirles de base para el desempeño de actividades relacionadas con su trabajo, sin embargo, casi todo lo aprenden empíricamente, ya que, para explicar el funcionamiento de los dispositivos empleados, generalmente se hace uso de analogías entre los circuitos eléctricos y los "circuitos" hidráulicos, cuyo análisis es más familiar para los estudiantes. Aunque la analogía nos recuerda que Maxwell introdujo muchos conceptos (y matemáticas) desde la hidrodinámica para el desarrollo de la teoría electromagnética, el hecho de que en ella hagan referencia solamente a fuentes y corriente lleva a desarrollos conceptuales muy limitados y erróneos.

En la educación superior, el estudio inicial del electromagnetismo es abordado desde los fenómenos electrostáticos y posteriormente se tratan los circuitos eléctricos. La mayoría de los textos utilizados comienzan describiendo una gran cantidad de fenómenos electrostáticos, muchos de los cuales pueden ser realizados utilizando materiales y objetos que se encuentran comúnmente en el hogar. En ellos se atienden las observaciones expresadas hace años por Arons [11] ante la situación de que incluso al iniciar sus estudios universitarios, muchos estudiantes nunca han observado directamente las interacciones electrostáticas. Pero, puesto que en los entornos cotidianos la mayoría de los estudiantes ha oído el lenguaje relacionado con los efectos eléctricos y magnéticos desde la infancia, muchos maestros y libros de texto (especialmente en el nivel universitario) tienden a asumir que las ideas básicas sobre estos temas han sido absorbidas y entendidas. Desafortunadamente, una gran proporción de los estudiantes no ha siquiera visto el sencillo experimento en el que un objeto frotado atrae pedacitos de papel, y oros muchos nunca han jugado con imanes ordinarios. Arons destaca además el hecho de que otros estudiantes, especialmente mujeres, tengan miedo tocar las pilas o baterías eléctricas pequeñas, por no haber tenido la oportunidad de jugar con estos objetos, pero si haber sido condicionados a temer a la electricidad.

En el centro de estudios dónde laboramos (Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías de la Universidad de Guadalajara, o CUCEI, UdG), ante la presión de disminuir la carga curricular de las carreras, los cursos de física fueron los más afectados –especialmente el de electromagnetismo-, ya que fueron seccionados en tres partes: teoría, resolución de problemas y laboratorio. Entre los cursos afectados se incluye el de electromagnetismo, con la agravante de que a excepción de que solamente dos licenciaturas incluyen en su plan los tres cursos, en tanto que las demás solamente incluyen los cursos de teoría y resolución de problemas, con una carga de dos horas a la semana cada uno. Ante ello, hemos observado que los maestros enfrentan distintas, situaciones y actitudes, que a continuación describimos.

A. Situación de los maestros

A partir nuestra experiencia como encargados del laboratorio docente de física (técnicos académicos),

podemos afirmar que, en general, en el entorno en que laboramos no existe mucho interés de parte de los profesores en incorporar actividades diferentes a las que ellos desarrollaron cuando fueron estudiantes (generalmente de ingeniería), a pesar de que actualmente se dispone de recursos tales como computadoras, sensores e interfaces que permiten obtener datos tanto de experiencias sencillas de electrostática o de dispositivos y equipos de laboratorio. Lo anterior se manifiesta por el poco interés que han mostrado en los cursos de actualización que se ofrecen anualmente. Esta situación concuerda con algunas de las conclusiones de Tecpan, Benegas y Zavala [12] respecto de un curso-taller impartido a formadores de formadores (a profesores que a su vez impartirían el curso a profesores, los que a su vez lo impartirían a sus compañeros profesores):

a) Los maestros aprendieron más sobre los temas que más sabían, específicamente sobre circuitos eléctricos.
b) Los profesores no pudieron identificar las preconcepciones de sus alumnos en los temas en los que se detectó que ellos mismos mostraban dificultades, tales como trabajo y energía potencial, fuerza causada por un campo eléctrico, fuerza magnética, entre otros.

Llama la atención el hecho de que la carrera de Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica prácticamente haya eliminado de su plan curricular los cursos de física, ya que solamente aparece uno de teoría electromagnética [13], dejando a los estudiantes la responsabilidad de aprender por su cuenta tanto el aprendizaje de conceptos y el manejo de las ecuaciones que describen los fenómenos que dan sustento a esta área de la ingeniería. Aunque esta situación afecta el avance de los maestros en la impartición de los cursos, realmente no se ha hecho mucho para remediarla.

B. Situación de los estudiantes

A los estudiantes de los cursos de electromagnetismo generalmente se les solicita el desarrollo de un "prototipo" en el cual se incluyan fenómenos relacionados con tal área de estudio. Para ello generalmente utilizan partes de aparatos electrónicos de desecho (televisores, monitores, computadoras, etc.) o dispositivos sencillos tales como alambre para construir bobinas, resistores, capacitores y diodos. Cuando no consiguen su objetivo, acuden al laboratorio en busca de asesoría, y es a partir de esta interacción que hemos observado su falta de dominio tanto de los conceptos básicos como de la manera en que pueden cuantificar los parámetros físicos para describir los fenómenos involucrados. Por otro lado, muchas veces los prototipos que construyen no permiten siquiera mostrar los efectos deseados. Pero la física se basa en observaciones experimentales y mediciones cuantitativas, y si queremos mostrarles que las leyes fundamentales se expresan en el lenguaje de las matemáticas - la herramienta que proporciona el puente entre teoría y experimento, debemos trabajar constantemente en mejorar la comprensión por parte de los estudiantes de diversos fenómenos y leyes fundamentales. Uno de los nuevos métodos creativos acerca de la enseñanza de la física, que hace a las ciencias naturales más interesantes para los estudiantes, es el análisis de video. Los proyectos colaborativos basados en el análisis de vídeo digital proporcionan una alternativa educativa, motivadora y rentable en actividades relacionadas con los cursos tradicionales de física introductoria [14].

III. MATERIALES, EQUIPO Y PROCEDIMIENTO

Aunque es posible realizar una gran cantidad de experiencias sobre electrostática en el hogar utilizando materiales y objetos fácilmente accesibles, otros dispositivos más elaborados para utilizarse en el aula o incluso en el laboratorio pueden ser elaborados de manera sencilla. Existen varias fuentes bibliográficas y propuestas en la red acerca de la construcción o transformación de utensilios de uso común en "aparatos" para ilustrar fenómenos electrostáticos, entre las que podemos destacar la de Alessio y Salvatori Ganci [15] en la que se incluyen experimentos para los instrumentos. De manera similar, Collazos y otros autores [15-18], proponen la construcción de una máquina electrostática y otros dispositivos, así como actividades y secuencias didácticas en la enseñanza de esta área de la física.

Laws y sus colaboradores [6] proponen una alternativa que permite realizar mediciones de las fuerzas para cuantificar las interacciones entre pequeños y ordinarios cuerpos eléctricamente cargados. Su método se basa en la interacción entre una pequeña esfera que cuelga a manera de péndulo y otra que puede estar fija en una barrita aislante. Cuando ambas se cargan eléctricamente, su interacción provoca que el hilo forme un ángulo de inclinación con respecto a la vertical. Las componentes de las fuerzas actuantes sobre la esferita de masa m y carga q_1 en equilibrio, y cerca de una esfera similar de carga q_2, son:

$$\left|\vec{F}_{tens}\right| \operatorname{sen}\theta = \left|\vec{F}_{coul}\right| \quad (1) \quad \text{y}$$

$$\left|\vec{F}_{tens}\right| \cos\theta = \left|\vec{F}_{grav}\right| = mg\,. \qquad (2)$$

Dividiendo la primera expresión entre la segunda y suponiendo que el ángulo es pequeño ($x_{esfera} \ll \mathrm{L}$) obtenemos:

$$\left|\vec{F}_{coul}\right| = mg \cdot \tan\theta \approx \left(\frac{mg}{L}\right) x_{esfera}\,. \qquad (3)$$

A partir de sus ensayos con la balanza que desarrolló a finales del siglo XVIII, Coulomb encontró que, "dos esferas cargadas con el mismo tipo de electricidad ejercen una sobre otra una fuerza repulsiva que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas." Según

Shamos [19], los experimentos de Coulomb permitieron que la electrostática avanzara enormemente y con ello terminó el primer período importante en su desarrollo.

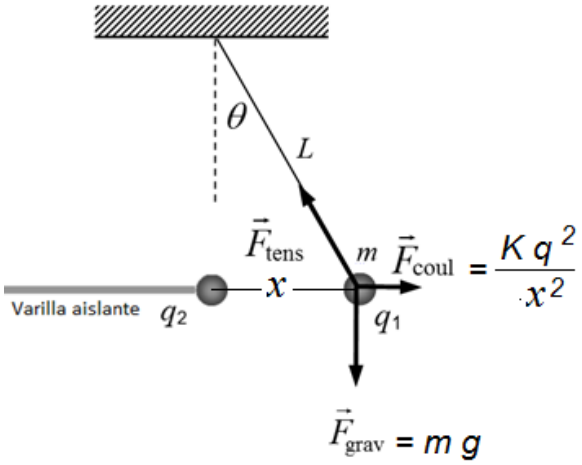

FIGURA 1. El diagrama muestra las fuerzas que mantienen en equilibrio a una pequeña esfera de masa m y con carga eléctrica q_1 que cuelga de un hilo. La fuerza eléctrica es ejercida por la esfera montada en la barra aislante. La distancia entre el centro de las esferas es x.

A. Materiales y equipo

Para realizar esta actividad se utilizaron dos esferas de prácticamente la misma masa $(m = 0.0028\, kg)$ y diámetro, que anteriormente se utilizaban en la balanza de torsión de PASCO, pero que por haber perdido su propiedad de ser eléctricamente conductoras, fueron forradas con papel aluminio, del que se utiliza en la cocina.

También se probó –con buenos resultados- el uso de esferas huecas de plástico -de las que se utilizan como proyectiles en juguetes- forradas de la misma manera. Además, se utilizó una barra cilíndrica de plástico y una piel de borrego, así como hilo muy delgado de plástico –transparente y casi invisible- que se utiliza para coser, un soporte móvil, una cámara fotográfica digital y el programa Logger Pro. Adicionalmente, se utilizaron la jaula de Faraday y el electrómetro de PASCO. En la Fig. 2, pueden apreciarse los materiales básicos utilizados para realizar la experiencia.

B. Algunas recomendaciones al realizar la captura de imágenes

A pesar de que existen muchas referencias acerca de los usos del análisis de video en educación, son menos frecuentes las que nos informan sobre algunos aspectos que deben tenerse en cuenta para obtener mejores resultados. A continuación, listamos un resumen de algunas que consideramos muy importantes [20]:

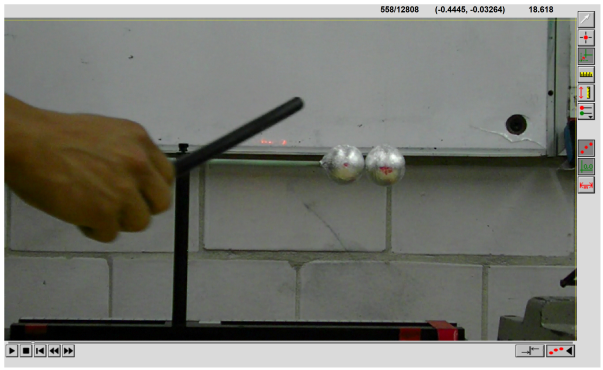

FIGURA 2. Los materiales básicos para desarrollar el trabajo fueron dos esferas ligeras de la misma masa forradas con papel aluminio. Una de ellas se montó en un soporte deslizante y la otra en un hilo muy delgado.

a) Alinear el eje óptico de la cámara perpendicular al plano del movimiento, ya que lo que realmente se analiza son los cuadros o fotogramas individuales de los que consta el video, es decir, se trata de representaciones en un plano.
b) La cámara debe colocarse tan lejos como sea prácticamente posible del escenario, ya que esto reduce el error de perspectiva que resulta del movimiento fuera del plano en el que se trata de representar el proceso o fenómeno.
c) Un teleobjetivo zoom permitirá incrementar la distancia entre la cámara y el escenario, manteniendo el tamaño de imagen deseado. Debe tenerse en cuenta que la calidad de imagen se reducirá si la cámara de vídeo digital se coloca más allá del límite de su sistema de zoom óptico.
d) Para aumentar la precisión durante la digitalización, la imagen del escenario debe ser tan grande como sea posible. Puesto que el tamaño de la imagen es inversamente proporcional al campo de visión de la cámara, esta debe ajustarse de manera que sólo pueda ampliar lo suficiente para que el campo de visión incluya la escena, más un pequeño margen de error.
e) Muy importante: el enfoque de la cámara debe ser preferentemente manual, o lo menos automatizado posible para evitar variaciones en el enfoque durante la grabación de los eventos.

C. Procedimiento

Una de las esferas se fijó en el extremo de una varilla aislante de plástico y se montó en un soporte móvil de acrílico. La otra esfera se colgó de dos delgados hilos de plástico, los cuales se fijaron al techo del salón, quedando separados uno de otro aproximadamente 40 cm y dispuestos de manera que la esfera oscilaba en un plano paralelo a una pared (en el cual estaba un pizarrón). Se ajustaron las alturas de ambas esferas de manera que sus centros quedaran aproximadamente a la misma altura, como se

muestra en la Fig. 3. La longitud entre la parte central de ambos hilos y la mitad de la esfera colgante fue de 1.610 m de longitud.

Cuando la esfera colgante permanecía vertical, se acercó la esfera montada en el soporte hasta tocarla. La esfera del soporte se cargó con la barra de acrílico previamente frotada. Este procedimiento se repitió varias veces. Se observó que al estar las esferas inicialmente en contacto ambas se cargan y rechazan, y que cada vez que una se vuelve a cargar nuevamente se atraen y luego se rechazan.

Se colocó y fijó la cámara aproximadamente a 3 metros de dónde se encontraban las esferas y en dirección perpendicular a la pared. Se acomodó y enfocó la cámara y comenzó a grabarse un video en el cual se capturó el siguiente proceso: la esfera colgante se puso en contacto nuevamente con la esfera montada en el soporte. A continuación, la esfera del soporte se movió hacia atrás, separándose un poco de la otra, y se mantuvo fija hasta que la otra dejó de oscilar. Luego se movió un poco hacia adelante y se mantuvo en esa posición hasta que nuevamente la esfera colgante dejó de oscilar. El proceso anterior se repitió varias veces, hasta que la esfera colgante se movió hacia su posición de equilibrio, pero rodeando a la esfera del soporte.

IV. RESULTADOS

A. Dependencia de la fuerza electrostática entre las esferas y la distancia entre sus centros

En la Fig. se muestra la fotografía de uno de los fotogramas analizados utilizando el programa Logger Pro, en el que aparecen las dos esferas eléctricamente cargadas separadas debido a la fuerza de repulsión electrostática entre ellas. También se muestran -mediante puntos- las posiciones previas de cada una de las esferas. Si las posiciones de la esfera mostrada en la barra se representan mediante (x, y), en tanto que las posiciones de la esfera colgante se representan mediante (x', y'), la distancia r entre los centros de las esferas será: $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$

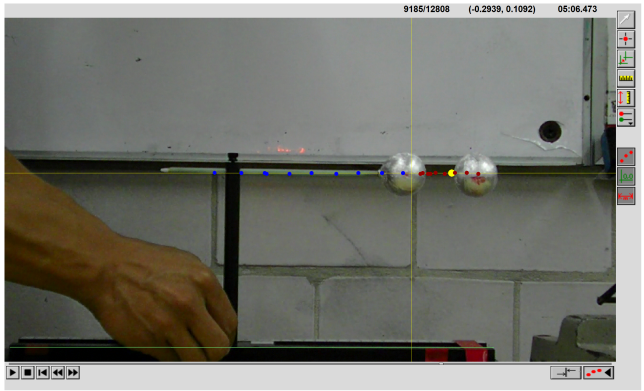

FIGURA 3. En la figura se muestran las distintas posiciones de las esferas cargadas conforme se va acercando la esfera montada en el soporte deslizante.

Si en la ecuación (3) sustituimos el valor de la distancia entre los centros de las esferas x, por el que hemos utilizado anteriormente r, podemos utilizar el programa Logger Pro para encontrar el valor de la fuerza de repulsión electrostática como: $|\vec{F}_{coul}| = mg \cdot \tan\theta \approx \left(\frac{mg}{L}\right) r$ dando a los parámetros los respectivos valores: L=1.610 m, $m = 0.0028\, kg$ y $g = 9.8\, m/s^2$

En la Fig. 4 se muestra gráficamente la relación entre la fuerza electrostática de repulsión y la distancia entre las esferas. En ella se muestra el ajuste entre la fuerza y el inverso del cuadrado de la distancia.

En la Fig. 5 aparece una gráfica en la cual hemos graficados el logaritmo natural de la fuerza y su dependencia con el logaritmo de la distancia. Lo anterior se realizó con el propósito de que, si suponemos que la magnitud de la fuerza electrostática es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia, $F_{coul} = \frac{A}{r^2}$, tendremos que:

$$\ln F_{coul} = \ln A - 2 \ln r \ ,$$

de manera que la pendiente de la recta en la Fig. 5 corresponde al exponente de la distancia. Al comparar el valor encontrado con el valor sugerido por Coulomb para el exponente de la distancia (y que ha sido corroborado en muchas investigaciones) mediante la relación:

$$Diferencia\ porcentual = \frac{|2-2.076|}{2} \times 100 = 3.8\ \%,$$

observamos que los valores que hemos obtenido concuerdan con el valor del exponente (2) de la relación encontrada por Coulomb.

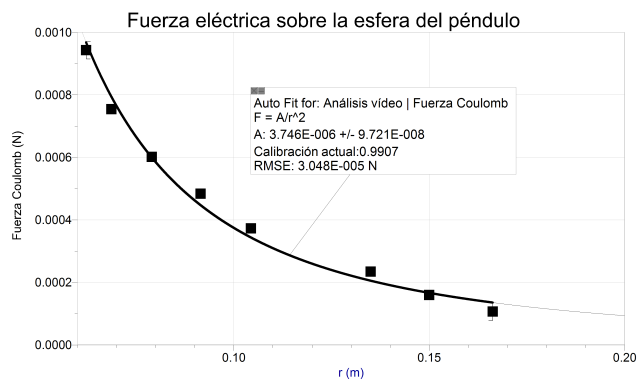

FIGURA 4. Relación obtenida al analizar el video en el que se capturó el proceso de interacción entre las esferas cargadas eléctricamente.

Lo reportado hasta el momento ha sido realizado siguiendo las ideas sugeridas por Laws y sus colaboradores [3]. Pero cuando se dispone de algún instrumento para medir o estimar el valor de la carga eléctrica transferida a las esferas, podemos fácilmente realizar otros cálculos.

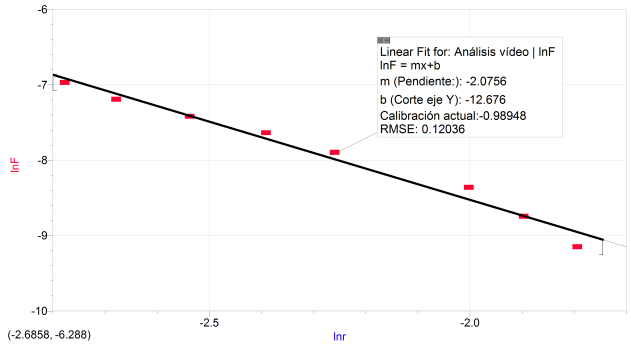

FIGURA 5. Al graficar el logaritmo de la fuerza de interacción electrostática en función del logaritmo de la distancia entre las esferas, obtenemos el valor del exponente del término que representa la distancia (pendiente de la recta), lo cual nos permite emitir un juicio sobre la concordancia entre nuestros resultados y los que nos indican los textos.

B. Estimación de la constante de Coulomb

En los cursos introductorios de física generalmente el estudio cuantitativo de la electrostática inicia haciéndoles saber a los estudiantes que la fuerza eléctrica de interacción entre dos pequeños cuerpos cargados eléctricamente con las cantidades de carga q_1 y q_2 respectivamente es expresada por la relación:

$$F_{el} = K\,\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

siendo K una constante conocida cuyo valor aproximado es: $\boldsymbol{K = 8.98755\times10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2}}$ cuando los cuerpos se encuentran en el vacío, o incluso si están en el aire el valor es muy próximo al mostrado. Si queremos obtener una estimación de dicha constante a partir de los valores que hemos obtenido, igualemos los términos del lado derecho de la ecuación anterior y de la mostrada en la Fig 4:

$$K\,\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{A}{r^2}.$$

Despejando, tendremos

$$K = \frac{A}{q_1\,q_2}.$$

Para determinar la carga de las esferas utilizamos un electrómetro de PASCO y una jaula de Faraday, además de la suposición de que la carga de ambas esferas es igual, por tener el mismo diámetro y ser del mismo material. El valor de la carga está determinado por la capacitancia (C) del sistema jaula-electrómetro (cuyo valor es $C = 121\,pF$) y la lectura inducida en este (diferencia de potencial ΔV) cuando la esfera colgante y eléctricamente cargada se introdujo a la jaula, siendo su valor igual a $\Delta V = 180\,V$. Así, obtenemos: $q_1 = q_2 = q = C\,\Delta V$, de manera que

$$K_{Experimental} = \frac{A}{q^2} = \frac{A}{(C\,\Delta V)^2}.$$

Sustituyendo en esta expresión los valores anteriores y el valor de A obtenido en la gráfica de la Fig. 4, se obtuvo el valor de la última fila de la columna de la Tabla (1). En ella se muestran resultados de otros ensayos, así como la incertidumbre porcentual, al comparar nuestros resultados con el valor que aparece en los textos para la constante de Coulomb.

TABLA I. Valores encontrados para la constante de Coulomb en diferentes ensayos. El valor que se muestra en la parte inferior corresponde al ejemplo descrito.

$K_{Exp}\left(\frac{N\,m^2}{C^2}\right)$ x 10^9	$I_p = \frac{K_{experimental} - K}{K}(100)$
6.368610725	29.51
6.335298275	29.14
6.553977879	27.17
7.896816061	12.14

C. Estimación del campo eléctrico generado por la esfera cargada montada en el soporte

Finalmente, podemos estimar el campo eléctrico que genera cualquiera de las esferas, puesto que suponemos que ambas portan la misma cantidad de carga eléctrica. Preferimos utilizar como "carga de prueba" la de la esfera colgante, ya que fue la que determinamos. Utilizando la definición regularmente encontrada en los textos, tenemos que la intensidad del campo eléctrico generado por un cuerpo esférico pequeño que porta una carga eléctrica Q, a una distancia r desde su centro (y fuera del cuerpo) es igual a la fuerza que actúa sobre una carga puntual positiva.

Para estimar el valor del campo eléctrico generado por la esfera cargada eléctricamente y montada en el soporte en la posición que ocupa el centro de la esfera colgante, lo que hacemos es calcular la fuerza por unidad de carga que actúa sobre ella, es decir

$$E_{q\,soporte} = \frac{Fuerza\ sobre\ q\ en\ péndulo}{q}. \qquad (4)$$

Realizar el cálculo utilizando el programa Logger Pro es muy fácil, ya que solamente debe dividirse la fuerza eléctrica dada por la relación (3) entre la carga de la esfera colgante, que es igual al producto $C\,\Delta V$. En la Fig. 6 se muestran los valores del campo eléctrico calculado. Pero no debemos olvidar que esta es una estimación de su valor cuando realmente no se encuentra la esfera colgante, ya que cuando esto sucede el campo en dicha posición es cero, ya que se trata de una esfera conductora hueca.

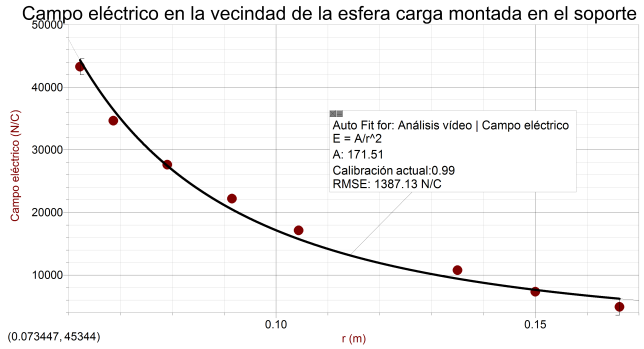

FIGURA 6. Valores del campo eléctrico generado por la esfera montada en el soporte, obtenidos a partir de los valores de la fuerza su interacción con la esfera colgante y el valor de su carga.

Finalmente, queremos resaltar de acuerdo con Arons [11], que conforme los estudiantes desarrollen esta actividad, es importante insistir en que la ley de Coulomb no es ni "deducida" matemáticamente ni "probada" físicamente. La aceptación final de la ley y la creencia en su validez reside en el hecho de que ha sido probada en una gran variedad de situaciones y aplicaciones y siempre se ha encontrado que "funciona" y nunca se ha encontrado que "falla". En este contexto es importante que comprendan por qué es que a los investigadores les ha tomado mucho tiempo y esfuerzo considerable probar con exactitud la relación de las fuerzas con el inverso del cuadrado de la distancia, de lo que ello ha representado para el desarrollo de la física.

V. CONCLUSIONES

Creemos haber demostrado que la aplicación del análisis de video permite analizar situaciones sencillas y prácticamente cotidianas en las que los cuerpos interactúan electrostáticamente. La medición de la fuerza de interacción entre dos pequeñas esferas permitió ilustrar el manejo de los conceptos de mecánica, de la conservación de la carga eléctrica y de la ley de interacción entre dos cuerpos eléctricamente cargados. A través de la experiencia descrita, se calculó la constante de Coulomb, encontrándose que en todos los casos (Tabla 1) el valor encontrado es del mismo orden que el reportado al realizar experimentos en laboratorios avanzados.

Recomendamos esta experiencia incluso cuando se estudia mecánica, ya que la interacción eléctrica es más fácil de manejar en situaciones ordinarias, y podemos ilustrar fácilmente conceptos como trabajo, energía potencial y energía cinética. Recordemos que de manera experimental primero se verificó en condiciones de laboratorio la ley de Coulomb que la ley de Newton.

Sin embargo, a pesar de que gran parte de la actividad puede realizarse con recursos fácilmente accesibles, es muy importante tener en cuenta las condiciones ambientales, ya que la humedad es un factor que dificulta enormemente la realización de experiencias en electrostática. Por ello, consideramos que no es muy recomendable proponerla como actividad o práctica que pueda ser realizada en un tiempo específico, pero si como proyecto integrador de un curso, siempre y cuando las condiciones ambientales sean apropiadas.

REFERENCIAS

[1] Hockicko, P., Video Analysis of Motions, *In Challenges and Solutions, Plugins and apps for effective teaching,* Physics Teaching in Enginnering Education, 8th International Conference, Aveiro, Portugal, (UA Editora, Aveiro University, 2014). http://ptee2014.web.ua.pt/proceedings/ptee2014_200515_final.pdf , consultado el 28 de diciembre de 2016.

[2] Radojewska, E. B., Salejda, w., Poprawski, R., Szatkowski, J. and Cizman, A., *What defines a success in lectures and labs? Case studies in physics teaching.* (Physics Teaching in Enginnering Education. 8th International Conference. Aveiro, Portugal, 22-24 May 2014). http://ptee2014.web.ua.pt/?page_id=148 , consultado el 22 de diciembre de 2016.

[3] Laws, P., and Pfister, H., *Using Digital Video Analysis in Introductory Mechanics Projects,* The Physics Teacher **36**, (1998).

[4] Bryan, J., *Investigating the conservation of mechanical energy using video analysis: four cases*. Physics Education, **45**, No. 1, (2010).

[5] Beichner, R., Abbott, D., *Video-Based Labs for Introductory Physics Courses: Analyzing and Graphing Motion on Video*, Journal of College Science Teaching, 29, No. 2, (1999).

[6] Laws, P., Teese, R. and Willis, M. and Cooney, P., *Physics with Video Analysis,* (Vernier, USA, 2016).

[7] High Point University Course. *Coulomb´s Law.* http://linus.highpoint.edu/~atitus/courses/phy1521/labs/video-coulomb , consultado el 26 de diciembre de 2016.

[8] Brown, D., *Experimental Lab #6 Static Electricity & Coulomb's Law, (*Junior Physics Lab, Physics 374). http://www.niu.edu/brown/Physics150_Spring2016/L3_28.16.pdf , consultado el 27 de diciembre de 2016.

[9] Yaverbaum, D., *Application of Coulomb's Law, With Vernier Video Simulation,* (Physics 204, College of Criminal Justice, the CUNY). http://www.yaverbaum.org/JohnJay/Classes/Lab.204/Lab6A.Coulomb.pdf , consultado el 27 de diciembre de 2016.

[10] Guisasola, J., *Teaching and Learning Electricity: The Relations Between Macroscopic Level Observations and Microscopic Level Theories,* in International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching, Michael R. Matthews Editor, (Springer, Holland, 2014).

[11] Arons, A., *Teaching Introductory Physics*, (John Wiley and Sons Inc., USA, 1977).

[12] Tecpan, S., Benegas J. y Zavala G., *Entendimiento conceptual y dificultades de aprendizaje de Electricidad y Magnetismo identificadas por profesores*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **9**, (2015).

[13] Malla curricular de la carrera de Ingeniero en comunicaciones y electrónica, CUCEI, Universidad de

Guadalajara. http://www.cucei.udg.mx/sites/default/files/malla_ing_cel_junio2016.pdf , consultado el 23 de diciembre de 2016.

[14] Teese, R., *Video Analysis-A Multimedia Tool for Homework and Class Assignments*, (12th International Conference on Multimedia in Physics Teaching and Learning, 13-15 September 2007, Wroclaw, Poland.)

[15] Ganci A. and Ganci S., *Desmostration experiments in electrostatics: low cost devices*, Revista Brasileira de Ensino de Fisica **34**, 2501 (2012).

[16] Collazos C., Mora, C., Otero. R. and Isaza J., *Teaching Electrostatics Through Proyect-Based Learning,* Formación Universitaria **9**, Nº 2, (2016).

[17] Collazos, C., Otero, H., Isasa, J. y Mora, C., *Diseño y Construcción de una Máquina de Wimshurst para la Enseñanza de la Electrostática*. Formación Universitaria **9**, Nº 5, (2016).

[18] De la Fuente, J. A. y Corona, A., *Fenómenos electro-mecánicos desarrollados en una chispa causada por un pulso: piezoeléctrico,* Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, No. 3, (2009).

[19] Shamos, M., *Great Experiments in Physics*. Firsthand Accounts from Galileo to Einstein, (Dover, USA, 1959).

[20] Payton, C. and Bartlett R., Motion Analysis Using Video. In *Biomechanical Evaluation of Movement in Sport and Exercise,* (Routledge, 2008).