

Estudio experimental del efecto Doppler incluyendo imágenes sonoras

EDUCATIO PHYSICORVM



QVO NON ASCENDAM?

ISSN 1870-9095

José Luis Di Laccio¹, Pablo Núñez², Rodrigo Alonso-Suárez³ y Salvador Gil²

¹Departamento de Física, CeRP del Litoral, Florencio Sánchez No.396, C.P. 50,000, Salto, Uruguay.

²UNSAM- Campus Miguelete, 25 de mayo y Francia, C.P. 50,000, Buenos Aires, Argentina

³Instituto de Física, UdelaR-Facultad de Ingeniería, Julio Herrera y Reissig 565, C.P. 11,300, Montevideo, Uruguay.

E-mail: jdilaccio@gmail.com

(Recibido el 19 de marzo de 2022, aceptado el 30 de mayo de 2022)

Resumen

En este trabajo se realiza un estudio experimental simultáneo del efecto Doppler asociado a una fuente sonora en movimiento circular y su imagen sonora reflejada en una pared plana. Un micrófono conectado a una PC registra el sonido de la fuente primaria y el de su imagen reflejada. Con este simple arreglo experimental es posible observar el efecto Doppler tanto en la fuente primaria como en su imagen. La dinámica del problema puede abordarse usando el método de las imágenes, muy usado para resolver problemas de electrostática. Este experimento puede ser útil en cursos de laboratorio universitario para visualizar tanto el efecto Doppler como para explorar el método de las imágenes en el caso del sonido. Se utilizan elementos de bajo costo y puede realizarse tanto en laboratorios física experimental como en el hogar. Esta contribución va en línea con las nuevas necesidades del sistema educativo en esta coyuntura de pandemia mundial.

Palabras clave: Laboratorio de bajo costo imágenes sonoras, Fuente en movimiento circular, Efecto Doppler, Teléfonos inteligentes.

Abstract

In this work, a simultaneous experimental study of the Doppler Effect associated with a sound source in circular motion and on its sound image reflected on a flat wall, is carried out. The source that generates the sound signal is a smartphone, which describes a circular movement in front of a flat wall. A microphone connected to a PC records the sound from the first source and its reflected image. With this simple experimental arrangement, it is possible to observe the Doppler effect both in the primary source and in its image. The dynamics of the problem can be addressed using the imaging method, widely used to solve electrostatics problems. This experiment can be useful in university laboratory courses to visualize both the Doppler effect and to explore the method of images in the case of sound. Very inexpensive elements are used and can be performed both in regular physics laboratories or at home. This contribution is in line with the new needs of the education system in this situation of a global pandemic.

Keywords: Low cost lab, Sound images, Circular movement sources, Doppler Effect, Smartphones.

I. INTRODUCCIÓN

El efecto Doppler es el cambio aparente de frecuencia que ocurre cuando existe movimiento relativo entre un observador y una fuente emisora de sonido. Es un efecto fácilmente detectable en la vida cotidiana en forma cualitativa. Piense, por ejemplo, cuando nos encontramos parado en una esquina y pasa ante nosotros una ambulancia con su sirena encendida, o cuando estamos parados en un andén de una estación de trenes y un tren nos pasa con su bocina encendida. En cada uno de los escenarios anteriores el sonido de la sirena o bocina, percibimos que el sonido se hace más agudo al acercarse el vehículo y más grave al alejarse.

Además, la altura o timbre del sonido cambia bruscamente cuando nos pasa, aunque la fuente emisora de

sonido siempre emite a la misma frecuencia. El conductor de la ambulancia o tren, no perciben esta variación en el tono del sonido. En la literatura existen diferentes trabajos sobre el efecto Doppler, tanto con fuentes rotantes, [1, 2], en caída libre, [3] como con péndulos, [4, 5] y la obtención de imágenes sonora. [1] En este trabajo se combinan algunas estrategias de los trabajos anteriores e incrementan los estudios propuestos, en especial [6], incluyendo el teléfono inteligente para generar las señales sonoras monocromáticas.

El objetivo principal de este trabajo es estudiar el efecto Doppler de la fuente principal como el de su imagen, reflejada en una pared. Para separar los efectos, primero se estudia el caso de la fuente rotante, lejos de toda superficie reflectora. Luego, la misma fuente, cerca de una pared plana.

Para los casos descriptos, se cotejan los resultados experimentales con el modelo teórico correspondiente.

Esperamos que el presente experimento pueda ser una contribución al menú de actividades experimentales que los estudiantes puedan realizar desde sus casas. Particularmente necesarios en estos tiempos de cuarentena debido a la pandemia de COVID19.

II. MARCO TEÓRICO

El cambio aparente de frecuencia por efecto Doppler que se obtiene con una fuente sonora en movimiento y un observador en reposo se discute en varios textos universitarios [7, 8, 9, 10]. De estos se puede obtener la frecuencia aparente percibida por el observador en reposo es:

$$f = f_0 \left(\frac{c}{c \pm V_D} \right), \quad (1)$$

en donde f_0 es la frecuencia de la fuente, c es la velocidad del sonido relativa al medio y V_D es la velocidad de la fuente en la dirección del observador, siendo positiva si la fuente se aleja y negativa si la fuente se acerca. Si es conocida la frecuencia del emisor y la velocidad del sonido, basta con obtener V_D y sustituir en la Ec. (1) para calcular la frecuencia aparente para el observador.

II.A Fuente en movimiento circular

Considere el caso de una fuente emisora de sonido de frecuencia conocida en movimiento circular uniforme, como se muestra en la Figura 1. La fuente tiene velocidad tangencial $V = \omega R$, y la componente de ésta en la dirección de alejamiento relativo al observador es $V_D = \omega R \sin(\omega t + \beta)$, lo que se obtiene de la geometría del sistema. Al sustituir V_D en la Ec. (1), conduce al modelo de frecuencia que debe medir el observador estacionario [6, 10],

$$f = f_0 \left(\frac{c}{c + \omega R \sin(\omega t + \beta)} \right). \quad (2)$$

De la Ec. (2), y para ω constante, se deduce que la frecuencia mínima y la frecuencia máxima percibidas para el observador 1 (O1) se obtienen cuando el ángulo cumple $\omega t + \beta = \pm \pi/2$. Es decir, cuando la barra es perpendicular a la línea emisor (fuente)-micrófono. El signo positivo corresponde a la frecuencia mínima y el signo negativo a la frecuencia máxima.

Se define la variable adimensional $\alpha = R/d_0$, como el cociente entre radio de giro de la fuente, R , y la distancia entre el observador en el sistema de laboratorio y el eje de rotación, d_0 . Note que el ángulo β no es medible durante el giro de forma directa, por lo que es conveniente utilizar el teorema de la suma y diferencia de ángulos, $\sin(\omega t \pm \beta) = \sin \omega t \cdot \cos \beta \pm \cos \omega t \cdot \sin \beta$ y escribir la velocidad en términos de $\sin \beta$ y $\cos \beta$ de forma explícita.

Usando esta relación, la velocidad de la fuente relativa al observador del sistema laboratorio es:

$$V_D = \omega R (\sin \omega t \cdot \cos \beta + \cos \omega t \cdot \sin \beta), \quad (3)$$

y de la geometría de la Figura 1 se tiene, en función de ω, t, d_0 y α , que:

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{R_1 \cdot \sin \omega t}{d_0 (1 - 2\alpha \cdot \cos \omega t + \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}, \\ \cos \beta &= \frac{d_0 - R_1 \cos \omega t}{d_0 (1 - 2\alpha \cdot \cos \omega t + \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Si para $t = 0$ la fuente no estaba frente al observador, la fase ωt en la Ec. (4) debe reemplazarse por $\omega t + \phi$, donde ϕ es un factor de fase que depende de la posición inicial de la barra con respecto al micrófono fijo en $t = 0$. Combinando las Ec. (3) y (4), y generalizando para calcular la velocidad independientemente del ángulo inicial se obtiene:

$$V_D = \frac{\omega R \sin(\omega t + \phi)}{(1 - 2\alpha \cos(\omega t + \phi) + \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (5)$$

Al sustituir la Ec. (5) en la Ec. (1) y realizar un desarrollo de Taylor al asumir que $\omega R \ll c$ se obtiene el modelo teórico para el observador en el sistema laboratorio:

$$f(t) \approx f_0 \left(1 - \frac{R\omega}{c} \sin(\omega t + \phi) \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(\omega t + \phi)}} \right). \quad (6)$$

En los lugares de la trayectoria en donde se produce la frecuencia mínima y máxima, la barra es perpendicular a la línea que une el micrófono con el smartphone.

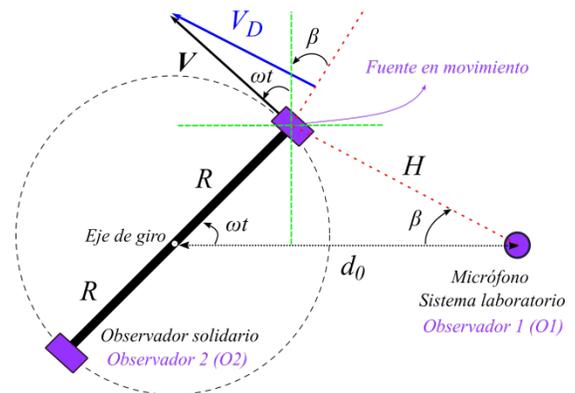


FIGURA 1. Con rectángulos violetas, una fuente en movimiento que emite a una frecuencia conocida y un observador solidario a ésta.

II.B. Caso con reflexión en una pared

Considere ahora el caso en donde una pared cercana es capaz de reflejar la señal proveniente de la fuente y ésta es captada por el O_1 , como se muestra en la Figura 2.

El modelo para este sistema se puede obtener siguiendo las ideas del método de las imágenes electrostáticas o de la óptica geométrica.

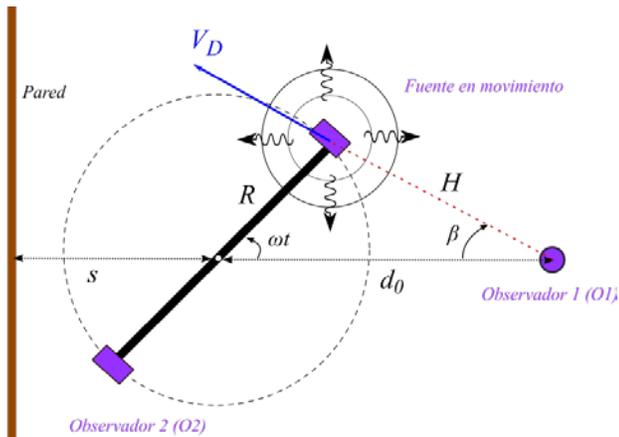


FIGURA 2. A la izquierda se tiene una pared en la cual el sonido proveniente de la fuente en movimiento es reflejado y captado por los observadores.

Las imágenes electrostáticas son un procedimiento para resolver la ecuación de Laplace satisfaciendo condiciones de frontera sin la necesidad de resolver la ecuación diferencial que surge del modelado [11, 12], y además permite una representación gráfica simple del fenómeno.

En este caso tenemos una situación de una fuente en movimiento y una pared que nos introduce las condiciones de la frontera que permiten la aplicación del método de las imágenes. La fuente imagen (virtual) es una fuente idéntica a la real, simétrica respecto del límite de la pared, que gira en sentido contrario a la fuente real con velocidad angular del mismo módulo [6].

La situación se ilustra en la Figura 3. La frecuencia de la fuente virtual para un observador en el sistema laboratorio se puede obtener de la Ec. (6) al introducir algunos cambios. Se debe considerar la nueva distancia del observador al eje O' , $D = 2s + d_0$, en donde s es la distancia entre el eje de giro O y la pared, ω ahora es $-\omega$ y utilizar una nueva fase, $\phi_r = \pi - \phi$. Con los cambios anteriores tenemos un α' dado por:

$$\alpha' = \frac{R}{2s + d_0}. \quad (8)$$

La frecuencia percibida por O_1 proveniente de las reflexiones en la pared es:

$$f_{reflejada}(t) \approx f_0 \left(1 - \frac{R\omega}{c} \text{sen}(\omega t - \phi_r) - \phi_r \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha'^2 - 2\alpha' \cos(\omega t - \phi_r)}} \quad (9)$$

Para la forma simplificada de la Ec. (6) se han usado las relaciones $\text{sen}(-\omega t + \phi_r) = -\text{sen}(\omega t - \phi_r)$ y $\text{cos}(-\omega t + \phi_r) = \text{cos}(\omega t - \phi_r)$. Se espera que O_1 mida una señal de la fuente virtual de menor intensidad (dB) que la que llega de la fuente real puesto que la intensidad de la onda varía con el cuadrado de la distancia que hay entre la fuente y el punto de llegada o considerado. Además, esta señal reflejada tendrá un intervalo de tiempo entre la frecuencia máxima y mínima mayor al de la fuente real, ya que el arco entre A' y B' es mayor que el arco entre A y B (ver Figura 3).

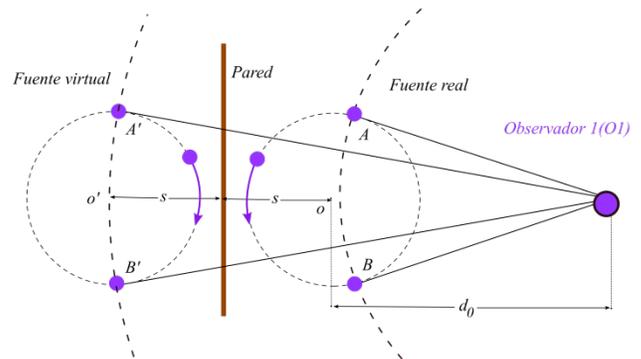


FIGURA 3. A la derecha de la pared O_1 y la fuente real girando en sentido antihorario y a la izquierda la fuente imagen girando en sentido horario. El análisis de la fuente imagen es el mismo que para la fuente real en cuanto a geometría. Adaptada de [6].

Observe que A y B corresponden a los puntos en donde se produce la frecuencia mínima y máxima, respectivamente, de la fuente real. En cambio, la relación se invierte para los puntos A' y B' de la fuente virtual, siendo la máxima y mínima respectivamente, aunque para otro tiempo porque la distancia al observador cambia.

El caso con reflexión para el O_2 es de mayor complejidad y no está contenido en este trabajo.

II.C Simulación

Utilizando el modelo teórico establecido en las subsecciones II. A se realizó la simulación de la frecuencia a percibir por el observador O_1 . El resultado se muestra en la Figura 4. Se toma $f_0 = 4.0 \text{ kHz}$, $R=0.60 \text{ m}$, $\omega=6.0 \text{ rad/s}$, $\phi = 0$ y dos casos diferentes: $\alpha=1$ (observador pegado al borde de la plataforma giratoria) y $\alpha \approx 0.38$ (a 1.0 m del borde de la plataforma giratoria). Para el caso del observador O_2 no hay cambio de frecuencia, puesto que respecto de su sistema no hay movimiento relativo. En la Figura 4 se observan las asimetrías del tiempo transcurrido entre la frecuencia

máxima y mínima, y su complementario (entre mínima y máxima) para ambas simulaciones. Cuando $\alpha = 1$, el cambio de frecuencia máxima a mínima conlleva un breve tiempo si se compara con el pasaje de la frecuencia mínima a la máxima para la misma situación. Para el caso de $\alpha \approx 0.38$ los intervalos de tiempo son similares, pero es posible observar la asimetría. El modelo teórico de la subsección II.B (caso con reflexión) para el observador OI se muestra en la figura 5. Se han modelado simultáneamente la frecuencia Doppler de la fuente real y de la fuente virtual. Los parámetros usados aquí son, $f_0 = 4.0 \text{ kHz}$, $R = 0.60 \text{ m}$, $\omega = 5.5 \text{ rad/s}$, $d_0 = 0.75 \text{ m}$, $s = 0.75 \text{ m}$, $\phi = 0$ y $\phi_r = \pi$.

Los cruces por f_0 de ambas ondas son los mismos, correspondientes al pasaje de la fuente por los puntos alineados con la recta que pasa por el eje y OI . Un aspecto importante de la figura es que la frecuencia de la onda recibida en forma directa por OI y la frecuencia de la reflejada están a contrafase [6].

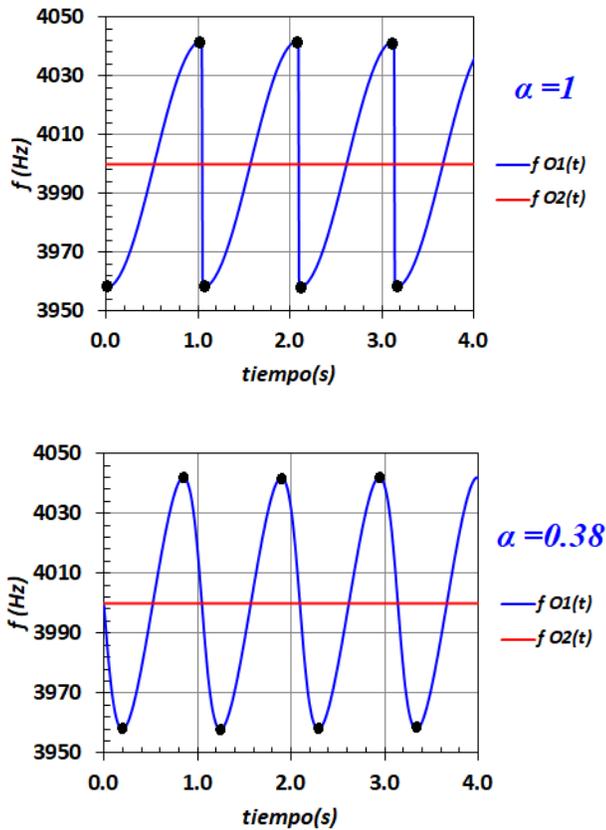


FIGURA 4. Se presenta el modelo teórico para la evolución temporal de la frecuencia percibida por el OI en trazo continuo azul y en trazo continuo rojo para el $O2$. Los puntos negros ilustran puntos de frecuencia máxima y mínima. El intervalo de tiempo para cambiar de la frecuencia máxima a la mínima es δ y de la mínima a la máxima el período menos $T - \delta$.

Por lo cual es posible distinguir la frecuencia percibida de cada una de las fuentes en un espectrograma (el OI medirá su superposición), lo que hace posible la práctica experimental propuesta en este trabajo. Mientras la fuente real se aleja del OI al girar en sentido antihorario, la fuente

virtual se acerca al girar en sentido horario. La relación de fases es $\phi_r = \pi - \phi$.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Proponemos obtener las imágenes sonoras para los casos anteriormente descritos y compararlos con el modelo teórico. Como primera etapa se estudiará el caso sin reflexiones y en una segunda etapa se estudiará el caso de reflexiones en una pared. Los equipos para desarrollar este experimento se muestran en la Figura 6. El dispositivo para la primera etapa se presenta en la parte de arriba de la figura y abajo la configuración de la etapa 2. Se trata de una plataforma giratoria y sus accesorios, dos teléfonos inteligentes capaces de emitir y grabar sonido, así como medir la velocidad de giro (no excluyente), una PC y un micrófono para grabar la señal y realizar el análisis de los datos (programa de análisis tiempo-frecuencia de la señal).

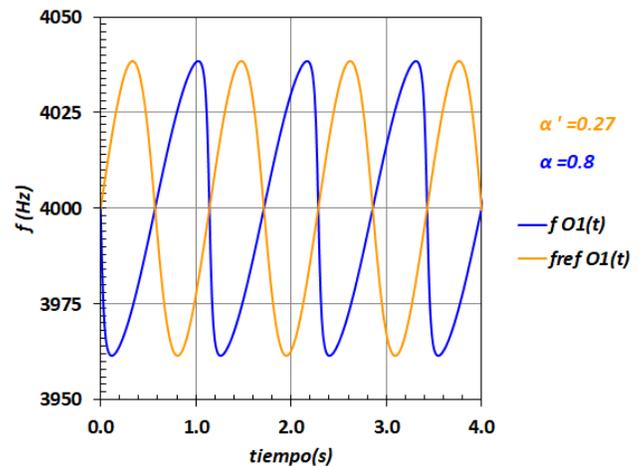


FIGURA 5. Se presenta el modelo teórico para la evolución temporal de la frecuencia percibida por el observador OI . Con trazo continuo azul la frecuencia de la fuente real y con naranja la frecuencia de la fuente imagen.

Los teléfonos inteligentes aquí usados son económicos y robustos (Samsung S5) y las aplicaciones (App) seleccionadas e instaladas en ellos son gratuitas y de libre disposición: Frequency Sound Generator [13] y phyphox [14], disponibles en Play Store para sistemas Android.

Para el análisis de la señal en la PC se usa el programa Spectrogram [15] y para extraer las coordenadas (t, f) del espectrograma de la señal sonora se usa el programa xyExtract [16], ambos también gratuitos y de libre disposición. Este último programa trabaja con imágenes con extensión *.bmp* de un tamaño máximo de 1170×820 píxeles. Se recomienda tener en cuenta estas características al guardar la imagen del espectrograma que se extrae desde Spectrogram o en su defecto comprimirla a posteriori.

En los extremos de la plataforma giratoria se colocan dos teléfonos inteligentes ($C1$ y $C2$) usando sujetadores y se ubica un micrófono conectado a la PC (que oficia como OI)

IV. RESULTADOS

IV.A Caso sin reflexión

a una distancia cercana del borde del círculo descrito por la barra (para observar mejor la asimetría entre las variaciones de frecuencia máxima y mínima y viceversa). Se utiliza una cinta métrica para medir las distancias relevantes, el radio de giro de la barra (R) y la distancia desde el micrófono al eje de rotación de la plataforma (d_0). El $C1$ tiene dos funciones, emitir una señal de frecuencia definida de $f_0 = (4000 \pm 20)$ Hz y medir la velocidad angular de la plataforma en rotación (sensor giroscopio). El $C2$ tiene la función de grabar la señal proveniente de la fuente $C1$, es decir, oficia como el $O2$. El montaje anterior refiere a la práctica básica sin reflexión.

Incorporar la reflexión sólo requiere contar con una placa grande, de unos 2.4×1.4 m, que puede ser de madera reconstituida (MDF o MDP), yeso o cartón, entre otros, y ubicarla a una distancia s del centro del eje de rotación en forma perpendicular a la línea eje- $O1$.



FIGURA 6. Arriba se muestra el dispositivo para la primera etapa en donde no hay paredes cercanas y abajo se muestra la inclusión de una pared. Con un óvalo azul punteado el $C1$ y con un óvalo punteado anaranjado el $C2$.

Luego de realizado el experimento, en sus dos configuraciones, se analizan las señales de sonido obtenidas con los programas ya mencionados para comparar con el modelo teórico (sin y con pared). Se extraen las frecuencias instantáneas con su respectiva coordenada temporal. Los datos experimentales se ajustan con el modelo teórico usando como parámetros ajustables (ω , d_0 , s , R y la fase ϕ), o dejando algunos de ellos fijos por la medición y ajustando el resto (por ejemplo, dejando las distancias conocidas y ajustando el valor de ω y ϕ , para comparar el valor de ω ajustado con el medido). La comparación de parámetros ajustados con las magnitudes medidas puede ser una opción para validar las expresiones de frecuencias teóricas.

En la figura 7, se muestra la señal medida por $O2$ (arriba) y la señal medida por $O1$ (abajo). En la figura 8 se presentan en un mismo gráfico el modelo para la frecuencia de la Ec. (6) y los datos experimentales extraídos de la figura 7 (abajo). Las oscilaciones de frecuencia de la figura de abajo ocurren en torno a la frecuencia de la fuente, $f_0 = 4.0$ kHz.

IV.B Caso con reflexión

La Figura 9 muestra la representación tiempo-frecuencia de la señal percibida por $O1$ en el caso con reflexión en la pared cercana. Son notables, en ambos casos, las asimetrías en los cambios de frecuencia mínima a máxima y de máxima a mínima.

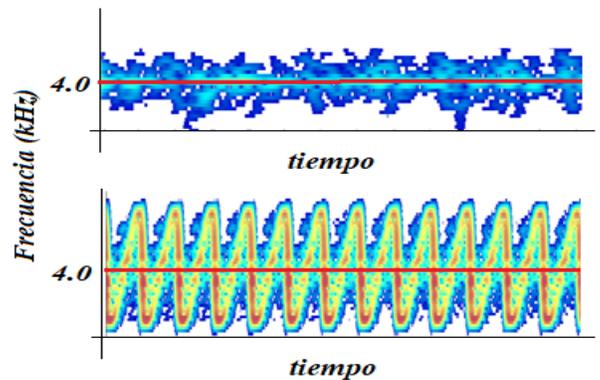


FIGURA 7. Arriba señal medida por $O2$ y abajo la señal medida por $O1$.

Los parámetros de ajuste, obtenidos manualmente con una hoja de cálculo, al modelo para el caso del observador $O1$ son: $\omega_{ajuste} = (16.6 \pm 0.3)$ rad/s y $\alpha_{ajuste} = (0.80 \pm 0.04)$. Las medidas directas del radio y la distancia del eje al observador permiten calcular $\alpha = (0.80 \pm 0.02)$ y $\omega = (16.6 \pm 0.1)$ rad/s.

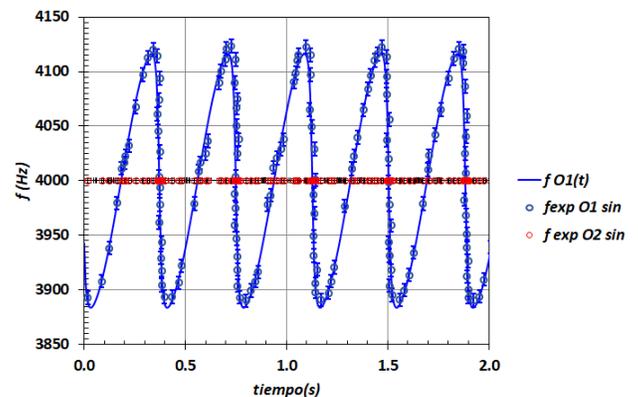


FIGURA 8. Con trazo azul continuo el modelo teórico para la frecuencia de la fuente medida por $O1$ y con círculos azul claro los datos experimentales.

Di Laccio J.L., Núñez P., Alonso-Suárez R. y Gil S.

También se observa que la intensidad de la señal reflejada es menor, pero claramente apreciable, lo que permite extraer sus coordenadas de la figura 9. Este proceso de extracción se muestra en la Figura 10.

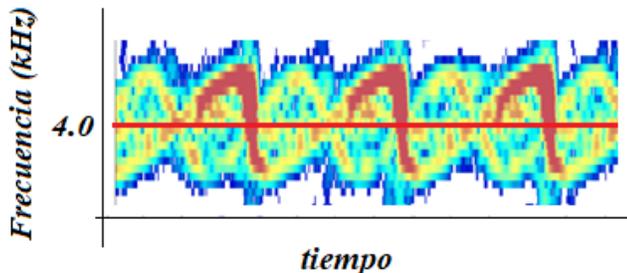


FIGURA 9. Imagen sonora medida por el OI cuando se incluye una pared perpendicular al plano de visión de OI.

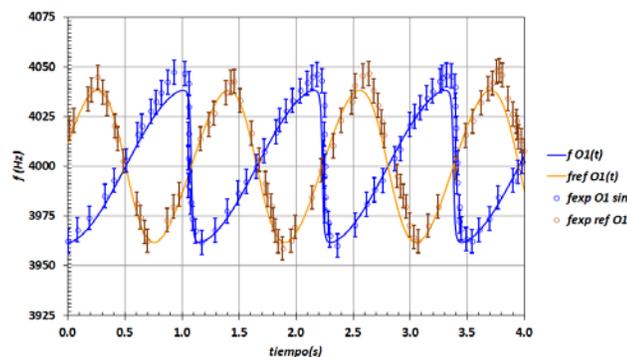


FIGURA 10. Con trazo continuo azul el modelo para la frecuencia sin reflexiones y con trazo continuo naranja el modelo de reflexiones en la pared. Con círculos azules los datos experimentales para el caso sin reflexiones y con círculos rojos para las reflexiones.

En la Figura 10 se muestran en azul y naranja las frecuencias de la fuente real y de la fuente virtual, respectivamente. El ajuste de modelo en azul es el mismo que el de la subsección IV.A. Los parámetros ajustados para cada caso son: $\omega_{ajuste} = (5.5 \pm 0.2)$ rad/s, $\alpha_{ajuste} = (0.80 \pm 0.04)$, y $\alpha'_{ajuste} = (0.27 \pm 0.04)$. Valores que son esperables de acuerdo con las medidas directas. La incertidumbre en los datos de la frecuencia se asocia al ancho mayor de la frecuencia que se aprecia en la imagen de la Figura 9.

V. CONCLUSIONES

Doppler fue un apasionado de la astronomía y mientras estudiaba los trabajos de Bradley sobre la aberración estelar, concluyó que la luz proveniente de una fuente en movimiento tendría un corrimiento en su color al azul si la fuente se acercaba y al rojo si se alejaba. Al principio no creyeron su teoría, y tuvo que exponerse a las fuertes críticas de sus colegas. Las evidencias del efecto Doppler en la luz no fueron simples de demostrar en su época. Las primeras evidencias del efecto Doppler se obtuvieron para el sonido [17]. Si bien no hay una analogía directa entre el efecto

Doppler del sonido y el de la luz, es un buen punto de partida, para luego introducir ideas para el caso de la luz.

En este trabajo se pueden verificar experimentalmente las ideas Doppler para el sonido para el caso de una fuente en movimiento circular y eso tiene un valor formativo para el estudiante. Se puede confrontar la relatividad de la medida de una magnitud como la frecuencia (f) dependiendo de su observador. Además, se puede contrastar el modelo del efecto Doppler de las reflexiones en una pared obtenido por el método de las imágenes y reconocer la afectación en las mediciones por la presencia de objetos cercanos.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a Andrés Monetta y Paola Russo por sus valiosos comentarios y sugerencias.

REFERENCIAS

- [1] Schier, W., *Doppler frequency shift of sound apparatus*, The Physics Teacher **49**, 246-247 (2011).
- [2] M. F. Saba M., da S. Rosa R. A., *The Doppler Effect of a Sound Source Moving in a Circle*, The Physics Teacher **41**, 89-91 (2003).
- [3] Vogt P., Kuhn J., Müller S., *Experiments Using Cell Phones in Physics Classroom Education: The ComputerAided g Determination*, The Physics Teacher **48**, 383-384 (2011).
- [4] Di Laccio J. L., Vitale Suárez, R. A., Gil, S., *Estudio del efecto Doppler utilizando teléfonos inteligentes*, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias **14**, 637-646 (2017).
- [5] Gil, S., Di Laccio, J., *Smartphone una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **11**, 1305 (2017).
- [6] Spicklemire, S., Coffaro, M. A., *The treatment of reflections in a Doppler measurement using the method of images*, American Journal of Physics **74**, 40-42 (2006).
- [7] Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., *Fundamentals of Physics: Extended*. 11th ed., (John Wiley and Sons Inc., USA, 2018).
- [8] Young, H., Freedman, R. & Sears, F., *Sears and Zemansky's University Physics*. (Pearson Pub., N.Y., 2004).
- [9] French, A. P., *Vibraciones y ondas: curso de física del MIT*, (Reverté, Madrid, 1974).
- [10] Gil, S., *Experimentos de física usando las TIC y elementos de bajo costo*, (Alfaomega, Argentina, 2014).
- [11] Reitz, J., Milford, F., Christy, R., *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*, 4ta edición, (Adisson Wesley-Iberoamericana, Argentina, 1999).
- [12] Griffiths, D. J., *Introduction to Electrodynamics*, (Prentice Hall, Argentina, 1999).
- [13] LuxDeLux, *Google Play*. **24**, (2020). <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.luxdelux.frequencygenerator>.
- [14] R. A., *University, Google Play*. **27**, (2020). <http://www.lajpe.org>

https://play.google.com/store/apps/details?id=de.rwth_aachen.phyphox&hl=es.

[15] *W5Big-Spectrogram*, **30**. (2004). Available: <http://w5big.com/spectrogram.htm>.

[16] Wilton and Pereira da Silva C., *xyExtract Graph*

Estudio experimental del Efecto Doppler incluyendo imágenes sonoras Digitizer, (2011). Available:

http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index_xyExtract.htm.

[17] Nolte, D., *The fall and rise of the Doppler effect*, *Phys. Today* **73**, 30-35 (2020).