

Prototipo para medir fuerza centrípeta en función de masa, radio y periodo



Carlos Andrés Collazos Morales^{1,2,3}, César Mora³

¹Laboratorio de Física, Universidad Manuela Beltrán, Avenida Circunvalar No. 60-00, Bogotá D. C., Colombia.

²Departamento de Ciencias Naturales, Escuela Colombiana de Ingeniería, Ak. 45 No. 205-59, Autopista Norte, Bogotá D. C., Colombia.

³Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.

E-mail: cacollazos@gmail.com

(Recibido el 23 de Febrero de 2011; aceptado el 29 de Junio de 2011)

Resumen

Se presenta un prototipo de bajo costo para la enseñanza de la dinámica rotacional a nivel de la fuerza centrípeta. En el artículo se estudian las variables masa, radio y periodo en relación con la fuerza centrípeta que actúa sobre una masa que sigue una trayectoria circular. El artículo muestra datos y validaciones teóricas mediante el procedimiento experimental con el prototipo.

Palabras clave: Dinámica rotacional, Fuerza Centrípeta, construcción de prototipos.

Abstract

We present a prototype of low cost for teaching rotational dynamics at the level of the centripetal force. This article explores the variables mass, radius and period in relation to the centripetal force in a mass that follows a circular trajectory. The article presents data and theoretical validation by the experimental procedure with the prototype.

Keywords: Rotation dynamic, Centripetal Force, construction of prototypes.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.50.My, 01.50.Pa

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Se ha construido un prototipo que permite a nivel teórico y experimental analizar la fuerza centrípeta en un sistema rotatorio. Desde la instrucción tradicional se distingue algunos textos como [1, 2, 3] que abordan el concepto de fuerza centrípeta. El prototipo construido emplea el principio físico de un resorte-masa que tiene un movimiento circular como se indica en [4]. Varios enfoques para presentar desde lo experimental el concepto fuerza centrípeta son mostrados en [5, 6, 7, 8, 9,10]. Dentro de las publicaciones American Journal Physics, The Physics Teacher y la Revista Brasileira de la Enseñanza de la Física se distinguen publicaciones como [11, 12, 13, 14, 15,16] con prototipos de bajo costo. El aparato presentado en este trabajo a diferencia de los citados anteriormente tiene acondicionado un motor eléctrico el cual da mayor comodidad y precisión a nivel experimental. Dentro del documento la temática de fuerza centrípeta incorpora el análisis gráfico para poder validar los modelos teóricos existentes acerca de este concepto. El artículo se estructura de la siguiente manera. En la sección II se presenta una descripción del prototipo y un breve fundamento teórico. En la sección III se indica el procedimiento experimental, además un validación teórica. Para la sección IV se dan

apreciaciones acerca del uso del prototipo en la enseñanza. Para la sección V se dan algunas conclusiones acerca del uso del prototipo.

II. PROTOTIPO

A. Partes

El prototipo consta de una Base rectangular (Fig. 1), donde en su interior se ha acondicionado un motor DC de 24V y 160RPM (Fig. 2). El motor a su vez se acopla a una estructura mecánica la cual es presentada en la Fig. 3. La estructura mecánica consta de dos postes verticales que son sostenidos por una base horizontal que es acoplada al motor DC. Para el poste 1 (fijo) se tiene acondicionado un resorte, un indicador de elongación de resorte (removible) y una polea 1 donde es posible atar una cuerda 1. El poste 2 (removible) por su parte sostiene una masa circular M donde se ata la cuerda 1 por el extremo derecho. Por otro lado una cuerda 2 que pasa por una polea 2 conecta la masas m y M por el extremo izquierdo. La distancia entre el poste 1 y 2 se representa como r . En la estructura mecánica se ha dispuesto un contrapeso (removible) para

que el sistema no se descompense cuando rota. La Fig. 4 indica todas las partes que conforman el prototipo.



FIGURA 1. Base del aparato.



FIGURA 2. Base del Aparato y motor DC.



FIGURA 3. Parte superior del prototipo.

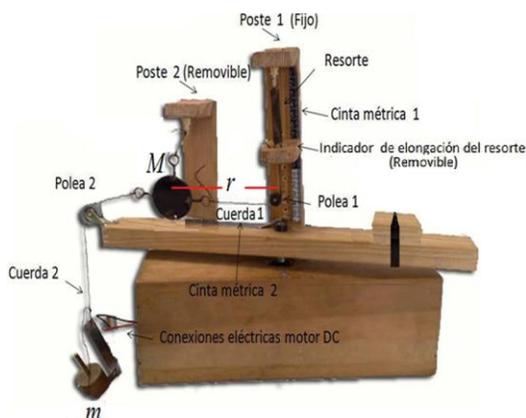


FIGURA 4. Prototipo armado en reposo.

B. Fundamento Teórico

Cuando un cuerpo de masa M se mueve con un movimiento circular uniforme experimenta una fuerza centrípeta \vec{F} como es representada en la Fig. 5.

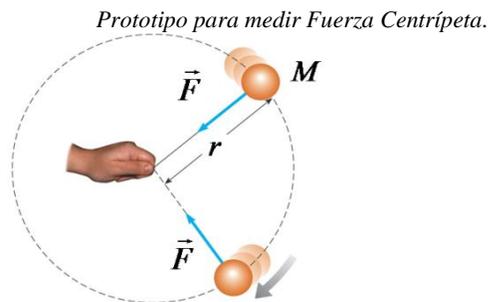


FIGURA 5. Diagrama de Movimiento circular, adaptada de [1].

El módulo de la fuerza centrípeta $|\vec{F}|$ corresponde a:

$$|\vec{F}| = \frac{Mv^2}{r} = Mr\omega^2. \quad (1)$$

Donde v es la velocidad tangencial, ω la velocidad angular y r es el radio de la trayectoria circular que describe el cuerpo. Dado que:

$$v = \frac{2\pi r}{T}. \quad (2)$$

T corresponde al periodo de oscilación de la masa M . Remplazando la Ec. (2) en la Ec. (1) tenemos:

$$|\vec{F}| = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}. \quad (3)$$

C. Funcionamiento

Con base a la Fig. 6 es posible comprender el principio físico fundamental con el cual funciona el prototipo. Es importante resaltar que cuando el sistema está en reposo y se suspende la masa m el resorte se elonga como se presenta en la Fig. 6 (derecha).

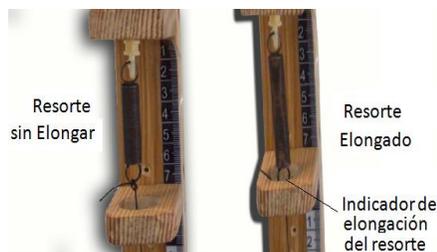


FIGURA 6. Resorte sin elongar y elongado por efecto de la masa (m) o un movimiento circular uniforme.

Si posteriormente se retira la masa m el resorte volverá a su posición original Fig. 6 (izquierda). El propósito fundamental es colocar nuevamente el resorte en la posición del indicador de elongación pero ahora

Carlos Andrés Collazos Morales y César Mora suministrando un movimiento circular uniforme como se ilustra en la Fig. 7.

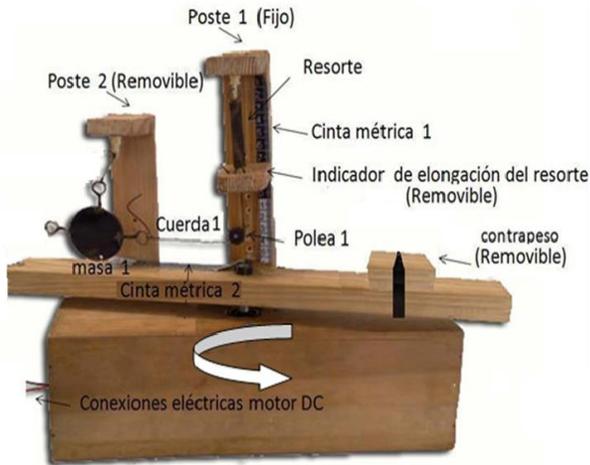


FIGURA 7. Prototipo con movimiento circular uniforme.

La Fig. 8 presenta el diagrama de cuerpo libre para la masa m cuando el prototipo está en reposo (Fig. 5).

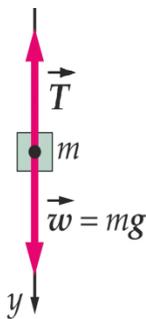


FIGURA 8. Diagrama de cuerpo libre masa m (Sistema en reposo).

La Fig. 9 por su parte ilustra la aproximación experimental que existe entre la tensión \vec{T} del sistema en reposo con la fuerza centrípeta \vec{F} del sistema cuando tiene un movimiento circular uniforme. La Ec. (4) representa matemáticamente la aproximación.

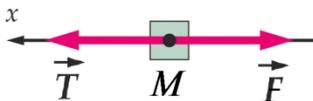


FIGURA 9. Diagrama vectorial de masa M para aproximar la Tensión y la Fuerza centrípeta.

$$|\vec{T}| = mg = |\vec{F}| = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}. \quad (4)$$

Analizando la Ec. (4) es importante resaltar que la masa $M = 0,2\text{Kg}$ se mantuvo constante para todos los

experimentos. De esta manera se abren dos posibilidades de manejo del prototipo como se indica a continuación en el procedimiento experimental.

III. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

El prototipo permite ser manejado para 2 casos.

A. Radio r (variable Dependiente), Periodo T (variable Independiente), Fuerza centrípeta mg y masa (M) constantes

Se monta el sistema en reposo (Fig. 4) para mantener la fuerza centrípeta \vec{F} constante, es decir se deja invariante el valor de la masa m durante todo el experimento. Posteriormente se retira la masa m (Fig. 7) y se le imprime un movimiento circular uniforme por medio del motor al sistema rotatorio. Con este procedimiento se busca que el resorte vuelva a posición que inicialmente registraba en el indicador de elongación cuando la masa m estaba suspendida. La masa M se mueve en un plano horizontal con velocidad uniforme y es posible con un cronometro medir su periodo de oscilación T . La distancia r de la Masa M respecto al poste 1 se mide en la cinta métrica 2. De esta manera si se mantiene constante la fuerza centrípeta \vec{F} y se varía el radio r cambiando la distancia del poste 2 respecto al poste 1, el periodo de oscilación T también será afectado. Ordenando la Ec. (4) tenemos:

$$r = \frac{mg}{4\pi^2 M} T^2 = \frac{|\vec{F}|}{4\pi^2 M} T^2. \quad (5)$$

En este caso r corresponde al variable dependiente y T corresponde a la variable independiente. $\frac{|\vec{F}|}{4\pi^2 M}$ es una constante. La Fig. 10 indica un diagrama de dispersión de datos experimentales de r vs. T .

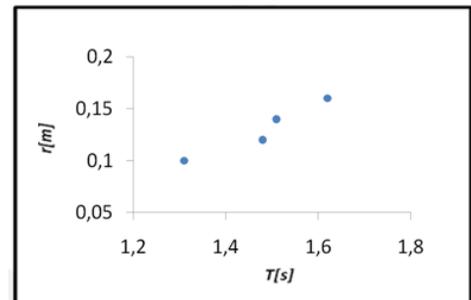


FIGURA 10. Curva de r vs. T .

Según la Ec. (5) la relación teórica que existe entre r y T es de tipo cuadrática. Es decir que al graficar r vs. T^2 los datos experimentales son linealizados y la pendiente puede

ser interpretada como la constante $\frac{|\vec{F}|}{4\pi^2 M}$. La Fig. 11 presenta la curva de r vs. T^2 además del ajuste lineal indicando el valor de la pendiente.

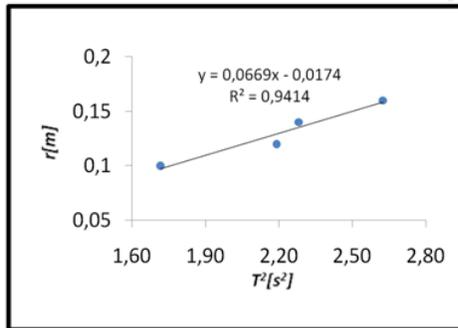


FIGURA 11. Curva de r vs. T^2

Con base al valor experimental de pendiente 0,067 es posible hacer una igualación con la pendiente del modelo teórico (Ec. 5). La Ec. (6) presenta la igualación.

$$\frac{|\vec{F}|}{4\pi^2 M} = 0,067. \quad (6)$$

De la Ec. (6) se determina la fuerza centrípeta experimental del sistema por medio de la Ec. (7).

$$|\vec{F}|_{\text{exp}} = 4\pi^2 M \cdot 0,0669 = 0,52N. \quad (7)$$

Usando el error relativo se compara la $|\vec{F}|_{\text{exp}}$ con la $|\vec{F}|_{\text{teo}} = mg = 0,5N$. La Ec. (8) presenta el error obtenido.

$$\% E = \left| \frac{|\vec{F}|_{\text{teo}} - |\vec{F}|_{\text{exp}}}{|\vec{F}|_{\text{teo}}} \right| \cdot 100 = 5.42\%. \quad (8)$$

B. Fuerza Centrípeta $|\vec{F}|$ (variable Dependiente), Periodo T (variable Independiente), Radio r y masa (M) constantes.

Para esta caso se fija constante la distancia entre el poste 1 y poste 2. Se utilizó un valor de $r = 0,15m$. La lectura se hace en la cinta métrica 2. Posteriormente por medio de la polea 2 y la cuerda 2, se cuelga la masa m . El valor de m permite establecer la fuerza centrípeta que para este caso será una variable. Para cada masa se miden los respectivos valores del periodo T . Por lo tanto si se varía la fuerza centrípeta \vec{F} cambiando m y se mantiene constante el radio r . Procedemos a ordenar la Ec. (4) y tenemos que:

$$mg = |\vec{F}| = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}. \quad (9)$$

En este caso \vec{F} corresponde a la variable dependiente y T corresponde a la variable independiente. $4\pi^2 Mr$ es una constante. La Fig. 12 indica un diagrama de dispersión de datos experimentales de mg vs. T .

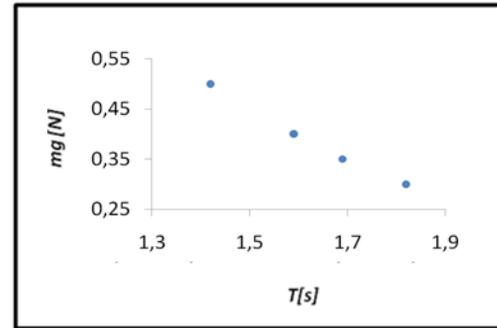


FIGURA 12. Curva de mg vs. T .

Según la Ec. (9) la relación teórica que existe entre mg y T es de tipo inversa. Es decir que al graficar mg vs. $1/T^2$ los datos experimentales se linealizan y la pendiente puede ser interpretada como la constante $4\pi^2 Mr$. La Fig. 13 presenta la gráfica de mg vs. $1/T^2$, además del ajuste lineal indicando el valor de la pendiente.

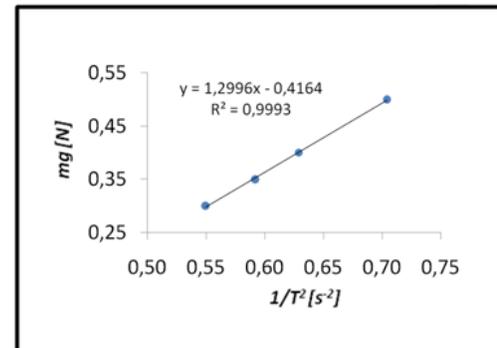


FIGURA 13. Curva de mg vs. $\frac{1}{T^2}$

Con base al valor experimental de pendiente 1,3 es posible hacer una igualación con la pendiente del modelo teórico que se define por la Ec. (9). La Ec. (10) presenta la igualación.

$$4\pi^2 Mr = 1,3. \quad (10)$$

De la Ec. (10) se determina la Masa experimental M_{exp} del sistema como se indica a continuación:

$$M_{\text{exp}} = \frac{1,3}{4\pi^2 r} = 0,22\text{Kg} . \quad (11)$$

Usando el error relativo se compara la M_{exp} con la $M_{\text{teo}} = 0,20\text{kg}$ del sistema. La Ec. (12) presenta el error obtenido.

$$\% E = \left| \frac{M_{\text{teo}} - M_{\text{exp}}}{M_{\text{teo}}} \right| . 100 = 9,1\% . \quad (12)$$

IV. EXPERIENCIA DE LOS ESTUDIANTES CON EL PROTOTIPO

Este montaje fue propuesto como proyecto final para 40 estudiantes de ingeniería que cursaron mecánica en la Universidad Manuela Beltrán en Bogotá- Colombia para el segundo semestre del año (2010-2). La metodología empleada y el método de evaluación fueron similares a los utilizados en [17, 18, 19]. Es decir se aplicaron 6 evaluaciones grupales, 3 a nivel oral y 3 escritas como indica la Tabla I

TABLA I. Descripción de la Evaluación.

Evaluación	Descripción	Semana
Eva-1	Presentación oral I de propuesta	3
Eva-2	Entrega escrita de Anteproyecto	3
Eva-3	Presentación oral II de Avance1	10
Eva-4	Entrega escrita de Avance1	10
Eva-5	Presentación oral III	16
Eva-6	Entrega escrita de Artículo	16

TABLA II. Estadística Descriptiva para 2010-2.

Evaluación	Promedio	Rango	Desviación estándar
Eva-1	2.51	2.0 – 3.0	0.82
Eva-2	2.73	2.5 – 3.0	0.63
Eva-3	3.44	3.0 – 3.8	0.53
Eva-4	3.66	3.3 – 3.9	0.37
Eva-5	3.78	3.4 – 4.0	0.31
Eva-6	3.95	3.7– 4.3	0.28

Con base a la estadística descriptiva de la Tabla II y el seguimiento continuo de la estrategia pedagógica aplicada se pudo establecer que los estudiantes:

- a) Reconocen a nivel experimental, la relación que existe entre la Fuerza Centrípeta vs. El radio, Fuerza Centrípeta vs. el periodo, Fuerza Centrípeta vs. Masa.
- b) Trabajaron colaborativamente en la ejecución de los proyectos.

- c) Pudieron establecer un proceso de experimentación (predicción, observación, validación) con los prototipos desarrollados.
- d) Reconocieron variables y constantes dentro de los modelos físicos involucrados con los prototipos.
- e) Usaron de forma aceptable la teoría de error y el análisis gráfico.
- f) Manifestaron que las presentaciones orales y escritas y el diseño y construcción del prototipo es de gran importancia ya que los prepara dentro de su quehacer cotidiano como estudiantes de ingeniería.

V. CONCLUSIONES

Se construyó un prototipo de bajo costo comparado con los que existen en el mercado. Se obtuvieron errores relativos durante el procedimiento experimental inferiores al 10% que nos indican que el prototipo es adecuado para la experimentación. El prototipo permite integrar varios conceptos a nivel teórico y experimental entorno a la fuerza centrípeta. El prototipo ha sido utilizado para aclarar y validar el concepto de fuerza centrípeta en cursos de mecánica de la Universidad Manuela Beltrán. El procedimiento experimental con el prototipo permite incorporar el análisis gráfico dentro de un proceso experimental que involucra el modelamiento físico al alcance de los estudiantes de un curso de mecánica. La temática de Fuerza Centrípeta relaciona otros aspectos importantes de la dinámica de rotación como por ejemplo la segunda ley de Newton para rotación y curvas cinemáticas de rotación.

REFERENCIAS

[1] Eisberg, R. y Lerner, L., *Física, Fundamentos y Aplicaciones*, (McGraw-Hill, México, 1984).
 [2] Resnick, R. y Halliday, D., *Física I*, 5a. Ed. (CECSA, México, 1998).
 [3] Serway, R. y Jewett, J., *Física I*, 3a. Ed. (International Thomson Editores, México, 1999).
 [4] Reyes, L. y etal., *Diseño de un sistema de bajo costo para la Automatización de medidas en experimentos de Física. "LabGICM"*, Revista Colombiana de Física **38**, 850-854 (2006).
 [5]<http://www.youtube.com/watch?v=9bvym0XfjMw&feature=related>. Consultado el 01 de Febrero de 2011.
 [6]<http://www.youtube.com/watch?v=LywiySUW3gI&feature=related>. Consultado el 01 de Febrero de 2011.
 [7]<http://www.youtube.com/watch?v=L6-kn2tB-9E>. Consultado el 01 de Febrero de 2011.
 [8]http://www.oglethorpe.edu/faculty/~m_rulison/IntroPhysLab/Lab_Descriptions/experiment_13_centripetal_force.htm. Consultado el 01 de Febrero de 2011.
 [9]<http://store.pasco.com/pascostore/showdetl.cfm?&DID=9&PartNumber=ME-8088&Detail=1>. Consultado el 01 de Febrero de 2011.

- [10] <http://www.lhup.edu/~dsimanek/scenario/labman1/centrip.htm>. Consultado el 01 de Febrero de 2011.
- [11] Hessel, R., *Descrição e uso de um aparelho para o estudo da dinâmica da rotação*, Revista Brasileira de Ensino de Física **5**, 21-32 (1983).
- [12] Allen, M., *The Stability of Centripetal Force Apparatus*, American Journal Physics **15**, 470-473 (1947).
- [13] Jacobs, S., *New Derivations of $a = v^2/r$* , The Physics Teacher **16**, 169-170, (1978).
- [14] Bauman, R., *What is Centripetal Force?*, The Physics Teacher **18**, 527-529 (1980).
- [15] Fogel, A., *Apparatus for Teaching Physics: Building a "no-cost" apparatus to demonstrate rotational inertia*, The Physics Teacher **22**, 333-333 (1984).
- [16] Bunn J., Smith J., *Apparatus for Teaching Physics: Measure Centripetal Force for Under \$3*, The Physics Teacher **32**, 380-381 (1994).
- [17] Collazos, C. A., *Prototipo para la Enseñanza de la dinámica rotacional (conservación del momento angular)*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 446-448 (2009).
- [18] Collazos, C. A., *Enseñanza de la conservación del momento angular por medio de la construcción de prototipos y el aprendizaje basado en proyectos*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 428-432 (2009).
- [19] Collazos, C. A., *Prototipo para la Enseñanza de la dinámica rotacional (Momento de Inercia y teorema de ejes paralelos)*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 619-624 (2009).