Determinación de la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por el estallido de las popcorn



Díaz, Albert, Montilla, Yomber, González, Juan, Díaz, Cruz

Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Barquisimeto "Luis Beltrán Prieto Figueroa", Barquisimeto Estado Lara, República Bolivariana de Venezuela.

E-mail: albertidiaz 19@hotmail.com

(Recibido el 1 de agosto de 2014, aceptado el 24 de febrero de 2015)

Resumen

Este trabajo de investigación tiene como propósito determinar la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por los estallidos de las popcorn o Cotufas (*Zea mays everta Sturt*). Para tal efecto, se realizaron mediciones del tiempo en que estallan los granos, se obtuvieron las curvas experimentales para cada una de las muestras utilizadas haciendo uso de sistemas asistidos por computador (CAS), y se aproximó una expresión matemática que al ser graficada se ajustara a los resultados experimentales (Curva teórica). La función que se ajusta, tiene la forma $N(t)=No/(e^{\Lambda}(1/\lambda(t-\bar{t}))+1)$, donde N(t) es el número de granos sin estallar, No es la muestra inicial de granos, t representa cada uno de los tiempos en que se producen los estallidos, \bar{t} es el promedio del tiempo y λ es la probabilidad de que los granos estallen en un intervalo de tiempo t a una temperatura T, experimentalmente se obtuvo que su valor es $\lambda = (\Delta t/\Delta T)^{\circ}C$.

Palabras clave: Zea mays everta Sturt, Curva experimental, Curva teórica.

Abstract

Does this investigation work have as purpose to determine the distribution function associated to the sound picks caused by the explosions of the popcorn or cotufas (*Zea mays everta* Sturt). For such an effect, were they carried out mensuration of the time in that the grains explode, were the experimental curves obtained for each one of the used samples making use of systems attended by computer (CAS), and did she approach a mathematical expression that was adjusted to the experimental results (Curve theoretical). Does The function that is adjusted, have the form $N(t)=No/(e^{\Lambda(t-\bar{t})})+1$, where N(t) is the number of grain unexploded, No is the initial sample of grains, t does each one of the times represent in that the explosions take place, \bar{t} it is the average of the time and λ is it the probability that the grains explode in an interval of time t to a temperature T, experimentally it was obtained that their value is $\lambda=(\Delta t/\Delta T)^{\circ}C$.

Keywords: Zea mays everta Sturt, Curve experimental, Curve theoretical.

PACS: 01.50.Lc, 07.05.-t, 07.05.Fb, 07.05.Hd.

I. INTRODUCCIÓN

Muchos de los tópicos que se estudian en las diversas ramas de la física suelen resultar muy complejos y poco comprendidos. El motivo principal para que esto ocurra, es el hecho de que pocas veces se logra establecer la relación existente entre los fenómenos estudiados y la cotidianidad de los involucrados en el proceso de investigación. El estudio de la física por ser una ciencia fáctica, conlleva a la combinación de la teoría, en las que se exponen los conceptos y leyes fundamentales; y las actividades de laboratorio que acercan al investigador a la experimentación y contrastación de dichas leyes.

En la actualidad, es muy común estudiar los fenómenos naturales desde dos perspectivas diferentes pero complementarias entre sí; la combinación de los instrumentos de laboratorio convencionales con medios informáticos, propicia el establecimiento de analogías entre los resultados obtenidos virtualmente y los que se suelen obtener vivencialmente. Con respecto a lo antes mencionado, Velasco, Arellano y Martínez [1], manifiestan que:

ISSN 1870-9095

"Una de las alternativas para la enseñanza práctica es el uso de laboratorios virtuales, los cuales se crean por medio de computadora y contienen una serie de elementos que ayudan al alumno a apropiarse del conocimiento teórico y desarrollar las habilidades concernientes al conocimiento adquirido".

Los laboratorios virtuales representan "una contribución a la educación por parte de las TIC, lo que ha ampliado la disponibilidad de laboratorios y la oportunidad de obtener un conocimiento práctico". Los softwares educativos diseñados específicamente para reproducir experimentos de laboratorio (por ejemplo, Physics Education Technology

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, No. 1, March 2015

1507-1

http://www.lajpe.org

Albert Díaz, Yomber Montilla, Juan González y Cruz Díaz "PhET"), les permiten a sus usuarios estudiar el comportamiento de algún fenómeno de su interés virtualmente, pero con ciertas restricciones que limitan su utilidad desde el punto de vista científico.

De igual forma, la otra modalidad que se puede adoptar dentro de los medios informáticos, está representada por los diferentes Sistemas Asistidos por Computador (CAS), por ejemplo, Microsoft Excel, Maple, entre otros; que en conjunto con programas de edición de imágenes, sonidos u otro aspecto similar; representan una herramienta de suma importancia para realizar estudios científicos sobre cualquier fenómeno natural, incluyendo los de características aleatorias; permitiéndole al investigador saber el cuándo, el cómo y el por qué se desarrollan.

En este orden de ideas, Melgarejo y otros [2], señalan que:

"Los sistemas asistidos por computador (CAS) han sido utilizados durante décadas, actualmente hacen parte del proceso de enseñanza y aprendizaje en las aulas; con los CAS los estudiantes se concentran en los conceptos y técnicas involucradas en la solución de problemas". Además agrega que:

"La vida moderna va ligada a la computación, así, la ciencia, ingeniería, economía, sociología, medicina entre otras ramas del saber, están siendo soportadas por las herramientas que entrega el software".

En esta oportunidad, se hace uso de los CAS para determinar la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por el estallido de las popcorn.

Aprovechando la familiaridad del objeto de estudio (popcorn o cotufas), se demostrará que fenómenos de esta índole pueden utilizarse desde el punto de vista académico para ejemplificar contenidos concernientes a estadística, graficado e incluso al modelado de curvas e interpretación de resultados.

Para desarrollar la investigación, se trabaja con un software editor de sonidos denominado "Cool Edit Pro2.1", encargado de registrar la señal que produce cada uno de los estallidos de las popcorn en función del tiempo, y para el análisis de datos se utiliza Microsoft Excel y Maple. Se tomaron como objeto de estudio las popcorn por ser su proceso de cocción un fenómeno natural de carácter aleatorio y probabilístico; y los software antes mencionados por poseer las características necesarias para cumplir con el objetivo planteado, además de ser de fácil adquisición.

II. ANTECEDENTES

El comportamiento de las popcorn aunque aparenta ser muy sencillo, engloba una serie de fenómenos físicos que han sido objeto de estudio en diversos trabajos de investigación; especialmente desde el punto de vista aleatorio y probabilístico. Entre estos, destaca el realizado por Struthers y otros [3], quien realizó un trabajo de investigación que tenía por objetivo determinar si se distribuyen normalmente los estallidos de un conjunto de popcorn; diseñando un experimento que le permitiera a los estudiantes de ciencias matemáticas de la Michigan

Technological University relacionar el contenido impartido teóricamente con un hecho tan común en la vida cotidiana.

Dicho autor utilizó programas computarizados (no especificados), para registrar el tiempo en el que estallan las popcorn y en base a ello obtuvo la curva experimental que describe su comportamiento. Realizó dos tipos de pruebas; la primera empleando una cocina eléctrica como mecanismo para elevar la temperatura de granos comunes de popcorn y la segunda usando un microondas y granos especiales para microondas de distribución comercial. Después de comparar los resultados de los dos tipos de pruebas señaló que eran tan similares que podían tratarse como un dato único; concluyendo además, que la función de distribución asociada a las popcorn no es normal, debido entre otras cosas a que la distribución de huecos (intervalos cronometrados entre los estallidos sucesivos) muestra muchos intervalos más cortos de lo que se esperaría de una distribución del normal.

De igual forma, Mayntz M. [4], diseñó una práctica de laboratorio denominada "NUCLEAR popcorn". La misma tenía por objetivo: Determinar si la función de distribución asociada a las popcorn podía ser comparada con el decaimiento radiactivo. La actividad de laboratorio consistía en síntesis en tomar una muestra de 128 granos de maíz para popcorn, colocarlos dentro de un envase y suministrarle calor hasta que se produzca el estallido de todos los granos. El registro de los intervalos de tiempo entre los estallidos se realizó por medio de programas computarizados (No especificados).

Se estudiaron siete intervalos de tiempo sucesivos que representan las vidas medias del elemento radiactivo, que como se mencionó, estaba representado por una muestra de 128 granos (por lo que la cantidad de granos que se espera permanezca sin estallar en la muestra por cada vida media es: 1ra=64, 2da=32, 3ra=16, 4ta=8, 5ta=4, 6ta=2, 7ma=1), y se establecieron comparaciones entre la cantidad de granos que se espera permanezcan sin estallar en la muestra y la cantidad de granos que realmente permanecían sin estallar en la misma.

Como se puede evidenciar ambos autores coinciden en utilizar las popcorn como elemento para describir fenómenos físicos de carácter aleatorio a través de actividades de laboratorio. Éste trabajo posee gran similitud con el realizado por Struthers y otros; sin embargo, es más profundo ya que además de obtener la curva experimental que describe el comportamiento de las popcorn define una función que al ser graficada se ajusta a la misma. Así mismo, partiendo de la función obtenida se demuestra teóricamente que el proceso de cocción de las popcorn puede ser comparado con el decaimiento radiactivo si y solo si, se ejecuta el experimento que más adelante será descrito a temperatura constante; esto con relación a la práctica de laboratorio planteada por Mayntz M.

III. SOBRE EL MAÍZ PARA POPCORN

El maíz palomero, al igual que los otros seis tipos de maíz, es un cereal de grano y se origina a partir de una hierba salvaje. Su nombre científico es *Zea mays everta* Sturt [5].

Morfológicamente, el grano de popcorn posee tres componentes: el endospermo, el germen, y el pericarpio.

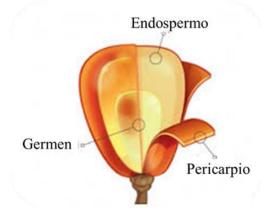


FIGURA 1. Morfología de un grano de maíz palomero.

El endospermo se compone de almidón y en él se almacena la humedad, es siempre de color blanco o amarillo y es un carbohidrato. La función del almidón es proveer energía para la parte viva del grano, más comúnmente conocido como germen o embrión. La parte exterior del grano es el pericarpio, el cual está hecho de celulosas. El pericarpio o cáscara de este tipo de maíz es normalmente de color amarillo e impermeable (Es por ello que es el único tipo de maíz que puede estallar) [5].

Cada grano de maíz contiene pequeñas cantidades de agua almacenadas en el centro del almidón. Las popcorn necesitan entre 13.5% y 14% de humedad para reventar. El suave almidón está protegido por el pericarpio que es muy resistente [6].

A medida que el grano se calienta, el agua comienza a expandirse, cuando está alrededor de 100 grados centígrados, el agua se convierte en vapor y transforma el interior de cada grano en una caliente masa gelatinosa. El grano continúa calentándose hasta que alcanza un rango de temperatura que va desde 175 hasta 185 grados centígrados (En ese intervalo de temperatura los granos que contienen el porcentaje de humedad adecuado y no poseen orificios deben estallar). La presión dentro del grano puede llegar hasta 9 atm antes de que finalmente estalle la cáscara [6].

Cuando estalla, el vapor dentro del grano se libera. El almidón suave dentro de las palomitas de maíz se infla y se derrama, enfriándose inmediatamente y tomando la extraña forma que conocemos [6].

Como se evidencia este fenómeno tan común engloba una serie de procesos físicos que determinan su comportamiento.

IV. METODOLOGÍA

A fin de cumplir con el propósito de esta investigación, el presente trabajo se desarrolla tomando en cuenta las siguientes fases:

Determinación de la función de distribución asociada...

IV.A Fase I: Diagnóstica

En esta fase se seleccionan los implementos evaluando la factibilidad de utilizar cada uno de los mismos, de acuerdo con la función que deben cumplir dentro del proceso de investigación. Los implementos o materiales seleccionados se muestran a continuación:

-Materiales (proceso de cocción de las popcorn):

Hornilla eléctrica de 1000W, recipiente metálico del mismo diámetro de la hornilla (olla), maíz para popcorn (1 Kg, marca: El Maizal), aceite comestible.

-Implementos (determinar las características propias de los granos de popcorn y del proceso de elevación de temperatura):

Balanza con apreciación 0.001 gr (determinar la masa promedio de los granos), termómetro digital (sensor infrarrojo).

-Implementos computacionales (detección de las señales producidas por el estallido de las popcorn, análisis de los resultados, estudio matemático, entre otros):

PC, micrófono para PC, sofware Cool Edit Pro 2.1, Microsoft Excel, Maple 15.

IV.B Fase II: Ejecución

El desarrollo de la actividad experimental se sintetiza en lo siguiente:

Para comenzar se procede a colocar dentro de la olla muestras de granos de maíz palomero (El número de granos no es un factor determinante, sin embargo en este caso se utilizaron muestras de 32, 64, 128 y 256), de manera que queden ubicados uniformemente; es decir, que ningún grano quede sobre otro y que todos estén en el fondo de la misma (en el mismo plano), con la finalidad de que reciban la misma cantidad de calor por unidad de tiempo sin importar su ubicación.

La hornilla eléctrica se coloca en su nivel máximo y se deja calentar hasta que alcance su potencia máxima (aproximadamente 5 minutos), en este punto, la misma alcanza una temperatura de 500 °C.

Una vez alcanzada la potencia máxima de la hornilla se coloca la olla sobre ella; es necesario resaltar que la potencia suministrada por la hornilla permanece constante durante todo el proceso, por lo que se tiene una distribución de temperatura con el mismo valor en toda la olla.

Para registrar el tiempo en el que estallan los granos se utiliza un micrófono para PC dotado con un filtro para disminuir su sensibilidad y evitar ruidos ajenos al proceso de estallido de las popcorn, por ejemplo, cuando los granos que estallan colisionan con las paredes del recipiente; éste se ubica a 10cm aproximadamente encima de la olla.

La señal es capturada por el software Cool Edit Pro 2.1, el estallido de cada una de las popcorn es expresado en el software como un pico con la especificación exacta del tiempo en que ocurre.

Albert Díaz, Yomber Montilla, Juan González v Cruz Díaz



FIGURA 2. Se muestra la grabación realizada por el software editor de sonidos Coll Edit Pro 2.1. En este caso se trata de una muestra de 256 granos de maíz para popcorn; se especifica el tiempo exacto en el que se produce el primer estallido.

Una de las ventajas que ofrece este software es la posibilidad de realizar acercamientos (Zoom), por lo que el error en el registro del tiempo se puede considerar despreciable.



FIGURA 3. Se muestra una secuencia de zoom enfocada en un pico de la grabación. **A)** Zoom 20%, se separa el pico del resto de la grabación, **B)** Zoom 50%, se observa la perturbación ocasionada por el estallido, **C)** Zoom 80%, se hace énfasis en el máximo de la perturbación que representa el tiempo en el que se produce el estallido (tiempo a ser registrado).

Como se mencionó anteriormente, existen ruidos ajenos al proceso de estallido de las popcorn, que lamentablemente no se pueden evitar pero si diferenciar dentro de la grabación, puesto que los picos generados por estos ruidos son de menor intensidad que los que corresponden a los estallidos; esto se hizo evidente cuando calibro el software tomando como referencia las grabaciones del estallido de cuatro granos (se realizaron 20 grabaciones sucesivas), esto con la finalidad de calcular el máximo y el mínimo de la intensidad de los estallidos; ya que no todos los granos estallan con la misma energía. A continuación se muestra el rango en el que se puede considerar un pico como representación de un estallido.

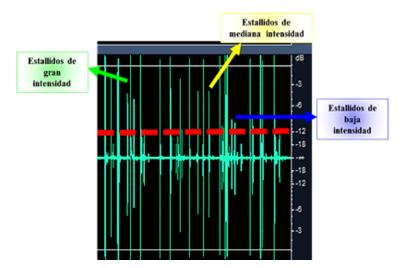


FIGURA 4. Intensidad de la señal producida por el estallido de las popcorn y por ruidos ajenos al proceso. Por encima de la línea punteada se muestran los estallidos de baja, mediana y alta intensidad. Por debajo de la línea punteada se encuentran los ruidos ajenos al proceso.

Se realizan además, mediciones de la temperatura del sistema (olla, granos y aceite), en el momento en que estalla el primer y el ultimo grano; es decir, el intervalo de temperatura en el que se desarrolló el fenómeno. Esto con la finalidad de corroborar que el tiempo en el que estalla cada grano depende de la distribución de temperatura.

Una vez finalizado el proceso de grabación (estallido de todos los granos), se procede a realizar una tabla de datos en Microsoft Excel en donde se registra el tiempo específico en el que estalla cada grano, los intervalos de tiempo entre cada estallido y por último la diferencia de tiempo entre cada uno de los estallidos con respecto al primero.

Los resultados experimentales se procesan en Maple 15; se grafica el número de estallidos en función de la diferencia de tiempo entre cada uno de ellos con respecto al primero; estos datos generan la curva experimental.

A continuación se muestran las curvas experimentales de cuatro mediciones con diferente número de muestras:

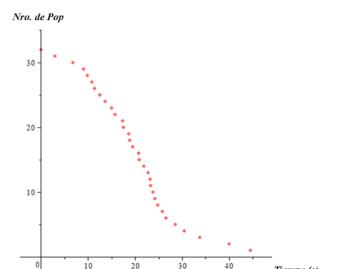


FIGURA 2. Curva experimental, muestra de 32 granos.

Tiempo (s)

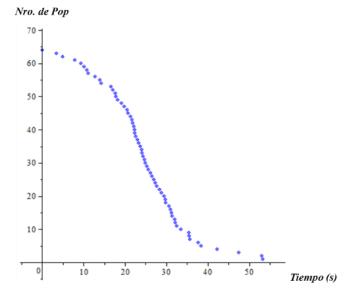


FIGURA 3. Curva experimental, muestra de 64 granos.

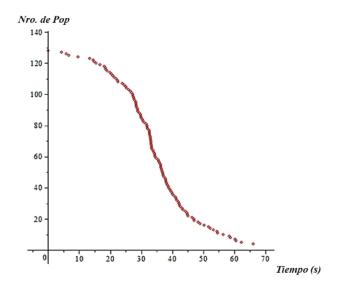


FIGURA 4. Curva experimental, muestra de 128 granos.

Nro. de Pop

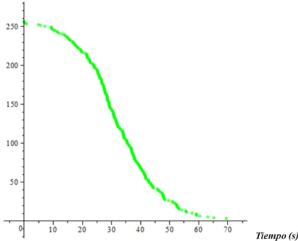


FIGURA 5. Curva experimental, muestra de 256 granos.

IV.C Fase III: Análisis de resultados

Luego de obtener las curvas experimentales se procede a construir la función que al ser graficada se ajuste a las mismas. Esta función tiene la forma:

$$N(t) = \frac{No}{e^{\frac{1}{\lambda}(t-\overline{t})} + 1}.$$
 (1)

Donde N(t) es el número se granos sin estallar, No es la muestra inicial de granos, t representa cada uno de los tiempos en que se producen los estallidos de las popcorn, \bar{t} es el promedio del tiempo, es decir:

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{nt}.$$
 (2)

Donde nt es el número de medidas de tiempo y λ es la probabilidad por unidad de tiempo de que los granos estallen, siendo ésta probabilidad consecuencia de que el tiempo total t_T en estallar los No granos dependerá de la distribución de temperatura T que alcancen los mismos para estallar.

Experimentalmente se obtuvo que el valor de λ es el cociente entre la variación del tiempo y la variación de la Temperatura, multiplicado por °C; es decir:

$$\lambda = (\Delta t / \Delta T) \, ^{\circ}C. \tag{3}$$

En las Figuras 6, 7, 8 y 9, se muestran las curvas experimentales, en conjunto con las curvas teoricas (negras), a la derecha de cada fígura, se encuentra la función empírica con los valores correspondientes a cada caso.

Albert Díaz, Yomber Montilla, Juan González y Cruz Díaz

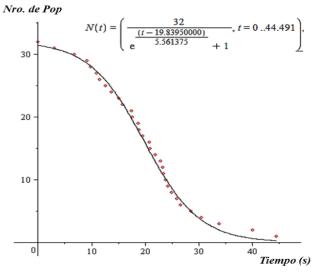


FIGURA 6. Muestra de 32 granos.

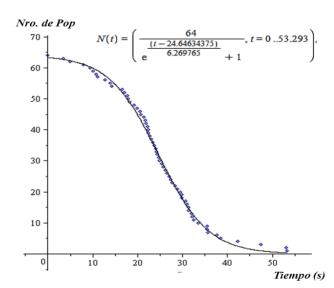


FIGURA 7. Muestra de 64 granos.

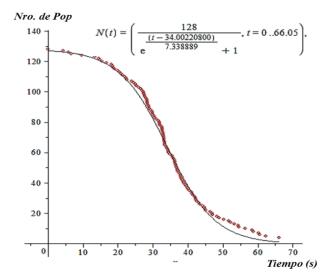


FIGURA 8. Muestra de 128 granos.

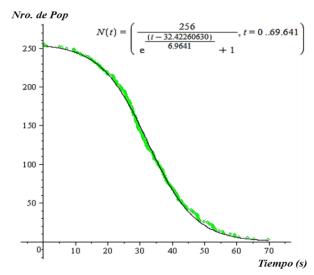


FIGURA 9. Muestra de 256 granos.

Además, si se deriva la función N(t) con respecto al tiempo, se obtiene la actividad o rapidez con la que estallan los granos para cada una de las muestras. A continuación se mostrarán las curvas de la rapidez con la que estallan los granos por unidad de tiempo.

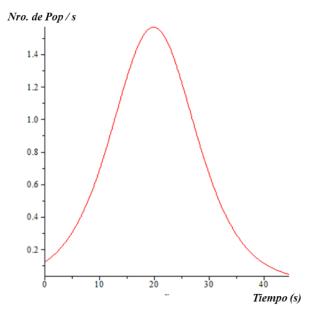


FIGURA 10. Rapidez de estallidos, muestra de 32 granos.

Como se puede apreciar, la rapidez con la que estallan los granos alcanza valores máximos para muestras iniciales más numerosas; esto tiene sentido, puesto que como se mencionó anteriormente los granos para popcorn tienen un intervalo de temperaturas bien definido en el cual deben estallar (175°C-185°C), es por ello que mientras más numerosa sea la muestra, mayor será la rapidez con la que estallen.

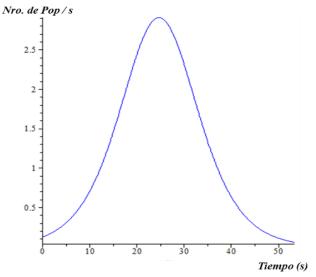


FIGURA 11. Rapidez de estallidos, muestra de 64 granos.

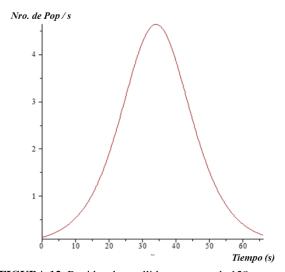


FIGURA 12. Rapidez de estallidos, muestra de 128 granos.

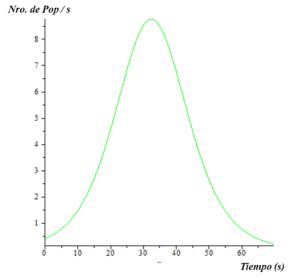


FIGURA 13. Rapidez de estallidos, muestra de 256 granos.

Determinación de la función de distribución asociada... Para las condiciones en la que se realizó el trabajo de investigación, se pudo constatar que el tiempo total en el que se desarrolla el proceso para muestras mayores de 128 granos se encuentra en el intervalo de 65-70 segundos, que es el tiempo que ha de transcurrir para que los granos alcancen la temperatura crítica que les permita estallar. En la Figura 14, se puede observar que las curvas experimentales de color marrón y verde (muestras de 128 y 256 granos respectivamente), tienden a converger en el intervalo de tiempo arriba especificado.

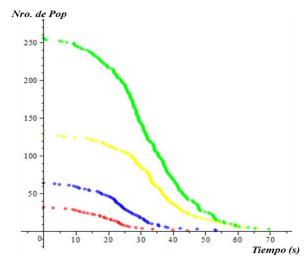


FIGURA 14. Curvas experimentales, muestras de 32, 64, 128 y 256 granos.

Realizando una partición discreta de las curvas correspondientes a dN(t)/dt, equivalente a $\int dt \, dN(t)/dt$, por consistencia se debe obtener la muestra de granos inicial No. Esto permite evaluar la confiabilidad de la función empírica. En las figuras, a continuación, se muestra que efectivamente se obtiene el resultado esperado en cada uno de los casos mostrados.

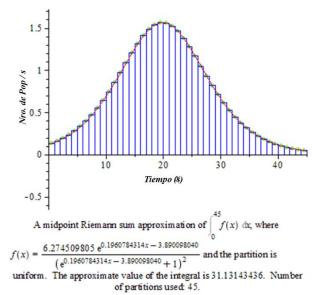


FIGURA 15. Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 32 granos).

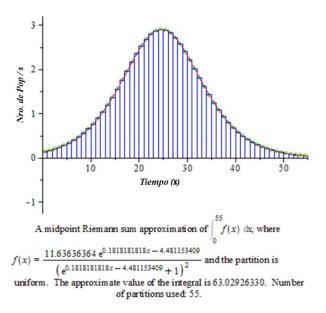


FIGURA 16. Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 64 granos).

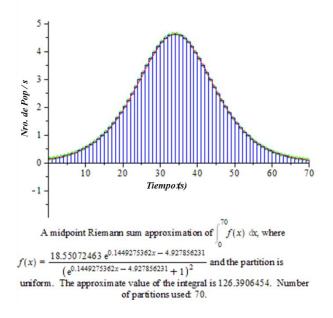


FIGURA 17. Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 128 granos).

V. CONCLUSIONES

Una de las variantes dentro de la investigación consistió en realizar pruebas seleccionando granos con características semejantes (en cuanto a tamaño y masa promedio), y con granos tomados al azar (sin tomar en cuenta su tamaño y masa promedio); los resultados obtenidos nos permiten concluir que esas variables no afectan las deducciones planteadas, es decir, en ambos casos se obtienen datos experimentales muy semejantes.

De igual forma, se verificó que todos los granos reciben la misma cantidad de calor por unidad de tiempo (potencia), realizando mediciones de la temperatura en varias posiciones dentro de la olla en diversos momentos a lo largo del proceso y además se logró corroborar empíricamente que los granos estallan en puntos aleatorios; por lo tanto ésta no es una variable que afecte los resultados.

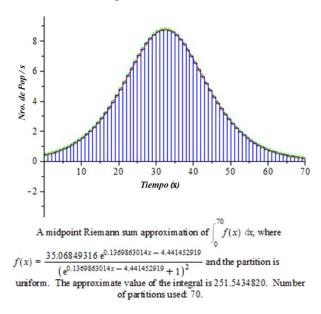


FIGURA 18. Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 256 granos).

La variable que es de gran relevancia en el proceso de cocción de las popcorn y de la que depende su comportamiento es la humedad propia de cada grano; en general como se mencionó anteriormente, el grado de humedad ideal para que estallen las popcorn es 14%; sin embargo, la medición que se realiza en las empresas productoras de popcorn es un promedio de una cantidad considerable de granos. Es por ello que el comportamiento de las popcorn se hace aleatorio; los granos con mayor grado de humedad estallan antes de los que poseen el grado de humedad ideal y los de menor grado de humedad estallan al final del proceso o en el peor de los casos permanecen sin estallar; principalmente porque la presión interna del grano no alcanza las 9 atm que logra romper el pericarpio.

Bajo las condiciones en las que se desarrolló el trabajo de investigación el tiempo máximo en el que se desarrolla el proceso; es decir, el tiempo en el que los granos alcanzan la temperatura crítica que les permite estallar oscila entre 65 y 70 segundos.

Para muestras mayores de 128 granos bajo las condiciones experimentales planteadas, la variable λ tiende a poseer un valor constante que se aproxima a 7.

La rapidez con la que estallan los granos aumenta proporcionalmente a la cantidad de granos que se utilicen como muestra inicial; en las imágenes mostradas se aprecia que esta variable toma valores que van desde 1.5 estallidos por segundo para muestras de 32 granos, hasta

Determinación de la función de distribución asociada...

aproximadamente 9 estallidos por segundo para muestras de 256 granos.

La función empírica obtenida se ajusta de muy buena forma a las curvas experimentales propias de cada muestra; la consistencia de la misma se hace evidente cuando se realiza una partición discreta de la actividad o rapidez con la que estallan los granos, puesto que el valor del área bajo la curva se aproxima a la muestra inicial de granos que fueron utilizados.

Teóricamente se puede constatar que si la temperatura T permanece constante el valor de $1/\lambda$ es igual a $\Delta T/\Delta t$ °C=0, por lo que la exponencial poseerá el valor de la unidad. La cantidad de granos que han de estallar en este caso es No/2.

Este resultado permite comparar el proceso de cocción de las popcorn con el decaimiento radiactivo, debido a que se estaría representando la primera vida media de la muestra utilizada.

VI. REFERENCIAS

- [1] Velasco, A., Arellano, J., Martínez, J. & Velasco, S. Disponible en: http://Volumen-XXVI/Número-2/Revista La ciencia y el hombre /Universidad Veracruzana.htm>. Consultado el 12 de febrero de 2014.
- [2] Melgarejo, M., Gonzáles, C. & Ramírez, C., Solución de la ecuación diferencial parcial de una membrana vibrante mediante Maple y MatLab, Latin American Journal of Physics Education 7, 609-615 (2013).
- [3] Struthers, A., Clark, D., Edman, R. & Huff, A., Disponible en: http://archives.math.utk.edu/ICTCM/VOL16/S108/paper.pdf. Consultado el 15 de febrero de 2014.
- [4] Mayntz, M., Disponible en: http://www.nuclearscience week.org/images/uploadsNuclear-Popcorn.pdf>. Consultado el 15 de Febrero de 2014.
- [5] Gutiérrez, C.,
 Web Oficial de Cayetano Gutiérrez Pérez Catedrático de Física y Química y Divulgador Científico.htm">http://li>
 Consultado el 2 de Febrero de 2014.
- [6] Popcorn! USA., <a href="https://documents.com/http://documents.com/https://documents