



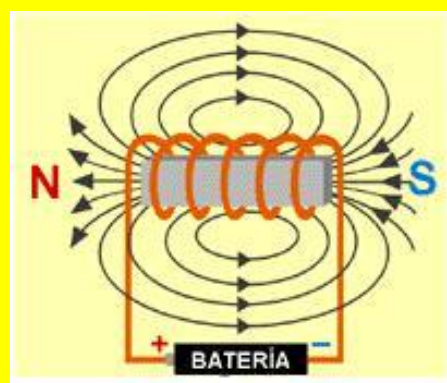
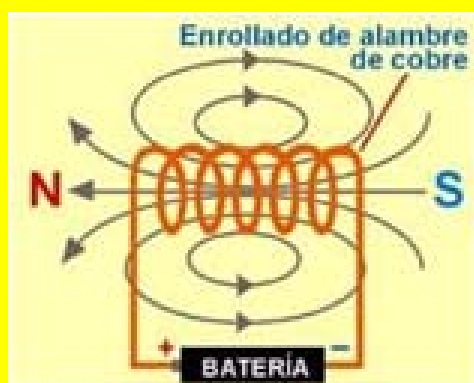
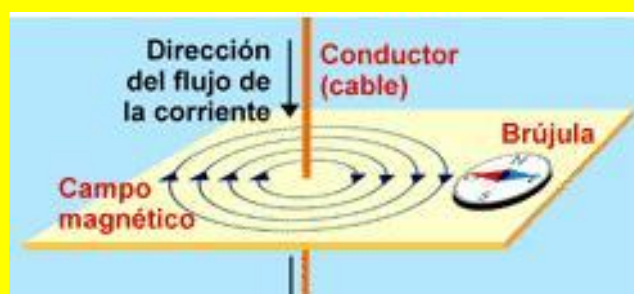
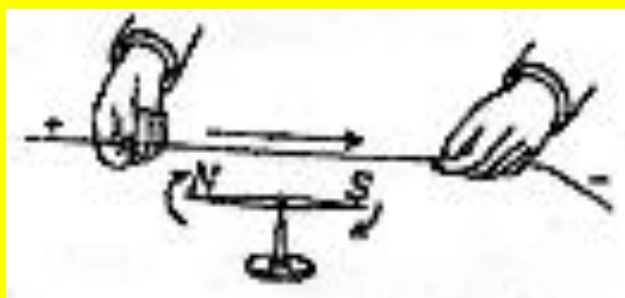
LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

www.lajpe.org

Volume 10

Number 1

March 2016



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network
and the Institute of Science Education



LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:

<http://www.lajpe.org>

Production and technical support

Enrique Martínez Roldán
eroldan@gmail.com
Isabel Contreras Arredondo
isaconarr1@yahoo.com.mx

Latin American Journal of Physics
Education is indexed in:

DOAJ

Dialnet

latindex

EBSCO
PUBLISHING

INDEX COPERNICUS
INTERNATIONAL

EDITORIAL POLICY

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to boubarkic@gmail.com or lajpe@lapen.org.mx. Further information is provided in the "Instructions to Authors" on www.lajpe.org

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: C. Bourbaki, Editor in Chief, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba), calle 154 No. 12906 entre 129 y 133 Reparto Reynold Garcia, Matanzas, Cuba CP 40100. Phone: 53 45 265794

Copyright © 2015 Latin American Physics Education Network. (www.lapen.org.mx)

INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)
Carl Wenning, Illinois State University (USA)
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)
David Sokoloff, University of Oregon (USA)
Dean Zollman, Kansas State University (USA)
Edward Redish, University of Maryland (USA)
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)
Gordon Aubrecht II, Ohio State University (USA)
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)
Jorge Valadares, Universidade Aberta de Lisboa, (Portugal)
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)
Lillian C. McDermott, University of Washington (USA)
Marisa Michelini, University of Udine (Italy)
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)
Minella Alarcón, UNESCO (France)
Orhan Karamustafaoğlu, Amasya University, (Turkey)
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)
Priscilla Laws, Dickinson College (USA)
Ton Ellermeijer, (Netherlands)
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

EDITORIAL BOARD

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)
Manuel Reyes, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)
Mauricio Pietrocola, Universidad de Sao Paulo (Brasil)
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

EDITOR-IN-CHIEF

C. Bourbaki, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba)

ASSOCIATED EDITOR

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Volume 10, Number 1, March 2016

CONTENTS/CONTENIDO

Editorial

Papers/Artículos

A simple method for construction of higher-order potentials and computation of scattering phase shifts

U. Laha, J. Bhoi 1301

Conservation theorems and ergodicity

R. Espíndola-Heredia, G. Del Valle, L. A. Peralta-Martínez 1302

Quantum Mechanics

Gabriela Del Valle, José Luis Jiménez, María Guadalupe Hernández, Ignacio Campos 1303

The Special Theory of Relativity

Ignacio Campos, Gabriela Del Valle, José Luis Jiménez, María Guadalupe Hernández 1304

Students' explanations of events in an electrostatic demonstration of free-fall weightlessness: An initial taxonomy of explanatory models and their features

Jasmina Balukovic, Josip Slisko 1401

El ejercicio integrador en la asignatura Probabilidades y Estadística Matemática en la modalidad semipresencial

M. L. Lorences de Jesús, J. F. Valiente-Márquez, C. A Valiente-Márquez 1402

Influencia de la aplicación de la Teoría del Aprendizaje de Robert Gagné en el rendimiento académico en el estudio del Experimento de Oersted

Marco Antonio Noroña Alvarado, Bolívar Cirilo Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde 1403

La lectura de los conceptos del texto de Física para mejorar el rendimiento de los estudiantes

Jorge Flores Herrera 1404

Las historias digitales aplicadas en el aprendizaje de las ecuaciones del movimiento rectilíneo en una dimensión

Kelvin A. Rosado, Francisca A. Flores, Bolívar C. Flores 1405

continued/continuación

contents/contenido

Influencia de los hábitos de estudio en el rendimiento académico de los estudiantes de una institución de educación media ecuatoriana Sánchez Balcázar Robert Alfredo, Bolívar Cirilo Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde	1406
Las redes sociales, su influencia e incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de una entidad educativa ecuatoriana en las asignaturas de Física y Matemáticas Arcesio Bustos Gaibor, Bolivar Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde	1407
Predicción del rendimiento académico de los estudiantes de Física a través de las redes bayesianas en la unidad de cantidad de movimiento lineal Miguel E. López Balanzátegui, Jorge Flores Herrera, Bolivar Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde	1408
Influencia de la estrategia de resolución de problemas en el rendimiento de los estudiantes de bachillerato, en el estudio de la unidad de campo eléctrico Daniel Enrique Gómez Alejandro, Bolívar Cirilo Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde	1409
Aplicación de un método educativo interactivo para mejorar el dominio conceptual de la Estática entre estudiantes de Ingeniería en el IPN de México Federico Alonso Morales-García	1410
Change in teachers' practice through the elaboration and testing of an informed teaching proposal Pilar Segarra, María de los Ángeles Ortiz, Virgen Huerta	1501
Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente a partir de estudios históricos sobre la variación Luis Arturo Serna Martínez, Apolo Castañeda	1502
La evaluación del aprendizaje en el marco de la enseñanza semipresencial: Reflexiones y apuntes desde la Física General J. F. Valiente-Márquez, M. L. Lorences de Jesús, M.T Hernández-Valmaña y C. A Valiente-Márquez	1503
Modelación matemática de la propagación de calor con el uso de las ecuaciones diferenciales parciales y diferencias finitas José Díaz Santamaría, Bolívar Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde	1504
Sistema 4MAT apoyado con tutores inteligentes en estudiantes de Ingeniería Rosado-Guzmán, C., Sánchez-Guzmáz, D., García-Salcedo, R.,	1505

We want to give you the most cordial and warm welcome to the number 1 of volume 10 of LAJPE, you are our esteemed and valued readers, thanks to your interest in aspects of education of physics in several countries that have contributed to LAJPE recognition as an international magazine, and which in turn is supported by a large community of readers around the world.

The magazine Latin American Journal of Physics Education is the efforts of many people who contribute with their help to the disclosure of the problems facing education in physics and how these problems can be addressed by teachers and students themselves in their respective classrooms.

In this issue LAJPE presents articles whose authors are located in several countries such as Ecuador, Portugal, Bosnia and Herzegovina, Mexico, Cuba and India. For example, in an article we see the virtues of 4MAT method in education, and we see the mathematical problem that involves the theoretical basis of the propagation of heat in different bodies and their solution package MATLAB programming, and in another reading It is shown how to apply learning theory of Robert Gagne in learning the Oersted's experiment, and its presented many other topics of interest to education and substantiation scientific and mathematical diverse knowledge that should handle engineering students and/or science students.

Over the years LAJPE has proven to be a source of great value for people who care about the theoretical aspects, which involves the art of teaching physics, in school classrooms, and has presented several problems, which have in the community, both teacher and student in our schools of this modern century, and has also shown various technological innovations that can be applied to support education of physics.

We hope that our numbers will be useful to people who read and that assist it to improve their practice as teachers, and above all, that the experiences are recounted here, serve as a model in improving education the broad field of knowledge that gives us the physics of today.

R. Bourbaki

Assistant Publisher

Damos la mas cordial y afectuosa bienvenida al número 1 del volumen 10 de LAJPE a nuestros estimados y valiosos lectores, que gracias a su interés en los aspectos de la educación de la Física en varios países, han contribuido a que LAJPE sea una revista de reconocimiento internacional, y que a su vez sea apoyada por una amplia comunidad de lectores alrededor del mundo.

La revista Latin American Journal of Physics Education es el resultado del esfuerzo de muchas personas que contribuyen con sus aportes, a la divulgación de los problemas que enfrenta la educación de la Física y como estos problemas pueden ser abordados por los docentes y los mismos alumnos en sus respectivas aulas de clase.

En este Número LAJPE presenta varios artículos de varios autores localizados en varios países como lo son Ecuador, Portugal, Bosnia y Herzegovina, México, Cuba y la India. Por ejemplo, en un artículo se exploran las virtudes del método 4MAT en la educación, en otro se trata el problema matemático que conlleva la fundamentación teórica de la propagación del calor en diferentes cuerpos y su solución con el paquete de programación MATLAB, en otra lectura se muestra como aplicar la teoría del aprendizaje de Robert Gagné en el aprendizaje del experimento de Oersted, y se presentan muchos otros temas de interés para la educación y fundamentación científica y matemática de diversos conocimientos que deben de manejar los estudiantes de ingeniería y/o ciencias exactas.

A través de los años LAJPE a demostrado ser una fuente de gran valor para las personas que se preocupan por los aspectos teóricos, que conlleva el arte de enseñar la Física, en las aulas de las escuelas, y ha presentado diversos problemas, que se tienen en la comunidad, tanto docente como estudiantil en nuestras escuelas de este moderno siglo XXI, y también ha mostrado diversas novedades tecnológicas que pueden ser aplicadas para el apoyo de la educación de la Física.

Tenemos la esperanza de que nuestros números le sean de utilidad a las personas que los lean y que los auxilien para mejorar su práctica como docentes, y sobre todo, que las experiencias que se relatan aquí, sirvan de modelo en el mejoramiento de la educación en el bastísimo campo de conocimientos que nos ofrece la Física de nuestros días.

R. Bourbaki
Asistente editorial

A simple method for construction of higher-order potentials and computation of scattering phase shifts



U. Laha and J. Bhoi

Department of Physics, National Institute of Technology, Jamshedpur-831014, India.

Email: ujjwal.laha@gmail.com

(Received 23 July 2014, accepted 4 January 2016)

Abstract

By judicious exploitation of supersymmetry formalism of quantum mechanics higher partial wave nucleon-nucleon potentials are generated from its ground state interactions. The nuclear Hulthen potential and the corresponding ground state wave function with the parameters of Arnold and Mackellar are used as the starting point of our calculation. We compute the scattering phase shifts for our constructed potentials through Phase Function Method to examine the merit of our approach to the problema

Keywords: Supersymmetry, Nucleon-nucleon potential, Phase function method, Scattering phase shifts.

Resumen

Por la explotación racional del formalismo de la supersimetría de la mecánica cuántica, potenciales parciales superiores de onda nucleón-nucleón, se generan a partir de sus interacciones en estado fundamental. El potencial nuclear Hulthén y la correspondiente función de onda del estado fundamental con los parámetros de Arnold y Mackellar, se utilizan como punto de partida de nuestro cálculo. Calculamos los cambios de dispersión de fase de nuestros potenciales construidas a través del Método de la Función de Fase, para examinar el mérito de nuestro enfoque del problema.

Palabras clave: Supersimetría, Potenciales nucleón-nucleón, Método de la Función de Fase, Dispersión de fases.

PACS: 11.30.Pb; 13.75.Cs; 03.65. Nk; 24.10.-i

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Witten [1], first developed the methodology to study the quantum mechanical system governed by an algebra identical to that of supersymmetry in field theory. Since then, it becomes a popular tool to deal with hierarchy problems and calculation of related physical observables. For any Hamiltonian with one degree of freedom, a comparison Hamiltonian can be constructed such that the resulting system as a whole is supersymmetric [1, 2, 3, 4].

The Hamiltonian hierarchy problems in supersymmetric quantum mechanics [SQM] lead to the addition of appropriate centrifugal barriers, and consequently, the higher partial wave potentials are generated fairly accurately in atomic physics.

Naturally, question may arise whether this methodology is equally applicable for nuclear cases or not, as the nucleon-nucleon potentials are highly state dependent. In the recent past, we have studied nucleon-nucleon scattering within the framework of SQM [5, 6, 7] for both energy-dependent and independent interactions and achieved fairly good agreement for higher partial wave phase shifts in the low and intermediate energy range.

However, for high energy range ($E_{Lab} \geq 200 \text{ MeV}$) our phase shift values differ from those of standard data [8, 9].

In our earlier publications [5, 6, 7], the (p-p) interactions are generated by simply adding electromagnetic potential to its corresponding nuclear part.

Unlike our previous methods, here we shall generate p-wave potential for the (p-p) system, from its s-wave part with the addition of an appropriate centrifugal barrier term, of which half of the contribution comes from electromagnetic part and other half from nuclear part.

We also define another set of interactions by the addition of proper centrifugal term to its s-wave part, and study their effectiveness in computation of nucleon-nucleon phase shifts through the phase function method (PFM) [10].

In section II, we develop p-wave nuclear potential for (n-p) and (p-p) systems through SQM. We shall demonstrate the usefulness of our constructed potentials in section III by computing the values of p-p and n-p scattering phase shifts by PFM. Finally, in section IV we put some concluding remarks.

II. p-WAVE NUCLEAR HULTHEN POTENTIAL

There exist experimental situations which involve scattering by additive interactions, some of which must for various physical reasons be treated exactly, whereas others may be

relatively small perturbation. A typical example of this kind is the scattering of particles under the combined influence of Coulomb and nuclear forces like proton-proton (p-p) scattering.

In charged particle scattering the long range of the electromagnetic interaction (coulomb) is a source of special difficulties.

It has been argued that pure Coulomb potential never really occurs in nature, and becomes somewhat screened at a certain distance. Thus, for p-p scattering the s-wave effective potential $V_{0P}(r)$ is written as:

$$V_{0P}(r) = V_{0A}(r) + V_{0N}(r) \quad (1)$$

Where:

$$V_{0A}(r) = V_0 \frac{e^{-r/a}}{(1 - e^{-r/a})}, \quad (2)$$

is the s-wave Hulthen or screened Coulomb potential with atomic parameters V_0 & a .

In SQM, the supersymmetric partner H_1 with potential V_1 (p-wave potential) of the Hamiltonian H_0 :

$$H_0 = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_0(x), \quad (3)$$

with its ground state eigen function $\psi_0^{(0)}$, and energy eigen value $E_0^{(0)}$ is given by [1, 3]:

$$H_1 = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_1(x). \quad (4)$$

With:

$$V_1(x) = V_0(x) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln \psi_0^{(0)}. \quad (5)$$

The application of the above relations to the Hulthen potential are now in order.

Since its appearance the Yamaguchi potential [11]:

$$V(r, s) = \lambda e^{-\beta(r+s)}, \quad (6)$$

with λ , the strength and β , inverse range parameters becomes a popular tool in dynamical calculations.

The bound state wave function for the Yamaguchi potential is identical to the wave function for the first bound state of the Hulthen potential with range $(\beta - \alpha)^{-1}$ and depth $-(\beta^2 - \alpha^2)$ [12].

A nuclear Hulthen potential with these parameters rewritten as:

$$V_{0N}(r) = -(\beta^2 - \alpha^2) \frac{e^{-\beta r}}{(e^{-\alpha r} - e^{-\beta r})}, \quad (7)$$

with its ground state solution:

$$\psi_0^{(0)} \sim e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}. \quad (8)$$

In view of Equations (5) and (7), the wave function in Eq. (8) leads to the supersymmetric partner potential:

$$V_{1N}(r) = V_{0N}(r) + \frac{(\beta - \alpha)^2 e^{-(\alpha + \beta)r}}{(e^{-\alpha r} - e^{-\beta r})^2}. \quad (9)$$

In equation (9) the second term simulates the effect of centrifugal barrier apart from a factor of 2. Similarly, for atomic Hulthen potential one has:

$$V_{1A}(r) = V_{0A}(r) + \frac{e^{-r/a}}{a^2 (1 - e^{-r/a})^2}. \quad (10)$$

In view of above the p-wave potential for p-p scattering is defined as:

$$V_{1P}(r) = V_{1A}(r) + V_{1N}(r). \quad (11)$$

The corresponding potential for n-p scattering designated as $V_{1NP}(r)$ is obtained with $V_{0A}(r) = 0$ in Eq. (11) so that the centrifugal barrier term from atomic part of the potential comes into effect. The associated phase shifts with supersymmetry generated potentials for the (p-p) and (n-p) systems will be denoted by $\delta_{\ell P}$ and $\delta_{\ell N}$ respectively.

We also propose the following set of potentials by adding the centrifugal term to its s-wave part directly:

$$V_{1NB}(r) = V_{0N}(r) + \frac{2}{r^2}, \quad (12)$$

and

$$V_{1PB}(r) = V_{0A}(r) + V_{1NB}(r), \quad (13)$$

and study its impact on the scattering phase shifts.

In the above the letter B in subscript denotes the potentials where the corresponding centrifugal barrier terms are added directly to the s-wave parts and the associated phase shifts will be designated as $\delta_{\ell PB}$ and $\delta_{\ell NB}$ for (p-p) and (n-p) systems respectively.

III. RESULTS AND DISCUSSION

The phase function method represents an efficient approach to evaluate the scattering phase shifts for quantum mechanical

problems involving local [10] and non local interactions [13, 14].

For a local potential the function $\delta_\ell(k, r)$, called the phase function, satisfy a first order non-linear differential equation given by:

$$\delta'_\ell(k, r) = -k^{-1} V(r) [\hat{j}_\ell(kr) \cos \delta_\ell(k, r) - \hat{\eta}_\ell(kr) \sin \delta_\ell(k, r)]^2, \quad (14)$$

with $\hat{j}_\ell(kr)$ and $\hat{\eta}_\ell(kr)$, the Riccati Bessel functions. We shall follow the phase convention of Calogaro [10] with Hankel function of first kind, written as $\hat{h}_\ell^1(x) = -\eta_\ell(x) + i\hat{j}_\ell(x)$.

The scattering phase shift $\delta_\ell(k)$ is obtained by solving the equation from origin to asymptotic region with the initial condition $\delta_\ell(k, 0) = 0$.

During the solution of the phase equation, $\delta_\ell(k, r)$ is built up by the potential as one moves away from the origin and it reaches its asymptotic value as soon as one gets out of the range of the potential. Obviously, $\delta_\ell(k) = \lim_{r \rightarrow \infty} \delta_\ell(k, r)$.

In Figures 1, 2, 3 and 4, we portray the (p-p) and (n-p) potentials as a function of distance for $\ell = 0$ & 1 partial waves with $\lambda = -5.237 \text{ fm}^{-3}$ and $\beta = 1.4054 \text{ fm}^{-1}$ for 1s_0 scattering and, $\lambda = -7.533 \text{ fm}^{-3}$ and $\beta = 1.4054 \text{ fm}^{-1}$ for 3s_1 scattering [12].

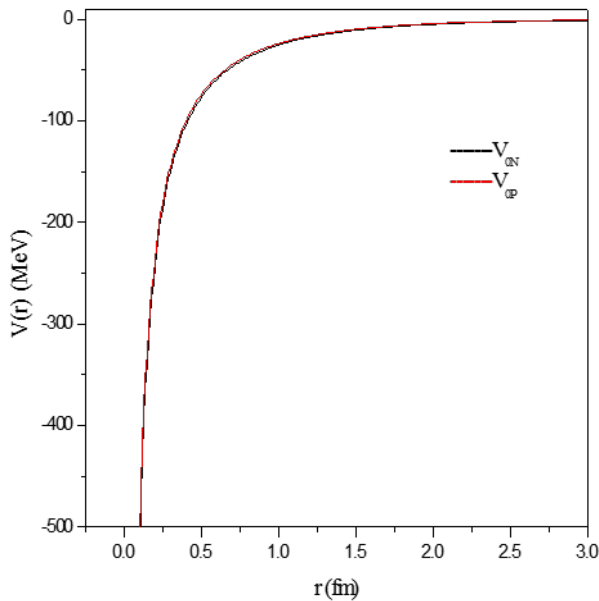


FIGURE 1. 1s_0 potential as a function of r.

It is observed that in figures 2 and 4 repulsive cores develop in the generated potentials. These potentials, generated from

A simple method for construction of higher-order potentials... their 1s_0 and 3s_1 parts, correspond to 1p_1 and 3p_1 states respectively.

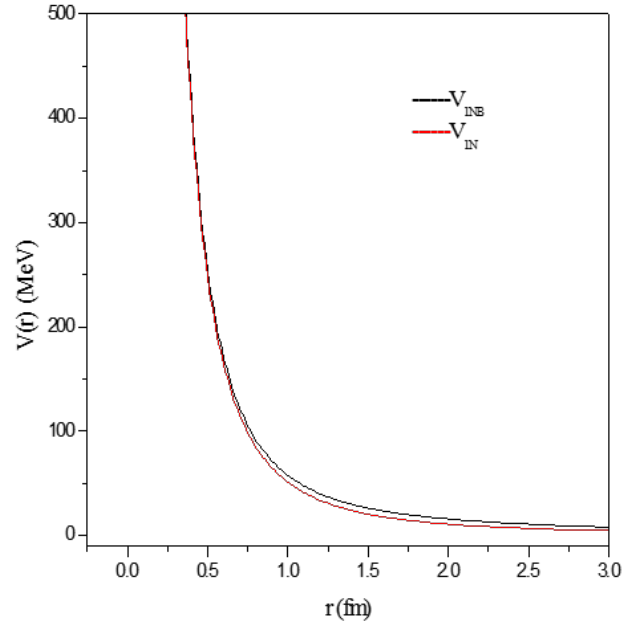


FIGURE 2. Constructed 1p_1 potential as a function of r.

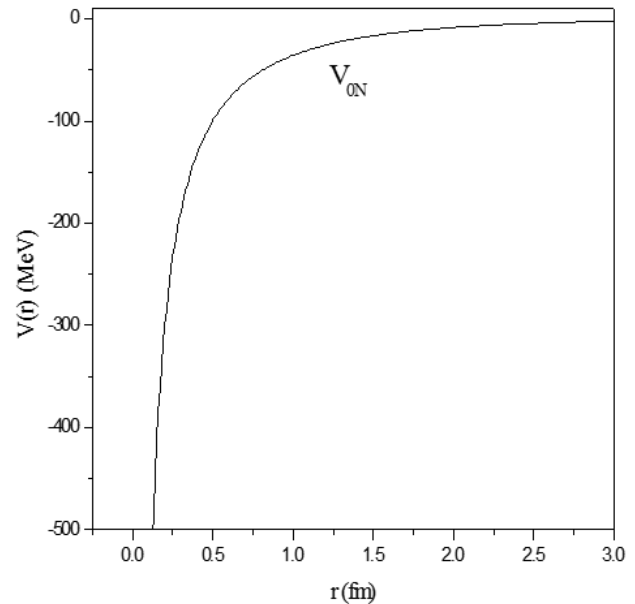


FIGURE 3. 3s_1 potential as a function of r.

The corresponding singlet and triplet state phase shifts have been computed using the PFM and plotted in Figures 5, 6, 7 and 8, as a function of laboratory energy up to 300 MeV along with the values of Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9] for comparison.

Note that the results for the pure nuclear phase shifts (n-p) have been obtained by turning off the atomic Hulthen

interaction $V_{0A}(r)$ in the associated numerical routine for generating (p-p) phase shifts.

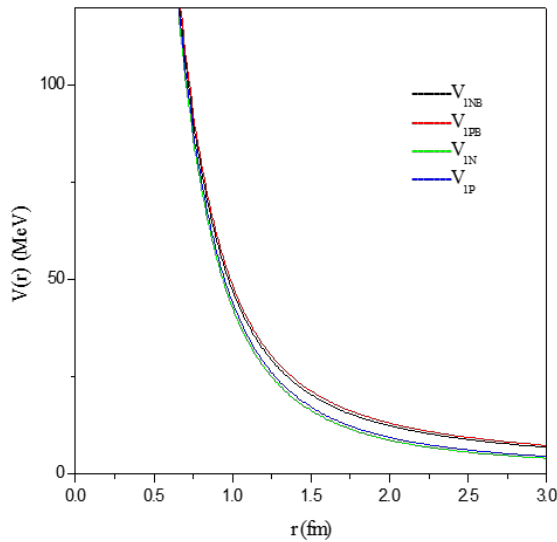


FIGURE 4. Constructed 3p_1 potential as a function of r .

In Figure 5, the 1s_0 phase shifts δ_{0P} and δ_{0N} for (p-p) and (n-p) systems respectively, agree well with that of references [8, 9], for $E_{Lab} \leq 30 \text{ MeV}$. Beyond 30 MeV the phase shifts differ significantly with energy. This is quite expected because 1s_0 phase shifts change sign beyond 225 MeV, and a one term potential is not capable of producing such effect.

Therefore, it is expected that our potential for 1p_1 state developed from 1s_0 part will be able to generate reasonable fit to phase shifts at least up to 30 MeV.

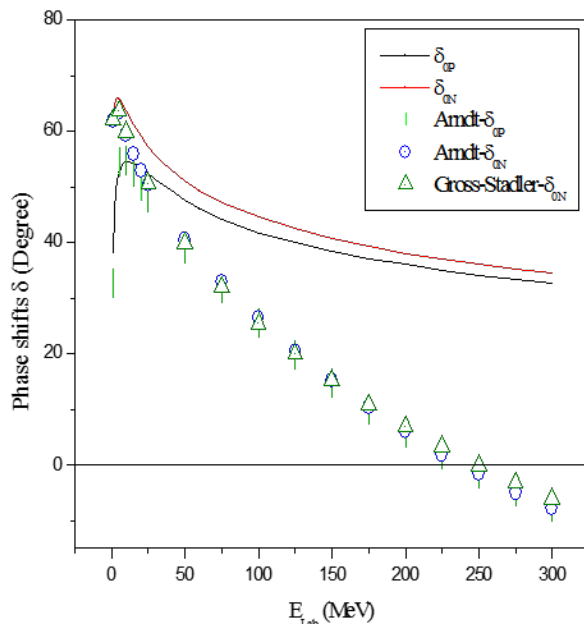


FIGURE 5. 1s_0 phase shifts as a function of E_{Lab} .

In Figure 6, the two sets of phase shift values δ_{1NB} and δ_{1N} along with the values of references 8 and 9 are displayed. All our phase shifts show correct trend for 1p_1 pure nuclear phase shift but differ in their numerical values.

Among the two sets of phase shift values namely δ_{1NB} and δ_{1N} , δ_{1N} is more consistent than δ_{1NB} up to 250 MeV.

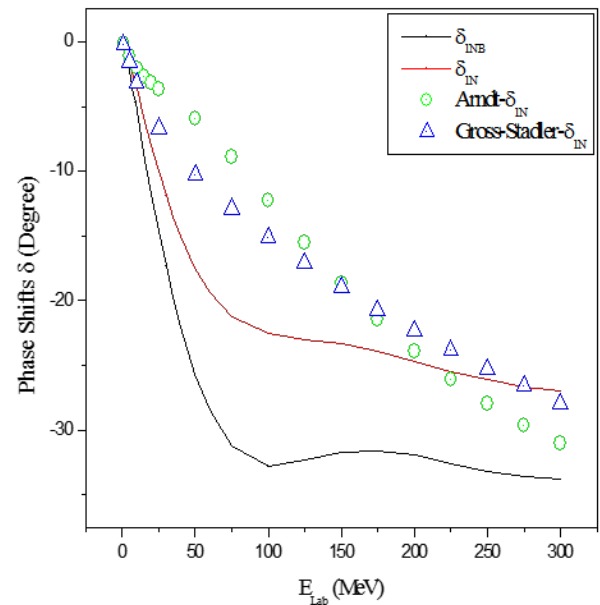


FIGURE 6. 1p_1 phase shifts as a function of E_{Lab} .

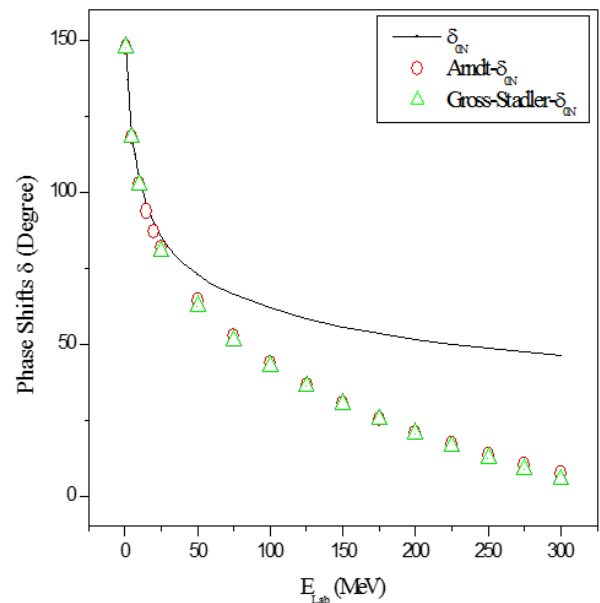


FIGURE-7. 3s_1 phase shifts as a function of E_{Lab} .

However, beyond 250 MeV δ_{1NB} compares well with the standard data [8, 9]. This is due to the fact that the r^{-2} term plays a crucial role in the high energy range. Therefore, our supersymmetry generated 1p_1 potential is more realistic in the low and intermediate energy scattering compared to the proposed one with direct addition of centrifugal barrier.

In Figure 7, our phase shift values for 3s_1 state with the parameters of Arnold and Mackellar [12] agree well with that of references 8 and 9 up to $E_{Lab} = 25 \text{ MeV}$.

In Figure 8, looking closely into this figure we notice that the phase shifts δ_{1P} , δ_{1N} , δ_{1PB} and δ_{1NB} produce correct nature of (p-p) and (n-p) scattering phase shifts for 3p_1 state.

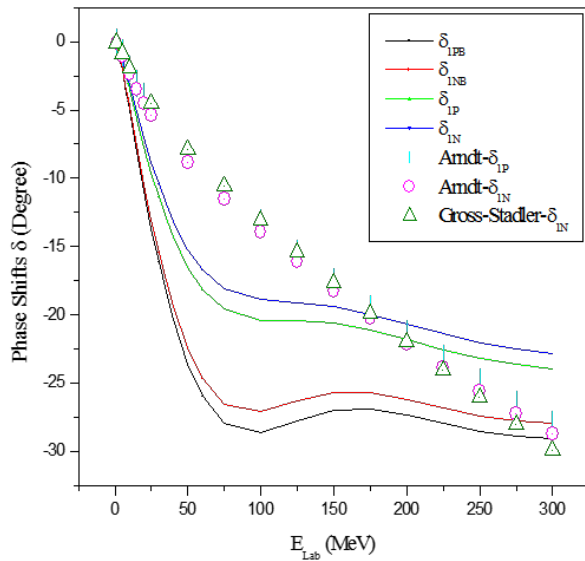


FIGURE 8. 3p_1 phase shifts as a function of E_{Lab} .

Among these δ_{1P} and δ_{1N} are superior to their counter parts δ_{1PB} and δ_{1NB} and are quite capable for comparison with Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9], up to $E_{Lab} = 250 \text{ MeV}$.

Beyond 250 MeV, however, δ_{1PB} and δ_{1NB} are more consistent than their counter parts. It is worthwhile to mention that our higher partial wave potentials are generated from their ground states with the addition of repulsive centrifugal potentials which make the p-p interaction more repulsive than n-p one.

IV. CONCLUSION

From our observation it is reflected that our constructed potentials are quite capable of producing the nature of phase shifts of respective states, but differ in their numerical values.

This is due to the fact that, unlike atomic cases, the nuclear potentials are highly state dependent and cannot be generated in a proper way from any known interaction. The higher

A simple method for construction of higher-order potentials... partial wave potentials that are generated here belong to Eckart class of potentials; the second terms in them behave as centrifugal barrier.

Our supersymmetry operation for developing p-wave interactions from its s-wave part corresponds to the removal of one bound state and thereby produces a shallow potential with repulsive core from a deep s-wave interaction. Both deep and shallow potentials have been using in nuclear physics calculations, particularly, in nucleus-nucleus interactions.

The bound states of the shallow potentials are related to the actual physical states of the fused nucleus. Michel and Reidemeister [15], nicely explained that it is possible to construct phase equivalent shallow potentials for $\alpha + {}^{16}\text{O}$ deep potential through SQM. Baye [16] has also found a good agreement between α - α shallow potential of Ali and Bodmer [17] and the deep potential of Buck *et al.* [18].

Our phase shift calculation, through SQM and PFM involves only two parameters, while those of Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9], are associated with 52 parameters and 27 parameters interactions respectively.

Therefore, by comparing our phase shifts with those of Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9], it can be concluded that this simple minded combined approach of SQM and PFM to compute nucleon-nucleon scattering phase shifts, will be of quite interesting to a wide variety of physicists and graduate students. Also our method of computing the scattering phase shifts by the use of the variable phase method deserves serious attention.

V. REFERENCES

- [1] Witten, E., *Dynamical breaking of supersymmetry*, Nucl. Phys B **188**, 513-554 (1981).
- [2] Cooper, F. and Freedman, B., *Aspects of supersymmetric quantum mechanics*, Ann. Phys. **146**, 262-288 (1983).
- [3] Sukumar, C. V., *Supersymmetry, factorization of the Schrödinger equation and a Hamiltonian hierarchy*, J. Phys. A: Math. Gen. **18**, L57-64 (1985). *Supersymmetric quantum mechanics of one-dimensional systems*, J. Phys. A: Math. Gen. **18**, 2917-2939 (1985).
- [4] Laha, U., Bhattacharyya, C., Roy, K. & Talukdar, B., *Hamiltonian hierarchy and the hulthen Potential*, Phys. Rev C **38**, 558-560 (1988).
- [5] Bhoi, J. and Laha, U., *Hamiltonian hierarchy and n-p scattering*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **40**, 045107(1-7) (2013).
- [6] Laha, U. and Bhoi, J., *On the nucleon-nucleon scattering phase shifts through supersymmetry and factorization*, Pramana-J. Physics, **81**, 959-973 (2013).
- [7] Laha, U. and Bhoi, J., *Two-nucleon Hulthen type interactions for few higher partial waves*, Pramana-J. Physics, (2014) (in press).
- [8] Arndt, R. A., Roper, L. D., Bryan, R. A., Clark, R. B., VerWest, B. J. and Signell, P., *Nucleon nucleon partial-wave analysis to 1 GeV*, Phys. Rev. D, **28**, 97-122 (1983).
- [9] Gross, F. and Stadler, A., *Covariant spectator theory of np scattering: Phase shifts obtained from precision fits to data below 350 MeV*, Phys. Rev. C **78**, 014005 (2008).

- [10] Calogero, F. *Variable Phase Approach to Potential Scattering*, (Academic, New York, 1967).
- [11] Yamaguchi, Y., *Two nucleon problem when the potential is nonlocal but separable*, Phys. Rev. **95**, 1628-1634 (1954).
- [12] Arnold, L. G. and Mackellar, A. D., *Study of equivalent local potentials obtained from separable two-nucleon interactions*, Phys. Rev. C **3**, 1095-1104 (1971).
- [13] Talukdar, B., Chatterjee, D. and Banarjee, P., *Phase-amplitude method for a separable non-local optical potential*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **3**, 813-820 (1977).
- [14] Sett, G. C., Laha, U. and Talukdar, B., *Phase function method for Coulomb -distorted nuclear scattering*, J. Phys. A: Math. Gen. **21**, 3643-3657 (1988).
- [15] Michel, F. and Reidemeister, G., *Connection between deep- and shallow-type potential descriptions of elastic α particle scattering*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **11**, 835-842 (1985).
- [16] Baye, D., *Supersymmetry between deep and shallow nucleus-nucleus potentials*, Phys. Rev. Lett. **58**, 2738-2741 (1987).
- [17] Ali, S. and Bodmer, A. R., *Phenomenological α - α potentials*, Nucl. Phys. **80**, 99-112 (1966).
- [18] Buck, B., Friedrich, H. and Wheatley, C., *Local potential models for the scattering of complex nuclei*, Nucl. Phys. A **275** 246-268 (1977).

Conservation theorems and ergodicity

EDVCATIO PHYSICORVM



R. Espíndola-Heredia, G. Del Valle, L. A. Peralta-Martínez

Departamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica y Molecular Aplicada, Laboratorio de Investigación en Dinámica Rotacional, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, Av. San Pablo 180, Azcapotzalco, México D. F.

E-mail: rodolfoespier@yahoo.com.mx

(Received 12 October 2015, accepted 18 February 2016)

Abstract

Definitions of average speed, average acceleration, momentum and strength, along with the conservation theorems: impulse-momentum and work-energy a representative expression of the ergodic hypothesis for a particle, which is considered in statistical mechanics is obtained very regularly, this expression indicates that the spatial averages are equivalent to temporal averages, the validity of this expression for three cases is considered 1) rotational movement, i.e. working with the rotational analog of expression found where involving the torque concept in the rotational case, is also considered 2) a motion with acceleration time dependent, which is obtained as the product of kinetic energy by the change in time is exactly equal to the product of the change in momentum by displacement amounts in some way involving the necessary properties to establish the ergodic hypothesis, 3) finally we consider the behavior of a particle in a gravitational field, with these ideas in mind, the kinematics of a particle is solved. This proposal helps clarify the concepts surrounding the ergodic hypothesis used in statistical mechanics from first principles of physics with other basic concepts.

Keywords: Ergodic Hypothesis, Conservations Theorems, Fundamentals Concepts in Physics Education.

Resumen

A partir de las definiciones de velocidad media, aceleración media, momento y fuerza, junto con los teoremas de conservación: impulso-momento y trabajo-energía presentamos una expresión representativa de la hipótesis ergódica para una partícula, que es considerada en la mecánica estadística con mucha regularidad, esta hipótesis indica que los promedios espaciales son equivalentes a los promedios temporales, mostramos la validez de nuestra expresión para tres casos a considerar 1) movimiento rotacional, es decir, trabajamos con el análogo de la fuerza para la rotación es decir la torca, también se considera 2) una movimiento con aceleración dependiente del tiempo, se muestra como el producto de la energía cinética por el cambio en el tiempo es exactamente igual al producto de la variación del impulso por cantidades de desplazamiento de algún modo relacionadas con las propiedades necesarias para establecer la hipótesis ergódica, finalmente tenemos 3) el comportamiento de una partícula en un campo gravitatorio. Con estas ideas en mente, la cinemática de una partícula se resuelve. Esta propuesta ayuda a aclarar los conceptos que rodean la hipótesis ergódica utilizada en la mecánica estadística desde los primeros principios de la física con otros conceptos básicos.

Palabras clave: Hipótesis ergódica, Teoremas de conservación, Conceptos fundamentales de Educación en Física.

PACS: 01.40.gb, 01.40.gf, 01.55.+b, 01.30.Os

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

The ergodic hypothesis was introduced by Boltzmann to introduce the distribution function of a particle system to take the limit when the number of particles tends to infinity (limit $N \rightarrow \infty$).

The momentum of a particle in a conservative system satisfies the distribution that of statistical mechanics courses we have been presented as Maxwell-Boltzmann distribution.

Boltzmann showed that the probability that a particle have a moment $p \pm dp$, implies that the function in the limit of many particles approaches such distribution.

$$f(p \pm dp) = \text{Exp}[-\beta|p|^2] dp. \quad (1)$$

There is an important assumption behind the result of Boltzmann, this assumption is known as the ergodic hypothesis, which states that in statistical mechanics the relationship between theory and experiment is entirely consistent.

This Boltzmann ergodic hypothesis holds that "the temporal averages and ensemble averages must coincide in the limit of very long time" [1]. In other words: the temporal averages are equal to spatial averages for times very large.

With this hypothesis, those researchers working on molecular simulation can use two tools to study the behavior of particles: Molecular Dynamics simulation (MD) that solves the equations of motion for all particles in time and Monte Carlo simulation (MC) which moves in configuration space the positions of all the particles. However, to comparing

specific properties of the system, both simulations lead to the same results [2].

In the elementary courses of classical mechanics are the concepts of position, mass and time as fundamental physical quantities, since they yield derived physical properties such as velocity, acceleration, force, and many others.

Based on these latter properties, it is possible to study and understand the movement, both its causes, such as how objects move.

By taking differences of time and position is defined the concept of average velocity. Then to take infinitesimal elements for the time and consequently to the position the instantaneous velocity is obtained.

The same applies to the concept of average acceleration, which corresponds to differences for the time and velocity in the velocity and time space, in the process limit as time approaches zero, the average acceleration becomes instantaneous acceleration.

Similarly one can define the concept of average force and the concept of instantaneous force; although it is true in physics textbooks [3] and calculus [4] are not presented as well.

On the other hand, in the regular courses in physics are two conservation theorems that are of paramount importance, the work-energy theorem which relates the kinetic and potential energy with the work done over to particle and the impulse-momentum theorem, which relates force for the change in momentum.

Generally these two theorems are presented in textbooks as independent theorems, although in both theorems the force is involved, while the first one are said to be external forces that produce the work, the second one says that they are impulsive forces *i.e.* those that produce a change in momentum, which act in extremely short times.

But what happens when a force compliance with these two features? That is, while is external is impulsive too, then when this happens we tie the two theorems and a result we obtain an expression that can be the source of the ergodic hypothesis.

Statistical mechanics is a branch of physics that in its simplest definition [2] provides a bridge between microscopic and microscopic properties of a system, it is then necessary to understand the macroscopic properties can be estimated as an average of the collective properties the system. And this is where the definitions and concepts of the fundamental physics of movement occupy a place of importance and superiority.

In this paper, from basic results of properties and theorems of classical mechanics, we have obtained an expression that allows us to understand the ergodic hypothesis, which we believe is based on two fundamental theorems of physics to conservative systems: the impulse-momentum theorem and the work-energy theorem.

Such theorems have been presented in textbooks as independent; however in this paper we establish their mutual relationship.

The paper proceeds as follows: Section 1 presents the basic physical concepts we need for the deduction, in section 2 we present the derivation of the expression for a particle, in section 3 we discuss the results and present some examples, finally section 4, we present our conclusions.

II. THEORY

A. Fundamental concepts

In the vector space for the position, physically the average velocity of a particle is defined as the rate of change of position per unit time:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}. \quad (2)$$

Where $\Delta \mathbf{r}$ is the change of position: $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_o$ and Δt is the change in time $t = t_f - t_o$. Arithmetically the average velocity is the mean speed. In the simplest case we consider the simple average is:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2). \quad (3)$$

Alternative expression for the average velocity. By dividing time into infinitesimal elements and consider the limit when approaching $t_f \rightarrow t_0$, the expression (1) becomes the instantaneous velocity. In terms of instantaneous velocity is defined the moment of the particle.

$$\mathbf{P} = m \mathbf{v}. \quad (4)$$

In the velocity space defined average acceleration of the particle as the rate of change of velocity per unit of time.

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \quad (5)$$

Newton's second law is:

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}. \quad (6)$$

The force (6) is the rate of change of the moment per unit time, which in terms of equations (2 and 5) the average force is defined as:

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta t} = \frac{m \Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = m \langle \mathbf{a} \rangle. \quad (7)$$

That in the limit as the time interval is infinitesimal we obtain the instantaneous force:

$$\mathbf{F} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}. \quad (8)$$

The expression (10) indicates that the force felt by the particle can be expressed as the rate of change of the moment, about the time it takes to make these changes.

B. Conservation theorems

The physical definition of work is the integral of the scalar product between the force and displacement:

$$W = \pm \int_r^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}. \quad (9)$$

For a particle of mass m moving with constant acceleration, and that both the acceleration vector as the displacement vector maintain the same direction, it is possible to demonstrate that expression of the work takes the following form:

$$W = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2). \quad (10)$$

The translational kinetic energy¹ of the particle is also defined in terms of mass and velocity squared:

$$K = \frac{1}{2}mv^2. \quad (11)$$

If the particle is in an external field, *e.g.*, a gravitational field, it provides a contribution to the total energy of the particle, called energy potential [4] and it is denoted by ($U \approx$ energy potential.)

If we think in a gravitational field and calculate the work to move a particle from one position to another, either closer to the source of the field or away from it, is obtained the following result:

$$U = mg(\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_0). \quad (12)$$

Where $(\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_0)$ represents the change of position respect to the reference system.

Then as the system is conservative and based on the expressions shown for employment contributions for a single particle, equations (10) and (12), is presented the work-energy theorem:

$$\Delta K = W \quad (13)$$

$$\Delta U = -W.$$

That together giving rise to principle of conservation of total energy.

By integrating with respect to time the expression (8) is possible to find the impulse-momentum theorem:

$$\int_t^t \frac{d\mathbf{P}}{dt} \cdot dt = \int_t^t \mathbf{F} \cdot dt. \quad (14)$$

The left member of equality is resolved using the fundamental theorem of calculus, which indicates that the integral is evaluated in the variable, the corresponding limits of integration, that is:

$$\Delta \mathbf{P} = \int_t^t \mathbf{F} \cdot dt = \mathbf{J}. \quad (15)$$

Where we have defined a new vector quantity $\mathbf{J}$, called as the impulse. This result is deduced from Newton's second law, and thus represents a general result.

This result is presented in textbooks only in the case of impulsive forces acting in a very short time, such as a

collision between two particles, for example.

It is said that the force should appear in the integral is an impulsive force, and the integration time is the time it takes for the collision to occur.

III. MODEL

If we start from the first equality of equation (13) and combine with equation (11) gives the equation (10) which can be written as follows:

$$\int_r^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2). \quad (16)$$

The equation (20) is correct because both sides of the equation are scalar quantities. It decomposes the difference of squares and the following is obtained:

$$\int_r^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2}m(v_f - v_0)(v_f + v_0). \quad (17)$$

With use of the expression (3) can be written as:

$$\int_r^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = m\langle \mathbf{v} \rangle (v_f - v_0). \quad (18)$$

Or similarly

$$\int_r^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \langle \mathbf{v} \rangle \cdot \Delta \mathbf{P}, \quad (19)$$

that use of the expression (17) can be written as:

$$\int_r^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \langle \mathbf{v} \rangle \cdot \int_t^t \mathbf{F} dt. \quad (20)$$

Now with the help of (2) we have:

$$\int_{r_0}^{r_f} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \cdot \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{F} dt \quad (21)$$

The angle between $\mathbf{F}$ and $\mathbf{r}$ on both sides of the equation (20) is the same, so we can write only in magnitude and multiplying the expression by the factor $1/\Delta r$, to obtain:

$$\frac{1}{\Delta r} \int_r^r F dr = \frac{1}{\Delta t} \int_t^t F dt. \quad (22)$$

The expression (22) can be interpreted as follows:

For a single particle, the average force in the space of positions is equal to the average force over time. This seems to be the expression of the ergodic hypothesis used in statistical mechanics.

However, Boltzmann states the ergodic hypothesis is valid for large times.

IV. DISCUSSION

The result given in equation (22) has some implications. Note first that the fundamental representation of this expression is based on products of differences of two quantities. The left

¹ Of course there are different contributions to the kinetic energy, it is presented here is the translational contribution.

member is actually the kinetic energy change divided by the spatial change, while the right side is represented by the change in momentum divided by the temporary change.

$$\Delta K \Delta t = \Delta P \Delta r. \quad (23)$$

The change of kinetic energy time's change of time is equal to the change of momentum time's change of position. This latest product, viewed from a quantum perspective corresponds to the uncertainty principle Heisenberg².

When performing a dimensional analysis for both expressions, we note that both sides of equality units are units of energy per unit of time [E] [T]. In the International System would Js.

To verify the accuracy of this result and thus the above is an example here.

A. Example 1 free falling

Suppose a particle of mass m , is located within a gravitational field. The particle is drawn from a height H , to the ground.

Obviously this example can be solved through energy conservation theorems or using the kinematic equations for motion uniformly accelerated. Consider that the starting point where the movement is at the height H and the end point at the origin of the coordinate system³, then we define energy: kinetic, potential and total as follows:

TABLE I. Different contribution of energy to free falling.

	K	U	E
<i>start</i>	0	mgH	mgH
<i>finish</i>	$mv_f^2/2$	0	$mv_f^2/2$
Δ	$mv_f^2/2$	mgH	0

As shown in the table, the total energy the beginning and the end is the same, we can equate these contributions and obtain the value of the velocity at the final point.

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (24)$$

Using the kinematics equations, we calculate the time it takes the fall Δt of the particle. The equations of motion for this case are as follows:

$$\Delta y = y_f - y_0 = -\frac{1}{2}g\Delta t^2 \quad (25)$$

$$\Delta v = v_f - v_0 = -g\Delta t.$$

Of course both y_f as well as v_0 are zero according to the reference system, using the results in Table I we obtain:

² We're not saying that this expression is the equivalent of the uncertainty principle in its classical treatment, only commented that the product of the change in time and change in the position are known.

³ We locate the origin of the coordinate system on the ground, where the potential energy is set to zero.

$$\Delta y = y_f - y_0 = -H$$

$$\Delta v = v_f - v_0 = -\sqrt{2gH}. \quad (26)$$

That based on the equations (24-26), we can verify the expression (22)

$$\Delta K \Delta t = \Delta P \Delta r \quad (27)$$

$$\frac{1}{2}2mgH \left(\frac{\sqrt{2gH}}{g} \right) = -m\sqrt{2gH}(-H)$$

$$mH \left(\sqrt{2gH} \right) = m\sqrt{2gH}(H).$$

Of course, it is clear that for all the movements relation MUA and MRU (29) is true, so it is important to see a more complete kind of movement and verify validity.

B. Example 2 Rotational Motion

Suppose a rigid system with moment of inertia I , rotating about a fixed axis, with radius R , and moves at an angle ϕ , from an initial angle ϕ_0 .

For the rotational case is evident that they must change the expression (21-23) which rewrite as follows:

$$\frac{1}{\Delta \phi} \int_{\phi}^{\phi} \tau d\phi = \frac{1}{\Delta t} \int_t^t \tau dt. \quad (28)$$

That satisfies the relation:

$$\Delta K_r \Delta t = \Delta L \Delta \phi. \quad (29)$$

Where K_r is the rotational kinetic energy, L is the angular momentum of the system. In this case, the system rotates without moving, the contribution of potential energy is the same before and after the rotate, we know that under the following relationships:

$$\Delta K_r = \frac{1}{2}(w_f^2 - w_0^2) \quad (30)$$

$$\Delta L = I(w_f - w_0).$$

According to the equations of rotational kinematics we know that:

$$\Delta \phi = \frac{1}{2}(w_f + w_0)\Delta t. \quad (31)$$

That substituting the expressions (37-39) in (36) we obtain the following expressions:

$$\frac{1}{2}I(w_f^2 - w_0^2)\Delta t = I(w_f - w_0)\frac{1}{2}(w_f + w_0)\Delta t. \quad (32)$$

Where again is obtained the equal results.

C. Example 3 Motion with time-dependent acceleration

Suppose now that the position, velocity and acceleration are time dependent functions, an example is the mass-spring system that leads to simple harmonic motion for small oscillations.

If we proceed as for average velocity and acceleration, where infinitesimal elements are taken for the time we know that $\Delta t \rightarrow 0$ and $\Delta r \rightarrow 0$, therefore we obtain the spatial and temporal derivative in equations (2 and 5). Then we take infinitesimal elements of time and write the equation (23) in terms of derivatives.

$$\frac{dK}{dr} = \frac{dP}{dt}. \quad (33)$$

The right-we know because we know that is the force acting on the particle, the left side seems a fallacy. Since we know that kinetic energy is a function of velocity squared, therefore, claimed as a dependent of the position is unheard of, I even read it produce itching. However, by applying the chain rule gives the following:

$$\frac{dK}{dr} = \frac{dK}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dt}{dr}. \quad (34)$$

Since the translational kinetic energy is defined by (11), then the first derivative is given by:

$$\frac{dK}{dv} = \frac{1}{2} m \frac{dv}{dv} = mv. \quad (35)$$

The second derivative in (34) is just the acceleration, and the third derivative yields the reciprocal of the velocity, so we have as a result:

$$\frac{dK}{dr} = \frac{mva}{v} = ma. \quad (36)$$

After all, this result is known from the work-energy theorem equation (13), that integrating this expression with respect to the position on both sides of the equation, it retrieves the theorem. Then, we known three expressions for the force experienced by a particle, namely:

$$F = \frac{dK}{dr} = -\frac{dU}{dr} = \frac{dP}{dt}. \quad (37)$$

In considering the following equality

$$F = \frac{dK}{dr} = \frac{dP}{dt}. \quad (38)$$

We can write as follows:

$$\frac{dK}{dr} - \frac{dP}{dt} = 0. \quad (40)$$

that applying the chain rule we obtain the first member:

$$\frac{dK}{dr} = \frac{dK}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{1}{v} \frac{dK}{dt}. \quad (41)$$

that substituting the expression (41) in (40) is possible to write as:

$$\frac{1}{v} \frac{dK}{dt} - \frac{dP}{dt} = 0 \quad (42)$$

$$\frac{1}{v} \left[\frac{dK}{dt} - v \frac{dP}{dt} \right] = 0.$$

What follows the expression of power, defined as the rate of change of kinetic energy with respect to time, in another way: as the product of force and velocity.

But perhaps the most improbable given to making equality between the first two members of the right side of the expression (37).

$$\frac{dK}{dr} + \frac{dU}{dr} = 0. \quad (43)$$

Implies that:

$$\frac{d}{dr} [K + U] = \frac{d}{dr} [E] = 0. \quad (44)$$

Indicates that for a conservative system, the derivative of the total energy with respect to the position is constant, which is then the key point in this discussion, because if on the one hand we have the energy change with time is constant and other side is that we establish that the change of energy with respect to the position is also constant, then it makes much sense to say that spatial averages are also equivalent to the average time for a conservative system.

VI. CONCLUSIONS

We presented that the ergodic hypothesis is satisfied for a single particle, where an average of the force that drives the particle to get moving, held in position space is exactly equal to an average of this same force in time.

This result implies a ratio of products changes only apply to cases where the acceleration is constant, where translational and rotational acceleration variable systems are not out of this result.

We are extending this result to a system of many particles, where the sum of the internal forces produce no movement of displacement for the center of mass of the system, however, each particle receives the effects of other particles in the system, and the effect of is that within the particles are moving, as is the case of the intermolecular interaction force that is present in a fluid system, where his statistical study of the ergodic hypothesis requires.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to express our gratitude to the Universidad Autónoma Metropolitana and particularly the area of Molecular Atomic Applied Physics (FAMA), for the facilities provided for the preparation of this work.

REFERENCES

- [1] Tolman, R. C., *The principles of Statistical Mechanics*, (Dover Publications, New York, 1979).
- [2] McQuarrie, D. A., *Statistical thermodynamics*, (Harper and Row, New York, 1973).
- [3] Resnick, R., Halliday, D., Krane, K., *Physics Vol. 1*, 5th Ed., (John Wiley & Sons, 2002).
- [4] Sokowsky, E. W., *Cálculo con geometría analítica*, 2ª Ed., (Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1989).



**Gabriela Del Valle¹, José Luis Jiménez², María Guadalupe Hernández¹,
Ignacio Campos³,**

¹*Departamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica
y Molecular, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, México D. F.*

²*Departamento de Física, Área de Física Teórica, Universidad Autónoma
Metropolitana Iztapalapa., México D. F.*

³*Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.*

E-mail: jlj@xanum.uam.mx

(Received 25 October 2015, accepted 26 February 2016)

Abstract

Putting quantum mechanics (Q. M) at the reach of high school students is a real challenge. Usually Q.M. is considered so far away from common experiences that many standard textbooks advice not trying any image of the phenomena involved. However, Q. M. emerged from objective experiences that have to do with heat radiation. So, our proposal to help students to grasp the main aspects of Q. M. is to familiarize them with basic experiences with heat radiation and with light emission by heated bodies. We are convinced that the history of the development of Q. M. may be very valuable to understand the basic concepts of the theory. Thus we use a historical approach to present the main concepts of Q. M.

Keywords: Quantum mechanics, black body radiation, wavelengths, frequencies.

Resumen

Poner la mecánica cuántica (M.C.) al alcance de los estudiantes de la escuela secundaria es un verdadero reto. Usualmente, la M.C. se considera tan lejana de las experiencias cotidianas que muchos libros estándar sugieren no hacerse imagen alguna de los fenómenos involucrados. Sin embargo, la M. C. surgió de experiencias objetivas que tienen que ver con la radiación de calor. Por lo tanto, nuestra propuesta para facilitar a los estudiantes la comprensión de los principales aspectos de la M.C., es familiarizarlos con experiencias básicas de la radiación de calor y emisión de luz por cuerpos calientes. Estamos convencidos de que la historia del desarrollo de la M.C puede ser muy valiosa para entender los conceptos básicos de la teoría. Entonces utilizamos un enfoque histórico para presentar los principales conceptos de la M.C.

Palabras clave: La mecánica cuántica, la radiación del cuerpo negro, longitudes de onda, frecuencias.

PACS: 03.67.Hk, 03.65.Ca, 03.65.Pm

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Q.M. emerged from the study of the interaction matter-radiation. This problem has many aspects that have been explored both, experimentally and theoretically since long ago. We have, for example, the discovery by Newton of dispersion of light through a prism. Refraction is another phenomenon that results from the interaction matter-radiation. From this it can be inferred that colors are associated with different frequencies, or equivalently, different wave lengths. Thus, as previous knowledge, it is required to have the concepts of wave and its main aspects as frequency, wavelength, phase velocity, etc., as well as to have some knowledge of wave phenomena, as diffraction, interference and resonance.

Glowing bodies are particularly interesting, as they emit visible light. Thus stars, burning coal, melting metals, fireworks, etc. are examples of radiation emitters. But we

have also that bodies absorb radiation. We have the experience of feeling the warming sunlight, or the warming felt as we stand near a fire. Then all material bodies at any temperature absorb and emit radiation. Usually there is a typical color, or frequency, of the light emitted by these glowing bodies. This dominant color corresponds to the frequency where more radiation energy is emitted, but the energy is distributed among all frequencies. That is, there is a typical frequency or wavelength at which these bodies radiate, and this frequency depends on the temperature and the chemical composition of the radiating body. Thus when a metal is heated, first becomes reddish, then yellow and then white as the temperature is raised. Blacksmiths had to have this empirical knowledge to know how to forge their metals. Also, the artisans that make fireworks know empirically what substances produce what colors when fireworks become glowing.

These observations lead Bunsen to think that there could be a method of chemical analysis based on the color of glowing substances. When he exposed this idea to Kirchhoff, he obtained a better method of chemical analysis: the spectrometric method. The spectrometer is an instrument developed by Fraunhofer based on the observation by Newton of the dispersion of sunlight through a prism. Fraunhofer observed in the spectrum of the sunlight some dark lines, corresponding to determined frequencies. Kirchhoff identified these lines discovered by Fraunhofer as corresponding to sodium, proving that Comte (founder of the positivistic philosophy) was wrong when he affirmed that to ask for the chemical composition of the stars was not a scientific question, since it was impossible to go to them to corroborate it. Thus the study of the spectrometric lines were one of the roads to quantum mechanics, and the experience of seeing these lines is very important to have a clear idea of how these lines reflect somehow the structure of atoms. The spectrometric method is still an important tool in astrophysics, as well as in any need of identifying a substance, as in criminology. It is interesting that the element helium was identified by the spectrometric method in the sunlight before it was found on the Earth.

II. KIRCHHOFF LAW

Kirchhoff established a law about the absorption and emission of radiation by matter in thermodynamic equilibrium. The law says that, in thermodynamic equilibrium, the ratio of the power of the radiation emitted by a surface to the fraction of the power absorbed by the surface from the incident radiation, does not depend on the chemical composition of the body whose surface is emitting and absorbing radiation; depends only on the frequency and the temperature. Among other things, this law implies that, to maintain thermodynamic equilibrium, the more radiation absorbs a body the more radiation it emits. This is the reason why radiators in refrigerators and autos are black, while a reflecting sheet may maintain the temperature of a body more time. A simple way of corroborating these phenomena is by means of Leslie's experience: two recipients, one black and other with a reflecting surface are filled with hot water at the same temperature and let them cool. It will be observed that the black recipient cools first than the one with the reflecting surface.

When all radiation falling on the body is absorbed, it is said that its absorptivity or capacity of absorption is one, and then we have a black body. Then the radiation emitted by a black body, according to Kirchhoff's law, must be totally independent of the chemical nature of the body. Then there must be a general law of physics that describes how the radiation energy is distributed among the different frequencies, and the determination of this universal law became a very important problem at the time. This problem is known as the black body problem. Some of the

best physicists of this epoch tried to find this universal function, known as the spectral density of the black body.

III. THE LIMITS OF CLASSICAL PHYSICS

As a model of a black body we have a cavity with a small hole, whose walls are at a given temperature. The black body is the hole, since all radiation falling on it is absorbed. Thus the radiation emitted by the hole has the quality of the black body radiation, which in thermodynamic equilibrium has the same characteristics as the radiation inside the cavity. Thus the black body radiation is equivalent to the cavity radiation. The cavity radiation is then a thermodynamic system which has volume (the volume of the cavity), temperature (the temperature of the walls of the cavity), and pressure (the radiation pressure deduced from the electromagnetic theory of Maxwell).

As a thermodynamic system, the cavity radiation was treated by the methods of classical thermodynamics by Wien, who could determine the spectral density only to an undetermined function:

$$\rho(\nu, T) = \nu^3 f(\nu/T). \quad (1)$$

Here $\rho(\nu, T)$ is the spectral density of the cavity radiation, energy per unit volume, per unit frequency. ν is the frequency of the radiation, and T is the absolute temperature. f is an unknown function. Wien proposed as a conjecture the function

$$f(\nu, T) = \alpha e^{-\beta \frac{\nu}{T}}, \quad (2)$$

with which the spectral density becomes

$$\rho(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \frac{\nu}{T}}. \quad (3)$$

This is an empirical law, which was known to adjust well to the experimental data only for large frequency and low temperature. When Planck attacked this problem, there was another empirical law, which stated that at low frequencies and high temperatures the spectral density, the function ρ , was proportional to temperature and the square of the frequency, that is,

$$\rho(\nu, T) = \alpha \nu^3 \left(1 - e^{-\beta \frac{\nu}{T}}\right)^{-1}, \quad (4)$$

while the empirical law of Wien implied for low frequencies and high temperatures a proportionality to ν^3 . The law that establishes that the spectral density is proportional to the square of the frequency is equivalent to the Rayleigh-Jeans law, based on the classical principle of

equipartition of energy. This law, however, was proposed until 1905.

What Planck made was to try to find a function that for small frequencies and high temperatures would coincide with what now is known as the Rayleigh-Jeans law, and for high frequencies and low temperatures would coincide with Wien's empirical law. This intermediate function is an interpolation, and there can be many functions that satisfy the above conditions, but Planck used classical thermodynamic arguments that permitted him to find a particular function that resulted to fit all experimental data. See Figures 1, 2 and 3.

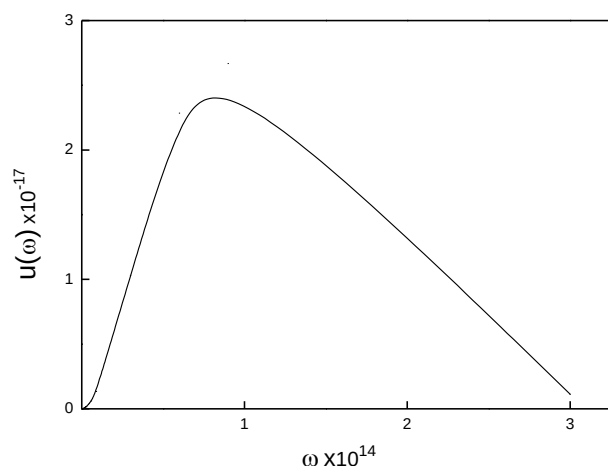


FIGURE 1. Planck spectral density of the cavity radiation vs. frequency.

For Planck, in his own words, this was “a fortunate conjecture”, which let him obtain his famous formula. However, Planck was unsatisfied with **the fact that the interpolation of the two empirical laws is also an empirical law**, even if it adjusts well to the experimental data, as was the case. So he searched for a deeper foundation of his empirically correct formula, and he turned to the atomistic and statistical ideas of Boltzmann, initially rejected by Planck and many other physicists of the time. Since atoms are usually neutral, Planck imagined the walls of the cavity containing radiation as composed by atoms consisting of a positive electrical charge joined by a spring to an equal negative charge, and oscillating, absorbing and emitting radiation, which in thermodynamic equilibrium, would emit on average as much radiation energy as it absorbed. The method of Boltzmann required counting the number of microstates of the atoms compatible with the macroscopic state of the system, that is, with the energy, volume, temperature and pressure of the radiation in the cavity. The number of these microstates is the number of different ways in which the total energy can be distributed among the oscillators representing the atoms. In order to do this counting Planck divided the total energy, shared by oscillators and radiation, into a finite number of identical energy packets. In this way Planck could see his formula from the atomistic and statistical point of view of Boltzmann, and

found that the possible energies of the oscillators had to be of the form $E = nh\nu$. A surprise turned out: he obtained the desired formula but when the limit of infinitesimal energy packets was taken, then the Rayleigh-Jeans law was obtained, that is, the classical result. **So Planck was obliged to postulate a quantized exchange of energy between oscillators and cavity radiation. [Only the exchange of energy was discrete!]** This is the new law of nature, the quantum postulate. [It must be remarked that the idea of quantization of energy, and not only its exchange between oscillators and radiation, is not in Planck's work; it will come later, in 1905, with Einstein].

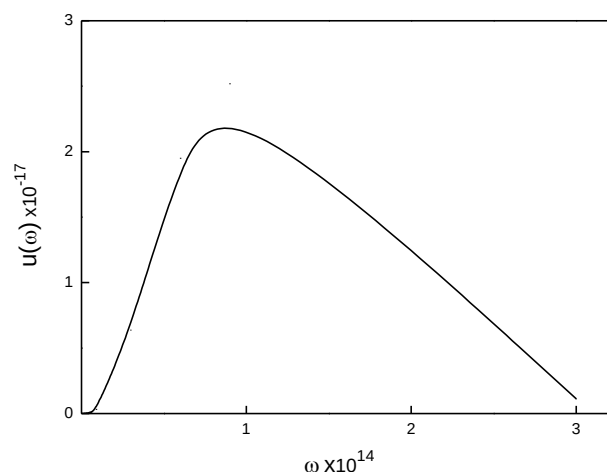


FIGURE 2. Wien spectral density of the cavity radiation vs. frequency.

After some pioneering trials by others, Bohr applied the quantum postulate to the hydrogen atom, obtaining the correct frequencies of its spectrum. His theory of the hydrogen atom gave the clue to the atomic structure and their corresponding spectra. It also gave a new vision of the interaction of matter and radiation. While the classical theory of electromagnetism predicts that a revolving electron around the proton in the hydrogen atom would collapse quickly radiating off all its energy, **Bohr's theory postulated that the electron in the orbits that comply with the quantum postulate does not radiate.** Radiation occurs when the electron jumps from a permitted orbit of higher energy to another permitted orbit of lower energy. Absorption is the opposite process. Bohr's theory also provided theoretical support to the empirical combination rule of Ritz, which states that in the spectra of atoms the observed frequencies obey a rule of differences, and not a rule of multiplication, as in the classical waves that obey the harmonic principle: the frequencies of a macroscopic vibrating body are such that all are multiples of a fundamental frequency. **This difference between classical and quantum frequencies is what lead Heisenberg to the discovery of a new kinematics, in which the physical quantities like position, momentum, and energy, are expressed in terms of matrices.** This kinematics gave rise, in a collaboration of Heisenberg, Born and Jordan, to

matrix mechanics, the first published version of quantum mechanics

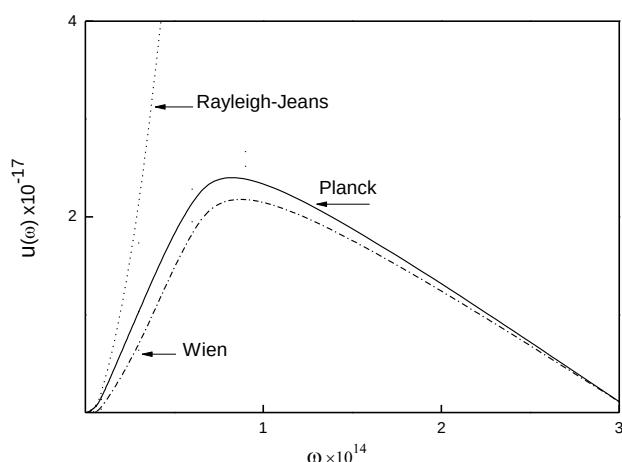


FIGURE 3. R-J, Planck and Wien spectral density of the cavity radiation vs. frequency.

But there was a second version of quantum mechanics, proposed by Schrodinger in 1926, based on what is called the wave-particle duality. This conception was initiated by Einstein in 1905, when he proposed that radiation itself consisted of energy packets, later known as photons, but it was further developed by de Broglie in 1924. Einstein postulated that electromagnetic waves present aspects of particles in the limit of high frequencies, while de Broglie associated a wave to particles. In this way de Broglie could interpret the stationary electron orbits postulated by Bohr as those orbits in which the associated wave interferes constructively with itself. Schrodinger found the wave equation that the de Broglie waves obey, and solving with this theory the hydrogen atom he found the correct frequencies of the hydrogen spectrum. Later Max Born, based on the fact that in atomic collisions only particles are detected in photographic plates or fluoroscopic screens, proposed the interpretation of these waves in terms of probability: the square of the wave functions, solutions of the Schrodinger equation, is a probability density.

These wave aspects of particles and its interpretation in terms of probability are the most difficult aspects of Q.M.

Besides, there are different interpretations of probability. The most accepted interpretation of Q.M. conceives probability as degree of knowledge of some “observer”, and in this way the quantum system and the observer become united, giving rise to some paradoxes. The proponents of this interpretation say that quantum systems constitute an observer-created reality, and what is not observed simply does not exist. Here we find the positivistic philosophy proposed by Compton, which, as we saw, denied the possibility of knowing the chemical composition of stars.

There is, however, other interpretation of probability which refers to a large collection of experiments done

under identical conditions, and the probability gives the fraction of experiments that give a particular result. This is the interpretation of probability used by insurance companies or in quality control in industry, and was proposed by Einstein for the interpretation of quantum phenomena. There are, on the other hand, two paradigmatic phenomena that show these probabilistic wave aspects: the interference patterns that appear when particles, for example electrons, are fired to a double slit with a separation of about one de Broglie wavelength, and the tunnel effect, in which particles behave as waves in the sense that they can go around objects, as in wave diffraction. The operation of transistors and chips is based on this phenomenon. The quantum phenomena are thus interpreted in terms of particles and photons that in a probabilistic and statistical sense present wave-like behavior, as diffraction, interference, and resonance. Our modern electronic technology is based on these quantum phenomena. Understanding these aspects is still the object of controversy, and research. **As Feynmann once said, nobody understands Q. M. to date.**

IV. CONCLUSIONS

Q. M. is based on the quantum postulate discovered by Planck and generalized by Einstein: the exchange of energy between matter and radiation is not continuous, as in classical physics, but occurs in finite packets called quanta of energy, and the energy of radiation is also constituted by finite packets of energy called photons. A manifestation of this quantization of energy is the wave-particle duality, with the wave aspect interpreted in terms of probability. There is still a controversy about what this probability refers to: a single particle, as the orthodox view affirms, or to an ensemble of particles prepared under the same macroscopic conditions, as Einstein proposed. The search for an understanding of quantum phenomena continues.

ACKNOWLEDGEMENTS

One of the authors MGHM is grateful to the PROMEP for partial facilities to do this work.

REFERENCES

- [1] Feynman, R., *QED: The Strange Theory of Light and Matter*, (Princeton University Press, USA, 1985).
- [2] Cox, B., Forshaw, J., *The Quantum Universe: Everything That Can Happen Does Happen* Allen Lane, (Penguin Books, USA, 2011).
- [3] Ghirardi, G. C., *Sneaking a Look at God's Cards*, Gerald Malsbary, (Princeton Univ. Press, USA, 2004).
- [4] Jammer, M., *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, (McGraw-Hill, New York, 1966).

The Special Theory of Relativity



Ignacio Campos¹, Gabriela Del Valle², José Luis Jiménez³,
María Guadalupe Hernández²

¹Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.

²Departamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica y Molecular, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, México D. F.

³Departamento de Física, Área de Física Teórica, Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa, México D. F.

E-mail: jlj@xanum.uam.mx

(Received 13 October 2015, accepted 20 February 2016)

Abstract

The Special Theory of Relativity has invariants, as the space-time interval, and relative quantities as space and time, or the electric and magnetic fields. “Relative” here means that, a space interval in one reference frame may be a space and time intervals in another. We have mentioned that a zero time interval in a reference frame, can be a finite time interval in other reference frame; that is, two events simultaneous in a reference frame are not simultaneous in other.

Keywords: Relativity, Invariants, Frame.

Resumen

La Teoría Especial de la Relatividad tiene invariantes, como el intervalo de espacio-tiempo, y cantidades relativas como el espacio y el tiempo, o los campos eléctricos y magnéticos. “Relativo” aquí, significa que un intervalo espacial en un marco de referencia puede ser un intervalo de espacio y tiempo en otro. Nosotros hemos mencionado que un intervalo de tiempo cero en un marco de referencia, puede ser un intervalo de tiempo finito en otro marco de referencia; es decir, dos eventos simultáneos en un marco de referencia no son simultáneos en otro.

Palabras clave: Relatividad, Invariantes, Marco.

PACS: 03.30.+p, 03.65.Ca

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Since its inception, the special theory of relativity presented “paradoxes” that indicated that its concepts were distant from common sense. The discussion of these paradoxes declined only because the concepts of quantum mechanics were still harder to understand.

In the present work we discuss some aspects that we consider are still the source of misconceptions. We take as examples statements as “space and time are the same entities”, “energy and inertia are the same”, and “the magnetic field is the electric field seen from another reference frame”.

In discussing these examples, we can understand how the relativity theory of Einstein differs from that of Lorentz and Poincaré.

Our proposal for a better understanding of the special theory of relativity is to employ a historical perspective, which gives us a glimpse of the problems that occupied the interest of physicists at a time.

In particular, the concept of relativity of motion is clearly expressed by Galileo, who said that the motions of bodies in a ship which sails at constant velocity are the same as those motions with respect to land.

This relativity of motion implies that the velocity of a body with respect to the ship, $v(\text{ship})$, the velocity of the ship with respect to land, $V(\text{land})$, and the velocity of the body with respect to land $v(\text{land})$, are related by the law of addition of velocities,

$$v(\text{land}) = v(\text{ship}) + V(\text{land})$$

This can be verified by common experiences, and it is hard to imagine experiences where this law does not hold. This concept of relativity can be expressed as “the laws of motion are the same in all inertial frames” Therefore there is not a frame which can be considered at absolute rest, since there are not mechanical experiments that can distinguish such frame.

However, the idea of absolute rest was considered again after Maxwell identified light as electromagnetic waves, since the hypothetical medium that sustain these waves could be regarded at absolute rest.

As is well known, at the end of the 19th century most physicists believed that an electromagnetic medium, the ether, was indispensable for the propagation in space devoid of matter, of electromagnetic waves.

Since Maxwell's equations are the equations governing such waves, and therefore also apply to optical phenomena, the question arose about the transformation of these equations from an inertial frame of reference to another.

The Maxwell equations acquired its simplest form with respect to the ether, considered at absolute rest.

For understanding relativity theory it is then necessary to know, as previous knowledge, what is an inertial system of reference, or inertial reference frame.

These frames can be thought as three orthogonal straight lines labeled as x , y , z , axes and a clock. It is assumed that the clocks of all inertial frames indicate the same time, that is, there is a universal, absolute time, for all these frames.

These frames most move with a constant velocity, i.e. constant in magnitude and direction, with respect to the farthest stars. Thus they move with constant velocity with respect to each other.

From the experiences of motion in a bus moving with constant velocity the classical law of addition of velocities can be drawn.

With the advent of Maxwell's electromagnetic theory, which implied the existence of electromagnetic waves, experimentally shown by Hertz, arise the question of the medium which support these waves, as already mentioned.

It was assumed that this medium, the ether, was at absolute rest, and thus emerged the problem of detecting by optical means the motion with respect to the ether. This was the aim of the Michelson-Morley experiment that, as is well known, gave a negative result: no motion with respect to the ether could be detected. In order to "explain" this negative result Lorentz and Fitzgerald introduced the hypothesis of contraction in the direction of motion.

Another problem at that time was the question of the dragging of the ether by a transparent medium in motion.

Fresnel developed a formula which showed a partial dragging effect, and Fizeau obtained some empirical support of this formula by measuring the speed of light in running water. Thus the ether appeared as a very real medium, contrasting with the negative result of the Michelson-Morley experiment.

If Maxwell's equations acquire its simplest form with respect to the ether, regarded at absolute rest, then it appears the problem of obtaining the form of Maxwell's equations in inertial frames that move with respect to the ether which is precisely the title of Einstein's article of 1905: "On the electrodynamics of moving bodies".

II. THE THEORY OF RELATIVITY OF EINSTEIN

Some authors (notably Whittaker) consider that the special theory of relativity was developed by Lorentz and Poincaré, since these authors obtained many of the equations obtained after by Einstein.

So, the question arises, what was the contribution of Einstein, if any? Also, we can inquire about the differences in their viewpoints. To this end we can pay attention to what Einstein exposed several times: He developed a new theory of space and time, this point is clearly expressed by Einstein in a letter to his friend Habicht, thus the theory implied a new kinematics, but the form of the laws of motion do not change.

Einstein based his theory on two postulates: the principle of relativity, which says that the general laws of physics are the same in all inertial frames of reference, and the principle of the constancy of the speed of light in every inertial frame.

From this second postulate Einstein deduced the transformations called by Poincaré "Lorentz transformations", though these transformations had been also deduced by Larmor, and Voight, who searched for the transformations under which the wave equation maintain its form.

This last postulate means that the speed of light is independent of the state of motion of the emitter and the receiver. Therefore the Galilean law of addition of speeds of inertial frames must be modified. Also the speed of light results a limit to any other speed, that is, no material body can reach the speed of light.

This means that as the velocity of light is approached, the kinematics implies that it is more difficult, that it is, is required more energy, to change the velocity. This postulate is the most difficult to accept and was impugned by many physicists.

However, this postulate permits Einstein amalgamate the concepts of space and time. From this postulate Einstein deduces the relativity of simultaneity, as he describes in a popular exposition of his theory.

The constancy of the speed of light in any inertial reference frame (S) implies that if a spherical electromagnetic wave is produced when two reference frames, one moving with respect to the other, have their origins coincident at a time which is set to zero, at any other time t in one reference frame (S) and t' in the other (S'), in both reference frames the spherical wave moves with speed c . That means

$$x^2 + y^2 + z^2 = ct^2 \quad (S)$$

and

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = ct'^2. \quad (S')$$

That is:

$$x^2 + y^2 + z^2 - ct^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - ct'^2 = \text{Invariant.}$$

This invariant is called the space-time interval. Here the unprimed coordinates and time refer to one reference frame, while the primed ones refer to the other.

Note that the spatial coordinates have the contrary sign that the variable t , so that they are not identical and have a different role in the invariant.

It is clear that space and time are not the same entities, but form a kind of mathematical object, space-time, where each part is different, but unified in the invariant.

Einstein then investigates the transformations from one reference frame to other that satisfy the invariant. These transformations are the Lorentz transformations, the same that Lorentz and Poincaré investigated to show the invariance of the Maxwell equations. This implies a new kinematics.

The implications of the new kinematics are surprising: time intervals are dilated and lengths are contracted when compared from different inertial frames in relative motion.

Thus time and space become relative to inertial frames, while in Newtonian mechanics space and time are absolute.

The special theory unifies several physical concepts, as space and time. Other concepts so unified are the electric field and the magnetic field, as already suspected from Faraday's law of induction. But this unification does not mean that space and time are the same entities, or that the electric and magnetic fields are the same.

What the special theory says is that space and time, or the electric and magnetic fields, are parts of more general conceptual objects, space-time and the electromagnetic field. What parts of these objects are present in a determined inertial frame depend on the state of motion of this frame. It is in this sense that space and time, or electric and magnetic fields, become relative to inertial frames.

After the publication of his theory of relativity, Einstein discovered another consequence of the theory: the equivalence of energy and mass. This consequence is deduced by Einstein considering that the conservation of the center of mass when radiation is exchanged between bodies requires assign mass to radiation. Then he generalizes this to any kind of energy. In this way it is established an equivalence, not an identity, between energy and mass.

We can see that the special theory of relativity has invariants, as the space-time interval, and relative

quantities as space and time, or the electric and magnetic fields.

Relative here means that a space interval in one reference frame may be a space and time intervals in another. We have mentioned that a zero time interval in a reference frame can be a finite time interval in other reference frame, that is, two events simultaneous in a reference frame are not simultaneous in other

III. CONCLUSIONS

We can see that the special theory of relativity has invariants, as the space-time interval, and relative quantities as space and time, or the electric and magnetic fields.

Relative here means that a space interval in one reference frame may be a space and time intervals in another.

We have mentioned that a zero time interval in a reference frame can be a finite time interval in other reference frame, that is, two events simultaneous in a reference frame are not simultaneous in other.

IV. REFERENCES

- [1] Miller, A. I., *Albert Einstein's Special Theory of Relativity: Emergence (1905) and Early Interpretation (1905–1911)*, (Springer-Verlag, New York, 1998).
- [2] Whittaker, E. T., *A History of the Theories of Aether and Electricity: Vol 2, The Modern Theories 1900-1926. Chapter II: The Relativity Theory of Poincaré and Lorentz*, (Nelson, London, 1953).
- [3] Macrossan, M. N., *A note on relativity before Einstein*, British Journal for the Philosophy of Science **37**, 232-234 (1986).
- [4] Warwick, A., *On the role of the FitzGerald-Lorentz Contraction Hypothesis in the development of Joseph Larmor's Electronic Theory of Matter*, Archive for History of Exact Sciences **43**, 29-91 (1991).

Students' explanations of events in an electrostatic demonstration of free-fall weightlessness: An initial taxonomy of explanatory models and their features



Jasmina Balukovic¹, Josip Slisko²

¹*Druga Gimnazija, Sarajevo, Bosna i Hercegovina.*

²*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.*

E-mail: jasminabalukovic@yahoo.com

(Received 3 January 2016, accepted 25 March 2016)

Abstract

Scientific explanations were always considered as an important product of scientists' collective work. Recently, in reform trends in science education, there are repeated claims that students should have more opportunities to deal with scientific and their own explanations. In international evaluations of students' scientific competences, their explanatory skills are measured. In Bosnia and Herzegovina, curricular framework for 9-year primary school plans, explicitly, a students' explanatory activity related to the state of weightlessness. In this article, we report explanatory models of 347 primary and high school students, related to an electrostatic demonstration of free-fall weightlessness. We provide an initial taxonomy of these explanatory models, along with an analysis of their conceptual elaboration, argumentative structure and causal coherence. Generally speaking, in many students the quality of all these elements is not satisfactory. Students also revealed serious flaws in their understanding of "at rest" condition of a body in terms of acting forces.

Keywords: Demonstrations of weightlessness, students' understanding of weightlessness, students' scientific explanations, coherency of students' explanations, students' understanding of forces acting on a motionless body.

Resumen

Las explicaciones científicas siempre fueron consideradas como un producto importante del trabajo colectivo de los científicos. Recientemente, en las tendencias de reforma en la educación científica, se repiten las afirmaciones de que los estudiantes deben tener más oportunidades de tratar los científicos y con sus propias explicaciones. En las evaluaciones internacionales de las competencias científicas de los estudiantes, se miden sus habilidades explicativas. En Bosnia y Herzegovina, el marco curricular de los planes de la escuela primaria de 9 años, se presenta la actividad explicativa por parte de los estudiantes, relacionada con el estado de ingravidez. En este artículo, nos informan de los modelos explicativos de 347 estudiantes de la escuela primaria y secundaria, en relación con una manifestación electrostática de la ingravidez de la caída libre. Proporcionamos una taxonomía inicial de estos modelos explicativos, junto con un análisis de su elaboración conceptual, su estructura argumentativa y la coherencia causal. En general, en muchos estudiantes la calidad de todos estos elementos no es satisfactoria. Los estudiantes también revelaron graves deficiencias en la comprensión del estado "en reposo" de un cuerpo, en términos de fuerzas que actúan.

Palabras clave: Demostraciones de ingravidez, entendimiento de estudiantes sobre ingravidez, explicaciones científicas de los estudiantes, coherencia de las explicaciones de estudiantes, entendimiento de los estudiantes sobre fuerzas actuando en un cuerpo en reposo.

PACS: 01.40.ek, 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.40.Ha

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Two basic aims of physics are (1) to explain observed features of physical phenomena and (2) to predict –using current explanatory models– the outcomes of future, still unobserved physical phenomena. The progress in that permanent interplay between explanations and predictions is a hallmark of physics.

Although, ontological and epistemological aspects of the processes of building, revising and accepting scientific explanations are still controversial issues in philosophy of

science [1], in the field of science education there is a general consensus regarding the importance of building more opportunities for students to have authentic experiences with scientific explanations.

In the book "*A Framework for K-12 Science Education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas*", one can read various description of scientific explanations:

"The goal of science is the construction of theories that can provide explanatory accounts of features of the world. A theory becomes accepted when it has been shown to be superior to other explanations in the breadth

of phenomena it accounts for and in its explanatory coherence and parsimony. Scientific explanations are explicit applications of theory to a specific situation or phenomenon, perhaps with the intermediary of a theory-based model for the system under study” [2].

“Scientific explanations are accounts that link scientific theory with specific observations or phenomena—for example, they explain observed relationships between variables and describe the mechanisms that support cause and effect inferences about them. Very often the theory is first represented by a specific model for the situation in question, and then a model-based explanation is developed” [2].

After 12 years of schooling, students should be able to:

“Construct their own explanations of phenomena using their knowledge of accepted scientific theory and linking it to models and evidence;

Use primary or secondary scientific evidence and models to support or refute an explanatory account of a phenomenon;

Offer causal explanations appropriate to their level of scientific knowledge;

Identify gaps or weaknesses in explanatory accounts (their own or those of others)” [2].

According to another important book “Taking science to school”, students who are proficient in science:

1. “1. Know, use, and interpret scientific explanations of the natural world;
2. Generate and evaluate scientific evidence and explanations;
3. Understand the nature and development of scientific knowledge; and
4. Participate productively in scientific practices and discourse” [3]

Students’ explanatory and predictive skills are evaluated in the international program PISA, in which abilities to construct scientific explanations of phenomena should be demonstrated by:

*“Applying knowledge of science in a given situation;
Describing or interpreting phenomena scientifically and predicting changes;
Identifying appropriate descriptions, explanations, and predictions” [4, 5].*

II. HOW WEIGHTLESSNESS IS COMMONLY TAUGHT AND WHAT STUDENTS LEARN?

Amazing videos and photos of uncommon physical phenomena in spaceships (astronauts floating inside, vibrations of a floating water sphere, spherical candle flames, toys do not function as they do on the Earth,...) have caught wide public attention and provoked interest of many people in knowing better what is exactly going up there. Being so, it is not a surprise that “Weightlessness” was included among the most interesting and most important physics topics “every world leader needs to know” [6].

It is difficult to explore how weightlessness is actually taught in classrooms, unless a researcher is allowed to be there, what is a situation many physics teachers would not be happy with. The other, rather rare possibility is opened when a teacher records a video of the lecture dealing with the concept of weightlessness and publishes it on YouTube, as was done by MIT Prof. Walter Lewin [7]. That particular teaching is a traditional pedagogical discourse, delivery of the content, enriched by a few, low-tech (Figure 1) and high-tech demonstrations. Students didn’t have any possibility for active physics learning, being just movable parts of classroom setting.

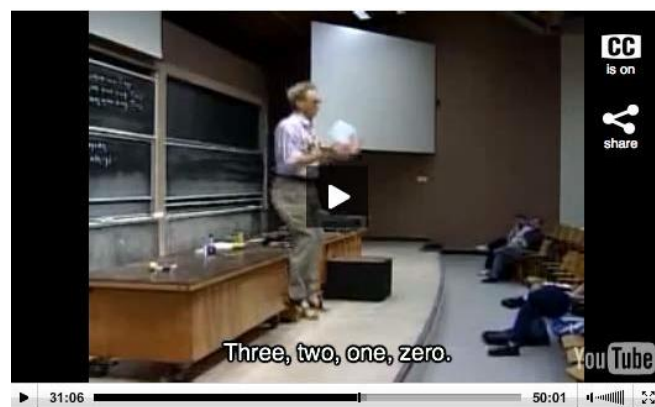


FIGURE 1. Prof. Lewin is performing a low-tech classroom demonstration of weightlessness with a gallon of water in free fall.

An indirect way to study teaching of weightlessness is to analyze how that concept is treated in various physics textbooks, supposing that the authors and those teachers, who recommend them to their students, follow the textbook approach in classroom.

In a recent documental research, carried out with twenty introductory college and university physics textbooks used in the USA, it was found that language-related issues, such as different, inconsistent, or ambiguous uses of the terms weight, “apparent weight,” and “weightlessness,” were prevalent [8].

The physics of the related constructs was not always clearly presented, particularly for accelerating bodies such as astronauts in spaceships, and the language issue was rarely addressed. These unresolved language issues make teaching and learning of involved concepts very difficult.

In an on-going documental research with American physics textbooks, we have found that only three textbooks [9, 10, 11] give students an opportunity for a near-ground observation of weightlessness. So, these authors go beyond common, thought-experiment-based approach to introduce the concept of weightlessness: Students should imagine a situation in which a person measures her or his weight with a scale in an elevator, that performs upward and downward accelerated motion and finally falls freely (after, the cable has broken) [12, 13, 14, 15].

The mentioned students' opportunity for hands-on and minds-on active physics learning is well known demonstration of free-fall weightlessness with plastic cup from which two water jets flow out when the cup is hold motionless and stop flowing when the cup is falling freely.

Wilson, Buffa and Lou present a photo of a plastic cup hold at from which two jets of water are flowing out. Their photo is similar to the one in the Figure 2.

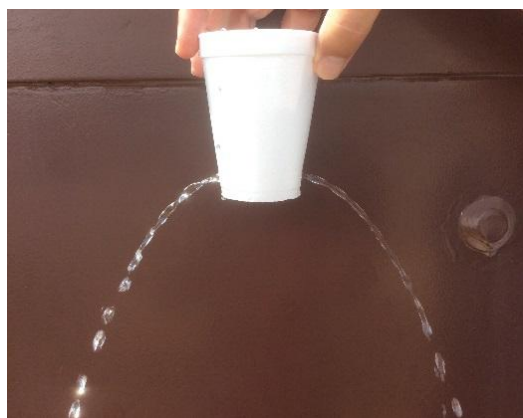


FIGURE 2. Two jets flowing out of a plastic cup.

That photo is the basis for the following explanatory question:

"If the cup... were dropped, no water would run out. Explain" [9].

As was already said, in the physics textbooks the concept of "apparent weightlessness" is introduced commonly with a "freely-falling elevator" and "extended" to an "orbiting spaceship". The two situations are very far from students' sensorial and practical experiences and do not represent a good learning opportunity.

In addition, a closer analysis shows that the textbook authors strongly disagree about what happens with a person weighing herself or himself in the falling free-falling elevator.

According to some authors, in free fall the person continues to stand on the balance [9, 15]. Quite contrary, other authors provide a drawing that shows that in free fall both the person and the balance float above the floor of the elevator [10].

If one adds that only three physics textbooks provide the same single opportunity to explore the phenomenon in classroom or school yard, then nobody should be surprised that students have conceptual difficulties to gain sound understanding of why and how the bodies behave as being weightless [16, 17]. Even researchers who explore the effects of active learning strategies [18], start and carry out "exploration stage" with "though experiment". They ask students about different scale readings a person would register if he weighs himself in a lift upward and downward accelerated motions. When the lift is in free fall, they take side in the controversy and draw that the unfortunate person and the scale would float in the middle of the lift. So, the inadequate treatment of weightlessness in physics textbooks

affects negatively not only students' learning from those textbook, but also the research projects that should generate knowledge whose role would be to improve students' learning!

III. GENERAL AND PARTICULAR REASONS FOR CARRYING OUT THIS RESEARCH

In this section, we describe briefly general and particular reasons that were our inspiration to design and carry out the research.

A. General reasons

We noted a strange discrepancy between (1) the presence of many feasible classroom demonstrations of weightlessness and active learning methodologies and (2) almost complete absence of research reports on how students learn the concept of weightlessness exploring actively one of these demonstrations or, even better, a carefully designed learning sequence with two or three of them.

As the phenomena related to weightlessness in spaceships are so uncommon and counter-intuitive, in the last 50 years numerous articles were published in physics teaching journals, whose aim was to show that is possible to demonstrate some of these phenomena on the ground, in a classroom or in a school yard [19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31].

Many of these demonstrations could be useful for students to explore and learn actively the weightlessness phenomena.

In the NASA manual for classroom teaching of microgravity (term used instead of weightlessness), teachers are suggested to engage students in active-learning tasks (for example, to predict outcome of a demonstration before it is carried out) [23].

In science and physics education literature [32], there are many research-based designs for giving students opportunities to "learn physics by doing physics". For instance, some of these designs are:

"Interactive Lecture Demonstration" [33], that uses the sequence predict-observe-explain, or

"Investigative Science Learning Environment" [34], that employs the sequence of "observation experiment"–"explanations"–"testing experiment"–"application experiment".

In various implementations of active learning approach to weightlessness phenomena in a course on physics teaching [35], it was found that students' causal reasoning is much easier with the idea that inside of free-falling systems gravity force and all gravity-related forces (for instance, friction force and buoyant force) disappear, while other forces (for instance, elastic force, magnetic force or electrostatic force) are not affected if the system performs free fall. In other words, although the gravity force is responsible for free fall of the system, for an observer inside of the system the objects behave in the same way as those objects being in gravity-free environment. Such approach culminates in some demonstrations that show students' creativity [28, 35].

In spite of these favorable conditions, research literature on students' performances in active learning of weightlessness is almost nonexistent. As we could find only one study with such research goal [18], that has used three demonstrations, we decided to explore more carefully students' explanations related to six different demonstrations of weightlessness events in free-falling systems:

1. Bottle and water jet [20, 36, 37];
2. Balloon and weight with a sharp needle [23];
3. Balloon and elastic spring in water-filled bottle [26];
4. Charged balloon and aluminum sphere [30];
5. Two attracting magnets in vertical test tube [28];
6. Two attracting magnets on horizontal plastic straw [27].

In this article, we report the findings for students' understanding of an electrostatic demonstration of free-fall weightlessness (Number 4 above). Other results will be published elsewhere.

B. Particular reason

The particular reason for the study was the fact that "Framework for teaching plan and program of 9-year long primary school in Federation of Bosnia and Herzegovina" contemplates explicitly a learning activity in that students should "describe and explain the state of weightlessness". So, we wanted to explore what are the lasting results such an active learning task they, in principle, should have experienced in some form.

IV. METHODOLOGY AND SAMPLE OF STUDENTS

Research questions for this qualitative, paper-and-pencil study, were:

- (1) What are students' explanatory models of a particular electrostatic demonstration of free-fall weightlessness?
- (2) What are main features of these explanatory models?

Explanations were sought for two conceptually-related situations (the first one, when the system in question is at rest, and the second one, when the system is in free fall). The rationale is twofold.

In the first task, students activate an initial causal explanatory model and later, after knowing what happened in free fall, they have a chance to revise and precise it.

So, we intentionally avoided that students start with their predictions, like in «Interactive Lecture Demonstration» [33], that is not only more demanding cognitive task but frequently leads to students' frustrations. It happens when students are always in position to observe that their predictions are not fulfilled when demonstrations are carried out. Some students, even, develop an «answering strategy» that goes like this: «I first look which of the optional answers looks more convincing to me. When I detect it, then I am sure that is an incorrect one, and search among the rest ones which looks most unlikely. That one is the one I finally choose».

Students' working sheet (consisting of descriptive texts, photos and two related explanatory tasks), is given in figures 3 and 4.

Our primary research data were students' written answers to explanatory tasks related to stationary and free-fall situations.

The research sample consisted 347 students belonging to two groups. Primary-school group was formed by 131 students with age interval between 13 and 14 years (average age: 13 years and 7 months). Among them, were 65 girls (49.62 %) and 66 boys (50.38 %). High-school group had 216 students (56.94 % girls and 43.06 % boys), coming from the first grade, with age interval between 15 and 16 years, and from the third grade, with age interval between 17 and 18 years.

Charged balloon and sphere made aluminum foil

On the bottom of a plastic container at rest, there is a sphere made of a thin aluminum foil. The plastic container is closed by an inflated balloon. The balloon is electrically charged by being rubbed strongly against a wool fabric (**FIGURE 3**).



FIGURE 3. Electrically charged balloon, plastic container a sphere made of aluminum foil.

1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

When the plastic container is allowed to fall freely, the aluminum sphere gets closer to the balloon (**FIGURE 4**).



FIGURE 4. In free fall, the aluminum sphere gets closer to the balloon.

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

IV. THE MOST IMPORTANT RESULTS: AN INITIAL TAXONOMY OF EXPLANATORY MODELS AND THEIR FEATURES

Generally speaking, students' explanatory answers are frequently very short ("due to gravity" or "distance is big"), focused on only one causal factor and have a low level of conceptual argumentation.

In addition, students very rarely provide coherent explanatory models for both stationary and free-fall situations.

More common is that their causal factors are situation-specific. In other words, the situation with motionless sphere is "explained" with one causal factor and explanation of sphere's upward motion in free fall is based on other causal reasoning.

A. Explanatory models for stationary situation

The explanatory task for students was formulated through the questions:

"Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?"

Scientific answer to this question is well known:

The aluminum sphere is motionless because there isn't net force acting on the sphere. In other words, the vector sum of all forces is equal to zero.

In this situation, three forces are involved. Two forces, electrostatic attractive force and bottom reaction force, are pointing up and gravitational force is pointing down.

Although they differ in number of schooling years, no crucial difference was observed in students' explanatory models. In both groups, students were unable to identify "bottom reaction force" as one of relevant causal factors in their explanations why the aluminum sphere is at rest. This result is in resonance with known conceptual difficulties students reveal when if asked to explain why a book on a table is at rest. Teachers should use sophisticated technology-based teaching strategies to help students overcome these difficulties [38, 39].

Only one high-school student expressed the idea of "force cancellation" as an explanation of the stationary situation (without including bottom reaction force):

"Gravity force (gravitation) acts in opposite direction with equal strength".

There were many alternative explanatory models given by the students. Many of them were focused on the causal role of only one force. If the single considered force is electrostatic force, then it is said:

"Electric force isn't strong enough to attract the sphere towards charged balloon".

Some students gave different reasons why the electrostatic force isn't strong enough: due to big distance (very frequently) or to small electric charge.

It was even found that the weakness of the electrostatic force is, in a few cases, attributed to *ad hoc* stipulated

existence of the vacuum or the absence of air in the container:

"An artificial vacuum has been formed and the force isn't strong enough to pull the sphere of aluminum foil".

"Maybe there is no air, and then the force become weak".

These ideas show that known alternative conception "no air-no gravity" [40, 41] might be a part of a more general alternative conception "no air-no force".

In only-one-force causal models, unspecified role of gravity force is less frequently used:

"Because gravitational force acts".

When electrostatic and gravitational forces are used to explain at rest condition of the sphere, the last one is considered bigger or stronger:

"Aluminum sphere is at rest because mg is bigger than the force F by which the balloon is attracted."

"Because the Earth's force is bigger than the electrostatic force".

"Because the gravitational force is stronger than attraction force acting on the balloon."

Some students' explanations go against the description of the situation "charged balloon attracts aluminum sphere by electrostatic force". One approach is to "eliminate" the existence of the electrostatic force:

"Because the plastic (of the balloon) and the aluminum don't attract themselves".

"Because electrostatic force does not attract aluminum".

The other one is an *ad hoc* "conversion" of attractive into a repulsion force:

"Because they are charged with same charges".

"Because aluminum and balloon are equally charged".

B. Explanatory models for free-fall situation

The explanatory task for students was formulated by the questions:

"Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?"

The conceptual structure of a scientific answer depends on the reference frame from which the event is explained.

In the reference frame attached to the ground, a qualitative explanation is: In the moment when the container starts to fall freely downwards, due to presence of the attractive electrostatic force upward and gravitational force downward, the downward acceleration of the sphere is slightly less than the free-fall downward acceleration. The balloon is under action of two downward forces: gravitational force and sphere's attractive electrostatic force and its downward acceleration is slightly bigger than free-fall acceleration.

Consequently, the balloon and the container fall faster and the balloon reaches the falling sphere.

In the reference frame attached to the falling container, a qualitative explanation is different: The interior of a free-falling system is a gravity-free space, so the aluminum sphere is only under influence of balloon's attractive electrostatic force. Consequently, the sphere moves up and gets closer to the motionless balloon (in the considered

reference frame).

As in previous explanatory task, students were not able to formulate a precise scientific explanation. Only one high-school student was able to get near to explanation for the reference frame attached to the ground:

“Aluminum sphere gets closer to the balloon because it is acted by the force mg and electric force and its acceleration is smaller than g .”

Only one primary-school student gave an unelaborated explanation of sphere's motion, based on different acceleration:

“The container has bigger acceleration than the sphere.”

A few primary school students were able to get near to the explanation in the reference frame attached to the falling container:

“During free fall, the aluminum sphere is the state of weightlessness and electrostatic force acts strongly enough to attract the sphere toward the balloon.”

“Because the sphere is in the state of weightlessness and the electrostatic force moves it slowly toward the balloon.”

In this task a few differences between primary- school and high-school students were found. In their explanations, primary-school students used the concept “state of weightlessness” much more frequently than high-school students.

Additional difference is: Only in explanations formulated by high-school students, the concepts “inertia” and “inertial force” appear as single causal factors. Nevertheless, both of these frequent explanations are not commonly very elaborated:

“Because it is in the state of weightlessness.

“Inertia.”

“Due to the inertia”

“Inertial force.”

“Inertial force acts.”

Although it is not stated explicitly, the idea of sphere's inertia was likely in minds of high-school students who explained its behavior by different motions:

“Due to different velocities. The container falls and gets speed, but the sphere is at rest and starts to move upward”.

“The sphere is at rest and the container and the balloon move (downward)”.

“The balloon moves, while the aluminum sphere is at rest”.

Some students present very peculiar alternative models:

“Because during the free fall, the balloon gets more and more inflated and the attraction of foil happens.”

“Aluminum sphere gets closer to the balloon because it is not attached to the bottom, due to its initial velocity and the charge of balloon attracts the aluminum sphere.”

It seems that students' construction of explanatory models of events in an electrostatic demonstration of weightlessness is influenced by the moment at which this research was carried out. Primary-school students answered explanatory question a few months after they studied the topic of weightlessness and had (likely) an opportunity to perform a weightless demonstration with a plastic cup and

water jet that does not flow out in free fall. Namely, two of five officially authorized physics textbooks suggest that students carry out that demonstrations and give an explanation why water does not flow out:

1. «Drill two small holes near the bottom of paper glass, and then fill the glass with water.

Water will flow out through the holes due its weight.

Repeat the experiment, in such a way that you drop the filled glass from a sufficiently big height. What do you observe now?

While the glass falls, the water doesn't flow out.

In the system that falls freely, the water is in the state of weightlessness» [42].

2. “Weigh plastic cup on a scale, and then fill it with water and weigh again. What do you conclude? Water exerts weight on the scale pan. Pour water in the plastic cup up to half and the drill a hole at its bottom, water will leak through the hole! Then repeat all the same and let the glass to fall! In falling the water does not come out from the cup, because it doesn't have weight.” [43, p. 84]

From scientific point of view, the explanations given in the textbooks are rather superficial. Unfortunately, due to their linguistic simplicity, they are suitable for students' memorization and for short-time “transfer” to the other demonstrations.

Those high-school students, who eventually carried out the demonstration and saw the textbook explanation, forgot them and long-time “transfer” didn't happen. They mentioned very rarely the textbook explanations “the sphere is in the state of weightlessness” or “the sphere does not have weight” in their explanations.

More frequently, a short-time “transfer” of the term “inertial force” is visible, because the moment in which the topic of “non-inertial reference frames” studied was nearer to the moment in which this research was carried out.

C. Causal coherency and argumentative structure of students' explanatory models

We also wanted to explore how coherent are students' explanatory models of the events in two related physical situations described above. Namely, the search of explanatory coherence is very important goal of science:

“...Theories in science must meet a very different set of criteria, such as **parsimony** (a preference for simpler solutions) and **explanatory coherence** (essentially how well any new theory provides explanations of phenomena that fit with observations and allow predictions or inferences about the past to be made). Moreover, the aim of science is to find a single coherent and comprehensive theory for a range of related phenomena. Multiple competing explanations are regarded as unsatisfactory and, if possible, the contradictions they contain must be resolved through more data, which enable either the selection of the best available explanation or the development of a new and more comprehensive theory for the phenomena in question” [2 emphasis added].

To get an initial insight into causal coherency of students' explanatory models, it is necessary to compare causal factors students used while answering **both** research questions:

1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?
2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Explanatory models are **coherent** if the same set of causal factors is used in both of them and the reasons are given why and how the change of one them leads to a change in behavior of aluminum sphere.

If different causal factors are used in physically related situations, then the explanatory models are **incoherent**.

An important result in this part is that students, in almost all cases, were not able to formulate coherent explanatory models for both situations. Only a few of them got models that might be accepted, in the most generous evaluation, only as partially coherent. Here comes one example:

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

Regardless that electrostatic force acts on the sphere, it is not strong enough to attract the sphere toward the balloon.

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?»

During free fall, the aluminum sphere is in the state of weightlessness and the electrostatic sphere acts strongly enough to attracts the sphere towards the balloon”.

To improve causal coherence, in the first situation the opposing action of gravitational force of the sphere should have been explicitly included. Doing so, it would not be necessary to invent a «magical change» of the strength of electrostatic force in free fall. The electrostatic force does not become stronger, but, during free fall, opposing gravitational force on the sphere was eliminated.

Many of students' explanatory models are explicitly causally incoherent:

Example 1 (Primary school)

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

Balloon will no attract aluminum sphere because *they are distant*. (Comment: *Distance* as causal factor)

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Due to free fall, aluminum sphere is in the *state of weightlessness* and because of it (the sphere) is attracted toward the balloon. (Comment: *state of weightlessness* as causal factor) ».

Example 2 (Primary school)

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

Because *it is the container*. (Comment: Position of the sphere as causal factor)

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Because *it is charged*. (Comment: Charge of the sphere as causal factor) ».

Example 3 (High school)

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

The *distance* too big. (Comment: Distance as causal factor)

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Inertial force. (Comment: Inertial force as causal factor) ».

Example 4 (High school)

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

Due to the *Earth's gravity*. (Comment: Earth's gravity as causal factor)

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Because of the *balloon's charge*. (Comment: Charge of the balloon as causal factor) »

It was noted that some students have an intuitive notion of coherence criterion. These students structured their explanatory models in the way that they formally coherent.

Nevertheless, their conceptual content is partially or completely wrong.

Here come two examples:

Example 1 (primary school)

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

Balloon does not have strength to attract the foil because they are at *too big distance*. (Comment: Balloon's attractive force and distance as a basic causal factors).

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Because, during free fall, the balloon gets more and more inflated and the attraction of the sphere happens. (Comment: *ad hoc* invented «self-inflating balloon» makes the *distance* between the balloon and the foil smaller and balloon's attractive force becomes strong enough to attract the sphere. Attractive force and distance are still basic causal factors. It is incorrect to suppose that a balloon can be self-inflated).

Example 2 (high school)

«1. Why aluminum sphere is motionless at the bottom of the plastic container, although the charged balloon attracts it by electrostatic force?

Due to *gravitation*, it has not enough force to get closer to the balloon. (Comment: Gravitation and electrostatic force as causal factors).

2. Why, during free fall, did the aluminum sphere get closer to the balloon?

Gravitation force becomes weaker and they start to get nearer. (Comment: Weaker gravitation force and unchanged electrostatic force are again causal factors. It is wrong to suppose that gravitation force becomes weaker. It is either constant in the reference frame attached to the ground or it is zero in the reference frame attached to the falling container.)

As was shown above, many students' explanations are rather short having only a few words. Consequently, they do not reveal any argumentative structure.

V. CONCLUSIONS AND IMPLICATIONS FOR TEACHING AND LEARNING

As far as we know, *this is the first research report that brings the results of real students' performances in paper-and-pencil explanatory tasks related to a demonstration of free-fall weightlessness*. These results show that in such tasks students face big conceptual difficulties leading them to formulate various alternative explanations of the events happening in stationary and in free-fall situations. Other studies, that report that the students explored actively three [18] or, even, five [44] different free-fall demonstrations of weightlessness, do not say a single word about how students did perform and which conceptual difficulties and alternative conceptions they did reveal.

This initial study has various limitations. The first one is that students neither performed the demonstration in question nor watched a video recording of it. Instead, they could learn about the events in free fall looking at the set of three photos (Figure 4). The second one is that students only had to provide a written verbal answer. If they were asked to complement their answers with a drawing (for example, a free-body diagram), we would very likely get a better insight into fine details of their causal reasoning. The third limitation is that we have only collected students' individual answers.

Nevertheless, all these limitations can be easily eliminated in carefully designed classroom implementations of active learning sequences for the topic of weightlessness. These sequences should contain, at least, three different demonstrations of free-fall weightlessness to offer students more opportunities to construct, through individual and collective efforts, a robust understanding of different physical events happening in systems that fall freely.

Teachers should discuss and co-evaluate with students "causal coherency" of different explanatory models they propose. Students also need a scaffolding help related to basic "argumentative structure" of scientific explanations, consisting of three elements: claim, evidence and reasoning [45].

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors sincerely thank to MSc Adrián Corona Cruz (the Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México) for kindly providing the photos (Figure 3 and Figure 4) that were used in this research.

REFERENCES

- [1] Brown, J. R., *Smoke and mirrors: How science reflects reality*, (Routledge, New York, 2002).
- [2] Schweingruber, H., Keller, T. & Quinn, H. (Eds.), *A Framework for K-12 Science Education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas*, (National Academies Press, Washington, 2012).
- [3] Schweingruber, H. A., Duschl, R. A. & Shouse, A. W. (Eds.), *Taking science to school: Learning and teaching science in grades K-8*, (National Academies Press, Washington, 2007).
- [4] Bybee, R., Fensham, P. & Laurie, R., *Scientific literacy and contexts in PISA 2006 science*, *J. Res. Sci. Teach.* **46**, 862-864 (2009).
- [5] Bybee, R., McCrae, B., & Laurie, R. PISA 2006: An assessment of scientific literacy. *J. Res. Sci. Teach.* **46**, 865-883 (2009).
- [6] Muller, R. A., *Physics and technology for future presidents. An introduction to essential physics every world leader needs to know*, (Princeton University Press, Princeton, 2010).
- [7] Lewin W., Lecture 7 "Weight, perceived gravity, and weightlessness", Course 8.1 "Classical Mechanics", <<https://www.youtube.com/watch?v=M0mxyPOMcw0>>, visited on March 20 (2016).
- [8] Taibu, R. Rudge, D. & Schuster, D., *Textbook presentations of weight: Conceptual difficulties and language ambiguities*, *Phys. Rev. Spe. Top.-Phys. Edu. Res.* **11**, 010117-1-010117-20 (2015).
- [9] Wilson, J. D., Buffa, A. & Lou, J. B., *College Physics*, 6th Ed. (Pearson/Prentice Hall, Upper Saddle, 2007). p. 253.
- [10] Hewitt, P. G., *Conceptual Physics*, 11th Ed. (Addison-Wesley, Boston, 2010). p. 243.
- [11] Hecht, E., *Physics: Calculus*, 2nd Ed. (Brooks/Cole, Pacific Grove, 2000), p. 364.
- [12] Young, H. D. & Freedman, R. A., *Sears and Zemansky's University Physics Volume 1*, 12th Ed. (Pearson/Addison Wesley, San Francisco, 2008). p. 145.
- [13] Walker, J. S., *Physics*, 3rd Ed. (Pearson/Prentice Hall, Upper Saddle River, 2007). p. 126.
- [14] Giancoli, D. C., *Physics. Principles with applications*, 6th Ed. (Pearson/Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005). p. 124.
- [15] Cutnell, J. D. & Johnson, K. W., *Physics*. 6th Ed. (John Wiley & Sons, New York, 2004). pp. 94-95.
- [16] Gürel, Z. & Acar, H., *Research into students' views about basic physics principles in a weightless environment*, *Astron. Educ. Rev.* **2**, 65-81 (2003).
- [17] Sharma, M. D., Millar, R. M., Smith, A. & Sefton, I. M., *Students' understandings of gravity in an orbiting space-ship*, *Res. Sci. Ed.* **34**, 267-289 (2004).
- [18] Tural, G., Akdeniz, A. R. & Alev, N., *Effect of 5E teaching model on student teachers' understanding of weightlessness*, *J. Sci. Ed. & Tech.* **19**, 470-488 (2010).
- [19] Kruglak, H., *Demonstrations of weightlessness*, *Am. J. Phys.* **30**, 929-930 (1962).
- [20] Kruglak, H., *Physical effects of apparent "weightlessness"*, *Phys. Teach.* **1**, 34-35 (1963).
- [21] Chakarvarti, S. K., *A demonstration on weightlessness*, *Phys. Teach.* **16**, 391-391 (1978).
- [22] Smith, C. J., *Weightlessness for large classes*, *Phys. Teach.* **27**, 40-41 (1989).

- [23] Vogt, G. L. & Wargo, M. J. (Editors), *Microgravity: A teacher's guide with activities* (National Aeronautics and Space Administration, Washington, 1992).
- [24] LaCombe, J. C. & Koss, M. B., *The make-it-yourself drop-tower microgravity demonstrator*, Phys. Teach. **38**, 143-146 (2000).
- [25] Corona, A., Slisko, J. & Planinsic, G., *Freely rising bottle of water also demonstrates weightlessness*, Phys. Ed. **41**, 208-209 (2006).
- [26] Sliško, J. & Planinšič, G., *Hands-on experiences with buoyant-less water*, Phys. Ed. **45**, 292-296 (2010).
- [27] Slisko, J. & Corona, A., *Showing weightlessness with magnetism*, Phys. Ed. **46**, 525-527 (2011).
- [28] Ayala, H., Slisko, J. & Corona, A., *Magnetic demonstration of weightlessness: A spark of student creativity*, Phys. Teach. **49**, 524-525 (2011).
- [29] Balukovic, J., Slisko, J. & Corona Cruz, A., *A demonstration of "weightlessness" with 1-kg mass and balloon*, Phys. Teach. **53**, 440-441 (2015).
- [30] Balukovic, J., Slisko, J. & Corona Cruz, A., *Electrostatic demonstration of free-fall weightlessness*, Phys. Ed. **50**, 288-290 (2015).
- [31] Mayer, V. V. & Varaksina, E. I., *A simple demonstration of Einstein's lift: A body thrown upwards moves rectilinearly and uniformly relative to a free-falling model of the lift*, Eur. J. Phys. **36**, 055020 (2015). pp. 11.
- [32] Meltzer, D. E. & Thornton, R. K., *Resource Letter ALIP-1: Active-Learning Instruction in Physics*, Am. J. Phys. **80**, 478-496 (2012).
- [33] Thornton, R. K., *Learning physics concepts in the introductory course: Microcomputer-based labs and interactive lecture demonstrations*, In: Wilson, J. (Ed.), *Proc. Conf. on the Intro. Physics Course* (Wiley, New York, 1997). pp. 69-85).
- [34] Etkina, E. & van Heuvelen, A., *Investigative science learning environment. A science process approach to learning physics*, In: Redish, E. F. & Cooney, P. J. (Eds.), *Research-based reform of university physics*, (American Association of Physics Teachers, College Park, 2007). pp. 1-48.
- [35] Sliško, J., *Active physics learning: Making possible students' cognitive growth, positive emotions and amazing creativity*, in Dvořák, L. & Koudelková, V. (editores), *ICPE-EPEC 2013 Conference Proceedings* (Charles University & Matfyzpress, Prague, 2014). pp. 82-102.
- [36] Marshall R., *Freefall and weightlessness*, Phys. Ed. **38**, 108-108 (2003).
- [37] Featonby D., *Stopping the water flow from a bottle*, Phys. Ed. **46**, 362, 364 (2011).
- [38] Minstrell, J., *Explaining the "at rest" condition of an object*, Phys. Teach. **20**, 10-14 (1982).
- [39] Finegold, M. & Gorsky, P., *Learning about forces: Simulating the outcomes of pupils' misconceptions*, Instruc. Sci. **17**, 251-261 (1988).
- [40] Watts, D. M., *Gravity-don't take it for granted!*, Phys. Educ. **17**, 116-121 (1982).
- [41] Ruggiero, S., Cartelli, A., Dupre, F. & Vicentini- Missoni, M., *Weight, gravity and air pressure: Mental representations by Italian middle school pupils*, Eur. J. Sci. Educ. **7**, 181-194 (1985).
- [42] Muratović, H. & Gabela, N., *Fizika VIII: Za osmi rared osnovne škole*, Grafex, Mostar, 2011.
- [43] Pačarić, M., Hadžić, A., Adrović, M. & Udvinčić, N., *8 FIZIKA: Udžbenik za 8. Razred devetogodišnje osnovne škole*, (Vrijeme, Zenica, 2011).
- [44] Bharambe, S., *Study of the Concepts and misconcepts of weightlessness*, Int. J. Theo. Appl. Sci. **6**, 9-13 (2014).
- [45] Novak, A. M., McNeill, K. L. & Krajcik, J., *Helping students write scientific explanations*, Sci. Scope **33**, 54-56 (2009).

El ejercicio integrador en la asignatura Probabilidades y Estadística Matemática en la modalidad semipresencial



M. L. Lorences de Jesús², J. F. Valiente-Márquez^{1,2}, C. A. Valiente-Márquez³

¹*Instituto de Información Científica y Tecnológica, IDICT, CITMA.*

²*Centro Universitario Municipal, Filial, 10 de Octubre, ISPJAE, calle 114 No.11901 entre 119 y 127, CP 10400, La Habana, Cuba.*

³*ULSBA (Unidade Local de Sáud e de Baixo Alentejo), Portugal.*

E-mail: valiente@idict.cu

(Recibido el 30 de septiembre 2015, aceptado el 12 de enero de 2016)

Resumen

Probabilidades y Estadística Matemática (PEM) es una asignatura ubicada en el tercer año del curso para trabajadores de Ingeniería Informática: el carácter semipresencial de la enseñanza, un insuficiente desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes y, en contraposición a lo acostumbrado, un enfoque no determinista de los fenómenos que se estudian, son factores que dificultan su comprensión, con el consecuente impacto en la calidad de los resultados docentes. En la literatura disponible se abordan los temas en forma aislada, sin mostrar las conexiones que los vinculan y en contextos ajenos al perfil del educando, lo que crea dificultades adicionales a las ya comentadas. Para facilitar su aprendizaje en el contexto de la enseñanza semipresencial donde, en tan sólo treinta y dos horas de docencia directa, el estudiante debe alcanzar objetivos muy abarcadores, en el presente curso escolar se implementó una colección de problemas integradores que se pone a la consideración de los lectores.

Palabras clave: Enseñanza semipresencial, Estadística, Ejercicio integrador.

Abstract

Probability and Mathematical Statistics (PEM) is a subject located in the third year of the course for workers of Computer Engineering: the blended nature of teaching, insufficient development of mathematical logical thinking of students and, in contrast to usual, an approach nondeterministic of the phenomena being studied are factors that hinder their understanding, with the consequent impact on teacher quality results. In the available literature topics addressed in isolation, without showing the connections that link them and in contexts outside of the learner profile, which creates additional difficulties already mentioned. To facilitate learning in the context of blended learning where, in only thirty-two hours of direct teaching, the student must achieve goals very encompassing, in this school year a collection of integrators problems put was implemented for consideration readers.

Keywords: Education semipresential, Statistics, Inclusive exercise.

PACS: 01.40.gb, 01.40.gf, 01.40.Ha

ISSN 1870-9095

I. UN NUEVO CONTEXTO EDUCATIVO

La Universalización de la Enseñanza acercó y creó vínculos entre los centros de enseñanza superior y la comunidad. Inserta en los territorios donde los estudiantes hacen su vida, permitió la masificación total de la educación superior, empleó a miles de profesionales de la producción y los servicios con vasta experiencia, posibilitó la reinserción al sistema, con características bastante cerradas hasta ese momento, de un importante grupo de jóvenes que habían truncado su educación y no poseían una alternativa de continuidad de estudios superiores con un currículo más flexible y abierto.

Inserta en otros centros de enseñanza, orientada a trabajadores que cuentan con escaso tiempo para superarse, las carreras que se estudian en las sedes universitarias se

basan en el trabajo independiente sistemático de los estudiantes; el docente deviene mero facilitador del aprendizaje y su papel básico es orientar y controlar el cumplimiento de los objetivos de su asignatura, para lo que cuenta con un fondo de tiempo limitado: se trata de la enseñanza semipresencial.

Según el artículo 20 del reglamento docente metodológico “la modalidad semipresencial se caracteriza por una carga docente menor que en la modalidad presencial (...) se reduce la presencia de los estudiantes con sus profesores en las actividades lectivas previstas”.

La clase encuentro es la actividad presencial básica en esta modalidad de estudios. “La misión instructiva más importante que tiene el profesor en la clase encuentro es contribuir al desarrollo de la independencia cognoscitiva de los estudiantes” [1].

II. MALLAS CURRICULARES Y PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

PEM es una asignatura muy controversial que ha transitado de uno a otro año en las distintas mallas curriculares de los últimos años.

La asignatura, que siempre ha contado con un fondo de tiempo de 32 horas presenciales, en el programa de estudios D —instaurado en el curso escolar 2007-2008— se impartía en el cuarto año de la carrera; por la distancia que la separaba de las asignaturas del ciclo básico vinculadas con ella —álgebra lineal, matemática y física— se la trasladó al tercer año en el curso 2010-2011 en que se implantó el plan de estudios D1, para sólo permanecer en esta posición durante un año pues, en el curso 2011-2012 se pasó a segundo año al establecerse el plan de estudios D2.

Esta posición —al mismo tiempo que Física General y Matemática III — convirtió al segundo año en un impedimento para promover porque, entre otras consideraciones, el estudiante no tiene aún la madurez ni el entrenamiento necesarios para enfrentar los requerimientos que demanda la asignatura en momento tan temprano de su carrera. Por tal razón se trasladó nuevamente al tercer año a partir del presente curso escolar.

El programa de la asignatura está integrado por dos grandes temas: Probabilidades y Estadística Matemática.

Los objetivos generales son: Reconocer y diferenciar situaciones en las que se deba

- calcular probabilidades de eventos compuestos y probabilidades condicionales e interpretar los resultados.
- aplicar las distribuciones probabilísticas Binomial, de Poisson y normal, o aproximar una distribución discreta a la normal, y resolver problemas basados en estas distribuciones aplicando sus propiedades.
- hacer estimaciones o plantear pruebas de hipótesis para hacer inferencias acerca de la distribución de una variable aleatoria o los parámetros de hasta dos distribuciones normales, identificar los errores de decisión e interpretar los valores de sus riesgos en términos de probabilidades, resolverlas y argumentar los resultados obtenidos.
- desarrollar un análisis de regresión, realizar predicciones utilizando un modelo lineal y evaluar la pertinencia de la estimación realizada.
- utilizar la tabla y el formulario básico o un software especializado para resolver problemas vinculados al cálculo de probabilidades y la estadística inferencial.

Un análisis de los objetivos del programa de la asignatura evidencia que, para su logro, el estudiante debe haber desarrollado convenientemente su pensamiento lógico— fundamentalmente las habilidades de identificar, definir, modelar y argumentar— cosa que no ocurre en la práctica.

III. HABILIDADES NECESARIAS EN LA ASIGNATURA

La capacidad de razonamiento abstracto es fundamental para cumplir satisfactoriamente los objetivos que se plantean en el programa de PEM. “El pensamiento lógico es aquel que permite clasificar en clases y categorías a los objetos.

Mediante él se arriba a la solución de los problemas acercándose paso a paso a la respuesta conveniente (...) El pensamiento lógico es probabilístico (...) parte de clasificaciones ya establecidas, de un ordenamiento prefijado de los conocimientos” [2].

“La habilidad de definir es muy importante para llegar a un pensamiento teórico, que exprese un nivel de desarrollo intelectual elevado, al poder “operar” con conceptos. El concepto debe responder a la pregunta qué es esto y cuál es su esencia” y la habilidad de expresar “qué rasgos en general, son los inherentes al objeto, qué aspectos, propiedades y caracteres le distinguen [3].

A través del ejercicio continuo y sistemático de la definición, clasificación, comparación, entre otras habilidades, se puede llegar a resultados en forma de conclusiones o juicios cuya veracidad debe ser justificada.

Para Silvestre, M. y J. Zilberstein “Argumentar es la habilidad que exige que se den razones que permitan reafirmar o refutar un planteamiento dado (juicio). Implica que se interprete un juicio y posteriormente se demuestre con razones su veracidad o falsedad”.

Entrenar el pensamiento lógico de los estudiantes constituye una tarea de primer orden ya que para lograr el planteamiento, solución e interpretación de un problema estadístico intervienen habilidades como la identificación, clasificación, comparación, modelación, entre otras tantas, todas de carácter lógico y con muy pobre desarrollo por parte del estudiante lo que, conspira en contra de su rendimiento docente.

Es preciso implementar estrategias de enseñanza que propicien el entrenamiento del pensamiento lógico de los educandos, al tiempo que le pongan de manifiesto la relevancia de esta asignatura dentro de su especialidad: el estudiante no progresa porque no estudia; y no estudia porque no está motivado.

El encuentro de generalización de contenidos o encuentro cierre “es la última fase en la relación entre los encuentros anteriores, constituye un tipo de encuentro que tiene como objetivos fundamentales que los estudiantes demuestren dominio de los métodos y técnicas de trabajo de cada asignatura, que les permiten desarrollar las habilidades necesarias para utilizar y aplicar de modo independiente los conocimientos científico técnicos adquiridos durante los encuentros anteriores” y es donde “(.) el docente deberá atender a la realización de tareas, talleres y ejercicios integradores” [3].

Según Silvestre y Zilberstein en este encuentro se deberá “comprobar el grado de cumplimiento de los objetivos propuestos en los contenidos seleccionados, (...) el dominio de los métodos y técnicas de trabajo de la asignatura (...) el

nivel de generalización de los conocimientos científico-técnicos adquiridos en los encuentros anteriores (...) orientar nuevas tareas que contribuyan a consolidar los contenidos recibidos (...) y lograr que el estudiante integre y consolide los conocimientos adquiridos”.

Alcanzar tales objetivos implica el desarrollo de habilidades, hábitos y capacidades dados. La habilidad resulta de la sistematización de las acciones que el individuo realiza que, cuando adquiere carácter automático, significa que se convirtió en hábito. “Los hábitos propician al hombre el ahorro de energía física y psíquica, facilitan mucho la vida y el trabajo, favorecen el desarrollo de las capacidades del individuo (...)” [3].

La práctica demuestra que los estudiantes que acceden a las sedes o filiales universitarias —debido quizás a que su aprendizaje no ha transcurrido en forma regular— no logran convertir sus habilidades de carácter lógico por falta del entrenamiento necesario, lo que dificulta la comprensión de los conceptos, definiciones y teoremas que se tratan en la asignatura PEM.

Por esa misma razón, la habilidad de modelar —acción previa a la solución de cualquier problema, entendida como la “traducción” al lenguaje simbólico lo expresado en lenguaje común — al no tener el desarrollo esperado, les impide avanzar hacia los objetivos del programa y, en los casos más graves, provoca su salida del sistema.

En el presente curso escolar 2014-2015 se desarrolló, con la ayuda del asistente MINITAB 16, un análisis estadístico de los resultados docentes de PEM a partir de:

- Dos muestras independientes integradas por dos grupos de estudiantes de los años 3ro-4to que recibieron la asignatura con docentes distintos.
- Dos muestras independientes integradas por dos grupos de estudiantes de los años 5to-7mo que recibieron la asignatura con docentes distintos.

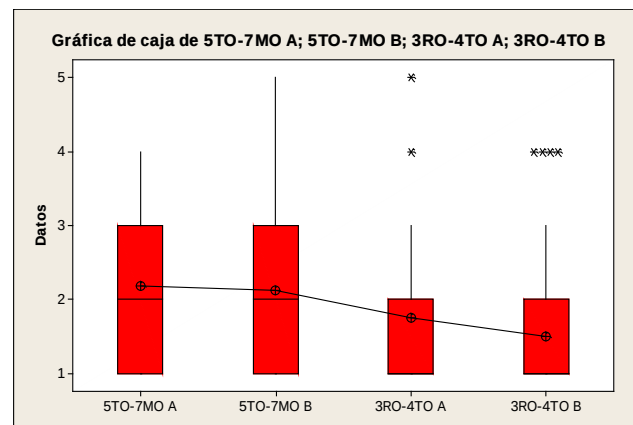
El análisis exploratorio se ilustra con el cálculo de los estadígrafos descriptivos y en un diagrama de Caja y, según se muestra:

Variable	Media	Desv. Est.	Mínimo	Máximo
5TO-7MO A	2,182	1,225	1,000	4,000
5TO-7MO B	2,122	1,077	1,000	5,000
3RO-4TO	1,759	1,057	1,000	5,000
3RO-4TO	1,500	0,799	1,000	4,000

Observándose, en primer término, que el resultado más frecuente es 1, o sea, estudiante no presentado a examen y un semejante comportamiento en los grupos de 5to-7mo y en los de 3ro-4to, en los que se presentan ciertas diferencias cuya existencia pudiera deberse al azar o a la presencia de algún factor que influya en los resultados.

Tras el análisis exploratorio de los datos se procedió a comprobar, en cada caso, si las calificaciones promedio

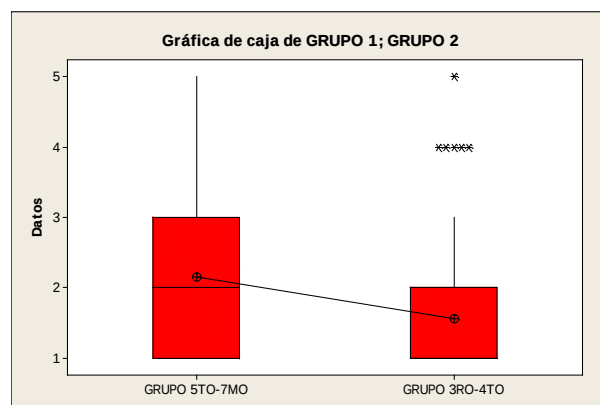
podían considerarse diferentes lo que, en caso afirmativo, significaría que el efecto “profesor” sería la causa probable de tal diferencia, por cuanto los grupos estaban compuestos por estudiantes con características homogéneas.



La salida de la prueba t de Student indicó que las diferencias detectadas en las muestras no podían considerarse significativas a un nivel 0,05. De donde se concluye que el efecto causado por diferentes profesores no provoca diferencias significativas en la calificación promedio de las poblaciones correspondientes.

Entonces resulta pertinente conformar dos conjuntos de datos combinando en ellos los estudiantes de grupos semejantes para, de esta forma, obtener dos muestras de tamaño 85 y 110, respectivamente, que portan las calificaciones de los estudiantes de 5to-7mo y 3ro-4to, en ese orden.

- Dos muestras independientes de tamaño 51 y 40, respectivamente, constituidas por estudiantes de 3ro-4to año —GRUPO 1— y de 5to-7mo año —GRUPO 2— con el asistente estadístico MINITAB; el análisis exploratorio de los datos evidenció diferencias entre las calificaciones promedio de los grupos, por lo que se procedió a investigar si tal diferencia podía considerarse significativa.



Se plantearon las siguientes hipótesis estadísticas:

H_0 : Las calificaciones promedio son iguales en las poblaciones.

H_1 : Las calificación promedio en la población 1 es mayor que en la población 2.

La salida de la prueba t de Student evidenció un resultado muy significativo, de donde se concluye que la calificación promedio de los estudiantes de los años 5to-7mo que examinan PEM son superiores a los de 3ro-4to.

Se evidencia que la calificación promedio de los estudiantes de años superiores (quinto, sexto y séptimo año) es superior a los de tercero y cuarto y que estas diferencias son muy significativas (con probabilidad mayor que 0,01); que los grupos 3ro-4to y 5to-7mo constituyen subconjuntos heterogéneos, pero homogéneos entre sí con independencia del profesor encargado de la docencia.

Si se tiene en cuenta que estos subconjuntos están constituidos por estudiantes semejantes en aspectos esenciales, entonces estas discrepancias se pueden explicar por la desigualdad en cuanto al desarrollo del pensamiento abstracto y de hábitos que se crean mediante el estudio independiente sistemático.

La transformación de habilidades en hábitos presupone, por parte del estudiante sujeto a la clase encuentro como forma de enseñanza, una gran entrega en forma de trabajo independiente y el empleo de estrategias de meta cognición, entre otros requisitos: es la meta ideal a la que debe conducirlo su aprendizaje.

El profesor, por su parte, puede contribuir a la formación de esos hábitos en la medida que sea capaz de orientar adecuadamente el contenido y la bibliografía, utilizar medios de enseñanza complementarios basados en las nuevas tecnologías de la información y, en los encuentros cierre, comprobar su cumplimiento mediante la proposición de problemas y ejercicios integradores de contenido. De ahí la pertinencia y relevancia de esta experiencia pedagógica que se propone en el presente trabajo.

IV. PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO: UN RETO

A diferencia de los fenómenos deterministas que se estudian en el Cálculo Matemático y la Física General, los que se abordan en el tema Probabilidades están gobernados por las leyes del azar, de modo que su resultado no se conoce exactamente de antemano. Esto presupone un cambio de mentalidad por parte del estudiante, acostumbrado a trabajar con leyes inmutables que conducen a resultados exactos donde la categoría filosófica de casualidad no tiene cabida.

El concepto de espacio muestral o conjunto de todos los resultados posibles de un experimento, el de variable aleatoria como aplicación entre el espacio muestral y un conjunto numérico y descriptores como el valor esperado y la varianza, son constructos teóricos de difícil comprensión, y mucho más problemática interpretación, en tanto implican que los experimentos que se consideran conducen a resultados que están regidos por la incertidumbre y, aunque

parezca exagerado, crean un clima de dudas e inseguridad en la mente de los estudiantes.

La aleatoriedad de las muestras y la distribución de probabilidad de las variables aleatorias —discretas o continuas— que se manipulan, son supuestos que sólo tienen validez teórica: en la práctica no se cumplen con carácter de necesidad.

Los principales resultados de los métodos paramétricos tratados en la Estadística Matemática están basados en la aleatoriedad de las muestras, distribución normal de las variables aleatorias, entre otros supuestos que, de no ser satisfechos, pudieran conducir a una toma incorrecta de decisiones.

El vínculo entre la Teoría de Probabilidades y la Estadística Matemática se revela en estas aparentes contradicciones: Obtener la probabilidad de un suceso a partir de una muestra —suponiendo conocidas las características de la población— versus investigar las características de la población a partir de los datos de una muestra.

La solución de este aparente conflicto es justamente el meta objetivo de la asignatura y, para su logro, se requiere un sistemático trabajo de integración de los contenidos en la medida que se van introduciendo. Esta estrategia de enseñanza tiende a promover nuevas formas de pensamiento, cada vez más coherentes, estructuradas y tendientes a la verdadera esencia de los fenómenos y procesos que se estudian.

En los cuatro primeros encuentros de la asignatura se introducen los temas Probabilidad de Eventos, Variables Aleatorias y Funciones Teóricas de Probabilidad. En los textos suelen presentarse estos contenidos, y todo lo concerniente a ellos, como bloques aislados, inconexos, cuando en verdad unos y otros son aristas de un mismo cuerpo.

A continuación se presentan tres ejercicios integradores utilizados en los encuentros cierre de la asignatura PEM y se desarrollan algunas reflexiones sobre su pertenencia.

V. EJEMPLOS DE EJERCICIOS INTEGRADORES

A. Ejemplo 1

Dos fábricas A y B producen el 60% y 40% de los rollos de cable de red que usa una empresa. Si se elige aleatoriamente un rollo de la empresa A, la probabilidad de que tenga imperfecciones es 0,06 y los rollos con imperfecciones de la empresa B representan el 1% de su producción. Calcule la probabilidad de que un rollo de cable elegido aleatoriamente.

- Tenga imperfecciones si fue producido en la empresa B.
- Haya sido producido por la empresa A y tenga imperfecciones.
- Tenga imperfecciones. Si se selecciona al azar 25 rollos de cable de red producidos por estas empresas, calcule:

- D. La probabilidad de que a lo sumo 2 de ellos tengan imperfecciones.
- E. La probabilidad de que en 20 rollos de cable haya 4 con imperfecciones.
- F. El número medio de rollos con imperfecciones en lotes de 25 rollos. Si el número de imperfecciones por metro de cable es una variable Poisson con una tasa de 4 imperfecciones por cada 1000 metros, calcule:
- G. La probabilidad de que un trozo de cable de 1500 metros de largo tenga, no menos de 2 ni más de 10, imperfecciones.
- H. El número medio de imperfecciones en 2000 metros de cable.

En este problema se integran tres temas básicos de la asignatura: probabilidad de un evento, descriptores numéricos de una variable aleatoria y probabilidad de una variable aleatoria discreta (binomial y de Poisson).

Para resolver la primera parte de este problema, la habilidad inicial necesaria es identificar los eventos elementales presentes, que pueden definirse como:

- A: El rollo fue producido por la empresa A.
- B: El rollo fue producido por la empresa B;
- D: El rollo presenta imperfecciones.

Todos los eventos se refieren al objeto “1 rollo de cable de red”. Para calcular las probabilidades solicitadas en los incisos 1.A al 1.C es necesario identificar una probabilidad condicional, otra conjunta y la de un suceso definido sobre un grupo completo de eventos (exhaustivos y mutuamente excluyentes) donde es pertinente utilizar la fórmula de la probabilidad total.

En la segunda parte del problema se transita hacia el objeto “25 rollos de cable de red”. El experimento consiste en elegir un rollo, de los $n=25$ posibles, con dos resultados bien definidos: que presente imperfecciones o no.

Los 25 ensayos son independientes y la probabilidad p de elegir un rollo con imperfecciones (calculada en el inciso 1.A) es constante en todos los ensayos.

Identificar estas características conduce a clasificar el experimento como un proceso de Bernoulli donde puede definirse la variable aleatoria binomial “número de rollos con imperfecciones en 25 pruebas independientes” y, de este modo, es posible calcular las probabilidades que se piden en los incisos D y E; adicionalmente debe advertirse que en el inciso F se pide un valor esperado que, en este caso, es el de una variable binomial cuyo resultado es el producto de n por p .

Una nueva variable discreta se define en la tercera parte del problema, “número de imperfecciones por metro de cable” que se declara de Poisson; para resolver los incisos G y H es preciso percatarse que el parámetro $\lambda = \theta L$ correspondiente, donde θ es la tasa de cambio, depende de la unidad de longitud ($L=1\ 500$ y $L=2\ 000$, respectivamente) y que el “número medio de rollos” que se pide en el inciso H es el valor esperado de una variable Poisson, o sea λ .

Los contenidos que se integran en este problema corresponden a 6 horas presenciales más 6 horas no presenciales, para un total de 12 horas clase que representa

el 18,75% y 60% del fondo de tiempo de la asignatura y del tema Probabilidades, respectivamente.

- A. Calcule la probabilidad de que un mensaje cualquiera demore más de 3,5 segundos en salir del servidor.
- B. De los próximos 200 mensajes que salgan del servidor, ¿cuántos lo harán en un tiempo entre 3,5 y 12 segundos?
- C. ¿Cuál es el tiempo mínimo de salida del 5% de los mensajes más demorados?
- D. Si han salido 15 mensajes del servidor, halle la probabilidad de que 10 o más lo hayan hecho en un tiempo máximo de 3,5 segundos

Este problema integra, en lo fundamental, el cálculo de probabilidades y percentiles de una variable aleatoria normal con el de una binomial que debe ser identificada en el contexto del problema. Obsérvese que la variable discreta — número de mensajes que salen del servidor— está asociada, en el inciso D, con la variable continua “tiempo de salida de un mensaje”: lo que se debe obtener es la probabilidad de una variable binomial en que la probabilidad de éxito es la de una variable con distribución normal.

Los contenidos que se integran en este problema tienen el mismo peso respecto al tiempo que en el problema anterior.

B. Ejemplo 2

Para estimar la cantidad de fallas que se reportan en una red se realizaron observaciones durante 25 períodos de 1 hora y se obtuvieron los siguientes resultados:

# de fallas en 1 hora	Frecuencia observada	# de fallas en 1 hora	Frecuencia observada
0	2	3	7
1	3	4	5
2	4	≥ 5	4

- A. Pruebe, con una confianza del 95%, que la variable aleatoria “cantidad de fallas reportadas por la red en 1 hora” tiene una distribución de Poisson con una media de 3,1 fallas.
- B. ¿En qué proporción se producen a lo sumo 3 fallas en un período 30 minutos?
- C. ¿Cuántas fallas se espera detectar en 8 horas de trabajo?
- D. ¿Cuál sería la probabilidad de que se produzcan exactamente 20 fallas en un lapso de 10 horas?

En este problema se plantea el problema de la función probabilística de una variable aleatoria como realmente se presenta en la práctica, o sea, con desconocimiento de su estructura, por lo que se precisa aplicar una dócima de bondad de ajuste, tal como habría que proceder para dar respuesta al inciso A.

Una vez comprobado que la función de distribución puede considerarse razonablemente de Poisson, entonces se procede al cálculo de probabilidades —inciso B— y del valor esperado necesario para determinar el número medio de fallas en el inciso C.

El inciso D, donde el tiempo es $t=10$ horas y, por tanto, $\lambda = 3,1(10)=31$ fallas, se requiere aproximar a una distribución normal con media y varianza iguales a 31 para obtener la probabilidad que se pide.

Los contenidos que se integran en este problema corresponden a 8 horas presenciales más 8 horas no presenciales, para un total de 16 horas clase que representa el 25% del fondo de tiempo de la asignatura.

C. Ejemplo 3

La empresa SOFTNEW está investigando la utilidad de dos lenguajes A y B para mejorar la rapidez de la programación.

Se les pide a 9 especialistas programar un algoritmo en ambos lenguajes y se registran los tiempos de programación en días que, se sabe, siguen una distribución aproximadamente normal.

Lenguaje	Promedio	Desviación estándar
A	18	3,6
B	17	4,6
(A-B)	1,5	0,5

- Compruebe si el tiempo promedio que toma programar el algoritmo con el lenguaje B es menor que cuando se utiliza el lenguaje A (tomar $\alpha=0,005$)
- Investigue si el tiempo promedio que le toma al programador implementar el algoritmo con el lenguaje B es inferior a 18 minutos si se conoce que la varianza poblacional es 4 minutos.
- Si el tiempo referido en el inciso anterior fuese verdaderamente 16 minutos, calcule el tamaño de muestra que garantizaría cometer un error de tipo II con una probabilidad máxima de 0,01.
- ¿Asumiría usted la decisión adoptada en el inciso C? Argumente su respuesta.
- Calcule la probabilidad de que a un programador le tome un máximo de 2 semanas implementar el algoritmo en lenguaje A. Uno de los 9 programadores registró el tiempo (en horas) que empleó en desarrollar el algoritmo durante el primero, tercero y último día de una semana:

Días (x)	1	3	7
Tiempo (y)	7	5	2

- Trace el diagrama de dispersión correspondiente a estos datos.
- Investigue si es significativa la contribución de la variable días para estimar el tiempo medio empleado en programar el algoritmo.
- ¿Qué porcentaje de la variación total está explicada por el modelo de regresión lineal simple correspondiente?

Días (x)	1	3	7
Tiempo (y)	7	5	2

Este problema integra los contenidos correspondientes a pruebas de hipótesis para una y dos poblaciones. Dado que las varianzas son desconocidas, para comparar los tiempos de programación en uno y otro lenguaje —inciso A— se debe aplicar la prueba t para dos muestras pareadas, característica muestral que se debe haber identificado previamente en el contexto del problema (muestras constituidas por unidades experimentales homogéneas sometidas a tratamientos diferentes).

En inciso B se debe comparar la media con un valor hipotético —18 minutos— por lo que el estudiante debe reconocer que está en presencia de una prueba de hipótesis sobre una población normal con varianza conocida y elegir el estadístico Z correspondiente.

El estudiante debe identificar una relación de orden en la hipótesis alternativa de ambas dójimas, por lo que debe elegir una región crítica de 1 cola.

La probabilidad de cometer un error de tipo II —inciso D— como medida del riesgo que se está dispuesto a tolerar en la decisión, es un aspecto de vital importancia en cualquier prueba de hipótesis. El cálculo previo del tamaño de muestra que garantiza condiciones dadas para la probabilidad de ocurrencia de este error es premisa que permite aceptar una hipótesis cuando realmente es falsa. En este caso, una muestra de tamaño 9 no satisface las condiciones especificadas, por lo que el estudiante debe tener la habilidad de argumentar sus conclusiones al respecto en el inciso D.

En el inciso E se vincula el cálculo de la probabilidad de una variable normal con las pruebas de hipótesis basadas en esta distribución.

La presencia de 2 variables (una fija y otra aleatoria) y la necesidad de establecer una relación lineal entre ellas, se debe identificar como un problema de regresión lineal simple a partir de lo que se pueden desarrollar los análisis correspondientes a los incisos F al H.

Este problema integra casi todo el contenido del programa de la asignatura y fue propuesto a los estudiantes en la última clase del curso.

Los encuentros cierre donde se desarrollaron estos ejercicios integradores estuvieron caracterizados por una postura de cuestionamiento, por parte de los estudiantes, ante las problemáticas que se les proponían; el docente asumió una posición de moderador que facilitaba y organizaba el debate.

En la clase se socializaron las definiciones de los objetos, se argumentaron los planteamientos y confrontaron puntos de vista, se identificaron características esenciales y particulares de los elementos analizados en el marco de un trabajo en equipo: los estudiantes de mayor desempeño propiciaron el aprendizaje de los menos aventajados a través de su zona de desarrollo próximo, de modo que cada cual pudo entrenar la componente lógica de su pensamiento desde su propia realidad.

El hecho de proponer ejercicios vinculados al perfil del informático produjo un aumento de la actividad cognoscitiva de los educandos en tanto se estableció un vínculo afectivo con sus necesidades: esta motivación creó la sinergia

necesaria para motivarles a esforzarse en el estudio de la asignatura, según manifestaron públicamente.

comportamiento asertivo en donde algunos asumieron posiciones de líderes y otros de seguidores —nadie fue rechazado—elevando la autoestima de los participantes.

VI. CONCLUSIONES

¿Quiere esto decir que se alcanzaron los objetivos planteados? Sería excesivo responder con un sí a esta interrogante; lo cierto es que la experiencia no es perfecta, pero sí perfectible a través de sucesivos ajustes y modificaciones que devendrán como resultado del análisis de la propia práctica educativa.

Por el momento la opinión de los educandos es que se sienten mejor preparados para enfrentar las evaluaciones finales de PEM que cuando se les entrenaba a partir de los ejercicios del libro de texto.

Jocosamente se refieren a esta clase de problemas como “ejercicios desintegradores” porque les obliga a realizar una actividad mental intensa, muy diferente a lo que están acostumbrados.

Las relaciones de sana rivalidad que se produjeron entre los equipos de trabajo redundó a favor del rendimiento de sus integrantes, en tanto cada uno deseaba que su grupo alcanzara una posición destacada durante la actividad.

El trabajo en equipo fortaleció los vínculos entre los estudiantes y propició el fortalecimiento de valores tales como la responsabilidad y la cooperación. El clima favorable que se creó en estos encuentros cierre propició un

REFERENCIAS

- [1] MES: Reglamento docente metodológico. Resolución No. 210 (2007).
- [2] Colectivo de autores, *La Nueva Universidad Cubana y su contribución a la universalización del conocimiento*, (Editorial Félix Varela, La Habana, 2006).
- [3] Silvestre, M. y J. Zilberstein, *Enseñanza y aprendizaje desarrollador*, (Ediciones CEIDE, México, 2002).
- [4] Colectivo de autores, *Guía de estudio del curso Introducción a los Fundamentos de la Nueva Universidad Cubana*, (PAAA, La Habana, 2008).
- [5] Hernández, V., Ramos, E., Yáñez, I., *Probabilidad y sus aplicaciones en ingeniería Informática*, 2da edición, (Ediciones Académicas, Madrid, 2007).
- [6] Minitab Incorporation, *Minitab 16.1.0 Statistical Software*, (2010).
- [7] Rodríguez, H., *Tablas y resúmenes estadísticos*, (Editorial Félix Varela, La Habana, 2009).
- [8] Walpole R. E. y Ronald H. M., *Probabilidad y estadística para ingenieros*, 6ta. Edición, (Editorial Félix Varela, La Habana, 2008).

Influencia de la aplicación de la Teoría del Aprendizaje de Robert Gagné en el rendimiento académico, en el estudio del Experimento de Oersted



Marco Antonio Noroña Alvarado, Bolívar Cirilo Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde

Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador.

E-mail: mnorona@espol.edu.ec

(Recibido el 12 de octubre de 2015, aceptado el 3 de febrero de 2016)

Resumen

Este documento describe cómo la Teoría del Aprendizaje de Gagné utilizada en la planificación de una clase de Experimento de Oersted consigue que los estudiantes se interesen en el tema y trabajen con mayor empeño en los talleres individuales y grupales, desarrollando aún más sus habilidades intelectuales y mejorando su rendimiento académico. Esta teoría sugiere captar la atención del estudiante mediante estímulos audiovisuales que les motivarán a reforzar el fundamento teórico. Así mismo, sugiere la evaluación del desempeño y una continua retroalimentación para lograr que el conocimiento adquirido llegue al nivel transferencial.

Palabras clave: Aprendizaje significativo, Desempeño, Transferencia, Retroalimentación, Habilidades intelectuales.

Abstract

This paper describes how Gagné Theory Learning is used in planning a lecture where Oersted experiment is applied. This get students interested in the topic and work with greater commitment to individual and group workshops, developing more thinking skills, and improving their academic performance. This theory suggest capture the student's attention by using visual stimulus that motivate them and reinforce the theoretical concepts. It also suggest the performance assessment and continuous feedback to ensure that the knowledge acquired reaches the transference level.

Keywords: Significant learning, Performance, Transference, Feedback, Intellectual skills.

PACS: 01.40.gb, 01.40.Fk, 01.40.J

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Mejorar la calidad de la educación universitaria en el país es una de las prioridades de la Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT). Esta institución a través de sus programas de proyectos y becas, capacita a los maestros en busca de nuevas metodologías y estrategias de enseñanza, que les permitan preparar mejor a los estudiantes. En especial a aquellos que están en carreras técnicas, donde el aprendizaje de la Física es fundamental para el desarrollo de proyectos, que le ayudarán en el futuro a progresar profesionalmente.

En la actualidad, esto no ha sido suficiente para mejorar la calidad en la educación y se han buscado otras alternativas que puedan lograr este objetivo. Por esta razón, se vuelve imprescindible que los docentes apliquemos las técnicas y las metodologías más apropiadas para lograr el interés del estudiante, y éste se vuelva ávido de conocimiento.

La Teoría del Aprendizaje de Gagné proporciona los pasos y técnicas a seguir para lograr, primero, que el estudiante se motive a aprender, y luego, que adquiera un aprendizaje significativo transferencial de conocimiento [1, 2, 3].

Este trabajo investiga cómo la Teoría del Aprendizaje de Gagné mejora el rendimiento académico de los estudiantes, usando y proporcionando la información correspondiente a cada uno de los pasos, fases y etapas que sugiere esta metodología, aplicada a una clase sobre el experimento de Oersted.

Para esto, se debe generar información válida y confiable que nos permita realizar este estudio, a partir de los resultados obtenidos en pruebas que nos indiquen el nivel de desempeño de los estudiantes.

II. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El propósito de este estudio es analizar cómo influye la metodología de Gagné en el rendimiento de los estudiantes

III. OBJETIVOS

Nuestro objetivo general es analizar cómo influye la metodología de Gagné en el rendimiento de los estudiantes, en una clase sobre el experimento de Oersted, en la unidad de campo magnético, para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes del segundo semestre de Ingeniería de Sistema de una universidad pública ecuatoriana. Los objetivos específicos son:

- Elaborar un plan de clase aplicando la metodología de Gagné.
- Elaborar una prueba para evaluar el rendimiento de los estudiantes que son sujetos de investigación.
- Determinar la importancia de utilizar la metodología de Gagné para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes.
- Analizar la información recopilada en la prueba final, para determinar el alcance obtenido en el rendimiento académico de los estudiantes que utilizó la metodología de Gagné.
- Establecer beneficios y dificultades para el rendimiento académico de los estudiantes en la aplicación de la metodología.
- Elaborar y aplicar una rúbrica de evaluación, para calificar la prueba final del trabajo de investigación.

IV. HIPOTESIS

De acuerdo al objetivo de la investigación, se ha planteado la hipótesis: “Aquellos estudiantes que aplican la metodología de Gagné, tienen mayor rendimiento que aquellos que no lo aplican”. Por otro lado, nuestra hipótesis nula es, “Aquellos estudiantes que aplican la metodología de Gagné, no tienen mayor rendimiento que aquellos que no lo aplican”.

Para cuantificar los resultados de la investigación, consideramos que:

- La variable dependiente es el rendimiento académico de los estudiantes, que se midió mediante una prueba final.
- La variable independiente es la metodología de Gagné, aplicada a uno de los dos grupos de estudiantes.

V. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La mayoría de docentes de Física de colegios y universidades del Ecuador, utilizan la clase magistral con resolución de problemas como metodología de enseñanza, infiriendo en el rendimiento académico de los estudiantes de manera grupal, no pudiendo hacerlo de manera individual. Motivo por el cual, el aprendizaje no es significativo, ya que no logra captar la atención necesaria

para la retención de la información. Es por esto que, algunos docentes se dedican a investigar nuevas metodologías de enseñanza, que logren un mayor rendimiento en los estudiantes.

Entre estas nuevas metodologías se encuentra la Teoría del Aprendizaje de Gagné, la cual hace que el estudiante adquiera un aprendizaje significativo mediante procesos que logran captar la atención del mismo. Utiliza estímulos (videos o experimentos), orientación y retroalimentación en el aprendizaje (resolviendo problemas en conjunto con el profesor o compañeros); fomenta la retención y transferencia de conocimiento, mejora el rendimiento individual y general de los estudiantes; y sobretodo, crea un ambiente de confianza para el alumno.

VI. FUNDAMENTO TEORICO

A. Teoría del Aprendizaje de Gagné

La Teoría del Aprendizaje de Gagné sugiere adquirir un aprendizaje significativo y transferencial. Para que ocurra el aprendizaje significativo, los profesores deben promoverlo impartiendo a los estudiantes la instrucción. La instrucción es un conjunto de eventos, los cuales deben ser planificados y desarrollados en el salón de clase para poder observar sus efectos en los estudiantes.

El aprendizaje tiene en cuenta la naturaleza de los procesos internos, el tipo de conductas que pueden ser modificadas durante dicho proceso, y las características que resultan del mismo, así como de las situaciones ambientales para llevar a cabo ese objetivo.

Este proceso sugerido por Gagné tiene cinco eventos fundamentales que deben ser tomados en cuenta [1]: i) Procesamiento de la información. ii) Fases del aprendizaje. iii) Resultados del aprendizaje. iv) Condiciones del aprendizaje. v) Planificación de la clase.

B. Teoría del Procesamiento de la Información

Esta teoría, pertenece al dominio de la Psicología Cognitiva y se refiere fundamentalmente a la secuencia de las operaciones mentales y sus procesos. Esta teoría se concreta en cómo las personas perciben, organizan y recuerdan grandes cantidades de información, que diariamente reciben del medio ambiente.

Los estímulos del medio ambiente afectan los receptores visuales o auditivos del estudiante y entran al sistema nervioso, vía los registros sensoriales [3].

En este punto, si la información es irrelevante, se almacena en la memoria de corta duración, pero si la información es relevante, se almacena en la memoria de larga duración. La información en la memoria de corta o de larga duración, pasa al generador de respuestas, y se activan los ejecutores para producir el desempeño que afecta el medio ambiente del estudiante.

C. Fases del aprendizaje

Gagné identificó nueve etapas del procesamiento de la información esenciales para el aprendizaje, y que deben ejecutarse secuencialmente [2]. Estas nueve etapas se agrupan en tres fases que son: preparación para el aprendizaje, adquisición del aprendizaje y desempeño y transferencia del aprendizaje.

D. Resultados del aprendizaje

Gagné identificó cinco categorías o variedades del aprendizaje. Estas categorías son [2]: información verbal, habilidades intelectuales, estrategias cognoscitivas, destrezas motrices y actitudes.

Cada una de estas cinco categorías de aprendizaje se adquiere de manera diferente, pues cada una requiere de un conjunto diferente de prerrequisitos. A estos requerimientos Gagné los llamó condiciones internas del aprendizaje, pues son condiciones intrínsecas de cada persona. Mientras que a los estímulos del medio ambiente que se requieren para apoyar el aprendizaje, los llamó condiciones externas del aprendizaje.

E. Condiciones del aprendizaje

Para que ocurra el aprendizaje, los profesores deben promoverlo, impartiendo a los estudiantes la instrucción. En efecto, la instrucción se define como el conjunto de eventos diseñados para iniciar, activar y apoyar el aprendizaje. Estos eventos deben ser, primero planificados y, segundo desarrollados en el salón de clases para observar sus efectos en los estudiantes. Estos eventos o condiciones son las mismas de los resultados del aprendizaje [3]: información verbal, habilidades intelectuales, estrategias cognoscitivas, destrezas motrices y actitudes.

El proceso de aprendizaje debe apoyarse en los eventos que están ocurriendo interna y externamente al estudiante.

F. Planificación de la clase

Según Gagné [2], existen nueve eventos para planificar y presentar una clase sobre los resultados del aprendizaje: 1) Informar al estudiante del objetivo. 2) Dirigir la atención. 3) Estimular el recuerdo. 4) Presentar el estímulo. 5) Guiar el aprendizaje. 6) Producir la atención. 7) Valorar la actuación. 8) Proporcionar retroalimentación. 9) Promover la retención y la transferencia

G. Experimento de Oersted

En el año 1819, Hans Oersted al estar preparando una clase de Física sobre circuitos eléctricos, observó que: al mover una brújula cerca del circuito eléctrico, la aguja se deflectaba hasta quedar en posición vertical a la dirección del cable; encontrando por primera vez una relación entre la electricidad y el magnetismo, naciendo el concepto del electromagnetismo.

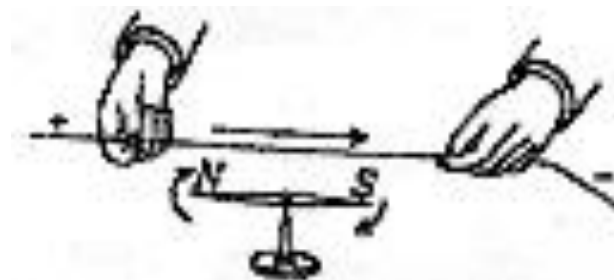


FIGURA 1. Lo que vio Oersted [11].

Posteriormente, se realizan estudios cuantitativos y la Ley de Biot-Savart describe perfectamente el fenómeno observado por Oersted.

La Ley de Biot-Savart determina que: la intensidad de campo magnético generado en un punto P alrededor de un hilo conductor de corriente, es directamente proporcional a la intensidad de corriente por el hilo, e inversamente proporcional a la distancia del punto P al hilo.

La ley de Biot-Savart se define como:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}. \quad (1)$$

Donde μ_0 es la permeabilidad del espacio libre.

H. Campo Magnético producido por corriente rectilínea

Una corriente que pasa por un conductor recto finito o infinito, crea alrededor de éste un campo magnético, cuya intensidad se incrementará a medida que la corriente también aumente, o viceversa. Este campo magnético disminuirá a medida que vaya alejándose del conductor.

Si hacemos memoria sobre el Experimento de Oersted, éste demostró la estrecha relación entre el magnetismo y la electricidad. Aquí, cargas eléctricas en movimiento originan un campo magnético que influye en la aguja de cualquier brújula que se encuentre cerca, como se muestra en la Figura 2.



FIGURA 2. Líneas de campo magnético alrededor del alambre conductor de corriente [5].

I. Campo Magnético debido a una espira circular

Una espira es un conductor cerrado, el cual puede tener forma circular, rectangular, cuadrada, etc.

Si a esta espira se le hace circular una corriente, se creará un campo magnético en el interior de ella, el cual se hará más intenso como se muestra en la Figura 3.

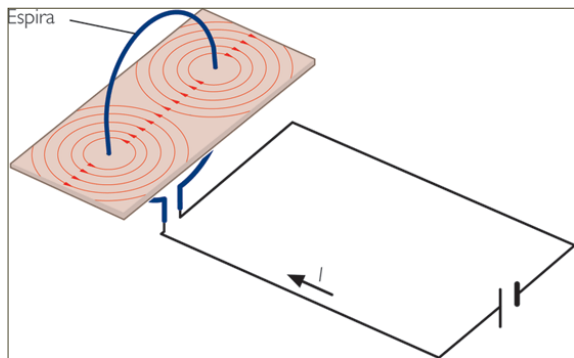


FIGURA 3. Campo magnético en una espira [7].

J. Campo Magnético producido por un solenoide

Al solenoide se lo puede definir como un conjunto de espiras colocadas en forma paralela, o como un alambre enrollado en forma de bobina cilíndrica, por el que circula una corriente eléctrica, generando un campo magnético dentro del solenoide.

Si se requiere aumentar el campo magnético en un solenoide, se debe aumentar el número de espiras, o también ampliar la corriente a través de una fuente electromotriz o batería, como se indica en la Figura 4.

Otra manera de aumentar el campo magnético en un solenoide es introduciendo un trozo de hierro en el interior de la bobina, como se muestra en la Figura 5.

Mediante el electromagnetismo se han desarrollado aplicaciones comerciales o industriales de gran utilidad para el desarrollo socioeconómico, tales como galvanómetros, electroimanes, amperímetros de gancho, motores, generadores, etc.

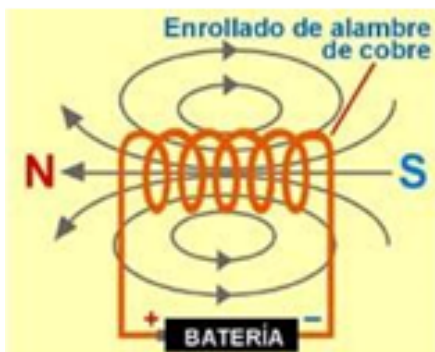


FIGURA 4. Bobina solenoide con núcleo de aire [6].

Al primer grupo se le aplicó la metodología de Gagné, mientras que al segundo grupo se le impartió una clase de manera tradicional (clase magistral con resolución de problemas en la pizarra resuelto por el profesor). La clase tuvo una duración de dos horas, y al final se evaluaron simultáneamente los dos grupos con una prueba final que consistió de tres preguntas teóricas y dos problemas de

resolución. El tiempo destinado para esta prueba fue de una hora.

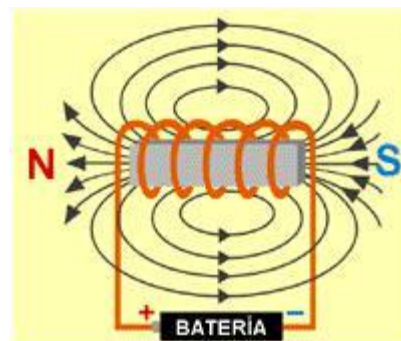


FIGURA 5. Bobina solenoide con núcleo de hierro. [5].

A los dos grupos experimentales de 26 estudiantes se los etiquetó como: grupo A al que se le aplicó la metodología de Gagné (CMG), y grupo B al que no se le aplicó la metodología de Gagné (SMG).

A. Grupo A (CMG)

Se elaboró un plan de clase siguiendo las sugerencias de la metodología de Robert Gagné (el plan de clase se muestra en el anexo A), en el cual para llamar la atención del estudiante se mostró un video del experimento de Oersted [8]. Luego, se expuso un experimento demostrativo para llamar aún más su atención. Después de esto, se intercambiaron ideas y criterios sobre experiencias previas de electromagnetismo.

Después de exponer los conceptos claves y resolver un problema en la pizarra –de acuerdo al texto guía [5] (Anexo B)– con participación continua del estudiante, se realizó una primera evaluación individual que se muestra en el anexo C, con su respectiva rúbrica contenida en el anexo D.

A continuación, se resolvió la evaluación en la pizarra para tutorar el desempeño del estudiante y tratar en lo posible que aprenda un poco más.

Luego se formaron grupos de cuatro estudiantes y se tomó la segunda evaluación que se detalla en el anexo E, y su rúbrica en el anexo F. En cada grupo, se escogió un líder que organizó al grupo, y se responsabilizó de que todos trabajen, aprendan y resuelvan.

Para profundizar más la retroalimentación, se procedió a resolver la segunda evaluación en la pizarra.

Al finalizar la clase, se resaltó la gran importancia del electromagnetismo, mostrando sus aplicaciones comerciales o industriales de gran utilidad para el desarrollo socioeconómico, tales como galvanómetros, electroimanes, amperímetros de gancho, motores, generadores, etc.

Para lograr la transferencia del conocimiento, se envió a los estudiantes a resolver una serie de problemas del texto complementario [10] para que refuercen extra-clase.

Finalmente, se tomó una prueba de salida por el lapso de una hora. La evaluación se detalla en el anexo G, y su rúbrica en el anexo H.

B. Grupo B (SMG)

El grupo B recibió una clase tradicional de dos horas, con resolución de problemas en la pizarra resuelto por el profesor. A este grupo también se le tomó la misma prueba final del grupo A, indicada en el anexo G, y su rúbrica en el anexo H.

VIII. PRESUPUESTO

El análisis de costos para elaborar un plan de clase de la instrucción del Experimento de Oersted correspondiente a la unidad de Campos magnéticos, de acuerdo a la Teoría del Aprendizaje de Robert Gagné, se detalla a continuación en la Tabla I.

En este presupuesto no se tomó en cuenta el recurso humano, que corresponde a los 52 estudiantes y al docente investigador, debido a que no representan gastos adicionales.

TABLA I. Presupuesto de materiales y varios.

	ITEM	DESCRIPCIÓN	CANT.	COSTOS (USD)	
				UNIT	PARCIAL
Gastos de suministros	1	Papel para planificación, Talleres individuales, grupales, anexos e informe	1 Resma	4	4
	2	Consumo en el Cyber, para elaboración de plan, bajada de Video, Diapositivas para clase e Impresiones	10 Horas	1	10
Gastos del experimento	3	Fuente de poder de 5A -12V	1 U	45	45
	4	Resistencia de 100 W	1 U	4	4
	5	Interruptor	1 U	1	1
	6	Brújula	1 U	16	16
	7	Cables	3 Metros	0.75	2.25
	8	Marcadores Acrílico de colores	4 U	1	4
	9	Flash memory USB	1 U	10	10
	10	Laptop para las proyecciones digitales	1 U	700	700
	11	Proyector para las proyecciones digitales	1 U	750	750
TOTAL					1536.25

IX. ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

Para analizar los resultados obtenidos, se utilizó la prueba de hipótesis t de Student, con un nivel de significancia de 0.05, para realizar el respectivo contraste de la hipótesis de investigación.

Una vez receptada la prueba final a los dos grupos experimentales, se elaboró la Tabla II con sus respectivos resultados.

El promedio de las calificaciones del grupo A (CMG) es $\bar{x}_1 = 7.50$

El promedio de las calificaciones del grupo B (SMG) es $\bar{x}_2 = 6.92$

El grupo de estudiantes a los que se les aplicó la metodología de Gagné, obtuvieron mejores calificaciones, notas, dando como resultado un rendimiento mayor que los estudiantes del grupo B, comprobándose la hipótesis de investigación.

TABLA II. Resultados de la evaluación final.

CON METODOLOGÍA DE GAGNÉ (CMG)		SIN METODOLOGÍA DE GAGNÉ (SMG)	
GRUPO A		GRUPO B	
A-01	7.5	B-01	7.0
A-02	7.0	B-02	6.5
A-03	6.5	B-03	7.5
A-04	8.0	B-04	5.5
A-05	8.5	B-05	8.0
A-06	6.0	B-06	6.5
A-07	7.5	B-07	8.0
A-08	6.5	B-08	6.0
A-09	9.0	B-09	8.0
A-10	7.5	B-10	7.0
A-11	8.0	B-11	6.5
A-12	8.5	B-12	7.5
A-13	7.0	B-13	5.5
A-14	6.5	B-14	6.0
A-15	7.0	B-15	8.0
A-16	9.5	B-16	7.0
A-17	8.0	B-17	8.5
A-18	7.0	B-18	8.0
A-19	6.5	B-19	6.0
A-20	7.5	B-20	7.0
A-21	6.0	B-21	7.5
A-22	6.5	B-22	5.0
A-23	9.0	B-23	6.5
A-24	8.5	B-24	7.0
A-25	7.5	B-25	6.0
A-26	8.0	B-26	8.0

X. COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

A continuación, se procederá a contrastar la hipótesis de investigación mediante la aceptación de H_0 , cuando esta sea

verdadera o al rechazo de H_0 cuando H_a sea verdadera, utilizando la t de Student para dos muestras independientes.

Se denominará H_a a la hipótesis de investigación y H_0 a la hipótesis nula.

Para la aplicación de t de Student en la comprobación de la hipótesis es necesario definir algunos parámetros estadísticos, que se van a utilizar y que se detallan a continuación:

μ_1 = media de las calificaciones del grupo A (CMG).

μ_2 = media de las calificaciones del grupo B (SMG).

$\bar{x}_1$ Es el promedio de las calificaciones del grupo A.

$\bar{x}_2$ Es el promedio de las calificaciones del grupo B.

S1 es la desviación estándar del grupo A igual a 0.959 (calculado con hoja de Excel).

S2 es la desviación estándar del grupo B igual a 0.945 (calculado con hoja de Excel).

t = Estadístico de prueba.

Fórmula para encontrar t :

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \quad (2)$$

en donde D_0 es la diferencia de dos medias poblacionales.
 gl = grados de libertad. La fórmula para determinar gl es:

$$gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}. \quad (3)$$

En donde α = nivel de significancia (valor de 0.05).

Para la demostración de la hipótesis se debe realizar las siguientes pruebas:

$\mu_1 - \mu_2 > 0$ para que H_a sea verdadera o

$\mu_1 - \mu_2 \leq 0$ para que H_0 sea verdadera.

En nuestro caso, vamos a utilizar $\mu_1 - \mu_2 = 0$, por lo tanto al aplicar la Ecuación 2, D_0 va a ser igual a cero.

Procedemos a calcular el estadístico de prueba t , con la Ecuación 2.

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}.$$

$$D_0 = 0$$

$$t = \frac{(7.50 - 6.92)}{\sqrt{\frac{0.959^2}{26} + \frac{0.945^2}{26}}}$$

$$t = 2.20.$$

Luego procedemos a calcular los grados de libertad con la Ecuación 3:

$$gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}.$$

$$gl = \frac{\left(\frac{0.959^2}{26} + \frac{0.945^2}{26}\right)^2}{\frac{1}{25} \left(\frac{0.959^2}{26}\right)^2 + \frac{1}{25} \left(\frac{0.945^2}{26}\right)^2}.$$

$$gl = 49.99.$$

Se utilizarán 49 grados de libertad.

Por último, ubicamos la estadística de prueba t (2.20) y el grado de libertad gl (49) obtenidos en la Tabla II de distribución T [12].

Podemos observar la celda donde está ubicada $t=2.20$ resaltado con rojo.

TABLA III. Tabla de distribución T .

GRADOS DE LIBERTAD	AREA EN LA COLA SUPERIOR						
	0.20	0.10	0.05	0.025		0.01	0.005
48	0.849	1.299	1.677	2.011		2.407	2.682
49	0.849	1.299	1.677	2.010	$t=2.20$	2.405	2.680
50	0.849	1.299	1.676	2.009		2.403	2.678

Para la prueba de dos colas se utiliza $\alpha/2 = 0.025$ para el área de cola superior.

$t=2.20$ se encuentra entre 0.025 y 0.010, es decir, a la derecha de 0.025 del área en la cola superior, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula H_0 , validando la hipótesis de investigación H_a .

XI. CONCLUSIONES

El rendimiento académico de los estudiantes mejora al aplicarse la metodología de Robert Gagné, debido a que logra captar la atención del alumno mediante la estimulación de los sentidos, y orientación por parte del profesor, sobre todo cuando se hace una retroalimentación

de los ejercicios, lográndose un aprendizaje significativo por parte del alumno.

La interacción entre alumno y profesor ha sido uno de los mayores obstáculos que siempre ha existido en la clase de física, por el temor de los estudiantes a realizar alguna consulta. Con esta metodología, el estudiante adquiere confianza que lo va a motivar a hacer grandes cantidades de preguntas, logrando una mejor recepción de los conceptos físicos explicados.

La evaluación individual fue tutorada para despejar dudas aún presentes en el desarrollo del problema, y afianzó el conocimiento preparándole adecuadamente para el taller grupal.

La aplicación de los talleres grupales con resolución de problemas, partiendo desde los más simples hasta los más complicados, es importante, ya que el docente fortalece el conocimiento adquirido por el estudiante, al realizar la retroalimentación resolviendo los problemas al término del taller.

La demostración experimental del proyecto contribuyó enormemente a captar la atención del estudiante, y a motivarle a reforzar el fundamento teórico.

La presentación del video y el experimento en la clase, induce al estudiante a la investigación, motivando muchas veces a que revise –por sí mismo o en grupo– la gran cantidad de información teórica y problemas resueltos existentes en libros e internet, activando sus habilidades intelectuales y motrices, que ayudan a mejorar el rendimiento académico.

La tarea extra-clase reforzó el aprendizaje, y desarrolló el conocimiento transferencial para conseguir un nivel aplicativo.

Finalmente, para obtener buenos resultados con esta metodología, el profesor debe diseñar un buen plan de clase de acuerdo a las sugerencias de Robert Gagné, el cual no tiene un costo alto que limite el uso de esta metodología, tomando en cuenta que se la podría utilizar en otras unidades de física.

XII. RECOMENDACIONES

Se debe diseñar un buen plan de clase donde se involucre los pasos y técnicas de la metodología de Robert Gagné, que se deberán seguir para lograr que el estudiante se motive, aprenda y adquiera un conocimiento significativo, para un mejor rendimiento académico.

Se deben buscar videos y experimentos sencillos y prácticos de corta duración, para que el estudiante se

Influencia de la aplicación de la teoría del aprendizaje de Robert Gagné...

motive y refuerce el fundamento teórico de lo que se está enseñando.

Los ejemplos y problemas a desarrollarse en la clase deben graduarse en complejidad, generando expectativa desde el más sencillo hasta el más complicado, para despejar la gran cantidad de dudas que se presentan en los estudiantes, transmitiendo seguridad al resolver problemas futuros.

Es importante que exista un buen ambiente para que el estudiante interactúe con el profesor y sus compañeros en las diferentes etapas del proceso del aprendizaje, y así poder resolver los problemas de aplicación en conjunto. Esto no sucede en una clase tradicional donde la participación de los estudiantes es escasa.

REFERENCIAS

- [1] Wikipedia, (s. f.), *Robert Gagné*, Disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Robert_M._Gagn%C3%A9.
- [2] Anónimo, (2008), *Elementos de la teoría del aprendizaje*. Disponible en: <http://es.slideshare.net/nidiaco/gagne-presentation>.
- [3] Educar, (s. f.), *Teorías del aprendizaje de Robert Gagné*. Disponible en: <http://www.educar.ec/edu/dipromepg/teoria/t4.htm>.
- [4] Wilson, J., Buffa, A., Lou, B., *Física*, 6ª. Ed. (Pearson Educación, México, 2007).
- [5] Fernández, M., Moriel, A., Recio, J., (s. f.), *Magnetismo*. Disponible en: http://www.quimicaweb.net/grupo_trabajo_fyq3/tema9/index9.htm.
- [7] Kalipedia, (s. f.), *Campo magnético*. Disponible en: http://ec.kalipedia.com/ecologia/tema/campo-magnetico-creado-espira.html?x=20070924klpcnafyq_339.Kes&ap=2.
- [8] Universidad de Alicante, *Experiencia de Oersted*, (2010), Disponible en: <http://www.youtube.com/watch?v=bFw4o27CZ-k&feature=related>
- [9] Serway, R. A., *Física para Ciencia e Ingeniería*, (Mc Graw Hill, México, 2005).
- [10] Bueche, F., Hecht, E., *Física General de Frederick*, 9ª. (Schaum, México, 2007).
- [11] Stern, D. P., *Oersted y Ampere unieron la electricidad al magnetismo*, (2001), Disponible en: <http://www.phy6.org/earthmag/Moersted.htm>.
- [12] Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., *Estadística para administración y economía*, 10ª Ed. (Cengage Learning, México, 2008).

La lectura de los conceptos del texto de Física para mejorar el rendimiento de los estudiantes



Jorge Flores Herrera

*Universidad Laica Vicente Rocafructe de Guayaquil
Departamento de Investigación Científica, Tecnológica e Innovación
Guayaquil-Ecuador*

E-mail: jfloresh@ulvr.edu.ec

(Recibido el 30 de septiembre de 2015, aceptado el 27 de febrero de 2016)

Resumen

El propósito de este estudio fue fomentar la lectura de los conceptos físicos en el texto de física durante el proceso de enseñanza para mejorar el rendimiento de los estudiantes. Participaron en este estudio 27 estudiantes registrados en un curso de física para estudiantes de las carreras de ingeniería, con una edad comprendida entre 18 y 19 años de edad. La tarea instruccional seleccionada fue la unidad de Cinemática. Los instrumentos fueron la prueba de entrada y de salida. Para llevar a cabo este experimento se siguió el siguiente procedimiento: (1) Administrar a los estudiantes al inicio de la unidad la prueba de entrada. (2) Presentar la instrucción de acuerdo al modelo pedagógico de Gagne. (3) Administrar a los estudiantes al final de la unidad la prueba de salida. La prueba estadística en este estudio fue la prueba t emparejada con un nivel de significación de $p < 0,05$. Los resultados mostraron que la lectura del texto mejora en primer lugar la comprensión lectora de los estudiantes y además su rendimiento.

Palabras claves: Lectura, Lectura comprensiva, Estrategias de lectura, Texto de Física.

Abstract

The purpose of this study was to promote the reading of the physics concepts in physics textbook during the teaching process to improve the performance of students. 27 students registered in a course of Physics for students of engineering, aged between 18 and 19 years old participated in this study. The instructional task selected was the unit of Kinematics. The instruments were the pre-test and the posttest. To carry out this experiment was followed the following procedure: (1) administer the pre-test to students at the beginning of the class. (2) Present the instruction according to the pedagogical model of Gagne. (3) Administer the posttest to students at the end of the unit. The statistical test in this study was the paired t test with a significance level of $p < 0,05$. The results showed that the reading of the text improves first the reading comprehension of students and their performance.

Keywords: Reading, Reading comprehension, Reading strategies, Physics textbook.

PACS: 01.40.gb, 01.40.gf, 01.30.Tt

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

La lectura de un texto de Física es una de las componentes obligadas en el proceso enseñanza-aprendizaje de esta asignatura. Es uno de los caminos hacia el aprendizaje, sin embargo, algunos estudiantes se limitan a reproducir el contenido a través de la memorización (aprendizaje superficial), mientras que, otros estudiantes durante la lectura aprenden significativamente; es decir, relacionan los contenidos con los conocimientos previos relevantes (aprendizaje profundo) [1].

La lectura de un texto de Física requiere que los estudiantes especifiquen e interpreten los conceptos físicos para que estén en capacidad de resolver los problemas. Esto necesita dos clases de conocimientos: el conocimiento declarativo –el cual puntualiza los hechos acerca de un concepto, describiendo las diferentes representaciones del mismo–, y el conocimiento procedimental –el cual describe

los métodos o procedimientos que involucra el concepto para resolver un problema [15].

Por lo tanto, el propósito de este estudio fue fomentar la lectura de los conceptos físicos en el texto de física durante el proceso de enseñanza para mejorar el rendimiento de los estudiantes.

A. La lectura

Existen tres definiciones de lectura.

La primera definición sostiene que aprender a leer significa aprender a pronunciar las palabras.

La segunda definición manifiesta que aprender a leer significa aprender a identificar las palabras y adquirir su significado.

La tercera definición específica que aprender a leer significa aprender a extraer el significado de un texto para lograr la comprensión del mismo [18].

Estas definiciones hacen notar que la lectura es un proceso multidimensional, que depende del desarrollo intelectual de la persona que lee y que está guiada por metas [5].

Para los efectos del presente trabajo se adoptara la tercera definición. El análisis de esta última definición permite hacer las siguientes consideraciones:

- 1) Extraer el significado de un texto es un proceso complejo que requiere de un pensamiento de alto nivel (resolución de problemas);
- 2) La comprensión implica que la lectura es un proceso de construir significados a partir del texto y
- 3) El conocimiento previo es importante para poder establecer significados. Finalmente, la lectura requiere de una instrucción específica y mucho esfuerzo; y tiene un efecto notable sobre la forma en que piensan las personas [10].

B. La lectura comprensiva

El Panel Nacional de Lectura (NRP por sus siglas en inglés) describe la lectura comprensiva como:

La lectura comprensiva es un proceso complejo (...) e intencional durante el cual el significado se construye a través de la interacción entre el texto y el lector (...). El significado del contenido está influenciado por el texto y el conocimiento previo del lector y la experiencia que él tiene sobre lo que está leyendo [12].

De igual manera el RAND (Grupo de Estudio de la Lectura) indica que la lectura comprensiva tiene cuatro componentes: (1) el lector, (2) el texto, (3) la actividad y (4) el contexto. Los tres primeros componentes se presentan dentro del cuarto componente de la lectura comprensiva.

El lector es el sujeto que intenta comprender un contenido y entra al proceso de lectura comprensiva con una serie de características intrapersonales e interpersonales.

El texto es el material de lectura, el cual también tiene una serie de características que es importante tomar en cuenta en el proceso de la lectura comprensiva.

La actividad es la tarea de comprensión que el lector intenta lograr.

El contexto en un caso es el lugar donde se está leyendo, por ejemplo: el salón de clase, la casa, etc., y en otro caso es el contexto social en el que ocurre la lectura, si la lectura es individual o grupal [14].

Antes, durante y después del proceso de lectura es importante enfatizar la comprensión y el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas. Para ello, los estudiantes tienen que poseer diferentes estrategias y ser capaces de planificar, hacer seguimiento y evaluar la aplicación de las estrategias a su disposición [4].

Los textos de ciencias comunican la información científica a los estudiantes de todos los niveles; su género es expositivo y presenta los conceptos de la disciplina, las demostraciones de las fórmulas acompañadas de gráficos y figuras. La estructura refleja la estructura del conocimiento de la ciencia y los hechos presentados son ciertos [19]. Es claro que los contenidos de los textos de Física difieran de los contenidos encontrados en las revistas científicas de

física, ya que ellos se han puesto en contexto solamente por propósitos pedagógicos [3].

C. El aprendizaje autorregulado

El aprendizaje autorregulado es la habilidad por medio de la cual los estudiantes controlan sus pensamientos, emociones y acciones para progresar académicamente [20].

El aprendizaje autorregulado tiene tres componentes: cognición, metacognición y motivación. La cognición abarca las habilidades que le permiten al estudiante codificar, memorizar y recordar la información. La metacognición incluye las habilidades que le permiten al estudiante planificar, hacer seguimiento y evaluar los procesos cognitivos.

La motivación incluye las creencias y actitudes que pueden afectar el desarrollo de las habilidades cognitivas y metacognitivas [16]. Por lo tanto, la lectura de un texto de ciencias requiere que el estudiante para lograr la comprensión del contenido, es importante que este motivado y tenga a su disposición estrategias cognitivas y metacognitivas que le permitan autorregular su aprendizaje, y por ende aprender [9, 21]. Sin embargo, algunos estudiantes se aproximan a la lectura desde una visión simplista que consiste en reconocer las palabras y en buscar información, mientras que otros se aproximan a la lectura para inferir el significado del texto a partir de su análisis e interpretación. Es claro que la primera impide que el estudiante comprenda lo que está leyendo [13].

D. La teoría de aprendizaje de Robert Gagne

Robert Gagne propone un plan de clase para impartir la instrucción de las habilidades intelectuales que comprende los siguientes pasos:

- (1) Lograr la atención: lograr que los estudiantes estén listos para participar en las actividades de aprendizaje presentando estímulos que incrementen a un nivel deseado su motivación.
- (2) Informar a los estudiantes el objetivo: presentar a los estudiantes el objetivo instruccional, para que ellos conozcan lo que se espera de ellos cuando finalice la instrucción.
- (3) Recabar el conocimiento previo: activar el conocimiento previo de los estudiantes para que éste sirva de fundamento para el conocimiento nuevo que van a aprender.
- (4) Presentar el contenido: desarrollar el contenido de acuerdo a las cinco categorías de aprendizaje para que el contenido sea aprendido más efectivamente.
- (5) Proveer guía: presentar estrategias que permitan al estudiante comprender el contenido presentado.
- (6) Obtener información del desempeño: permitir que los estudiantes procesen la información y confirmar si lo que han aprendido es correcto.
- (7) Proveer retroalimentación: brindar retroalimentación a los estudiantes de acuerdo al desempeño que se observe.

- (8) Evaluar el desempeño de los estudiantes: determinar en qué medida se han logrado los objetivos instruccionales propuestos al inicio de la clase.
- (9) Incrementar la retención y la transferencia: ayudar a los estudiantes a que consoliden el conocimiento y sean capaces de transferirlo a otros contextos [6, 7, 8].

La estrategia que se introduce en la etapa cinco es presentar el texto de estudio y solicitarle a los estudiantes que lean el contenido relacionado con los conceptos enseñados durante la clase. Luego de la lectura, se formulan preguntas que deben ser contestadas en parejas (etapa seis) y finalmente se les brinda la retroalimentación respectiva (etapa siete).

E. Hipótesis

La Hipótesis de investigación H_1 : La diferencia entre la media de la prueba de salida y la media de la prueba de entrada en la lectura del texto de física es mayor que cero.
La Hipótesis nula H_0 : La diferencia entre la media de la prueba de salida y la media de la prueba de entrada en la lectura del texto de Física es igual a cero.

F. Importancia del estudio

Al realizar este estudio exploratorio se extienden las investigaciones previas realizadas, y en este caso en particular, lograr que los estudiantes aprendan a utilizar el texto de estudio para el aprendizaje, para que se transformen en aprendices autónomos.

II. MÉTODO

A. Sujetos

Participaron en este estudio 27 estudiantes registrados en un curso de Física para estudiantes de las carreras de ingeniería, con una edad comprendida entre 18 y 19 años de edad.

B. Tareas y materiales instruccionales

La tarea instruccional seleccionada fue la unidad de Cinemática. Los instrumentos fueron la prueba de entrada y de salida.

C. Procedimiento

Previo a la aplicación de la intervención, los estudiantes recibieron un curso de estrategias cognitivas de lectura y estrategias metacognitivas de lectura, y de la naturaleza expositiva de los textos de física. Para llevar a cabo este experimento se siguió el siguiente procedimiento:

- (1) Administrar a los estudiantes al inicio de la unidad la prueba de entrada.
- (2) Presentar la instrucción de acuerdo al modelo pedagógico de Gagne.
- (3) Administrar a los estudiantes al final de la unidad la prueba de salida.

El diseño utilizado en este estudio es de un solo grupo con prueba de entrada y de salida, es un diseño pre-experimental ya que no satisface algunos criterios de validez interna, pero es útil para ver si la intervención que se ha implementado funciona [17].

La representación de este diseño se muestra a continuación:

$$O_1 \quad X \quad O_2$$

Donde la observación O_1 representa la prueba de entrada, la observación O_2 representa la prueba de salida y X representa la intervención.

D. Análisis de datos

La prueba estadística en este estudio fue la prueba t emparejada con un nivel de significación de $p < 0,05$.

III. RESULTADOS

A. Hipótesis 1

En la Tabla I se presenta el número de estudiantes, la media y la desviación estándar de la prueba de entrada y de salida administrada a los estudiantes.

TABLA I. Datos estadísticos de la prueba de entrada y de salida.

Pruebas	Número de Estudiantes	Media	Desviación Estándar
Prueba de Entrada	27	3,815	1,861
Prueba de Salida	27	6,063	1,652

La prueba t emparejada dio un valor de $t = 6,965$ con 26 grados de libertad y un valor de $p < 0,0000001$. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación.

IV. DISCUSIÓN

Los resultados mostraron que la lectura de los conceptos del texto de física durante la clase mejora su comprensión lectora y por ende su rendimiento.

Los resultados obtenidos se pueden explicar desde las siguientes consideraciones: la lectura del texto de Física después de la explicación por parte del profesor, refuerza lo aprendido. Si bien es cierto que, la lectura del texto es individual, la respuesta y la discusión de las preguntas planteadas es grupal, lo que aumenta la comprensión, ya que se torna en un proceso activo [11].

Además, la formulación de preguntas relacionadas con el texto leído promueve la colaboración entre los estudiantes [2].

También ayuda el hecho de que el estudiante conoce la estructura del texto y que el texto este bien cohesionado, ya que esto mejora la comprensión lectora y el recuerdo del contenido.

La aplicación de las estrategias cognitivas y metacognitivas, mejoran la comprensión del texto en varias áreas disciplinares tales como ciencias y ciencias sociales, ya que ellos usan el aprendizaje autorregulado.

Aunque este estudio tiene más valor práctico que teórico, es importante aclarar que apoya las diferentes perspectivas didácticas sobre las cuales se basó el mismo.

Es importante recomendar que: los resultados de este estudio se apliquen en el salón de clases desde temprana edad para que la transición de lectura, de textos narrativos a textos expositivos no sea tan brusca.

Finalmente, los resultados de este estudio se pueden mejorar si es que se utiliza un diseño experimental adecuado.

REFERENCIAS

- [1] Biggs, J., *Student approaches to learning and studying*, (Australian Council for Educational Research, Hawthorn, 1987).
- [2] Cano, F., García, A., Berbén, A.B.G. & Justicia, F., *Science learning: A path analysis of its link with reading comprehension, question-asking in class and science achievement*, International Journal of Science Education **36**, 1710-1732 (2014).
- [3] Fang, Z., *The language demands of science reading in middle school*, International Journal of Science Education **28**, 491-520 (2007).
- [4] Foertsch, M., *A study of reading practices, instruction, and achievement in district 31 schools*, (North central regional Educational Laboratory, Oak Brook, 1998).
- [5] Fox, E. & Alexander, P., Learning to read, En: Alexander, P. & Mayer, R. (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction*, (Routledge, New York, 2011).
- [6] Gagne, R. & Driscoll, M., *Essentials of learning for instruction*, (Prentice Hall, Englewood Cliff, 1988).
- [7] Gagne, R., *The conditions of learning and theory of instruction*, (Holt Rinehart and Winston, New York, 1985).
- [8] Gagne, R., Briggs, L. & Wager, R., *Principles of instructional design*, (Holt Rinehart and Winston, New York, 1988).
- [9] Horner, S. & Shwery, C., *Becoming engaged, self-regulated reader*, Theory into Practice **41**, 102-109 (2002).
- [10] Leamson, R., (1999), *Thinking about teaching and learning: Developing habits of learning with first year college and university students*, (Stylus, Sterling, 2010).
- [11] McKeown, M. Beck, L. & Blake, R., *Rethinking reading comprehension instruction: A comparison of instruction for strategies and content approaches*, Reading Research Quarterly **44**, 218-253 (2009).
- [12] National Reading Panel (NRP), *Teaching children to read: An evidence-based assessment of the scientific research literature on reading and its implications for reading instruction*, (Washington, National Institute of Child Health and Human Development, 2000).
- [13] Norris, S. & Phillips, L., Reading science: How a naïve view of reading hinders so much else, En: A. Zohar y Y. Dori (Eds.), *Metacognition in science education: Trends in current research*, (Springer, New York, 2012).
- [14] Reading Study Group RAND, *Reading for understanding: Toward an R & D program in reading comprehension*, (RAND, Santa Monica, 2002).
- [15] Reif, F., *Applying cognitive science to Education: Thinking and learning in scientific and other complex domain*, (The MIT Press, Cambridge, 2008).
- [16] Schraw, G., Crippen, K. & Hartley, K., *Promoting self-regulation in science education: Metacognition as part of a broader perspective on learning*, Research in Science Education **36**, 111-139 (2006).
- [17] Tuckman, B., *Conducting educational research*, (Harcourt Brace Jovanovich Publishers, New York, 1988).
- [18] Weaver, C., *Reading process and practice*, (Heinemann, Portsmouth, 1994).
- [19] Yarden, A., *Reading scientific text: Adapting primary literature for promoting scientific literacy*, Research in Science Education **39**, 307-311 (2009).
- [20] Zimmermann, B. & Shunk, D., *Self-regulated learning and academic achievement: Theoretical perspectives*, (Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, 2001).
- [21] Zohar, A. & Barzilai, S., *A review of research on metacognition in science education: Current and future directions*, Studies in Science Education **49**, 121-169 (2013).

Las historias digitales aplicadas en el aprendizaje de las ecuaciones del movimiento rectilíneo en una dimensión



Kelvin A. Rosado, Francisca A. Flores, Bolívar C. Flores

Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador.

E-mail: kelag19@gmail.com

(Recibido el 30 de octubre de 2015, aceptado el 25 de febrero de 2016)

Resumen

El propósito de este estudio cualitativo fue describir el aprendizaje del análisis gráfico del movimiento rectilíneo de una partícula en una dimensión, a través del uso de las historias digitales en el salón de clases. Participaron en el estudio cuatro estudiantes matriculados en un curso propedéutico de Física en una universidad pública ecuatoriana. Los estudiantes diseñaron y desarrollaron una historia digital con ayuda de herramientas utilitarias e informáticas disponibles en la web, bajo la supervisión de un docente, quien sirvió de guía en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Al finalizar el proceso, el docente evidenció las facilidades y dificultades que tuvieron en la elaboración de la historia digital, y la influencia sobre su aprendizaje.

Palabras clave: Historias digitales, Representación gráfica, Ecuaciones del movimiento.

Abstract

The purpose of this qualitative study was to describe the learning of graphical representations of the equations of motion of a particle in one dimension, when students apply the digital stories in the classroom. They participated in the study with four students aged between 18 and 19 years, enrolled in a preparatory course in Physics in an Ecuadorian public university. Students will be informed the task of designing and developing digital stories with the free tools available, being observed and interviewed about the experience made, mentioning the facilities and difficulties experienced in the development of the task, and the influence on their learning.

Keywords: Digital stories, Graphical representations, Equations of motion.

PACS: 01.40.-d, 01-.40. Fk

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente, los estudiantes que ingresan a las Instituciones de Educación Superior (IES), están muy familiarizados con la tecnología, y para ellos es fácil aceptar y entender las propuestas relacionadas con el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el salón de clases.

Tal es así, que estos estudiantes son considerados nativos digitales debido a que han crecido con estas nuevas tecnologías [1].

El uso de la tecnología le añade nuevas dimensiones al proceso de aprendizaje que ocurre en los salones de clase [2].

Por este motivo, es importante que las IES promuevan el uso de las TIC para apoyar las habilidades cognitivas de los estudiantes del siglo XXI, las mismas que se encuentran bajo el concepto de *herramientas de trabajo*, y son: manejo de la información y manejo de las TIC [3].

Favorablemente, se ha debilitado la idea de que la tecnología sustituye la labor del profesor, por la idea de que

la revaloriza, al igual de que la tecnología no reemplaza a los libros, sino que facilita la comprensión de sus contenidos. Es decir, las TIC son herramientas que contribuyen a la construcción del conocimiento (investigación) y también a su transmisión (educación) [4].

La aplicación de las nuevas tecnologías en la educación presenta beneficios que van desde la flexibilidad instruccional, hasta el incremento del interés y motivación de los estudiantes, favoreciendo al desarrollo de habilidades cooperativas y colaborativas que permiten dar solución a problemas planteados [5].

II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El aprendizaje es producto de la interacción social y es construido en la medida que los aprendices se apropian de las herramientas de su cultura. Esto es, aprender a usarlas en las diferentes actividades. Es decir, lo que se aprende depende de las prácticas sociales y de las herramientas que

la sociedad introduce [6]. En esta perspectiva, el lenguaje y la comunicación son importantes; mediante el lenguaje se ponen en contacto los pensamientos del uno y del otro. Por lo tanto, se crea la comprensión mutua y se ganan nuevos conocimientos. En pocas palabras la comunicación es el medio de enlace entre el individuo y su audiencia [7].

Según los rasgos esenciales del constructivismo, el proceso del conocimiento considera los siguientes elementos: *el conocimiento* que es una actividad adaptativa, estructurada y organizada; *el sujeto activo* que va desarrollando sus capacidades, interactúa, asimila, incorpora nuevos conocimientos, ajustándolos a los nuevos esquemas mentales que elabora; *la realidad* que es conocida a través de los mecanismos internos de cada sujeto; el *conflicto cognitivo* que impulsa a transformar los esquemas en otros nuevos; *las representaciones* mentales que son nuestros modelos interiorizados de la realidad [8].

El empleo de herramientas informáticas en la enseñanza de la Física debe superar la idea que con ellos se enseña lo mismo que antes, pero de una manera más eficiente. Para aprovechar la enorme potencialidad de estas tecnologías es necesario ajustarla a un marco pedagógico de las actividades de enseñanza, lo cual abarca objetivos generales, contenidos específicos y metodologías [10]. El paradigma educativo de la nueva sociedad de la información se enmarcará en modelos constructivistas de aprendizaje y entornos enriquecidos tecnológicamente [11].

Las *historias digitales* son las herramientas precisas para interesar a los estudiantes sobre los contenidos que van a aprender, e incluyen al computador como un medio para construir las y a la vez los proveen de las competencias tecnológicas que se requieren en el mundo del trabajo. La construcción de las historias digitales es una tarea valiosa y transformadora en diferentes asignaturas y contextos [12].

La historia digital es la combinación del arte de contar historias con diferentes herramientas digitales multimedia, tales como: imágenes, audio y video [13] y [14]. Éstas, se han constituido en una herramienta educacional de gran valor porque contribuyen fuertemente al proceso de colaboración [15], y permite a los estudiantes el aprendizaje de ideas complejas [16].

Además, es importante incorporar la tecnología en el salón de clases para que estudiantes y profesores estén actualizados y aprovechen los beneficios que ésta brinda. [17].

Lambert (2013) menciona que el desarrollo de una historia digital consta de siete elementos:

- El punto de vista que constituye la idea principal de la historia que los estudiantes desean comunicar.
- La pregunta dramática que es la situación o problema que se va a resolver al final de la historia digital.
- El contenido emocional que trata de captar la atención de la audiencia.
- La narración del estudiante que brinda mayor significado y mejor comprensión a la historia digital.
- El poder del sonido que da una mejor respuesta emocional a la narración.
- La economía que es el uso efectivo de las imágenes y de la narración y;

- El ritmo que se impone a la narración para hacerla más efectiva.

Las historias digitales se clasifican en: Narraciones personales, que describen aspectos biográficos acerca de la vida de los autores; Documentales históricos, que describen eventos que ayudan a entender el pasado; y las Historias diseñadas que instruyen e informan sobre algún concepto o alguna práctica [13].

Las historias digitales fomentan entre los estudiantes: el arte para comunicarse e influenciar a las personas, la capacidad para interpretar los mensajes desde una perspectiva globalizada, la destreza para utilizar el hardware y el software en la creación de la historia digital, la habilidad para comunicarse a través de imágenes; y la habilidad para buscar y evaluar información.

El estudio de casos es un examen exhaustivo acerca de un programa, evento o actividad que involucra a un conjunto de estudiantes [19]. Este tipo de estudio es un método de investigación cualitativa que consiste en describir y analizar la realidad de una o varias personas en un contexto determinado (educativo, social, cultural, deportivo, entre otros). Así, por ejemplo, el comportamiento de un grupo de estudiantes en el salón de clases o de un programa de enseñanza puede considerarse un caso.

III METODO

A. Estudio de Casos

En el presente caso se planteó a los estudiantes la tarea de diseñar y desarrollar una historia digital, en la cual el docente supervisó el proceso mediante la observación, la entrevista y la revisión de los documentos producidos, para describir el aprendizaje logrado por los estudiantes.

El interés por describir los efectos de las historias digitales en el aprendizaje de cinemática en una dimensión, se origina a partir de la motivación que muestran los estudiantes cuando los docentes aplican metodologías de enseñanza que implican nuevas herramientas tecnológicas.

B. Escenario

Este estudio se lo realizó en una institución de educación superior ecuatoriana, donde participaron cuatro estudiantes registrados en la materia de Física de carreras de ingenierías en el Sistema Nacional de Nivelación y Admisión (SNNA), con edades comprendidas entre 17 y 19 años.

C. Tareas y materiales

La tarea instruccional del grupo de estudiantes consistió en diseñar, desarrollar y presentar una historia digital sobre el análisis gráfico del movimiento rectilíneo en una dimensión.

El tiempo estimado para realizar la tarea fue de cuatro semanas, y el avance fue monitoreado semanalmente por el

profesor. En la primera semana, los estudiantes consultaron las definiciones conceptuales sobre el tema; en la segunda, investigaron el manejo de herramientas informáticas para realizar videos con historias digitales; y en la tercera escribieron el libreto de su historia; y en la última semana deben grabaron y presentaron su historia digital.

D. Procedimiento

Primero: El docente explicó a los estudiantes la estructura de una historia digital a los estudiantes.

Segundo: comunicó la tarea de diseñar y desarrollar una historia digital con las herramientas tecnológicas libres disponibles.

Tercero: Se supervisó semanalmente el avance del diseño y desarrollo de la historia digital

Cuarto: Los estudiantes presentaron su historia digital.

Quinto: El docente entrevistó a los estudiantes con el fin de obtener información acerca de las dificultades, fortalezas, debilidades individuales y grupales durante el proceso. En esta entrevista el docente planteó:

- ¿Cómo fue el aprendizaje del análisis gráfico de las ecuaciones del movimiento rectilíneo unidimensional utilizando la historia digital?
- ¿Cuáles fueron las facilidades/dificultades durante el proceso de diseñar una historia digital?
- ¿Cuáles fueron las facilidades/dificultades durante el proceso de desarrollar una historia digital?
- ¿Qué conocimientos, habilidades, actitudes y destrezas adquirieron durante la creación de la historia digital?
- ¿Cómo fue la colaboración de sus compañeros durante el proceso de diseño y desarrollo de las historias digitales?

IV. RESULTADO Y DISCUSIÓN

El análisis de la observación y las preguntas de la entrevista generó información cualitativa relacionada con las experiencias que tienen los estudiantes acerca de la historia digital. Las experiencias que ellos obtuvieron del proceso fueron categorizadas en los siguientes temas:

A. Definiciones conceptuales

Durante el diseño y desarrollo de la historia digital los estudiantes consultaron las definiciones conceptuales en varios textos de física, sobre todo aquellos conceptos de difícil comprensión. En la entrevista uno de los estudiantes mencionó: *“Tuvimos que consultar hasta en un libro de matemáticas el concepto de pendiente, y ahí nos dimos cuenta que es la misma fórmula de velocidad media y aceleración, pero con otras letras”*. Las definiciones que los estudiantes incluyeron en la narración de su historia digital fueron: cinemática, sistema de coordenadas, pendiente, posición, velocidad, distancia, aceleración.

B. Representación gráfica

La representación gráfica de las ecuaciones del movimiento rectilíneo en una dimensión, fue incluida en la historia digital, donde los estudiantes analizaron los gráficos de posición *versus* tiempo, velocidad *versus* tiempo y aceleración *versus* tiempo.

En de su narración, hicieron énfasis en la interpretación física de la pendiente y el área bajo la curva. Así también, los estudiantes detallaron el proceso para elaborar los gráficos respectivos con la aplicación de Microsoft Excel.

C. Diseño de la historia digital

C.1 Factores positivos

Dentro de las facilidades que encontraron los estudiantes en el diseño de la historia digital, fue el acceso a videos en YouTube, sobre cómo se hacen tutoriales para enseñar temas de física y matemáticas, indicando que: *“ahí conocimos programas que podíamos utilizar para realizar el video de nuestro tema”*.

Durante la entrevista, uno de los estudiantes mencionó:

“Observamos videos sobre cómo se graficaba en Excel y en Geogebra, que sí logramos aprender, y en otros programas que se nos hacía difícil entender. También revisamos videos para aprender a usar el Camtasia Studio y otros programas usados para hacer video”.

C.2 Factores negativos

La mayor dificultad que encontraron los estudiantes en el diseño, se resume en lo que mencionaron en la entrevista:

“No sabíamos por dónde empezar, porque no sabíamos bien los conceptos y se nos hizo difícil al inicio entender los gráficos porque la pendiente se llama diferente en cada gráfico. Tampoco sabíamos cómo graficar, porque nunca habíamos graficado en computadora utilizando fórmula...”.

Por otra parte, se observó que al inicio de la tarea los estudiantes tuvieron inconvenientes al elaborar el video porque no habían escrito el libreto de la narración de la historia digital y tampoco habían decidido con que programa grabarían el video.

D. Desarrollo de la historial digital

D.1 Factores positivos

Los estudiantes se mostraron motivados al contar la experiencia sobre el desarrollo de la historia digital mencionando:

“Fue más fácil al momento de realizar el video, lo pudimos desarrollar en la computadora y logramos hacer la gráfica de varios ejercicios que poco a poco lo íbamos entendiendo y lo íbamos grabando y nos ayudó a obtener resultados excelentes al momento de entender los ejercicios”. Dentro de su experiencia los estudiantes realizaron varias modificaciones al video, y lo fueron mejorando con imágenes y efectos de sonido.

D.2 Factores negativos

La grabación de la historia digital generó inconvenientes relacionados con el audio y la sincronización del contenido. Otro de los estudiantes indicó: “A veces el volumen de la voz del compañero que narraba salía muy bajo, o en el momento de grabar nos equivocábamos y tuvimos que repetir muchas veces hasta que quedara bien”.

E. Efectos importantes

A pesar de ser un curso propedéutico de Física, ninguna de las tareas representó limitación excesiva para aplicar esta estrategia de enseñanza, puesto que los estudiantes trabajaron colaborativamente en la planificación, realización y presentación del proyecto.

En la presentación de su trabajo, los estudiantes mostraron su satisfacción porque lograron entender con mayor facilidad los conceptos y la representación gráfica de las ecuaciones de movimiento.

En la historia digital, los estudiantes explican con fluidez y seguridad la definición de movimiento rectilíneo, aceleración, velocidad, distancia, posición, pendiente, mostrando también las habilidades para crear e interpretar los gráficos a través de herramientas informáticas hasta ese entonces poco conocidas por ellos.

Se logró fortalecer las habilidades individuales y colectivas, la creatividad y la comunicación efectiva para realizar tareas grupales educativas, que demanden la aplicación de la tecnología para su realización

V. CONCLUSIÓN

Este estudio de casos permitió identificar aspectos positivos y negativos del diseño y desarrollo de las historias digitales, donde los estudiantes lograron aprender un tema específico de Física y al personalizar su experiencia este aprendizaje se hizo más significativo.

Los participantes no solo aprendieron los conceptos relacionados a las ecuaciones del movimiento, sino también el uso y el manejo de los programas de computadora que se requieren para diseñar y desarrollar una historia digital.

Los estudiantes se mostraron motivados para realizar el trabajo, por ser una propuesta diferente a lo que ocurre en el salón de clases, pues, en la mayoría de las clases predomina el método expositivo.

Cabe resaltar que las TIC afectan los tres componentes del triángulo académico: profesores, estudiantes y contenido.

Los profesores con poca práctica en estas nuevas tecnologías deberán capacitarse para enfrentar las exigencias que demanda la educación actual; los estudiantes con habilidades en el manejo de la tecnología estarán en capacidad de aprender más y mejor; los contenidos podrán presentarse en diferentes formatos y con diferentes visiones sin perder su esencia.

Finalmente, la historia digital es una herramienta transformadora que fortalece el nivel cognitivo y afectivo

del estudiante, porque provoca fuertes emociones en quien la produce.

REFERENCIAS

- [1] Prensky, M., *Digital natives, digital immigrants. On the Horizon MCB*, University Press, **9**, (2001). Recuperado de: [www.marcprensky.com /writing/](http://www.marcprensky.com/writing/). Consultado: 15 de mayo de 2014.
- [2] Tackvic, C., *Digital storytelling: Using technology to spark creativity*, *The Educational Forum* **76**, 426-429 (2012).
- [3] Binkley, M. Erstad, O. Herman, J. Raizen, S. Ripley, M. Miller-Ricci, M. & Rumble, M., *Defining twenty-first century skills*, En: P. Griffin (Eds.), *Assessment and Teaching of 21st century skills*, (Springer, New York, 2012).
- [4] Víctor, S., Riveros, V., Mendoza, M., *Bases teóricas para el uso de las TIC en educación*, (Universidad de Zulia, Maracaibo, 2005). Recuperado el 11 de Mayo de 2015 de: http://tic-apure2008.webcindario.com/TIC_VE3.pdf.
- [5] Grisolia, M., *Incorporando Tecnologías de la Información y la Comunicación en un curso de Física General*, *Lat. Am. J. Phys. Educ.* **3**, 439-445 (2009). Recuperado el 8 de mayo de 2015 de: http://www.lajpe.org/may09/36_Maricarmen_Grisolia.pdf.
- [6] Vygotsky, L., *Mind in society: The development of higher psychological processes*, (Harvard University Press, Cambridge, 1978).
- [7] Säljö, R., *Learning in a sociocultural perspective*. En: V. Grover Aukrust (Ed.), *Learning and cognition in education*, (Elsevier, Oxford, 2011).
- [8] Valeiras, N., Campo, E. & Espinoza, E., *La educación en Ciencias e Ingeniería. Calidad, innovación pedagógica y cultura digital*, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares, 2009).
- [9] Marchisio, S., Plano, M., Ronco, J. y Von, O., *Simulaciones en la enseñanza de la Física de los dispositivos electrónicos*. *Latin Educa2004.com* (2004). Recuperado de: http://www.ateneonline.net/datos/53_03_MARCHISIO_SU_SANA.pdf. Consultado: 9 de mayo del 2015.
- [10] García A. & Gil, M., *Entornos constructivistas de aprendizaje basados en simulaciones informáticas*, *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* **5**, 304 (2006).
- [11] Miranda, A., Santos, G. y Stipcich, S., *Algunas características de investigaciones que estudian la integración de las TIC en la clase de Ciencia*, *Revista Electrónica de Investigación Educativa* **12**, (2010). Consultado de: <http://redie.uabc.mx/vol12no2//contenido/mirandasantos.html>. Recuperado: 4 de mayo del 2015.
- [12] Kearney, M., *A learning design for student-generated digital storytelling*, *Learning, Media and Technology* **36**, 169-188 (2011).
- [13] Robin, B., *Digital storytelling: A powerful technology tool for the 21st century classroom*, *Theory into Practice* **47**, 220-228 (2006).

- [14] Sukovic, S. (2014). ITell: Transliteracy and digital storytelling. *Australian Academic and Research Libraries*. 45(3): 205-229.
- [15] Benmayor, R., *Digital storytelling as signature pedagogy for the new humanities*, Arts and Humanities in Higher Education 7, 188-204 (2008).
- [16] Opperman, M., *Digital storytelling and American studies: Critical trajectories from the emotional to the epistemological*, Arts and Humanities in Higher Education 7, 171-187 (2008).

Las historias digitales aplicadas en el aprendizaje de las ecuaciones...

- [17] Kobayashi, M., *A digital storytelling project in a multicultural education class for pre-service teachers*, Journal of Education for Teaching 38, 215-219 (2012).
- [18] Lambert, J., *Digital storytelling capturing lives creating community*, (Routledge, New York, 2013).
- [19] Creswell, J., *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*, (Pearson, Boston, 2015).

Influencia de los hábitos de estudio en el rendimiento académico de los estudiantes de una institución de educación media ecuatoriana



Sánchez Balcázar Robert Alfredo, Bolívar Cirilo Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde

Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador.

E-mail: robertsanchez2110@hotmail.com

(Recibido el 30 de octubre de 2015, aceptado el 17 de febrero de 2016)

Resumen

El propósito de este trabajo fue, investigar la influencia o la relación que tienen los hábitos de estudio de los estudiantes, en casa y en el aula, con el rendimiento académico alcanzado por ellos. En este estudio, participaron un grupo de veinte estudiantes de tercero BGU (Bachillerato General Unificado) en una institución de Educación Media ecuatoriana. Se hizo una triangulación entre el HE (Test aplicado a los estudiantes), la OP (Observación áulica) y ER (Entrevista realizada a los representantes de los estudiantes). Los resultados obtenidos permiten concluir que, para un criterio de acercamiento de 0.5, la relación entre el rendimiento académico (promedios quimestrales) *versus* hábitos de estudio es del 40%, y que la relación entre el rendimiento académico (exámenes quimestrales) *versus* hábitos de estudio es del 22%; evidenciando que existe una relación entre rendimiento académico y hábitos de estudio.

Palabras clave: Hábitos de estudio, Rendimiento académico, Triangulación.

Abstract

The purpose of this study was, to investigate the influence or relationship to study habits of students at home and in the classroom, with academic performance achieved by them. This study involved a group of twenty juniors BGU (General Unified Baccalaureate) in a Secondary Education institution in Ecuador, in which it made a triangulation between HE (Test applied to students), OP (Observation courtly) and ER (Interview with the representatives of the students). The results obtained supports the conclusion that, for a criterion of 0.5 points of approach, the relationship between academic achievement (average quimestrales) *versus* study habits is 40%, and that the relationship between academic performance (examinations quimestrales) *versus* study habits is 22%; showing that there is a relationship between academic performance and study habits.

Keywords: Study habits, academic performance, Triangulation.

PACS: 01.40.ek, 01.40.Fk, 02.70.Rr.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

De acuerdo a Marsellach [1], varios de los factores que inciden en el rendimiento académico, tienen que ver con los hábitos de estudio en casa, y con la actitud de los estudiantes en el aula. Los padres cumplen un rol importante en este proceso al crear un ambiente adecuado, para que el estudio sea ameno, propicio y eficaz.

Por lo general, los estudiantes memorizan gran cantidad de información para aprobar una materia, estudiando un día antes a las evaluaciones, y reteniendo la información por corto tiempo por lo cual deben volver a estudiar para exámenes posteriores [2, 3].

En nuestro país, existe poca experiencia en metodologías de aprendizaje, en especial en la educación secundaria, lo que origina que los estudiantes memoricen el conocimiento por medio de la lectura repetitiva, impidiendo que se alcance un aprendizaje significativo.

En esta investigación, se analiza la relación existente entre los hábitos de estudio y el rendimiento académico de los estudiantes de una institución de educación media ecuatoriana, la cual puede servir de base para proponer acción de mejoras en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

II. OBJETIVOS

El objetivo general de nuestro trabajo es, determinar la influencia de los hábitos de estudio en el rendimiento académico, para mejorar el proceso enseñanza aprendizaje. Asimismo, los objetivos específicos son, determinar la influencia de la actitud de los estudiantes en clase (observación áulica) en su rendimiento académico, y determinar la influencia de la actitud de los estudiantes en casa (entrevista a representantes) en su rendimiento académico.

III. MARCO TEORICO

Los hábitos de estudio son comportamientos que los estudiantes practican en su formación académica. Un estudiante con buenos hábitos de estudio es capaz de estudiar por su cuenta, volviéndose autónomo [4, 5, 6, 7].

Entre las normas que se recomienda para adquirir buenos hábitos de estudio están:

1. Establecer un horario de estudio.
2. Distribución y organización adecuada del tiempo.
3. Repasar diariamente las asignaturas.
4. Hacer resúmenes.
5. Hacer esquemas.
6. Subrayar ideas principales.
7. Hacer uso del diccionario.
8. Estudiar en un lugar libre de ruidos con buena iluminación y ventilación [8].

A. Rendimiento académico

“El rendimiento es una relación entre lo obtenido y el esfuerzo empleado para obtenerlo. Es un nivel de éxito en la universidad, en el trabajo, etc.” [9, 10].

Muchos autores definen el rendimiento académico de varias maneras. Carpio (1975) define rendimiento académico como “el proceso técnico pedagógico que juzga los logros de acuerdo a objetivos de aprendizaje previstos” [11]. Aranda [12] por su parte dice que, “es el resultado del aprovechamiento académico en función a diferentes objetivos, y hay quienes homologan que el rendimiento académico puede ser definido como el éxito o fracaso en el estudio, expresado a través de notas y calificativos”, entre otras definiciones.

B. Los hábitos de estudio y su influencia en el rendimiento académico

Según investigaciones realizadas se puede decir que: “sí existe la influencia de los hábitos de estudio en el Rendimiento Académico de los estudiantes” [3, 13].

Según Párraga (2008), verificó que de los estudiantes que tienen hábitos de estudio, el 52.95% alcanzan un rendimiento bueno; y que el 35.65% alcanzan un rendimiento muy bueno [14].

C. Triangulación

Según Denzin (1978), la triangulación en investigación “es la combinación de dos o más teorías, fuentes de datos, métodos de investigación, en el estudio de un fenómeno singular” [15].

IV. METODOLOGIA

Participaron en esta investigación un grupo de 20 estudiantes de tercero BGU (Bachillerato General Unificado) de una institución de educación media ecuatoriana.

La muestra de 20 estudiantes fue escogida aleatoriamente de un curso de 45 integrantes.

La variable dependiente fue el rendimiento académico. Usamos los Promedios generales del Quimestre (PQ) y los promedios de los Exámenes del Quimestre (EQ). La variable independiente fue los hábitos de estudio, como medios de recolección de la información usamos el test de Hábitos de Estudio aplicado a los estudiante (HE), la observación áulica (OP) y la entrevista a los representantes (ER).

A. Procedimiento

Para esta investigación se hizo triangulación entre los datos obtenidos de la HE (Test aplicado a los estudiantes), la OP (Observación áulica) y ER (Entrevista realizada a los representantes de los estudiantes).

A los estudiantes se les aplicó un Test de Hábitos de Estudio (HE) con 86 ítems (ANEXO 1) para medir los hábitos que tienen los estudiantes en el aula y en casa [16].

Luego, los docentes de las asignaturas de Matemática, Física, Química, Lengua y Literatura aplicaron Observación áulica (OP) con una lista de 15 Indicadores (ANEXO 2).

Y por último se entrevistó a los representantes legales (ANEXO 3) de los estudiantes (ER) uno por uno con un total de 30 preguntas para saber que hábitos de estudio tienen sus hijos en el hogar [17].

B. Nomenclatura

A continuación describimos la nomenclatura usada en el proyecto en los diferentes cuadros estadísticos.

PQ: Promedios Generales del Quimestre (examen, tareas, cuaderno, actuación en clase, tareas grupales y lecciones).

EQ: Promedios de los Exámenes del Quimestre (solo examen).

HE: Test de Hábitos de Estudio aplicado a los estudiante.

OP: Observación áulica aplicada por el profesor a los estudiantes.

ER: Entrevista a los representantes sobre la actitud y hábitos del estudiante en casa.

Acercamiento: Es la diferencia de puntos entre el rendimiento académico y los hábitos de estudio.

C. Escala sobre 10

En el sistema educativo ecuatoriano de nivel medio, las notas de los promedios generales y exámenes se califican sobre 10 puntos. Por tal razón, las variables usadas en este estudio, serán llevadas a una escala sobre 10 puntos.

El HE (Test aplicado a los estudiantes) en el mejor de los casos tendrá una calificación de 86 puntos que luego la transformamos a escala de 10, para poder comparar con el rendimiento y determinar si existe o no relación. Un estudiante con 10 puntos significa que tiene excelentes hábitos de estudio.

La OP (observación áulica) consta de quince preguntas.

Aunque la valoración es cualitativa (NUNCA, A VECES, SIEMPRE) ponderamos estos valores para convertirla a un numero y luego poder comparar con el rendimiento académico.

La ponderación fue de la siguiente manera; NUNCA = 0, A VECES = 1, SIEMPRE = 2.

De esta manera, el puntaje máximo sería de 30 puntos si el profesor contestara SIEMPRE en todos los ítems. Y luego la llevamos a escala sobre 10, para hacer la comparación con el rendimiento académico.

De igual manera, un estudiante con 10 puntos significa que según los profesores tiene excelentes hábitos en clase.

La ER (entrevista a los representantes) consta de 30 preguntas de SI o NO.

En el mejor de los casos, si ellos contestaran SI a todo, la nota máxima sería de 30 puntos, que luego se la lleva a una escala de 10 puntos para poder compararla con el rendimiento académico. Un estudiante con 10 puntos significa que según los representantes tiene excelentes hábitos de estudio en casa.

D. Criterio para determinar si hay o no relación entre el rendimiento académico y los hábitos de estudio

Una vez que todas las variables están en una escala sobre 10, procedemos a determinar si hay o no relación.

Usamos un acercamiento de 0.5 puntos (relación fuerte) entre el rendimiento y los hábitos de estudio. También lo hacemos para un acercamiento de 1 (relación moderada) y para 2 (relación débil). Por ejemplo, si un estudiante tiene como promedio 6.70 y en hábitos de estudio tiene 7.10 decimos que *hay una relación fuerte* ya que entre las dos notas hay una diferencia menor de 0.5.

Esto lo hacemos por cada estudiante en una tabla de Excel.

Luego de determinar las relaciones las sumamos para ver el porcentaje de las mismas.

Esta relación se hace tres veces, para el HE (Test aplicado a los estudiantes), para la OP (Observación áulica) y para la ER (Entrevista realizada a los representantes de los estudiantes).

Por último, promediamos todas las calificaciones del curso; promedios Quimestrales (PQ), exámenes Quimestrales (EQ), observación áulica (OP), test (HE) y entrevista (ER), y hacemos el análisis comparativo para todo el curso.

V. RESULTADOS

TABLA I. Resultados obtenidos del Test, Observación Áulica y Entrevista.

		Rendimiento Académico		Triangulación		
	Estudiantes	Promedio 1Q	Examen 1Q	Test a los estudiantes	Observación áulica	Entrevista a los Representantes
	Estudiante 1	7,30	5,75	7,00	8,75	9,60
	Estudiante 2	6,82	6,85	5,90	8,45	8,60
	Estudiante 3	6,32	3,74	6,00	8,70	7,40
	Estudiante 4	6,93	4,15	5,50	7,70	8,00
	Estudiante 5	8,54	7,49	6,20	8,75	8,40
	Estudiante 6	9,87	9,80	7,30	9,85	8,80
	Estudiante 7	7,53	5,26	6,10	8,70	8,00
	Estudiante 8	6,70	8,08	7,00	9,30	8,00
	Estudiante 9	7,61	6,54	5,80	8,30	8,20
	Estudiante 10	6,80	5,59	7,20	7,05	8,00
	Estudiante 11	8,41	8,19	6,00	8,70	8,00
	Estudiante 12	8,08	7,13	6,00	8,75	7,60
	Estudiante 13	8,73	9,00	6,20	8,60	8,60
	Estudiante 14	9,28	8,72	6,60	9,60	7,60
	Estudiante 15	8,09	6,95	6,10	7,85	8,40
	Estudiante 16	8,62	8,60	6,90	8,80	8,80
	Estudiante 17	8,49	8,41	6,60	8,41	9,00
	Estudiante 18	6,81	6,81	5,20	7,05	8,00
	Estudiante 19	9,15	9,04	6,80	9,15	7,20
	Estudiante 20	7,76	7,83	7,60	9,05	7,60

En la Tabla I se muestran los resultados de todas las variables; dependiente (rendimiento académico) e independiente (Test de hábitos de estudio, observación áulica

y entrevistas a los representantes). Los valores se muestran en escala sobre 10 puntos con los valores ponderados, como se explicó previamente.

A. Análisis de los resultados por curso

TABLA II. PQ y EQ vs. HE, OP, ER.

PQ, EQ vs. HE, OP, ER					
	PQ	EQ	HE	OP	ER
Promedio del Curso	7,89	7,20	6,40	8,58	8,19

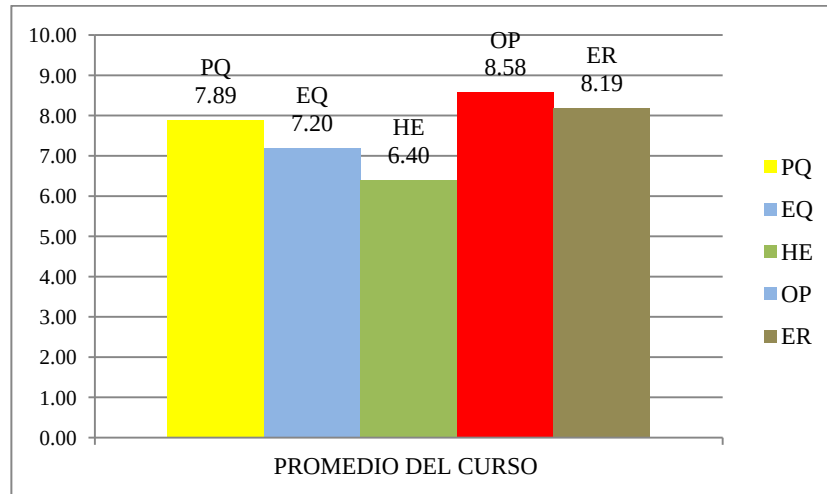


FIGURA 1. PQ y EQ vs HE, OP, ER.

Observando la Figura 1 vemos que hay una relación fuerte entre PQ y ER, o sea entre Promedio del Quimestre y la

Entrevista a los Representantes. En los otros casos la relación es moderada y débil.

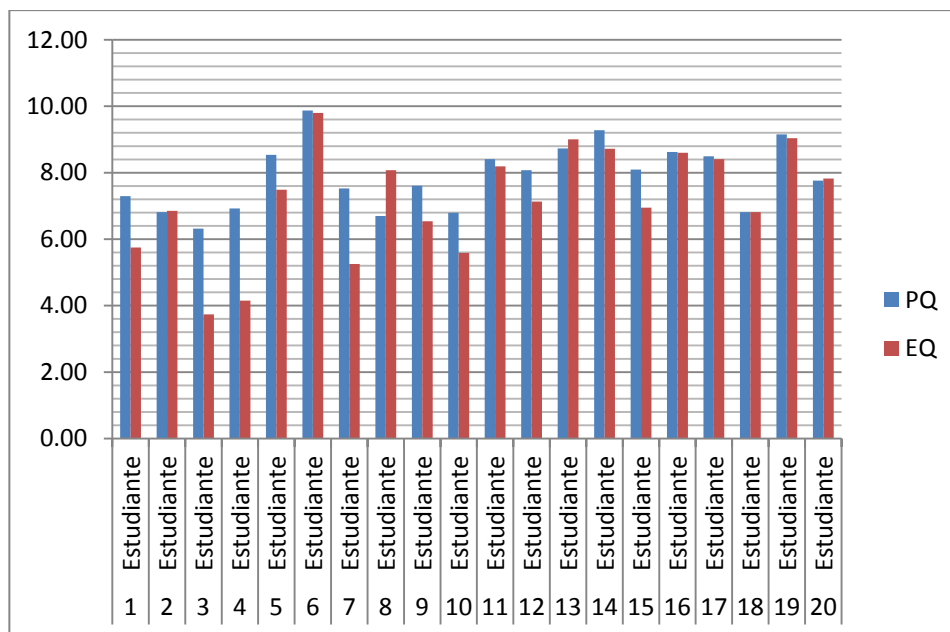


FIGURA 2. PQ vs. EQ.

En la Figura 2 podemos notar la diferencia importante que existe entre PQ y EQ. Alrededor del 50% de los estudiantes

tienen sus notas del Examen Quimestral por debajo de las notas del Promedio del Quimestre.

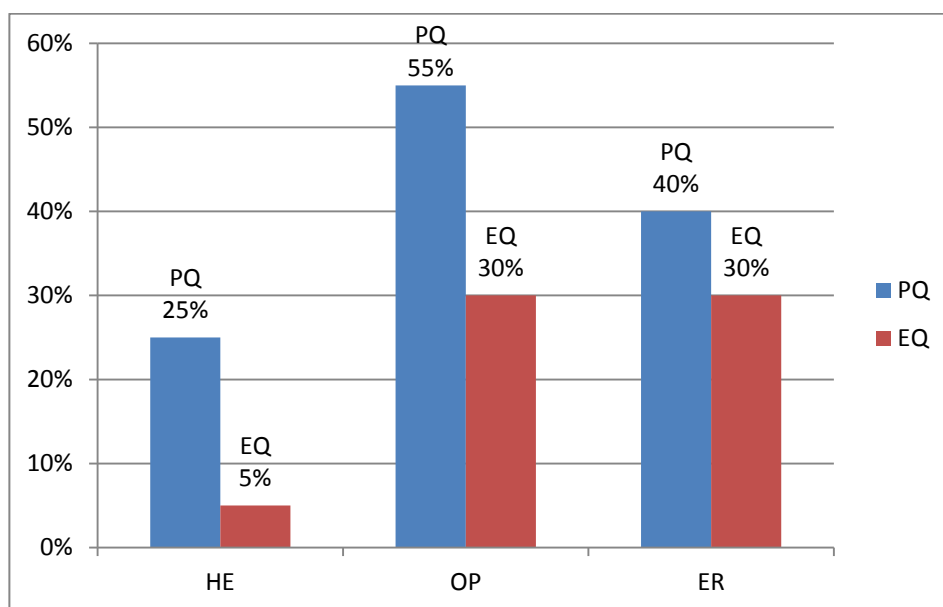


FIGURA 3. Frecuencias Relativas: PQ y EQ vs. HE, OP, ER. Con aproximación de 0.5.

En la Figura 3 se muestran y se comparan el rendimiento y los tres métodos de recolección de la información (Triangulación).

Aquí se observa la fuerte relación entre PQ (Promedios Quimestral) y OP (Observación áulica) del 55%.

Y la mínima relación entre EQ vs HE de solo el 5%.

TABLA III. Promedios globales del curso. PQ y EQ vs. Promedio (HE, OP, ER). Con aproximación de 0.5.

Curso	PQ	EQ
Promedio(HE, OP, ER)	40%	22%

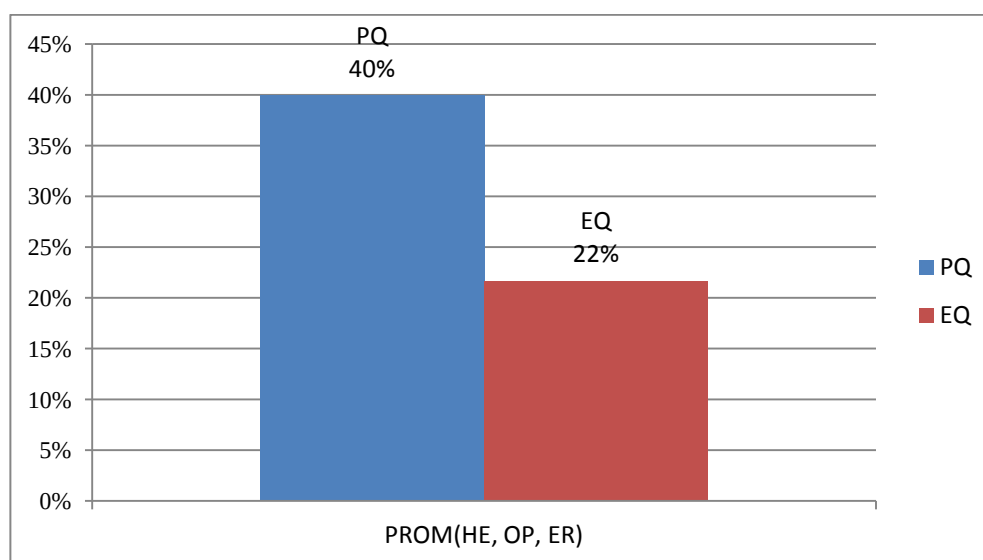


FIGURA 4. Promedios globales del curso: PQ y EQ vs. Promedio (HE, OP, ER). Con aproximación de 0.5.

En la Figura 4 está resumido todo el análisis de los resultados de las tablas anteriores, la cual nos dice que hay una relación del 40% entre el rendimiento académico PQ (Promedio del Quimestre) y Hábitos de Estudio (HE, OP, ER). Y una relación del 22% entre el rendimiento académico EQ (solo Examen del Quimestre) y Hábitos de Estudio (HE, OP, ER).

TABLA IV. Resultados finales con acercamiento de 0.5, 1 y 2.

	0,5 (relación fuerte)	1 (relación moderada)	2 (relación débil)
PQ vs HE	40%	50%	83%
EQ vs HE	22%	33%	75%

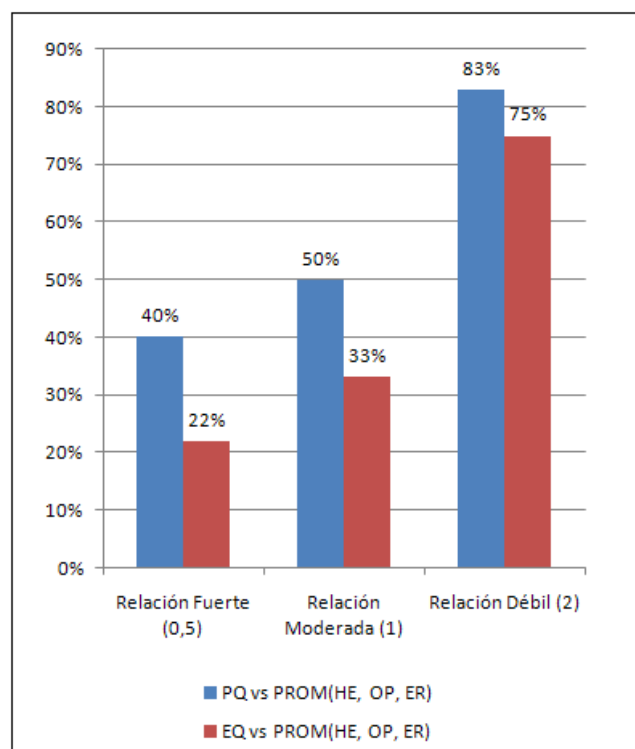


FIGURA 5. Resultados finales con acercamiento de 0.5, 1 y 2.

En la Tabla IV y el Gráfico 5 están resumidos todos los resultados; para una relación fuerte, moderada y débil.

A medida que ampliamos el rango de acercamiento entre las notas de los estudiantes en el rendimiento académico con las de hábitos de estudio, el porcentaje de la relación va aumentando.

VI. CONCLUSIONES

Luego de haber hecho la tabulación, presentación y análisis de los resultados, podemos sacar las siguientes conclusiones.

Sí existe una influencia o relación entre rendimiento académico y hábitos de estudio, en un porcentaje que depende del acercamiento que se use entre las dos variables.

Tomando los resultados finales de la triangulación, podemos decir que cuando el acercamiento es de 0.5 puntos, la relación entre el Rendimiento Académico (Promedios Quimestrales) y Hábitos de estudio (Test, Observación áulica y Entrevista) es del 40% y la relación entre el Rendimiento Académico (Exámenes Quimestrales) y Hábitos de estudio (Test, Observación áulica y Entrevista) es del 22%.

Cuando el acercamiento es de 1 punto, la relación entre el Rendimiento Académico (Promedios Quimestrales) y Hábitos de estudio (Test, Observación áulica y Entrevista) es del 50% y la relación entre el Rendimiento Académico (Exámenes Quimestrales) y Hábitos de estudio (Test, Observación áulica y Entrevista) es del 33%.

Cuando el acercamiento es de 2 puntos, la relación entre el Rendimiento Académico (Promedios Quimestrales) y Hábitos de estudio (Test, Observación áulica y Entrevista) es del 83% y la relación entre el Rendimiento Académico (Exámenes Quimestrales) y Hábitos de estudio (Test, Observación áulica y Entrevista) es del 75%.

Del análisis global del curso se verificó que, para una relación fuerte (0.5) la Observación Áulica tiene el mayor porcentaje de relaciones; del 55% con PQ y 30% con EQ.

Luego, les sigue la Entrevista a los Representantes con 40% con PQ y 30% con EQ. Y por último el Test de hábitos de estudio (aplicado a los estudiantes) con 25% con PQ y 5% con EQ. Estos resultados nos llevarían a pensar que los datos obtenidos por los profesores fueron más acertados y cercanos a la realidad, que las otras dos fuentes de información; representantes y estudiantes.

Durante el análisis de los datos se verificó que, el sistema educativo favorece bastante a los estudiantes. Donde, los Promedios Quimestrales por lo general superan las notas de los exámenes en las materias analizadas. Alrededor del 50% de los estudiantes tienen sus Promedios Quimestrales 2 puntos por encima de las notas de sus Exámenes Quimestrales.

Esto sucede debido a que, en los Promedios Quimestrales no solo se toma en cuenta los exámenes sino también tareas, cuaderno, actividades en clase, actividades grupales y lecciones. Además, muchos de los estudiantes por lo general copian las tareas y en los trabajos en grupo uno o dos trabajan y los otros no.

VIII. REFERENCIAS

- [1] Marsellach, G., *La competitividad en el ser humano. Psicoactiva, psicología y ocio inteligente*, (1999). Disponible en: <www.psicoactiva.com>.
- [2] Cutz, G., *Hábitos de estudio y tarea en casa*, (Ediciones de la Universidad de Illinois, Champaign, 2003).
- [3] Vigo, A., *Influencia de los hábitos de estudio en el rendimiento académico de los estudiantes del I año del ISTH-Huaral*, (UCV, Perú, 2007).
- [4] De conceptos, *Hábitos-de-estudio*, Recuperado de: <http://deconceptos.com/ciencias-sociales/habitos-de-estudio>. Consultado: 19 de julio de 2015.
- [5] Meneses, M. E., *Psicología General*, 8ª Ed. (Porrúa, México, 1982).

- [6] Ausebell, D. et al., *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*, (Trillas, México, 1983).
- [7] Araujo, E., *Rendimiento académico en la asignatura Fundamentos de Biología y su relación con el programa de estudio, los promedios de notas del ciclo diversificado y los hábitos de estudio*, Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Caracas Venezuela (1988).
- [8] Lara, A., *Influencia de los hábitos de estudio sobre el rendimiento de los alumnos*, (Grupo escolar Tomás González, Caracas, 1997).
- [9] Ortega, A. *Definición acerca del rendimiento académico*. Recuperado de: <<https://es.scribd.com/doc/88464275/Definicion-rendimiento-academico>>, Consultado el 20 de julio de 2015.
- [10] Sarmiento, M., *Análisis estadístico de las actividades extracurriculares realizadas por los estudiantes de la ESPOL y su relación con el rendimiento académico*, (ESPOL, Guayaquil, 2006).
- [11] Carpio, A., *Hábitos de estudio, rendimiento escolar y funcionamiento intelectual*, Tesis de Bachiller en Psicología, Universidad Nacional Mayor de San Marcos UNMSM, Lima, Perú (1975).
- [12] Aranda P. D., *La educación en la sociedad de la información*, II Congreso Nacional de Formación del Profesorado en Tecnologías de la Información y la Comunicación, (1998).
- [13] Ortega, V., *Hábitos de estudio y rendimiento académico en estudiantes de segundo de secundaria de una institución educativa del Callao*, (Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, 2012).
- [14] Párraga, F., Intriago, G. *Los hábitos de estudio y las tareas escolares en casa y su relación con el rendimiento escolar de los estudiantes del quinto al séptimo año de educación básica en la escuela fiscal mixta "Jipijapa" 2007*, (Universidad, Laica, Manta, 2008).
- [15] Denzin, N., *The research act. A theoretical introduction to sociological methods*, (Mc Graw Hill, New York, 1978).
- [16] Word press, *Auto test de hábitos-de-estudio*, Recuperado de: <https://orientacionescolarencentros.wordpress.com/autotest-de-habitos-de-estudio/>. Consultado: 26 de febrero de 2015.
- [17] Bravo, Ma. I., *La participación de los padres en los hábitos de estudio*, Recuperado de: <https://docs.google.com/presentation/d/1Xw1JGkavTHErvI1ILHZyY7O9xFNEFTH4gPr0HZjf0u0/embed?slide=id.i0>. Consultado: 26 de febrero de 2015.

Las redes sociales, su influencia e incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de una entidad educativa ecuatoriana en las asignaturas de Física y Matemática



Arcesio Bustos Gaibor, Bolivar Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde

Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador.

E-mail: afbustos@espol.edu.ec, ing.arcesiobusters@yahoo.com, bcflores@espol.edu.ec, ffloresn@espol.edu.ec

(Recibido el 30 de octubre de 2016, aceptado el 15 de febrero de 2016)

Resumen

En el presente artículo, se logra establecer la influencia e incidencia de las redes sociales en la educación de adolescentes de una entidad educativa ecuatoriana. Considerando que esta generación y las redes sociales se han convertido en una plataforma de comunicación global, es muy fácil que se tornen hasta cierto punto adictivas, y por esto se han convertido en distractores para los estudiantes.

A través de datos estadísticos de carácter histórico, se compararon los promedios de aprovechamiento de cada uno de los sujetos de estudio durante su permanencia en la secundaria, en Matemáticas y Física, desde su educación básica superior (octavo, noveno y décimo año) hasta el bachillerato general unificado, contrastado con el tiempo dedicado a navegar en el internet visitando páginas como Facebook, Instagram, Messenger, Google +, Skype, Hi5, Twitter, WhatsApp, YouTube, etc. Esto permitió determinar la influencia que las redes sociales tienen en las actividades diarias de los estudiantes, quienes dedicaron la mayor parte de su tiempo de estudio autónomo a chatear, incidiendo de forma negativa en el rendimiento académico de los sujetos de estudio.

Palabras clave: Redes sociales, Aprovechamiento, Estudio autónomo, Influencia, Incidencia.

Abstract

In this article, it is possible to establish the influence and impact of social networks in the education of teenagers from an educational institution in Ecuador. Considering that this generation and social networks have become a global communication platform, it is very easy to be from becoming addictive to some extent, and therefore have become distractions for students.

Through statistical data on historical averages for the use of each of the study subjects were compared while in high school, that is the average of Mathematics and Physics from the upper basic education (eighth, ninth and tenth year) to the high school, contrasted with the time spent surfing the Internet by visiting sites such as Facebook, Instagram, Messenger, Google +, Skype, Hi5, Twitter, WhatsApp, YouTube, etc. This allowed us to determine the influence that social networks have on the daily activities of the students, who spent most of his time chatting autonomous study, impacting negatively on the academic performance of the study subjects.

Keywords: Social networking, Performance, Independent studio, Influence, Impact.

PACS: 01.40.-d, 02.70.Rr, 01.30.la

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Durante el transcurso de las etapas educativas, y de los procesos de aprendizaje, las formas y paradigmas de la enseñanza han ido evolucionando de acuerdo a los adelantos tecnológicos, psicológicos, sociales, políticos y económicos del entorno educativo, pero de igual manera estos adelantos también afectan de manera negativa al

entorno educativo y de manera especial al desarrollo cognitivo de los educandos.

Uno de estos adelantos que se han convertido en una amenaza para el aprendizaje son las redes sociales, un fenómeno del progreso tecnológico-social y comunicativo, ya que permite una interacción de comunicación global. A pesar de que su objetivo principal era una comunicación directa en tiempo real con todo el mundo, hoy en día es un

distractor muy complejo en las actividades del entorno social, y por ende educativo.

A pesar de que el concepto de red social se ha popularizado mucho en la actualidad, este no es nuevo en el léxico hispano, ya que se considera a una red social como el conjunto de elementos de individuos y organizaciones vinculadas con fines específicos y que han sido vistas y catalogadas durante el siglo 20; específicamente a partir desde la década de 1930 [1].

Para el presente estudio, delimitaremos a las redes sociales como redes sociales *on line*, de las cuales existe en la actualidad un sinnúmero de ellas como Facebook, Ning, Myspace, Life, Twitter, Tuenti, Skype, Lidekin, Instagram, Snapchat, Line, WhatsApp, YouTube, Scribd, Google+, Messenger, entre otras. Fueron creadas con propósitos específicos de comunicación, pero nuestros estudiantes en proceso de formación, han confundido a las mismas convirtiéndolas en elementos nocivos para el proceso enseñanza aprendizaje.

En la actualidad, se destina mucho tiempo a la interacción en redes sociales; según un estudio argentino de 2010, señala que la tasa de uso de internet entre adolescentes de –12 a 19 años en redes sociales específicamente– es muy alta, y aunque no es nuestra realidad, podemos inferir similitudes en el comportamiento social adolescente latinoamericano [2].

II. FUNDAMENTACION TEORICA

Las redes sociales –según varios autores son: “un sitio en la red cuya finalidad es permitir a los usuarios relacionarse, comunicarse, compartir contenido y crear comunidades”, que tienen como objeto compartir la información de manera global, convirtiendo a las personas en actores principales de la creación de contenidos e información [3].

Aunque durante el desarrollo de nuevas metodologías y métodos de enseñanza se ha englobado a las TICs como una herramienta eficaz y eficiente para el desarrollo de la enseñanza aprendizaje, incluidas en estas las redes sociales, no podemos asegurar que su implementación sea solución para los problemas educativos, por cuanto existen muchos factores de carácter externo que pueden provocar una distracción de la finalidad específica de educar [4].

En algunos sitios de internet, se informa sobre el ranking de las redes sociales en función de la cantidad de usuarios o las utilidades que genera. Como este documento se basa en el uso de las redes sociales es importante mostrar el número de adeptos o seguidores de cada red, información que se presenta hasta el año 2014 en la Tabla I [5].

Se ha establecido en varios artículos que, las redes sociales son un aporte significativo para el desarrollo social y de la comunicación, pero el mal uso de las redes sociales perjudica de gran manera a los jóvenes y adolescentes de todo estrato social y no solo en el aspecto educativo sino también personal, psicológico y social [6].

En muchas ocasiones se ha escrito que las redes sociales son adictivas, pero algunos psicólogos no las consideran

como tal, sino como perturbadoras de la conducta, ya que el termino adicción se refiere a una sustancia química nociva.

TABLA I. Ranking de redes sociales por número de usuario y tipo de red.

Nº	RED SOCIAL	Nº USUARIOS (Millones)	TIPOLOGÍA
1	Facebook	1.100	General
2	YouTube	1.000	Videos
3	QQ	815	Mensajería
4	Qzone	620	General
5	WeChat	600	Mensajería
6	Twitter	500	General
7	WhatsApp	400	Mensajería
8	SinaWeibo	400	General
9	Hi5	330	General
10	Tagged	330	General
11	Google+	300	General
12	Line	300	Mensajería
13	LinkedIn	260	Negocios
14	Haboo	250	General
15	Tumblr	225	General
16	Ortsbo	210	General
17	Badoo	200	Contactos
18	Soundhound	175	Música
19	Renren	160	General
20	Instagram	150	Foto/vídeo

Así, las redes sociales pueden provocar un síndrome adictivo, cuando se observan en el individuo actitudes como:

- Invertir tiempo y esfuerzo desmesurado en actividades en las redes sociales.
- Su estado emocional se ve afectado por la escasa o excesiva actividad en redes sociales (estados de euforia o mal humor).
- Abandono de sus responsabilidades por la actividad en las redes sociales (trabajo, estudios, hogar).
- Negación del problema con las redes sociales en discusiones con su entorno social, familiar y profesional.
- Aislamiento social.
- Bajo rendimiento académico en el caso de los estudiantes.
- Desorientación espacio-temporal por la actividad en las redes sociales [7].

III. METODOLOGIA

Para el desarrollo del presente trabajo, en primera instancia se escogió una muestra de carácter aleatoria simple de 58 estudiantes [8], para poder recolectar los datos de

interacción en las redes sociales, de un grupo del tercer año de bachillerato, de una entidad educativa ecuatoriana.

Luego se procedió a realizar una encuesta (Anexo 1) de carácter intencional, con 16 requerimientos relacionados con aspectos actitudinales y personales sobre el uso de las redes sociales.

Después de la recopilación de datos, se procedió a clasificarlos y a construir las figuras (Anexo 2) estadísticas de las diferentes preguntas realizadas, para luego establecer los resultados, que fueron analizados de acuerdo al estudio establecido.

Ya con los resultados, se realizó un análisis por criterios específicos, en los cuales se agruparon varias preguntas asociadas al mismo criterio, que se resumen en la Tabla II.

TABLA II. Preguntas asociadas a un criterio.

Criterio	Preguntas asociadas
Datos personales	Pregunta 1. Señale cuál es su edad. Pregunta 2. Señale cuál es el año o grado que cursa. Pregunta 3. Señale cuál es su sexo.
Acceso a internet	Pregunta 4. ¿Posee un celular? Pregunta 5. ¿Posee internet móvil en su teléfono? Pregunta 6. ¿Posee alguna cuenta en redes sociales? Pregunta 7. Señale en que redes sociales posee una cuenta.
Datos históricos relacionados con el acceso a las redes sociales	Pregunta 8. ¿A qué edad y que año cursaba cuando tuvo su primer celular? Pregunta 9. ¿A qué edad y que año cursaba cuando tuvo internet en su celular? Pregunta 10. ¿A qué edad y que año cursaba cuando tuvo su primera red social? Pregunta 11. ¿Cuál fue la primera red social en la que tuvo una cuenta? Pregunta 12. Califique en horas el tiempo que ha dedicado a las redes sociales de acuerdo al nivel o grado que cursaba.
Uso actual de las redes sociales	Pregunta 13. ¿Qué tiempo en horas por día le dedica a realizar tareas en internet? Pregunta 14. ¿Qué tiempo en horas por día le dedica a las redes sociales? Pregunta 16. Señale el orden, de acuerdo al tiempo dedicado a las redes sociales siendo el 1 el mayor, 2 el mediano y 3 el menor tiempo.

Con esta separación por criterios se pretende establecer de mejor manera las debilidades y amenazas que las redes

sociales mal usadas puedan afectar al proceso enseñanza-aprendizaje, y por ende al rendimiento académico de los encuestados.

Para lograr contrastar el rendimiento académico y el uso de las redes sociales, se tomaron los datos de los promedios anuales de cada uno de los encuestados desde el octavo año de educación básica superior hasta el tercer año de bachillerato general unificado, de las materias de Matemáticas y Física.

Para analizar la diferencia existente entre los promedios en la materia de Física en los diferentes años del bachillerato, se decidió analizar también los promedios de Matemáticas, ya que esta es una asignatura que establece conocimientos básicos sobre modelos matemáticos que intervienen en la descripción de los fenómenos naturales que estudia la Física.

IV. ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

Es necesario señalar que la entidad educativa objeto de este estudio es de carácter privada, donde los estudiantes tienen o poseen teléfonos inteligentes llamados Smartphone.

Además, se tuvo acceso a los promedios de las materias de Matemáticas y Física de cada uno de los encuestados, datos fueron facilitados por la institución (Anexo 2).

Cada uno de los valores mostrados en la Tabla III, representan la media aritmética muestral $\bar{x}$ de los promedios de octavo año de educación básica superior hasta tercer año de bachillerato general unificado; destacando que para la asignatura de Física solo se muestran los promedios de los tres últimos años, es decir únicamente correspondiente al bachillerato.

Para obtener la media aritmética se utilizó la expresión adjunta [9]:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (1)$$

TABLA III. Rendimiento anual de Matemática y Física.

Promedio de rendimiento anual		
Año	Matemática	Física
8vo	8,95	
9no	8,85	
10mo	8,74	
1ro	7,68	8,02
2do	7,67	7,53
3ro	7,62	7,39

Con base a los criterios anteriormente descritos y a los resultados obtenidos de las preguntas asociadas a cada criterio, se procedió a elaborar tablas y graficas que se adjuntan a este documento, para posteriormente contrastarlos con los promedios de aprendizaje de la Tabla III, y poder establecer conclusiones referentes al tema de este estudio.

En el criterio “datos personales”, se pudo establecer que las edades de los encuestados oscilan entre los 15 y 17 años de edad y que pertenecen al tercer año de bachillerato, tal como se muestra en la Figura 1.

La muestra inicial fue de 58 elementos, pero debido a que durante la clasificación de datos se obtuvo que algunas respuestas no eran concordantes con la información solicitada, fueron eliminadas del estudio por considerarse como datos atípicos [10].

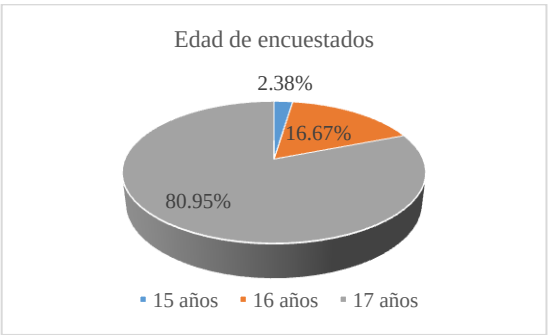


FIGURA 1. Edades de los encuestados.

Además se clasificó al grupo de estudio según el género de los encuestados (Figura 2). Esta información resultó útil en la comparación y análisis de contraste del uso de internet por género.

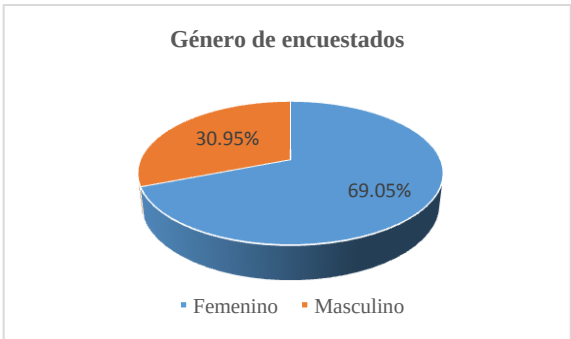


FIGURA 2. Genero de encuestados.

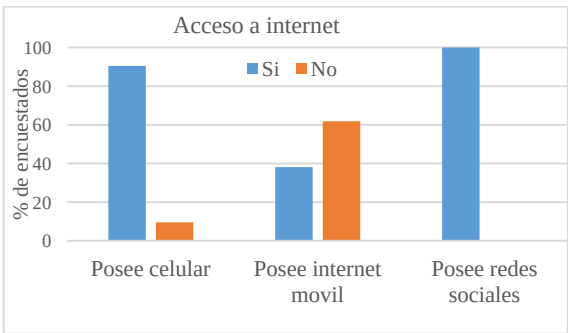


FIGURA 3. Acceso a celulares e internet.

De las preguntas asociadas al criterio “acceso a internet”, se obtuvo la información mostrada en la Figura 3.

Es importante señalar que, en diálogos con los encuestados, estos informaron que a pesar de no tener internet móvil navegan en la red haciendo uso del wifi de lugares como instituciones educativas, domicilios y centros comerciales.

En cuanto al número de cuentas en redes sociales que posee cada encuestado (pregunta 7 del criterio “acceso a internet”), la información se resume en la Tabla IV.

TABLA IV. Número de cuentas en redes sociales por encuestado.

Cuentas en internet	
No de cuentas	% de encuestados
2	2,381
3	28,57
4	9,524
5	2,38
6	16,67
7	11,90
8	11,90
9	4,76
10	9,52
11	2,38

De acuerdo a la Tabla IV se infiere que el 57,13% de los sujetos de estudio poseen más de 5 redes sociales entre sus cuentas de internet, que representan más de la media de la muestra, y que el total de encuestados poseen 2 o más cuentas en redes sociales.

Con respecto a las preguntas 8, 9 y 10 del criterio “Datos históricos relacionados con el acceso a las redes sociales”, se cotejaron los datos por edad de los encuestados (Tabla V).

En la Figura 4, se cotejaron los mismos datos en función del nivel o grado que cursaban.

TABLA V. Edad de primer acceso a celulares y redes sociales

Porcentaje de encuestados según edad			
Edad	Primer celular	Primer internet móvil	Primera red social
No tiene	2,381	21,43	0
10	14,29	0	4,762
11	16,67	0	19,05
12	26,19	9,524	30,95
13	21,43	11,9	23,81
14	7,143	14,29	19,05
15	7,143	16,67	2,381
16	4,762	19,05	0
17	0	7,143	0

De acuerdo con los datos recopilados en la Tabla V, el 14,29% de los encuestados accedió a un teléfono celular a los 10 años de edad. Y antes de los 16 años de edad, el 100% de los sujetos de estudio ya tenía celular. A pesar de que, no existe un estudio que nos indique a qué edad es recomendable que un menor tenga un celular o smartphone, algunos autores de artículos señalan a expertos en el tema, quienes establecen que: el acceso a un celular depende del grado de responsabilidad y madurez que refleje el adolescente en sus actividades diarias, y necesidades para su desarrollo [11].

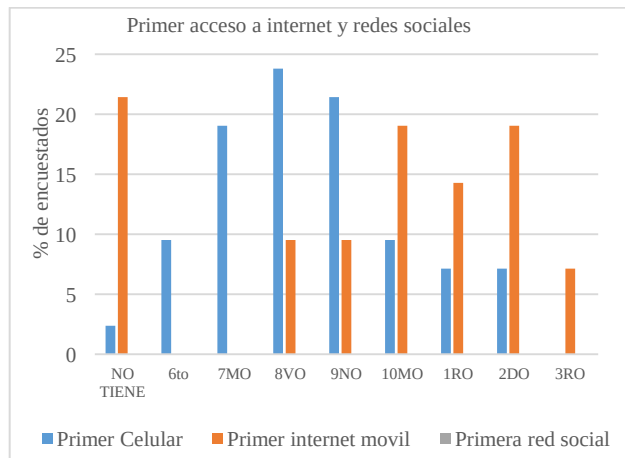


FIGURA 4. Primer acceso a celulares e internet

La Figura 4 muestra que en octavo año, los adolescentes acceden en gran porcentaje a un celular, internet móvil y primera red social. Esta información da lugar a cuestionar: si un estudiante entre 11 y 12 años está preparado psicológicamente para establecer prioridades en su vida académica y social

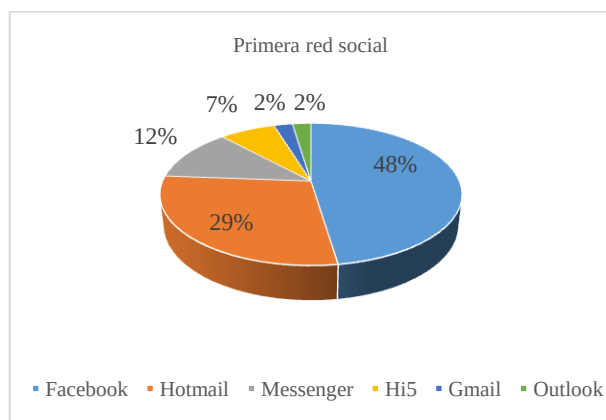


FIGURA 5. Primera cuenta en redes sociales.

En la Figura 5 se puede establecer que la primera red social a la que los encuestados tuvieron acceso fue Facebook, que

Las redes sociales, su influencia e incidencia en el rendimiento académico... cuenta con 1230 millones de usuarios activos, hasta el primer trimestre 2015 según reportedigital.com [12].

En la Figura 6, los datos de la encuesta señalan el tiempo de uso diario de las redes sociales en los últimos seis años, de acuerdo al nivel o grado que cursaba cada encuestado.

Según estos datos, un gran grupo de encuestados navegó en promedio entre 1 y 5 horas, durante su vida estudiantil.

Si tomamos como referencia que en la institución educativa pasan hasta 6 horas diarias en actividades académicas –desde las 7h00 hasta las 13h00–, más las 5 horas de navegación en internet, más las 6 horas de trabajo autónomo necesarias para un buen desarrollo cognitivo, quedarían aproximadamente 6 horas para descansar.

En el caso de aquellos encuestados que navegan entre 6 y 14 horas, el tiempo de descanso sería mucho menor.

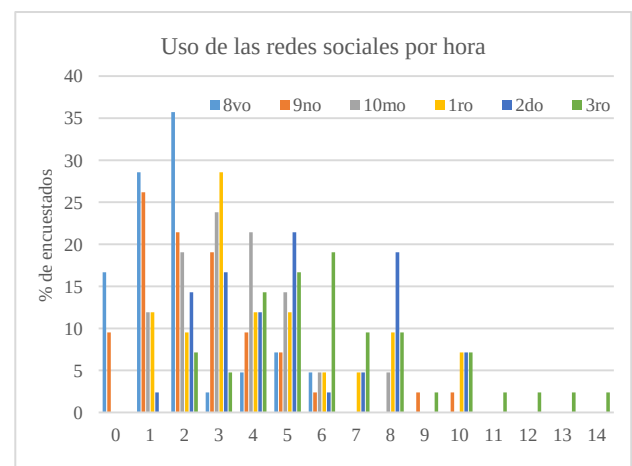


FIGURA 6. Uso de las redes sociales por hora y curso.

Cabe recalcar que, aquellos estudiantes que mencionaron navegar más de ocho horas, disponían de internet móvil en sus celulares, y chatean hasta horas de la madrugada.

La Figura 7 está basada en las preguntas 13 y 14 del criterio “Uso actual de las redes sociales”, donde se presentan los datos de navegación en horas en internet de tercer año bachillerato, divididas en horas dedicadas a tareas y horas dedicadas a redes sociales.

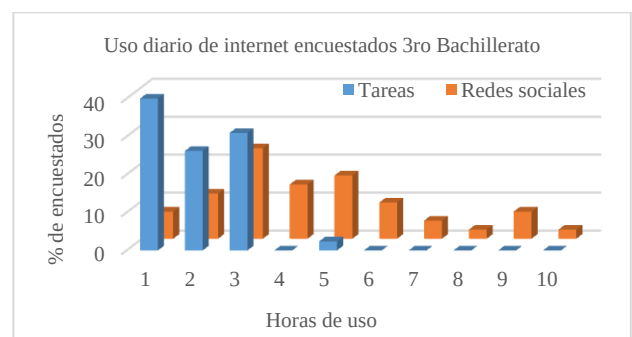


FIGURA 7. Acceso diario a redes a internet.

<http://www.lajpe.org>

Adicionalmente, se construyó una tabla con los promedios de rendimiento de las asignaturas de Matemática y Física, así como el promedio de número de horas de uso de las redes sociales por género, de acuerdo al nivel o grado que cursaban en ese momento los encuestados, Tabla VI.

TABLA VI. Promedios de materias y horas de uso de redes sociales por género según nivel o grado.

Año	Materias		Uso redes sociales	
	Matemática	Física	F	M
8vo	8,95		1,52	2,91
9no	8,85		2,24	3,73
10mo	8,74		3,48	4,36
1ro	7,68	8,02	4,62	4,55
2do	7,67	7,53	5,41	4,00
3ro	7,62	7,39	6,76	5,45

Ya mostrados los datos recolectados en tablas y figuras, analizamos y contrastamos los promedios académicos, con el uso de internet y el tiempo de navegación en redes sociales durante los años de educación básica y bachillerato de los sujetos de estudio.

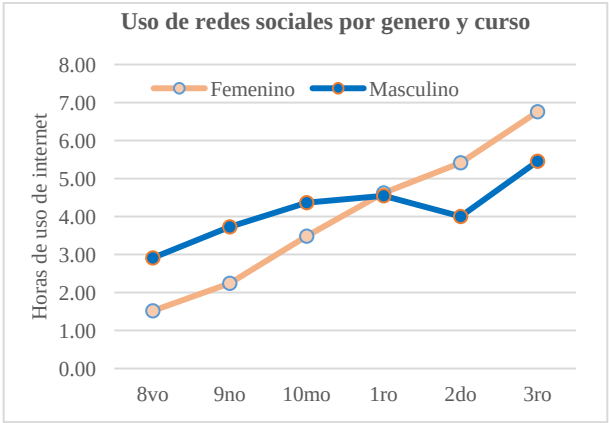


FIGURA 8. Acceso a redes sociales por género y curso.

En primer caso, analizamos el uso de redes sociales por cada año de estudio y por género, lo que nos demuestra que, en los años iniciales son los hombres quienes dieron más uso a las redes sociales, mientras que las mujeres son quienes presentan una mayor actividad en redes durante su paso por bachillerato, según la Figura 8.

En la Figura 9, se muestran los promedios de Matemáticas y Física por género. Y de igual manera se aprecia que relacionando el uso de redes sociales por género en función del nivel o curso, el rendimiento en las mujeres es un poco mayor que el de los hombres, a pesar de la diferencia entre el tiempo de navegación en redes sociales descrito en el párrafo anterior.

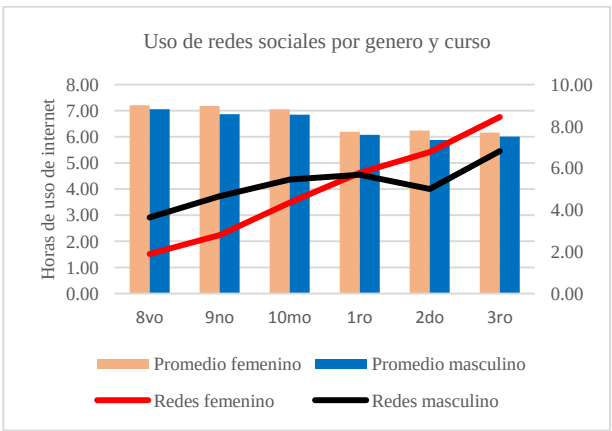


FIGURA 9. Comparación entre rendimiento por género y acceso a redes sociales.

En la Figura 10 se puede apreciar el contraste entre el rendimiento y el número de horas de navegación en redes sociales en función del nivel o curso para las asignaturas de Matemáticas y Física. Esta información refleja un descenso en el rendimiento tanto de Matemáticas y Física mientras el número de horas de navegación en internet específicamente en redes sociales se ve drásticamente aumentado.

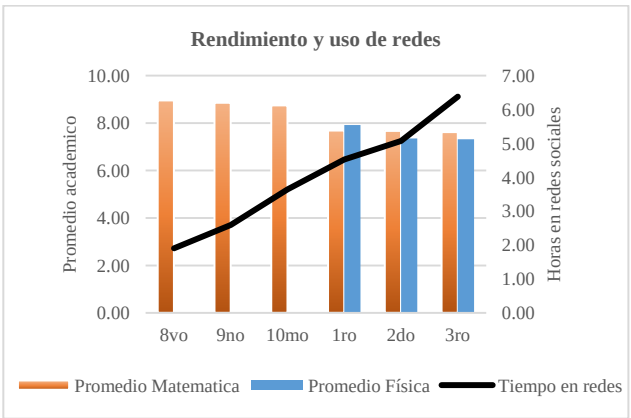


FIGURA 10. Rendimiento de Física y matemática contra horas en redes sociales por curso.

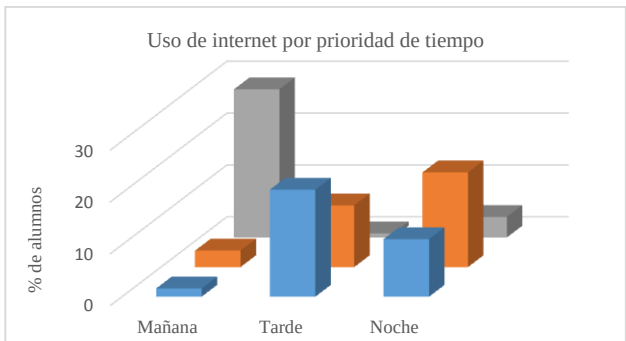


FIGURA 11. Uso de internet por tiempo.

REFERENCIAS

En la Figura 11 se muestra el uso de redes sociales durante mañana, tarde o noche. Estos datos revelan que: aproximadamente el 80% de los encuestados navegan durante la mañana.

Es importante recalcar que, en la mañana los estudiantes deberían dedicar más tiempo a su aprendizaje y no en atención a redes sociales, tal como lo muestran las estadísticas.

V. CONCLUSIONES.

Con base a la investigación se puede establecer, que no es necesario que los estudiantes tengan planes de internet móvil en sus celulares para conectarse al internet, sino que lo hacen desde cualquier punto wifi abierto al que puedan acceder.

Los educandos objeto del estudio, no están conscientes del dinero que se gasta en los contratos con las operadoras móviles, ya que estos planes de datos y tiempo aire son cancelados por sus representantes.

La diferencia entre el tiempo dedicado a internet no está ligada estrechamente con el género de los estudiantes, sino que están ligeramente diferenciados por el porcentaje de hombres y mujeres presentes en la muestra, y a actividades propias de la adolescencia.

Las edades de los jóvenes encuestados está entre 15 y 17 años, edad en la que son fácilmente influenciados por la moda, la popularidad y otros factores de carácter sociocultural, que no permiten que tomen decisiones acertadas en cuanto al manejo de su tiempo y responsabilidades académicas y extracurriculares.

Resulta censurable que: algunos jóvenes en proceso de formación académica dediquen hasta 14 horas en actividades relacionadas a las redes sociales, y que todos los encuestados en promedio dediquen 7 horas diarias a estas actividades, descuidando su tiempo de estudio autónomo.

Por lo expuesto anteriormente y los resultados de la investigación realizada, podemos concluir que: el rendimiento académico de los sujetos de estudio se ve afectado por el uso de las redes sociales cuando el tiempo de acceso a estas es prolongado e indiscriminado, a pesar de que estas redes tienen un gran potencial para mejorar actividades de carácter cognitivo y educativo con la correcta supervisión de un docente.

- [1] Lozares, C., *La teoría de las redes*, (Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, 1966). p. 6.
- [2] Morduchowicz, R., *Los adolescentes y las redes sociales*, (Fondo de Cultura Económica, México, 2010). p. 7.
- [3] Urueña, A., *Las redes sociales en internet*, (Observatorio Nacional de las Telecomunicaciones y de la Sociedad de la Información ONTSI, Madrid, 2011).
- [4] Sanz, A. G., *Las redes sociales como herramientas para el aprendizaje colaborativo: Una experiencia con Facebook*, Representaciones. Estudios de Periodismo, Comunicación y Sociedad 5, 49-59 (2008).
- [5] WebEmpresa20.com, *Las 30 redes sociales mas utilizadas*, (WebEmpresa20, Madrid, 2014).
- [6] Campos, H., *Jovenes: Preocupa el mal uso de las redes sociales*, El liberal, (2013, 26, abril 2013). Recuperado de: <http://www.elliberal.com.ar/ampliada.php?ID-87969>.
- [7] Sánchez, N. F., *Trastornos de conducta y redes sociales en internet*, SCIELO 36, (2013).
- [8] Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., *Estadística para administración y economía*, (Cengage Learning, México, 2008).
- [9] Walpole, R., Myers, R., Myers, S., Ye, K., *Introducción a la estadística y análisis de datos de probabilidad y estadística*, (Pearson, México, 2012). p. 11.
- [10] Lind, D., Marchal, W., Wathen, S., *Descripción de datos: Presentación y análisis de datos de estadística aplicada a los negocios y la economía*, (McGraw-Hill Educación, México, 2012). p. 118.
- [11] García, J. C. *Celulares y niños: Sepa los riesgos y como prevenirlos*, El Tiempo, (2014, 30, octubre). Recuperado de: app.eltiempo.com/tecnosfera/tutoriales-tecnologia/cual-es-la-edad-ideal-para-darle-un-smartphone-a-un-menor.
- [12] Marticorena, A., *Comunicación corporativa: El blog también existe*, Reporte digital, (2014, 26, marzo).

Predicción del rendimiento académico de los estudiantes de física a través de las redes bayesianas en la unidad de cantidad de movimiento lineal



**Miguel E. López Balanzátegui, Jorge Flores Herrera,
Bolívar Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde**

Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador.

E-mail: mblopez@espol.edu.ec

Resumen

En este trabajo se presenta una investigación de probabilidades estadísticas con Redes Bayesianas, basándonos en los resultados de las evaluaciones realizadas a estudiantes de física de una universidad ecuatoriana, con lo que se pudo inferir resultados futuros del desempeño de los estudiantes y la relación de los conocimientos teóricos con la resolución de problemas en la materia de física. Se realizó el cálculo de las probabilidades *a priori*, *a posteriori* e inferencias con fórmulas y con el software para Redes Bayesianas llamado “ELVIRA”, el cual se encuentra disponible en la web. Adicionalmente se presentaron los gráficos de las Redes Bayesianas y sus probabilidades generadas por el programa.

Palabras claves: Redes Bayesianas, Probabilidades *a priori* y *a posteriori*, Inferencias.

Abstract

This paper presents an investigation of probability statistics with Bayesian Networks, based on the results of assessments made on physics students of a Ecuadorian university, with what could be infer results future performance of the students and the relationship of the theoretical knowledge with the resolution of problems in the field of physics. It performs the calculation of probabilities *a priori*, *a posteriori* and inferences with formulas and with the software for Bayesian Networks called “ELVIRA” which is available on the web. Additionally graphics Bayesian Networks and their probabilities generated by the program are presented.

Keywords: Bayesian networks, Prior and posterior probabilities, Inferences.

PACS: 01.40.gb, 02.70.Rr, 07.05.Mh

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La educación en nuestro país presenta algunos problemas a nivel de instrucción secundaria y superior, en lo que respecta a los conocimientos iniciales que se van concatenando a los conocimientos posteriores.

La Física es una ciencia de carácter jerárquico, en donde los estudiantes necesitan ir formando los conocimientos progresivamente, y los maestros necesitan que sus alumnos dominen un tema para poder impartir uno nuevo, teniendo en cuenta los conceptos previos; pero no siempre entienden la teoría, y hay falta de estrategias en la resolución de problemas.

Estos conocimientos concatenados son los que nos permitieron inferir resultados del rendimiento de los estudiantes, utilizando la probabilidad estadística de Bayes.

Este trabajo está dirigido a los maestros de nuestro país o de cualquier lugar del mundo, en donde las condiciones y las realidades en temas de la educación, impliquen adquirir información sobre la jerarquía de los conocimientos y el

uso de las probabilidades de Bayes. Estos resultados pueden ser utilizados para retroalimentación de los maestros y para mejorar el desempeño en forma individual y grupal de los estudiantes.

En los casos de evaluación convencional los maestros realizan inferencias sobre el rendimiento de todo un curso.

Este problema podría solucionarse a través de la aplicación de las Redes Bayesianas, que permiten analizar a los estudiantes en forma individual e inferir acerca de grupos de individuos. [1]

Russell Almond y Valeria Shute (2008), en su trabajo Bayesian Networks: A teacher's view, describen:

“Los profesores estiman competencias basados en Redes Bayesianas a una clase llena de estudiantes, que se enfrentan a un problema diferente, de un tutor mirando a un estudiante a la vez. Afortunadamente, estimaciones de competencias individuales pueden ser agregadas en el aula y otras estimaciones de grupo a través de sumas y promedios”.

II. MARCO TEÓRICO

A. Inteligencia Artificial

La Inteligencia Artificial ha sido muy importante como fuente inagotable de técnicas, métodos, modelos y algoritmos, tanto para el análisis de datos, como para el modelado y simulación de sistemas. Técnicas tales como redes neuronales artificiales, algoritmos evolutivos, autómatas celulares, Redes Bayesianas y modelos ocultos de Markov, resultan ser enfoques ideales para dominios que se caracterizan por una explosión de datos y muy poca teoría, como es el caso de las Redes Bayesianas [2].

La estructura de una Red Bayesiana puede resultar ser un problema de optimización combinatoria, ya que consiste en encontrar la mejor red de todas las posibles, en un espacio en el que intervienen N atributos para identificar los objetos del dominio de aplicación.

B. Redes Bayesianas

El origen del concepto de la obtención de probabilidades “*a posteriori*” con información limitada se le atribuye al reverendo Thomas Bayes (1702-1761). Él estudió el problema de la determinación de la probabilidad de las causas a través de los efectos observados.

Actualmente, con base en su obra, “*Essay towards solving a problem in the Doctrine of Chances*”, en el que trataba el problema de las causas a través de los efectos observados, y donde se enuncia el Teorema que lleva su nombre. El trabajo fue entregado a la Royal Society por Richard Price, y es la base de la inferencia bayesiana.

La fórmula básica para la probabilidad condicional en circunstancias de dependencia se conoce como Teorema de Bayes.

$$P(B/A) = P(A/B) \cdot P(B) / P(A)$$

El Teorema de Bayes ofrece un método estadístico poderoso para evaluar nueva información, y revisar nuestras anteriores estimaciones de la probabilidad de que las cosas se encuentran en un estado o en otro [3].

Antes de presentar formalmente la teoría matemática de las redes bayesianas, explicaremos mediante un ejemplo sencillo el significado intuitivo de los conceptos que después introduciremos.

En una red bayesiana, cada nodo corresponde a una variable, que a su vez representa una entidad del mundo real.

Por tanto, de aquí en adelante hablaremos indistintamente de nodos y variables, y los denotaremos con letras mayúsculas, como X . Utilizaremos la misma letra en minúscula, x , para referirnos a un valor cualquiera de la variable X . Los arcos que unen los nodos indican relaciones de influencia causal.

Una Red Bayesiana está compuesta de variables independientes, y variables dependientes, las independientes representan a los nodos que son “padres” y las dependientes representan a los nodos que son “hijos”.



FIGURA 1. Red bayesiana

Es decir, el nodo con la variable X , es el padre, y el nodo con la variable Y , es el hijo.

Ejemplo 1. La red bayesiana más simple [4].

La red bayesiana no trivial más simple que podemos imaginar consta de dos variables, que llamaremos X e $Y1$, y un arco desde la primera hasta la segunda.



FIGURA 2. Red Bayesiana simple

Para concretar el ejemplo, supongamos que X representa el sida e $Y1$ representa el test de Elisa, que es la prueba más habitual para detectar la presencia de dicha enfermedad.

Cuando X sea una variable binaria, denotaremos por $+x$ la presencia de aquello a lo que representa, y por $-x$ a su ausencia.

Así, por ejemplo en este caso, $+x$ significara “el paciente tiene sida”, y $-x$ “el paciente no tiene sida”; $+y1$ significará un resultado positivo del test de Elisa, y $-y1$ un resultado negativo.

La información cuantitativa de una red bayesiana viene dada por:

- La probabilidad *a priori* de los nodos que no tienen padres.
- La probabilidad condicionada de los nodos con padres.

Por tanto, en nuestro ejemplo, los datos que debemos conocer son $P(x)$ y $P(y1/x)$.

Así, la red bayesiana completa sería:



FIGURA 3. Red bayesiana completa (con probabilidades).

$$P(+x) = 0.005.$$

$$P(+y1/+x) = 0.985.$$

$$P(+y1/-x) = 0.0009.$$

Veamos qué significado tienen en este caso estos valores:

- $P(+x) = 0.005$ indica que, *a priori*, un 0.5% de la población padece de sida. En medicina, esto se conoce como prevalencia de la enfermedad.
- $P(+y1/+x) = 0.985$ indica que cuando hay sida, el test de Elisa da positivo en el 98.5% de los casos. Esto se conoce como sensibilidad del test.

- $P(+y1/-x) = 0.0009$ indica que, cuando no hay sida, el test de Elisa da positivo en el 0.09% de los casos, y negativo en el 99.91%. A esta segunda probabilidad se la llama especificidad del test.

Alternativamente, se habla también de las tasas de falsos positivos (probabilidad de que el test dé positivo aunque la persona no está enferma) y tasas de falsos negativos (probabilidad de test negativo cuando la persona está enferma).

Conociendo estos datos, podemos calcular:

a) La probabilidad *a priori* de $Y1$:

$$P(+y1) = P(+y1/+x) P(+x) + P(+y1/-x) P(-x) = 0.00582.$$

$$P(-y1) = P(-y1/+x) P(+x) + P(-y1/-x) P(-x) = 0.99423.$$

b) Las probabilidades *a posteriori* dada una evidencia observada, e , es: $P^*(x) = P(x/e)$.

Supongamos que el test de Elisa ha dado positivo. ¿Qué probabilidad hay ahora de que la persona padezca la enfermedad? Si la prueba tuviese fiabilidad absoluta, esta probabilidad sería del 100%. Pero, como existe la posibilidad de que haya habido un falso positivo, buscamos $P^*(+x) = P(+x/+y1)$. Para calcularla, podemos aplicar el teorema de Bayes:

$$P^*(+x) = P(+x/+y1) =$$

$$\frac{P(+x) P(+y1/+x)}{P(+y1)} =$$

$$\frac{(0.005)(0.985)}{0.00582} = 0.8462.$$

Es decir, de acuerdo con el resultado de la prueba, hay un 84,62% de probabilidad de que el paciente tenga sida.

De la misma forma, podríamos calcular $P(-x)$:

$$P^*(-x) = P(-x/+y1) =$$

$$\frac{P(-x) P(+y1/-x)}{P(+y1)} = 0.1539.$$

Que, por supuesto, es la probabilidad complementaria.

La expresión general del Teorema de Bayes que hemos utilizado es:

$$P^*(x) = P(x/y) = \frac{P(x) P(y/x)}{P(y)}.$$

C. Definición formal de red bayesiana

Antes de definir formalmente las redes bayesianas, vamos a definir algunos conceptos de teoría de grafos y teoría de la probabilidad:

D. Definiciones previas

1. **Arco.** Es un par ordenado (X, Y) . Esta definición de arco corresponde a lo que en otros lugares se denomina arco dirigido. En la representación gráfica, un arco (X, Y) viene dado por una flecha desde X hasta Y .



FIGURA 4. Arco dirigido (flecha).

2. **Grafo dirigido.** Es un par $G = (N, A)$ donde N es un conjunto de nodos y un conjunto de arcos definidos sobre los nodos.

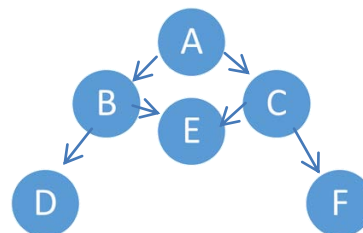


FIGURA 5. Grafo dirigido.

3. **Camino dirigido.** Es una secuencia ordenada de nodos.



FIGURA 6. Camino dirigido.

4. **Ciclo:** es un camino no dirigido que empieza y termina en el mismo nodo X .

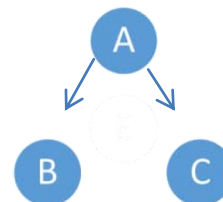


FIGURA 7. Ciclo.

5. **Grafo acíclico:** es un grafo que no contiene ciclos.

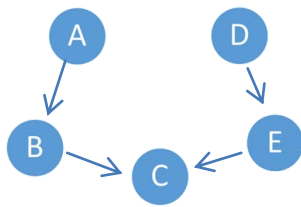


FIGURA 8. Gráfico acíclico.

6. **Padre:** X es un padre de Y si y sólo si existe un arco $X \rightarrow Y$. Se dice también que Y es hijo de X .

Dos variables X e Y son independientes, si se tiene que $P(X/Y) = P(X)$. De esta definición, se tiene una caracterización de la independencia, que se puede utilizar como definición alternativa: X e Y son independientes sí y sólo sí: $P(X, Y) = P(X)P(Y)$.

E. Aplicación de las redes bayesianas en la educación

Las redes bayesianas representan explícitamente nuestro conocimiento sobre los elementos en el sistema y las relaciones que existen entre ellos. Estas relaciones operan propagando conocimiento a través de la red una vez que se tiene evidencia sobre alguno de los objetos o eventos del sistema.

De esta manera, se pueden “aprender” las probabilidades de todos los elementos de la red a partir del conocimiento de algunos de ellos y de las relaciones condicionales entre ellos.

Por tal razón se pueden aplicar en la educación porque infiere resultados futuros, útiles para que el maestro tenga la ubicación del estudiante dependiendo del rendimiento de cada uno de ellos.

F. Cantidad de movimiento lineal

La cantidad de movimiento, momento lineal, ímpetu o momentum, es una magnitud física fundamental de tipo vectorial que describe el movimiento de un cuerpo.

En mecánica clásica la cantidad de movimiento se define como el producto de la masa del cuerpo y su velocidad en un instante determinado.

$$\vec{P} = m\vec{V}.$$

Donde $\vec{P}$ es el símbolo con que se representa la cantidad de movimiento. $\vec{P}$ es un vector que apunta en la misma dirección que $\vec{V}$.

Una experiencia común indica que, todo cuerpo con masa posee inercia, propiedad que representa la oposición que ofrece dicho cuerpo a que le cambien su estado de movimiento.

A mayor masa más oposición a detenerlo, así como a mayor rapidez es más difícil cambiar su cantidad de movimiento.

G. Variación en la cantidad de movimiento

Cuando ocurre un cambio en la masa y/o en la velocidad, existirá un cambio en la cantidad de movimiento del cuerpo considerado.

Si la masa permanece constante, pero la velocidad del cuerpo cambia, se tendrá que:

$$\vec{P}_1 = m\vec{V}_1, \text{ en el primer instante de tiempo.}$$

$$\vec{P}_2 = m\vec{V}_2, \text{ en el segundo instante de tiempo.}$$

La variación de la cantidad de movimiento será:

$$\vec{P}_2 - \vec{P}_1 = m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1 \Rightarrow \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1).$$

Luego,

$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{V}.$$

H. Conservación de la cantidad de movimiento

Para deducir el enunciado de este principio, se parte de la Tercera Ley de Newton (ley de acción y reacción).

Considere dos esferas de masa m_1 y m_2 , las cuales se hayan dotadas inicialmente, de velocidades, y al chocar las velocidades serán diferentes.

Como las esferas están en contacto mutuo durante un intervalo de tiempo muy pequeño, el impulso inicial debe ser igual y opuesto al impulso final, escribiéndose:

$$\vec{F}_1\Delta t = -\vec{F}_2\Delta t. \quad (1)$$

Por otra parte

$$\vec{F}_1\Delta t = m_1(\vec{V}'_1 - \vec{V}_1); -\vec{F}_2\Delta t = -m_2(\vec{V}'_2 - \vec{V}_2). \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) se tiene que:

$$m_1(\vec{V}'_1 - \vec{V}_1) = -m_2(\vec{V}'_2 - \vec{V}_2).$$

Aplicando la propiedad distributiva se tiene que:

$$m_1\vec{V}'_1 - m_1\vec{V}_1 = -m_2\vec{V}'_2 + m_2\vec{V}_2;$$

trasponiendo términos se obtiene:

$$m_1\vec{V}'_1 + m_2\vec{V}'_2 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2,$$

$$\vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2.$$

El primer miembro de la ecuación representa la suma vectorial de las cantidades de movimiento después del choque, y el segundo miembro, representa la suma de las cantidades de movimiento antes del choque.

I. Rendimiento académico

El rendimiento escolar es parte esencial en todo acto didáctico, según Cortez Bohiga es:

“El nivel de conocimiento de un alumno medido en una prueba de evaluación”.

Y considera también que:

“En el rendimiento escolar intervienen además del nivel intelectual, variables de personalidad (extroversión, introversión, ansiedad...) y motivacionales, cuya relación con el rendimiento escolar no siempre es lineal, sino que esta modulada por factores como nivel de escolaridad, sexo, aptitud” [4].

La combinación del rendimiento con los resultados de las evaluaciones, permite o proporciona índices de fiabilidad; siendo ésta a su vez, una aproximación al verdadero desempeño académico. Es decir, que estos indicadores son fundamentales, ya que proporcionan un control en las diferentes entidades de educación. Además, permiten tomar decisiones en la planificación educativa y en las políticas a aplicarse.

García-Valcárcel, (2007) describe:

“La tendencia para medir el rendimiento académico es hacerlo desde un punto de vista práctico, que vincule el éxito o el fracaso con resultados inmediatos, es decir, con las calificaciones de los alumnos en un determinado tiempo” [5].

J. Software “ELVIRA”

El software “ELVIRA” nace como un proyecto, cuyo principal objetivo era la construcción de un entorno que sirviera por un lado, para la investigación de nuevos métodos y algoritmos de razonamiento probabilístico, y por otro, para la implementación de sistemas expertos bayesianos.

El programa resultante se llamó Elvira, tomando el antiguo nombre de la ciudad de Granada, a cuya Universidad están vinculados la mayor parte de los investigadores del proyecto.

Este programa cuenta con un formato propio para la codificación de los modelos, un lector-intérprete para los modelos codificados, una interfaz gráfica para la construcción de redes, con opciones específicas para modelos canónicos (puertas OR, AND, MAX, etc.), algoritmos exactos y aproximados de razonamiento tanto para variables discretas como continuas, métodos de explicación del razonamiento, algoritmos de toma de decisiones, aprendizaje de modelos a partir de bases de datos, fusión de redes, etc.

Elvira está escrito y compilado en Java, lo cual permite que pueda funcionar en diferentes plataformas y sistemas operativos (Linux, MS-DOS/Windows, Solaris, etc.).

III. MÉTODO

Esta investigación se fundamenta y diseña en un modelo de intervención en Enseñanza de las Ciencias e Investigación

Educativa, con un enfoque constructivista, para su aplicación en Educación Superior. El área temática a trabajar en este estudio se centra en problemas referentes a Enseñanza de la Física, Estadística e Investigación.

El trabajo de investigación se desarrolla a través de una metodología cualitativa y cuantitativa, en especial para predecir el rendimiento académico de los estudiantes.

La metodología es de tipo correlacional, es decir en la relación entre los resultados de aprendizaje basados en pruebas, y su efecto en el rendimiento académico de los estudiantes. Se efectúan pruebas para predecir el rendimiento académico de los alumnos, y basado en estos resultados aplicar la técnica de las redes bayesianas idónea para determinar el desempeño académico futuro de ellos.

Chain (2003) aporta una metodología, utilizando el análisis de la información obtenida en el proceso de ingreso y trayectoria académica de los estudiantes [6], por medio de la utilización de redes bayesianas, estimando cuantitativamente las relaciones existentes entre las variables estudiadas.

A. Sujetos

Participaron en este estudio 27 estudiantes de una institución de educación superior ecuatoriana, que cursan el primer año de ingenierías en informática, en la materia de Física; en donde se los evaluó mediante pruebas conceptuales y resolución de problemas en la unidad Cantidad De Movimiento Lineal, para poder inferir los resultados futuros de los estudiantes.

B. Tareas instruccionales y materiales

La tarea instruccional utilizada en este estudio fue, la unidad Cantidad de Movimiento Lineal. Para esto, se dispuso de doce horas de clases, en el dictado de la materia por parte del profesor, y dos horas asignadas a dos evaluaciones. Las dos evaluaciones se tomaron a medida que el profesor iba desarrollando el contenido de la materia. Estas evaluaciones estuvieron basadas en cada uno de los objetivos y, de acuerdo al desempeño, se infirió el éxito o fracaso de los estudiantes.

IV. RESULTADOS

Se realizó una tabulación de los datos de todos los alumnos en una hoja de Excel con los resultados de la primera y segunda evaluación.

Éstas se encuentran separadas por: la nota de las preguntas conceptuales, la nota de los problemas resueltos, la nota total, actividades adicionales del profesor, la nota final de la materia y el resultado de aprobación o reprobación de la materia.

Cabe señalar que, todos estos datos fueron procesados al final de la investigación, para poder inferir en forma futura el resultado de las evaluaciones, relacionando estos con la probabilidad de que el estudiante apruebe o no la materia.

Se utilizaron distintos colores en la hoja de Excel, para representar y evaluar los distintos casos y probabilidades condicionales.

FIGURA 1. Hoja de Excel para la tabulación y evaluación de los datos.

Se tomaron algunas consideraciones para el análisis de los datos, y para poder trabajar con resultados binarios. Es decir, en las evaluaciones el estudiante contesta o no contesta las preguntas conceptuales, y el estudiante resuelve o no resuelve los problemas. Para esto se consideró que, el estudiante no sabe ni contesta las preguntas conceptuales si saca 4 (o menos) sobre 10 puntos; y que el estudiante si sabe resolver problemas si su nota es de 6 (o más) sobre 10 puntos.

Además, para la formación de algunas redes se tomaron consideraciones como: la de los resultados *excelente*, *bueno* y *malo*, los que se analizaron y se relacionaron con la posibilidad de que el estudiante apruebe o no apruebe la materia. En la Tabla I se dan los rangos para la formación de los grupos.

TABLA I. Formación de grupos por rango de notas.

NOTAS	RANGO
Excelente	8 - 10
Bueno	6 - 7.9
Malo	0 - 5.9

Se denominó *G*, a las notas de la primera evaluación y *H* a las notas de la segunda evaluación. Tomando en cuenta los rangos indicados en la Tabla I, se obtuvo la siguiente clasificación:

TABLA II. Formación de grupos por notas en evaluaciones 1 y 2.

ALUMNOS	GRUPOS	EV-1 G	EV-2 H
Nota alta		9	2
Nota media		8	11
Nota baja		10	14

Se analizaron ocho redes bayesianas en total, cada una buscando la posibilidad de que sea útil a la hora de inferir resultados con ella. Es así que, en la formación de éstas veremos que unas son más importantes que otras, y dan mejores resultados y aseguran que la inferencia sea más confiable. A continuación detallaremos las redes formadas:

A. Red bayesiana 1

Esta red nace de los resultados de la primera evaluación, utilizando dos variables, una dependiente (resolver problemas) “P1” y la otra independiente (preguntas conceptuales) “C1”.

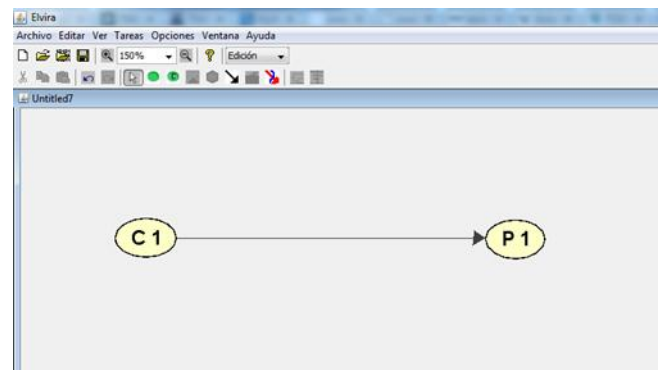


FIGURA 2. Red bayesiana 1-primer evaluación.

- La probabilidad de contestar bien las preguntas conceptuales es: $P(+c) = 0,58$.
- La probabilidad condicional de resolver bien los problemas, habiendo contestado bien las preguntas conceptuales es: $P(+p/+c) = 0,72$.
- Y la probabilidad condicional de resolver bien los problemas, habiendo contestado mal las preguntas conceptuales es: $P(+p/-c) = 0,55$.

Todos estos datos fueron sacados de los resultados de las evaluaciones en la hoja de Excel de la Figura 1. Y tomando en cuenta las condiciones explicadas anteriormente, de que salir mal en las preguntas conceptuales significaba sacar 4 (o menos), y salir bien en la resolución de problemas significaba sacar de 6 (o más).

Con estos datos podemos calcular:

- ¿Cuál es la probabilidad *a priori* de que un alumno cualquiera resuelva correctamente los problemas P (+p)?

$$P(+p) = P(+p/+c)P(+p) + P(+p/-c)P(-c)$$

$$P^*(c) = P(+c/-p) =$$

$$P(+p) = (0,72)(0,58) + (0,55)(0,42)$$

$$\frac{P(+c)P(-p/+c)}{P(-p)} = \frac{(0,65)(0,28)}{(0,35)}$$

$$P(+p) = 0,4176 + 0,231$$

$$P(+c/-p) = 0,52$$

$$P(+p) = 0,6486; P(+p) = 0,65$$

La probabilidad de que un alumno resuelva bien los problemas es del 65%.

La probabilidad de que no lo resuelva:

$$P(-p) = P(-p/+c)P(+p) + P(-p/-c)P(-c)$$

$$P(+p) = (0,28)(0,58) + (0,45)(0,42)$$

$$P(-c) = 0,3514$$

b) La probabilidad *a posteriori* dada una evidencia observada “e”.

$P^*(c) = P(c/e)$; suponer que la evidencia observada es que cierto alumno ha resuelto correctamente los problemas.

¿Qué probabilidad hay ahora de que conozca las preguntas conceptuales C?

$$P^*(c) = P(+c/+p) =$$

$$\frac{P(+c)P(+p/+c)}{P(+p)} =$$

$$\frac{(0,58)(0,72)}{(0,65)} =$$

$$P(+c/+p) = 0,642$$

Y calculando ahora la probabilidad de que el alumno haya resuelto bien el problema y no conozca las preguntas conceptuales sería:

$$P^*(-c) = P(-c/+p) = 0,358$$

Que como vemos sería la probabilidad complementaria a la anterior.

Ahora vamos a suponer de que la evidencia encontrada es que el alumno no resuelve los problemas, ¿qué probabilidad hay de que conozca las preguntas conceptuales, habiendo resuelto mal los problemas?

Y la probabilidad complementaria sería:

$$P^*(-c) = P(-c/-p) = 0,48$$

Que corresponde a una probabilidad de que un alumno no conozca las preguntas conceptuales habiendo resuelto mal los problemas.

Con el software “ELVIRA” ponemos los mismos datos de probabilidad de la variable sin padre, y las probabilidades condicionales de las variables con padres, $P(+c) = 0,58$,

$P(+p/+c) = 0,72$ y $P(+p/-c) = 0,55$. Y obtenemos los gráficos de las redes bayesianas con los mismos resultados calculados en el problema anterior de la red bayesiana 1 (RB 1).

A continuación mostramos los gráficos que nos genera el programa con los resultados de las probabilidades.

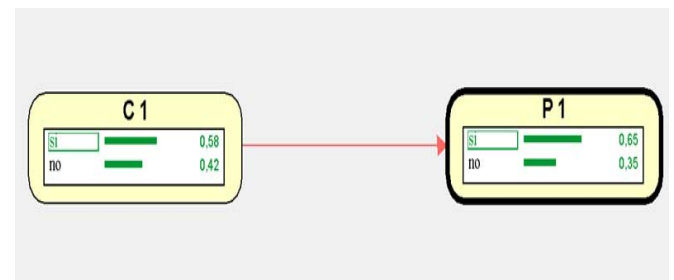


FIGURA 3. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 1, calculado por programa ELVIRA.

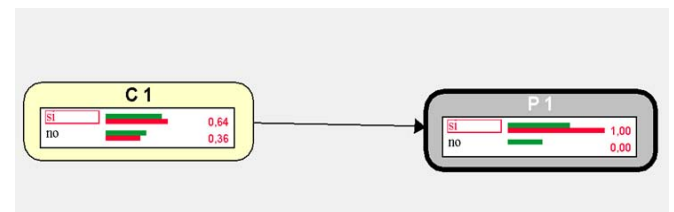


FIGURA 4. Probabilidad *a posteriori* de red bayesiana 1.

Tal como se puede observar, existe concordancia entre los resultados obtenidos por las ecuaciones de Bayes, y los obtenidos en el programa “ELVIRA”.

B. Red Bayesiana 2

Esta red nace de los resultados de la segunda evaluación, utilizando dos variables: una dependiente (resolución de

problemas “P2” y la otra independiente (preguntas conceptuales) “C2”.

Utilizando el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente red bayesiana y sus probabilidades:



FIGURA 5. Red bayesiana 2 – segunda evaluación. Luego se obtuvo con el programa la probabilidad *a priori*:

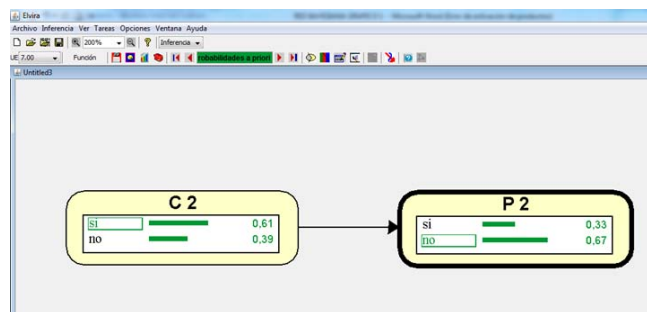


FIGURA 6. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 2.

Luego el programa calcula la probabilidad *a posteriori* obteniendo:

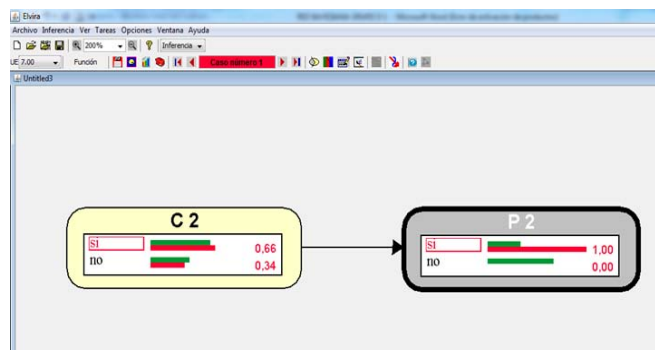


FIGURA 7. Probabilidad *a posteriori* – segunda evaluación.

Tenemos como resultados de esta red:

$P(+p2) = 0,33$, que sería la probabilidad *a priori*, que indica la probabilidad de resolver correctamente los problemas de la segunda evaluación.

Y $p(+c2/+p2) = 0,66$, que sería la probabilidad *a posteriori*.

$P^*(c) = P(c/e)$; que supone la probabilidad que conozca C2 (preguntas conceptuales), habiendo la evidencia observada de que, cierto alumno haya resuelto correctamente los problemas de la evaluación 2.

C. Red bayesiana 3

En esta red, ampliamos el modelo de las dos redes anteriores, aquí identificamos la relación de los dos resultados de las evaluaciones, con la posibilidad de aprobar o reprobar la materia.

Utilizando el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente red bayesiana y sus probabilidades.

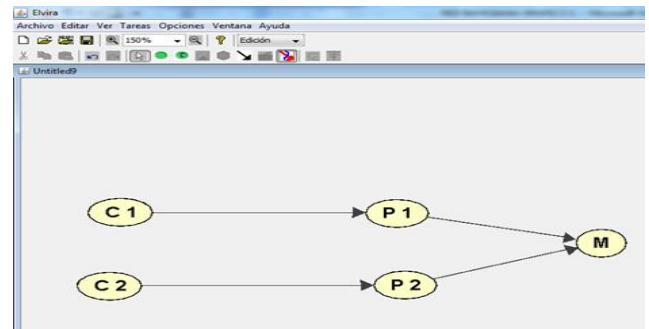


FIGURA 8. Red bayesiana 3.

Luego, se calculó en el programa la probabilidad *a priori*:

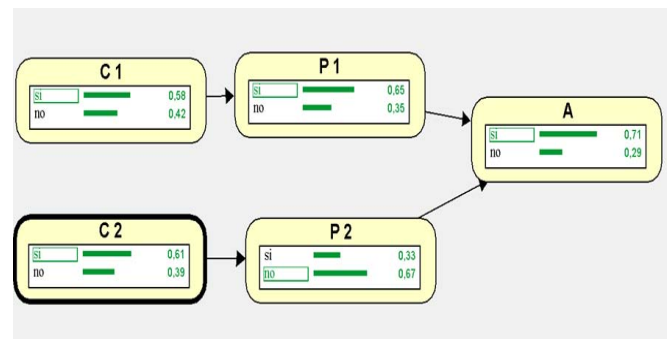


FIGURA 9. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 3.

Luego, el programa calcula la probabilidad *a posteriori* obteniendo:

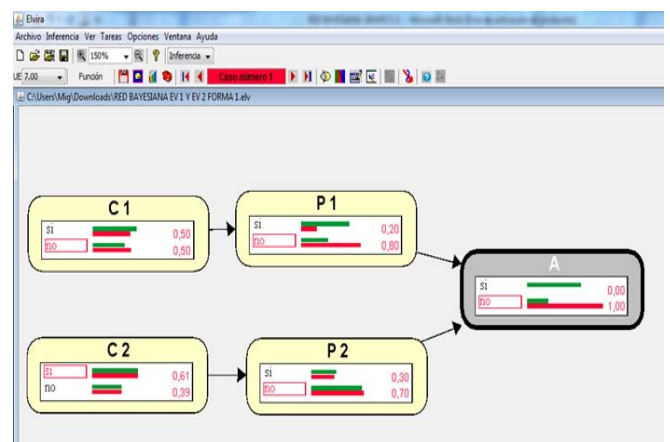


FIGURA 10. Probabilidad *a posteriori* – RB 3 – P(+a).

Luego se calculó en el programa la probabilidad *a priori*:

Tenemos como resultados de esta red:

- $P(+a) = 0,71$, que sería la probabilidad *a priori*, que indica la probabilidad de aprobar la materia con la combinación de las dos evaluaciones.
- $Y p(+c2/+a) = 0,61$ y $p(+c1/+a) = 0,58$, que sería la probabilidad *a posteriori*, $P^*(c) = P(c/e)$; que supone la probabilidad que conozca C1 y C2, habiendo la evidencia observada de que cierto alumno haya aprobado la materia.

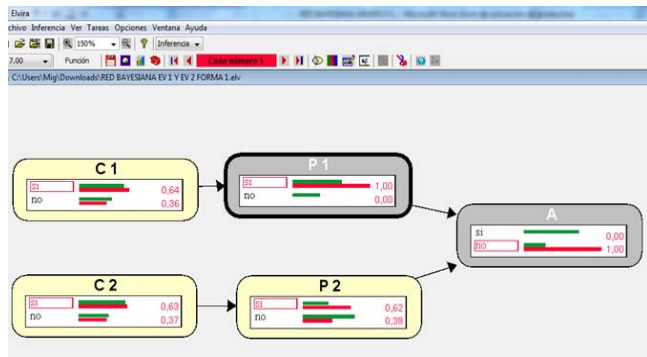


FIGURA 11. Probabilidad *a posteriori* – RB 3 – $P(\neg a)$.

Y en la Figura 11, la probabilidad *a posteriori*, si la evidencia que el alumno reprobó la materia.

D. Red bayesiana 4

Es una relación donde se utiliza las dos evaluaciones y el resultado de que si aprueba o no la materia. La variable A significa que el alumno aprueba o no la materia.

De acuerdo a los cálculos, se obtuvo la probabilidad *a priori* y posteriori, de todas las variables, y la probabilidad *a posteriori* de la variable A en este caso, se toma una evidencia futura de que un alumno apruebe o repruebe la materia y se analiza relacionándola con las demás variables.

Utilizando el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente Red bayesiana y sus probabilidades.

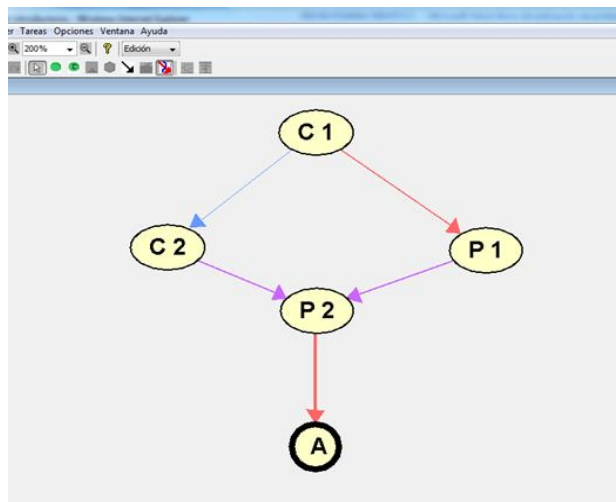


FIGURA 12. Red bayesiana 4.

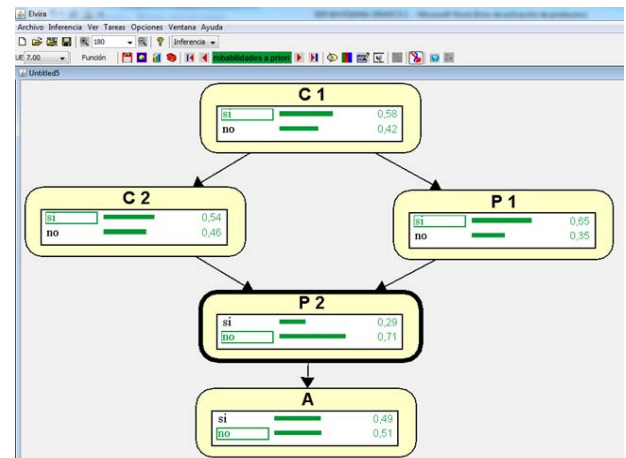


FIGURA 13. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 4.

Luego el programa calcula la probabilidad *a posteriori* obteniendo:

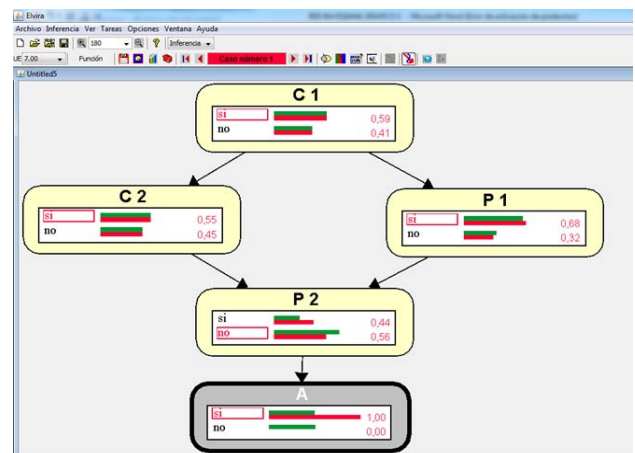


FIGURA 14. Probabilidad *a posteriori* – RB 4 – $P(+a)$.

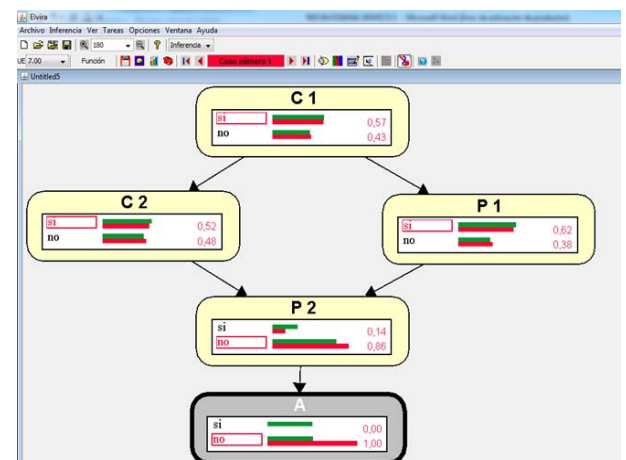


FIGURA 15. Probabilidad *a posteriori* – RB 4 – $P(\neg a)$.

Las probabilidades *a priori*:

- $P(+a) = 0,49$; es decir la probabilidad de que apruebe la materia el alumno con este arreglo de red es del 49 %
- $P(-a) = 0,51$; y la probabilidad de que no apruebe la materia es del 51%
- $P(+c2) = 0,54$; es decir que hay un 54% de probabilidad que realice las preguntas conceptuales de la evaluación 2
- $P(+p2) = 0,29$; es decir que hay un 29% de probabilidad que resuelva bien los problemas de la evaluación 2.
- $P(+p1) = 0,65$; es decir que hay un 65% de probabilidad que resuelva bien los problemas de la evaluación 1.

Las probabilidades *a posteriori*:

- $P(+p2/+a) = 0,44$; es decir la probabilidad de que un alumno resuelva bien los problemas de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.
- $P(+p1/+a) = 0,68$; es decir la probabilidad de que un alumno resuelva bien los problemas de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.
- $P(+c2/+a) = 0,55$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.
- $P(+c1/+a) = 0,59$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.

Si la evidencia es que el alumno no aprobó la materia tenemos las siguientes probabilidades:

- $P(+p2/\neg a) = 0,14$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien los problemas de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.
- $P(+p1/\neg a) = 0,62$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien los problemas de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.
- $P(+c2/\neg a) = 0,52$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.
- $P(+c1/\neg a) = 0,57$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.

E. Red bayesiana 5

Es una red formada con las agrupaciones de los estudiantes de acuerdo a su desempeño de la primera evaluación y relacionadas con la variable del desempeño de la segunda evaluación, en este caso son las variables *G* y *H* respectivamente. Anteriormente se explicó la forma en que

se los agrupo a los estudiantes, por lo que cada variable tiene 3 posibilidades que son en el programa alto, medio y bajo, que significan agrupaciones con excelentes, buenas y malas calificaciones.

Resolviendo con el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente Red Bayesiana y sus probabilidades.

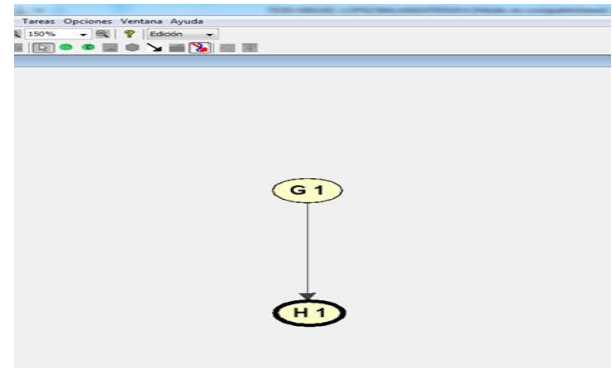


FIGURA 16. Red bayesiana 5.

Luego se calculó en el programa la probabilidad *a priori*:

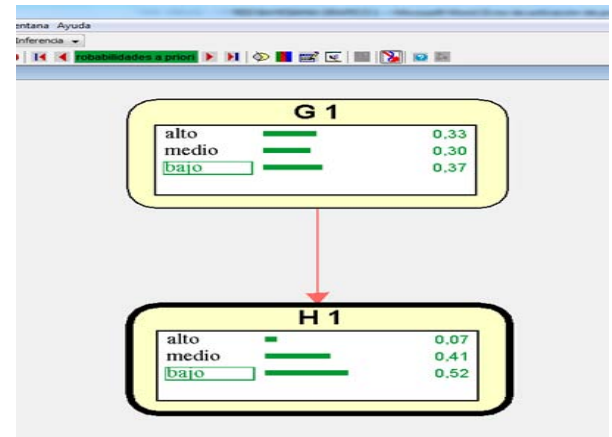


FIGURA 17. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 5.

Luego el programa calcula la probabilidad *a posteriori* obteniendo:

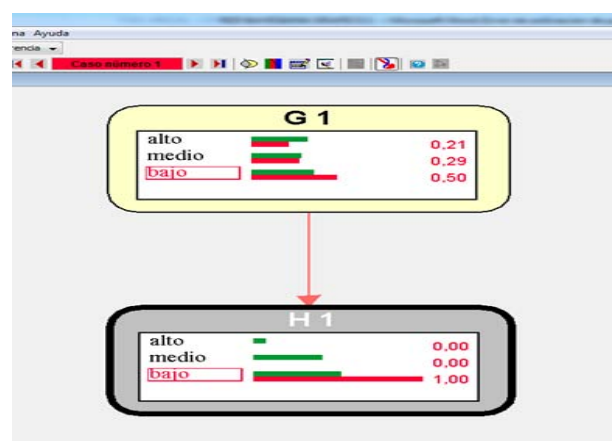
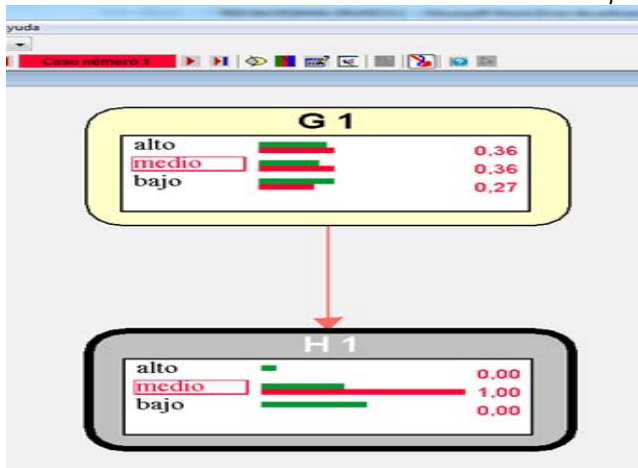
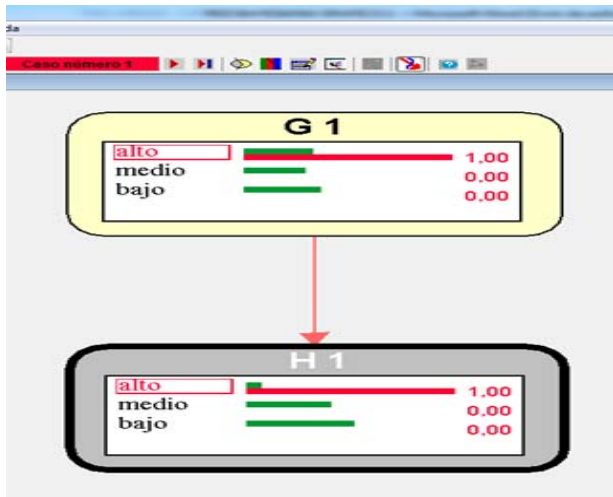


FIGURA 18. Probabilidad *a posteriori* – RB 5 – $P(+h1bajo)$.

FIGURA 19. Probabilidad *a posteriori* – RB – P (+h1 medio).FIGURA 20. Probabilidad *a posteriori* – RB 5 – P (+h1 alto).

Las probabilidades *a priori* del grupo H son:

- $P(+h1 \text{ alto}) = 0,07$
- $P(+h1 \text{ medio}) = 0,41$
- $P(+h1 \text{ bajo}) = 0,52$

Las probabilidades *a posteriori* son:

- $P(+g1 \text{ alto}/h1 \text{ bajo}) = 0,21$
- $P(+g1 \text{ medio}/h1 \text{ bajo}) = 0,29$
- $P(+g1 \text{ bajo}/h1 \text{ bajo}) = 0,50$
- $P(+g1 \text{ alto}/h1 \text{ medio}) = 0,36$
- $P(+g1 \text{ medio}/h1 \text{ medio}) = 0,36$
- $P(+g1 \text{ bajo}/h1 \text{ medio}) = 0,27$
- $P(+g1 \text{ alto}/h1 \text{ alto}) = 1$
- $P(+g1 \text{ medio}/h1 \text{ alto}) = 0$
- $P(+g1 \text{ bajo}/h1 \text{ alto}) = 0$

F. Red bayesiana 6

Red formada por los dos grupos de las evaluaciones y relacionadas con que el estudiante aprueba o no la materia.

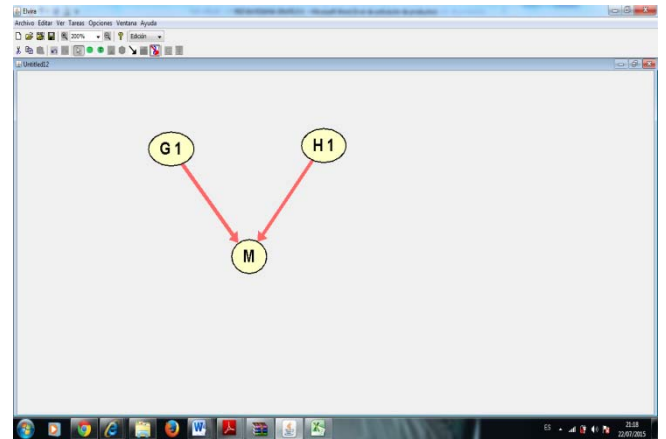
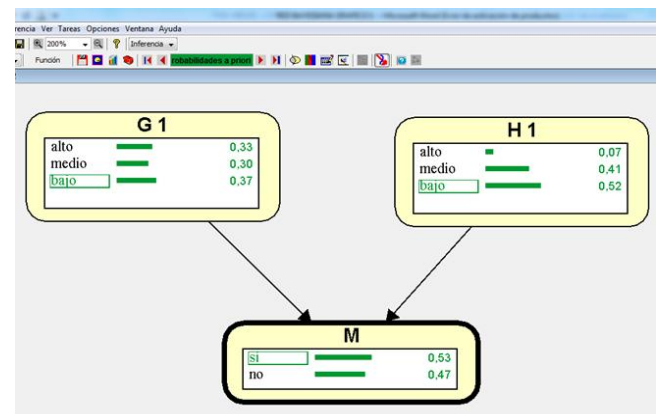


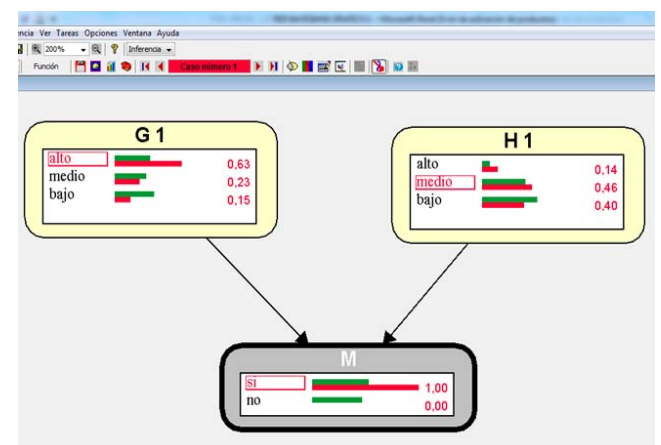
FIGURA 21. Red bayesiana 6.

Resolviendo con el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente red bayesiana y sus probabilidades.

Luego se calculó en el programa la probabilidad *a priori*:

FIGURA 22. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 6.

Luego el programa calcula la probabilidad *a posteriori* obteniendo:

FIGURA 23. Probabilidad *a posteriori* – RB 6 – P (+a).

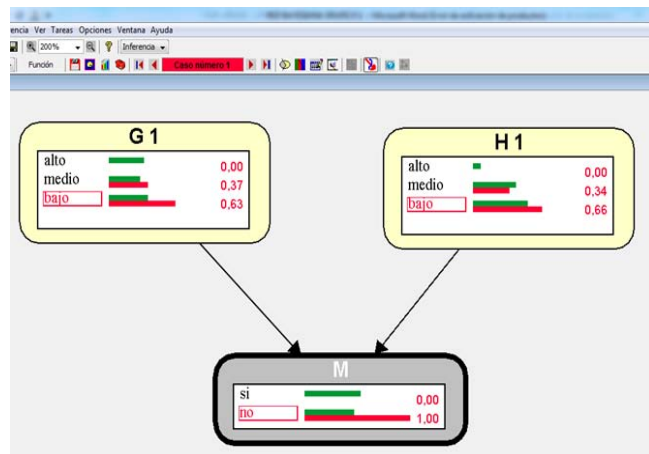


FIGURA 24. Probabilidad *a posteriori* – RB 6 – P ($\neg$ a).

Las probabilidades *a priori* son:

$P(+a) = 0,53$; es la probabilidad de que el estudiante apruebe la materia, tomando en cuenta el resultado de las notas en los dos grupos formados.

Las probabilidades *a posteriori* son:

- $P(+g1 \text{ alto}/+a) = 0,63$
- $P(+h1 \text{ alto}/+a) = 0,14$
- $P(+g1 \text{ alto}/\neg a) = 0$
- $P(+h1 \text{ alto}/\neg a) = 0$
- $P(+g1 \text{ medio}/+a) = 0,23$
- $P(+h1 \text{ medio}/+a) = 0,46$
- $P(+g1 \text{ medio}/\neg a) = 0,37$
- $P(+h1 \text{ medio}/\neg a) = 0,34$
- $P(+g1 \text{ bajo}/+a) = 0,15$
- $P(+h1 \text{ bajo}/+a) = 0,40$
- $P(+g1 \text{ bajo}/\neg a) = 0,63$
- $P(+h1 \text{ bajo}/\neg a) = 0,66$

G. Red bayesiana 7 y 8

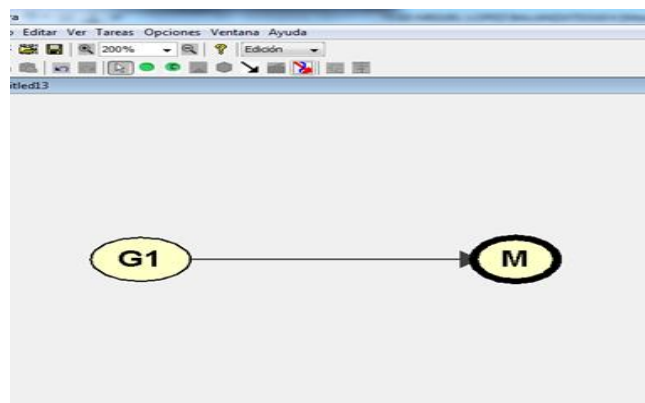


FIGURA 25. Red bayesiana 7.

Estas redes están formadas para relacionar los grupos G y H, que son los resultados de las evaluaciones 1 y 2

respectivamente, con el resultado final (variable M), si aprobó (+m) o si no aprobó ($\neg$ m) la materia; cabe indicar que se relacionarán con sus tres posibilidades de resultados, alto, medio y bajo.

En la Figura 25 puede observarse lo que con el programa “ELVIRA” se pudo calcular.

Las probabilidades *a priori*:

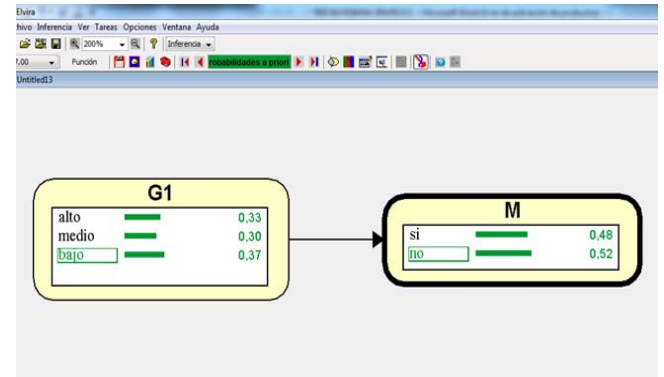


FIGURA 26. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 7.

Las probabilidades *a posteriori*:

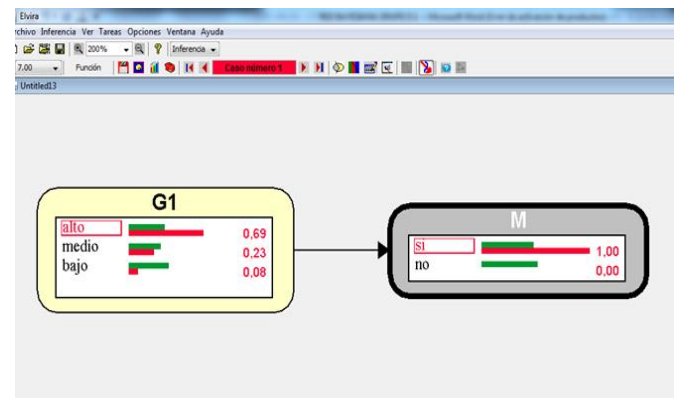


FIGURA 27. Probabilidad *a posteriori* – RB 7 – P (+m).

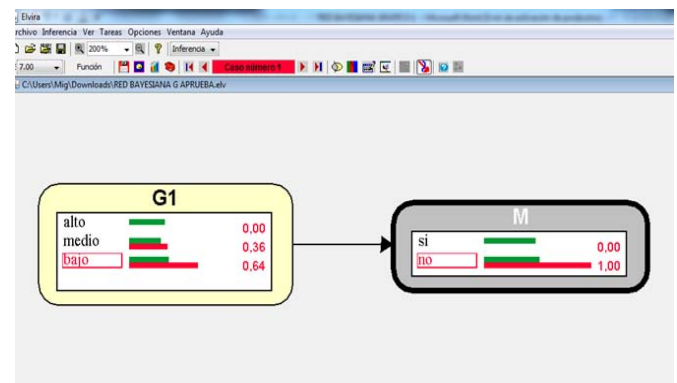


FIGURA 28. Probabilidad *a posteriori* – RB 7 – P ($\neg$ m).

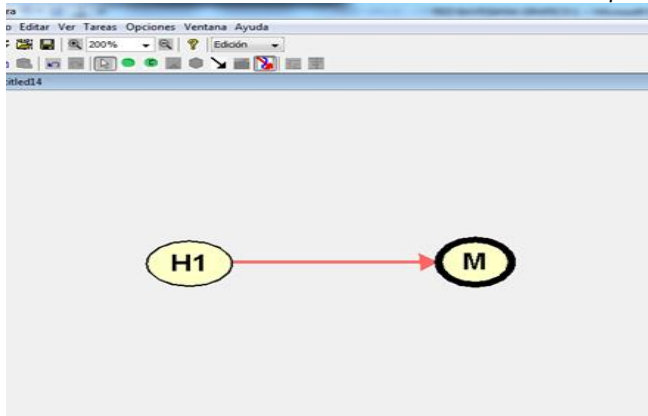


FIGURA 29. Red bayesiana 8.

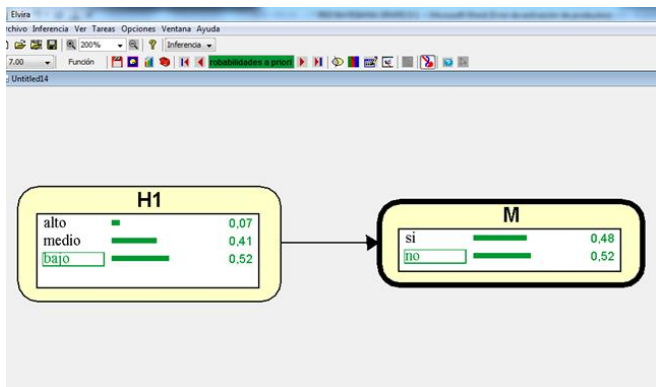
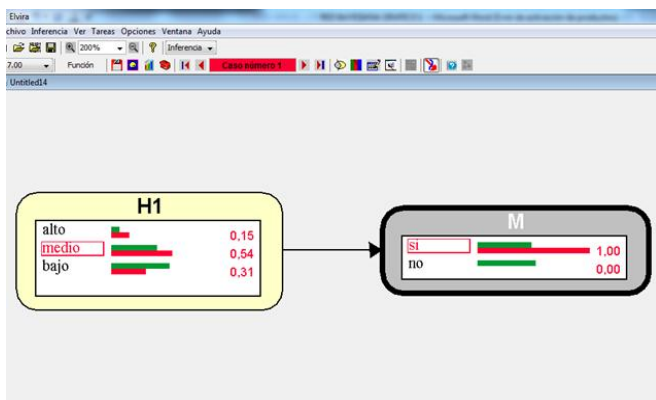
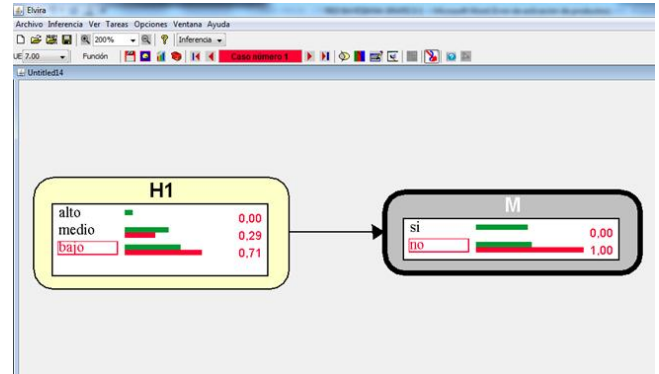
Las probabilidades *a priori*:

Con el grupo G (RB-7):

$P(+m) = 0,48$

Con el grupo H (RB-8):

$P(+m) = 0,48$

FIGURA 30. Probabilidad *a priori* de red bayesiana 8.FIGURA 31. Probabilidad *a posteriori* – RB 8 – $P(+m)$.FIGURA 32. Probabilidad *a posteriori* – RB 8 – $P(\neg m)$.

Probabilidades *a posteriori* (RB-7) y (RB-8):

$P(+g1 \text{ alto}/+m) = 0,69$

$P(+h1 \text{ alto}/+m) = 0,15$

$P(+g1 \text{ alto}/\neg m) = 0$

$P(+h1 \text{ alto}/\neg m) = 0$

$P(+g1 \text{ medio}/+m) = 0,23$

$P(+h1 \text{ medio}/+m) = 0,54$

$P(+g1 \text{ medio}/\neg m) = 0,36$

$P(+h1 \text{ medio}/\neg m) = 0,29$

$P(+g1 \text{ bajo}/+m) = 0,08$

$P(+h1 \text{ bajo}/+m) = 0,31$

$P(+g1 \text{ bajo}/\neg m) = 0,64$

$P(+h1 \text{ bajo}/\neg m) = 0,71$

V. CONCLUSIONES

En este trabajo, hemos realizado una metodología para poder analizar el rendimiento académico de los estudiantes de una forma muy sencilla, utilizando el software para redes Bayesianas “ELVIRA”, el cual está disponible para cualquier persona en la web.

Cabe indicar que, las ocho redes bayesianas diseñadas y analizadas pueden ser incrementadas y mejoradas, dependiendo de la cantidad de información o datos recopilados.

En la RB 4 se utilizan las variables de tal forma que, se relacionan los conocimientos concatenados entre las dos evaluaciones, siendo el resultado final, la aprobación o no de la materia.

Cabe demostrar que no es toda la información completa para relacionarla con el objetivo final, pero sí infiere con los resultados y se llega a algo muy cercano a la realidad, tal es así, que la probabilidad de aprobar la materia nos da el 49%, información muy cercana a la realidad final que fue del 48%.

En los resultados de esta red se observa que, si un alumno aprobó la materia, la probabilidad de conocer las preguntas conceptuales de la evaluación 2 y la evaluación 1 es respectivamente del 55% al 59%, y de resolver bien los problemas está entre el 44% y 68%.

Con los resultados anteriores queda claro que, el estudiante puede aprobar la materia con un promedio medio de conocimientos y habilidades en la resolución de

problemas. Que con un incremento en la dificultad de los problemas planteados se incrementa su influencia sobre el resultado final en el conocimiento de las preguntas conceptuales.

Se recomienda que de ser utilizado este trabajo, se lo realice en las primeras evaluaciones del año, de forma individual y colectiva para poder lograr el verdadero objetivo, que es mejorar el desempeño de sus alumnos. De esta manera, se les clasifica y se les agrupa para trabajar en pares o grupos, donde lidere alguien que haya podido demostrar un mejor desempeño, y sea capaz de transmitir sus conocimientos, y que sus resultados fueron más positivos que sus inferencias.

En lo que respecta a las redes diseñadas, sería mejor si se aplicaran tres evaluaciones, para tener datos más confiables y un verdadero comportamiento del aprovechamiento de los estudiantes.

En los resultados obtenidos en las dos primeras redes, demostramos que, en la materia de Física es muy importante conocer la teoría, para poder aplicarla en la resolución de problemas.

Las redes bayesianas son de gran utilidad para analizar datos aplicados a la educación y se convierten en una gran herramienta de ayuda para tomar decisiones acertadas que podrían mejorar el desempeño de los estudiantes, es necesario continuar con las investigaciones del tema, ya que tiene muchas aplicaciones y despierta el interés investigativo, a pesar de ser extenso. Se espera que este trabajo sea el comienzo de más investigaciones para un mayor aprendizaje.

REFERENCIAS

- [1] Almond, R. & Shute, V., *Bayesian networks: A teacher's view*, International Journal of Approximate Reasoning **50**, 450-460 (2008).
- [2] Marín, Á., *Sistemas expertos, redes bayesianas y sus aplicaciones*, Semana ESIDE, Facultad de Ingeniería de la Universidad de Deusto, Bilbao, España (2005).
- [3] Valenzuela-Rendón, M., *Redes bayesianas*, (Centro de Sistemas Inteligentes, Tecnológico de Monterrey, México, 2008).
- [4] Díez, F. J., *Introducción al razonamiento aproximado*, (Universidad Nacional de Educación a Distancia UNED, Madrid, 2005).
- [5] Cortez Bohigas, Ma. del Mar., *Diccionario de las Ciencias de La Educación*, (Mar de Plata, *ibídem*, 2008).
- [6] Tejedor, F. y García-Valcárcel, A., *Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuesta de mejora en el marco del EEES*, Revista de Educación **342**, 443-473 (2007).
- [7] Chain, R., Cruz Ramírez, N., Martínez Morales, M. y Jácome, N., *Examen de selección y probabilidades de éxito escolar en estudios superiores. Estudio en una universidad pública estatal mexicana*, Revista Electrónica de Investigación Educativa **5**, 99-116 (2003)
. <http://redie.uabc.mx/vol5no1/contenido-chain.html>.

Influencia de la estrategia de resolución de problemas en el rendimiento de los estudiantes de bachillerato, en el estudio de la unidad de campo eléctrico



**Daniel Enrique Gómez Alejandro, Bolívar Cirilo Flores Nicolalde,
Francisca Flores Nicolalde**

*Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas,
Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil,
Ecuador.*

E-mail: deagomez@espol.edu.ec

(Recibido el 30 de octubre de 2015, aceptado el 16 de febrero de 2016)

Resumen

Este documento describe cómo la estrategia de resolución de problemas es una actividad que, permite lograr mayor activación del pensamiento en los estudiantes, más interés en el tema de estudio y mejor desempeño en su participación en los talleres grupales, permitiendo así, un mejor desarrollo de sus habilidades intelectuales. En la resolución de problemas se atiende ejemplos por nivel de complejidad; desde los más sencillos hasta los más complejos, en donde es necesario contextualizar los problemas a su experiencia cotidiana, llevándolos al nivel transferencial. Se considera que, además de la tarea correspondiente, un factor primordial es la disposición de un número de problemas resueltos complementarios, para inducir en el estudiante la necesidad de revisar el material de apoyo, sin ser demasiado escaso o muy extenso, que lo vuelva cansado y monótono.

Palabras clave: Estrategia, Resolución de problemas, Activación del pensamiento, Habilidades intelectuales, Problemas resueltos.

Abstract

This document describes how the problem-solving strategy is an activity to achieve greater activation of thinking in students, more interest in the subject of study and perform better in their participation in-group workshops, thus allowing a better development thinking skills. In troubleshooting examples taken care by level of complexity; from the simplest to the most complex, where it is necessary to contextualize the problems to their everyday experience, leading to transference level. It is considered that, in addition to the corresponding task, a key factor is the willingness of a number of complementary problems solved, to induce in students the need to review the material support without being too small or too large, they become tired and monotonous.

Keywords: Strategy, Problem-solving, Activation of thinking, Thinking skills, Problems solved.

PACS: 01.40.gb, 01.40.Fk, 01.40.J

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Cuando los profesores de Física enseñan la unidad denominada Campo Eléctrico, observan en los estudiantes las dificultades que presentan en su aprendizaje, debido a una inexistente o inadecuada aplicación de una estrategia que sirva de tutoría o de soporte, para comprender de manera holística cada uno de los tópicos tratados; no solamente de forma cualitativa, sino también cuantitativa.

Por esta razón, se vuelve imprescindible la aplicación de técnicas y metodologías más apropiadas para lograr el interés del estudiante, y una mejor comprensión del tópico estudiado.

La resolución de problemas brinda esta posibilidad, y con ello, un mejor entendimiento del fenómeno físico.

Una de las causas del bajo rendimiento radica en que, no se aplica una estrategia de resolución de problemas de manera explícita, y que al realizarse de forma inadecuada, conduce a un bajo rendimiento en algunos estudiantes, lo que los lleva al fracaso estudiantil.

De acuerdo a estudios e investigaciones de expertos, como Polya [1, 2], Docktor [3] y Buteler [4], entre otros, se sugiere la aplicación de una estrategia de resolución de problemas, para obtener mejores resultados en el aprovechamiento de los estudiantes en la asignatura de Física.

Este estudio es relevante no sólo a nivel superior y en bachillerato, sino también desde la Educación Básica, en donde el niño debe aprender a razonar y a comenzar a desarrollar el pensamiento crítico con problemas matemáticos cotidianos.

En bachillerato, como parte de la preparación científica básica de la Enseñanza Media, la Física permite formar conocimientos, dar solidez teórico-práctica y explicar fenómenos físicos en situaciones concretas.

En instituciones de Educación Superior, la Enseñanza de la Física busca fortalecer en el estudiante los conocimientos científicos del mundo que lo rodea, aplicando modelos matemáticos para describir y simular el estado presente y futuro de las variables que describen un fenómeno, y herramientas tecnológicas para agilizar u optimizar la obtención y presentación de los resultados, permitiéndole así comprender y asimilar mejor los conceptos, leyes, teorías y principios relacionados a un fenómeno físico en particular.

Por esta razón, la resolución de problemas es una de las tareas que permite lograr mayor activación del pensamiento en los estudiantes. Se debe prestar especial atención a la resolución de problemas, desde ejemplos sencillos hasta los más complejos, haciendo énfasis en la contextualización de los problemas a su experiencia cotidiana.

Tradicionalmente, enseñar y aprender a resolver problemas se identifica con la aplicación de conceptos físicos y cálculos operativos, a determinadas cuestiones cuantitativas. Una de las causas del bajo nivel en la asimilación de conceptos radica en el hecho de que, después de familiarizar a los estudiantes con un concepto nuevo, se continúa con la resolución de problemas de carácter cuantitativo, dejando a un lado los problemas cualitativos, que profundizan, consolidan y fortalecen los conceptos, leyes y principios.

II. OBJETIVOS

A. Objetivo general

Determinar cómo influye la estrategia de resolución de problemas y la cantidad de problemas resueltos en el rendimiento académico estudiantil, mediante la aplicación de talleres de resolución de problemas y la disposición de problemas resueltos cuando estudian la unidad de Campo Eléctrico.

B. Objetivos específicos

- Formular procedimientos para aplicar la estrategia de resolución de problemas.
- Plantear estrategias de resolución de problemas.
- Plantear diferentes cantidades de problemas resueltos como material de apoyo.
- Formular el procedimiento para realizar trabajo cooperativo.
- Identificar beneficios y obstáculos para el rendimiento académico de los estudiantes.

III. FUNDAMENTO TEÓRICO

A. Resolución de problemas

La resolución de problemas es uno de los procesos más utilizados por los profesores de Física en su actividad docente, para impartir los conocimientos en esta tan fascinante asignatura. Pero al mismo tiempo, es uno de los mayores obstáculos que enfrentan los estudiantes durante el proceso de aprendizaje.

Si bien ha sido usada por mucho tiempo, no ha sido una técnica muy depurada en el desempeño docente, generando evaluaciones muy poco satisfactorias, y por lo tanto, un bajo rendimiento estudiantil.

De acuerdo a estudios e investigaciones de Polya [1], para entender una teoría se debe conocer cómo fue descubierta o cómo se derivaron sus resultados matemáticos, dando mayor énfasis al proceso de descubrimiento que al simple hecho de resolver ejercicios.

Para resolver problemas, Polya planteó un método de cuatro pasos:

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Mirar hacia atrás

Este método le plantea al estudiante una forma eficaz para la resolución de problemas matemáticos, sin embargo, es conveniente especificar que por el alto contenido matemático en el estudio de la Física, resulta también fundamental su aplicación en este campo.

Resolver ejercicios matemáticos es muy valioso en el aprendizaje de la Física, ayudando a aprender conceptos, propiedades y procedimientos, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas relacionados a la vida real.

B. Estrategias para la enseñanza de la Física en la resolución de problemas

En muchas ocasiones, los estudiantes no desarrollan al máximo su razonamiento, y sus habilidades y destrezas se ven truncadas por la poca preparación o predisposición del docente, para llegar con mayor precisión y profundidad a sus estudiantes, generando pocas expectativas, inseguridad y falta de motivación.

Se sugiere entonces que se trate en lo posible, mantener en el estudiante amplias expectativas para adquirir el conocimiento, que demuestre seguridad y se encuentre altamente motivado. Polya estableció los *Diez Mandamientos para los profesores de Matemáticas* [2], que por supuesto, también son aplicables en la Enseñanza de la Física, debido al manejo y utilización de las matemáticas como herramienta.

1. *Interésese en su materia.* Si el profesor se aburre, toda la clase se aburrirá.
2. *Conozca y domine su materia.* A un profesor no le basta con saber enseñar. Puede conocer mucho sobre metodologías de la enseñanza, pero si no conoce a fondo el tema de Física que está tratando de enseñar,

- crearé en el estudiante varias concepciones alternativas, que influenciarán de forma negativa en su aprendizaje.
3. *La mejor manera para que el estudiante aprenda algo es descubriéndolo por sí mismo.* Se puede obtener gran provecho de la lectura de un buen libro de Física o de la aplicación de los recursos audiovisuales que promoverán a la experiencia de los propios estudios y a la observación de los estudiantes.
4. *Trate de leer en los rostros de los estudiantes sus expectativas y dificultades.* Aunque el docente se interese por el tema, lo conozca bien, se comprendan los procesos de adquisición de los conocimientos, éste puede ser un mal profesor. Es algo raro, pero muchos hemos conocido profesores que, siendo perfectamente competentes, no eran capaces de establecer contacto con su clase; la enseñanza del uno debe acompañarse del aprendizaje del otro, y por lo tanto, debe existir un contacto entre el profesor y el estudiante.
5. *Dé a sus estudiantes no sólo información, sino el conocimiento de cómo hacerlo.* El conocimiento consiste, parte en “información” y parte en “saber hacer”. El saber hacer es el talento, es la habilidad en hacer uso de la información para un fin determinado. En Física, el “saber hacer” se traduce en la aptitud para resolver problemas y examinar con espíritu crítico las soluciones. Por esta razón, en Física, la manera cómo se enseña es tan importante como lo que se enseña.
6. *Permítales aprender a conjeturar.* El profesor de Física tiene excelentes ocasiones para mostrar el papel de la conjetura en el campo del descubrimiento y hacer que los estudiantes adquieran una actitud intelectual crítica. La conjetura razonable debe basarse en la utilización juiciosa de la evidencia inductiva y de la analogía.
7. *Permítales aprender a comprobar.* La Física es una buena escuela para la comprobación. Los fenómenos naturales tienen un soporte matemático sujeto a comprobaciones experimentales, bien sea en prácticas de laboratorio o mediante simulaciones en laboratorios virtuales.
8. *Considere que las características de un problema pueden ser útiles en la resolución de problemas futuros.* Cuando se resuelva un problema, resalte sus rasgos instructivos. Un aspecto que sea bien señalado en un problema puede transformarse en un modelo de resolución, en un esquema tal que, imitándole, el estudiante pueda resolver otros problemas.
9. *No muestre todo el secreto a la primera.* He aquí una buena estrategia fácil de aplicar: cuando se empieza a discutir la solución de un problema, permita que sus estudiantes sugieran su solución. Quien tiene una idea o la ha formulado, se ha comprometido: debe seguir el desarrollo de la solución para ver si lo que se ha conjeturado es correcto o no.
10. *Sugíérales; no les inculque a la fuerza.* Se trata de dejar a los estudiantes tanta libertad e iniciativa como sea posible, teniendo en cuenta las condiciones

existentes de la enseñanza. Permita que los estudiantes hagan preguntas; o bien plantéeles cuestiones que ellos mismos sean capaces de replantear.

Estas diez sugerencias le permitirán al docente mantener una actitud proactiva con sus estudiantes brindándoles seguridad y motivación al aplicar la estrategia de resolución de problemas.

El contexto de la física brinda la oportunidad a los estudiantes de plantear estrategias de resolución de problemas. La generación de estas habilidades no es sólo una característica intrínseca de cada estudiante sino que también debe ser uno de los objetivos primordiales del docente de física.

Docktor [3] manifiesta que “*la resolución de problemas es vista como una parte fundamental del aprendizaje de la física*”. Entonces, existe la necesidad de mejorar la calidad de la enseñanza de la física mediante la resolución de problemas.

Sin embargo, el conocimiento conceptual no puede quedar de lado y simplemente limitarse a resolver problemas de una forma mecánica.

El éxito de la estrategia de resolución de problemas radica en el entendimiento claro de los conceptos que permitan encontrar la solución a los problemas planteados y la consiguiente transferencia a otros contextos.

Del mismo modo, Buteler [4] sostiene que:

“la resolución de problemas involucra como mínimo procesos de percepción, atención, memoria y razonamiento, los cuales constituyen en sí mismos problemas actuales para la Psicología Cognitiva”.

Queda claro entonces que los procesos cognitivos son fundamentales para afianzar los procesos procedimentales y de aplicación mediante el análisis de los datos y condiciones requeridas en la resolución de problemas.

Para Gaulin [5], hablar de problemas implica considerar aquellas situaciones que demandan reflexión, búsqueda, investigación y donde para responder hay que pensar en las soluciones y definir una estrategia de resolución que no conduce, precisamente, a una respuesta rápida e inmediata.

“Lo importante para realmente enfatizar la resolución de problemas, no es resolver más problemas o aplicarlos en la vida cotidiana, lo importante es utilizar la resolución de problemas como el mejor vehículo para enseñar todo, enseñar a través de resolver problemas”.

Hoy en día, la resolución de problemas aparece junto a nuevas tendencias educativas que demandan el desarrollo de determinadas habilidades y destrezas de los alumnos a expensas de concepciones que contemplan de otra manera la educación en ciencias.

Aparecen así, otros significados que resultan congruentes con esta perspectiva: la necesidad de mostrar una ciencia recreativa que recupera problemas cotidianos y los pone a disposición de los estudiantes, como una forma de mostrar que aprender ciencia puede resultar divertido [6].

La estrategia de resolución de problemas toma en cuenta las características de los procesos de comprensión y resolución de un problema de física, de acuerdo al enunciado de los problemas [7].

Truyol y Gangoso [7] indican que:

"Los estudiantes empiezan a resolver problemas "buceando" en expresiones numéricas o algebraicas, manipulan ecuaciones tratando de "llenar huecos" hasta encontrar alguna combinación que les lleve a la respuesta.

Ocasionalmente utilizan su conocimiento para comprender la situación y menos aún para analizarla. Este modo de enfrentar el problema, hace difícil que puedan planear caminos de acción. Al llegar al resultado, rara vez controlan su razonabilidad ya que la situación, para ellos, ha quedado sin sentido en las primeras etapas".

Este desorden en las etapas de planteamiento y resolución de problemas, crea estudiantes mecanizados que tratan de seguir un camino único o receta, y no analizan las distintas posibilidades que pueden presentarse en un problema.

Los profesores de física normalmente asignan a sus prácticas docentes metas de formación muy valiosas a largo plazo. Sin embargo, los estudiantes se centran en metas a corto plazo y poco favorables, como por ejemplo centrarse solo en la obtención de la respuesta correcta o el aprendizaje memorístico de leyes y principios [8].

Finalmente, la interrelación entre asignaturas como Lenguaje, Física y Matemáticas es de gran importancia, como lo sugiere Gangoso [9] en su presentación: "La importancia de la Matemática, la Física y la Lengua en la educación técnica, media y superior".

En ella, menciona al modelo situacional conformado por objetos y eventos que deben identificarse y entenderse mediante la lectura comprensiva del enunciado del problema, el modelo físico conceptual conformado por conceptos y leyes que rigen a los objetos y eventos, y el modelo físico formalizado conformado por las ecuaciones y expresiones matemáticas que representan a la situación. Las tres asignaturas intervienen formando una amalgama perfecta para el entendimiento y planteamiento de un problema.

Naturalmente, los estudiantes buscan la forma de tener acceso a problemas resueltos que le sirvan de apoyo o de guía en la resolución de problemas. Los problemas resueltos sirven de guía y se presentan como ejemplos a seguir cuando se trata de resolver problemas similares.

Jonassen [10] concluye que al finalizar una unidad o contenido programático debe resolverse problemas en clase que sirvan de ejemplo o guía a los estudiantes proporcionándoles ideas e induciéndoles en la construcción de esquemas y representaciones. El método más común para apoyar la construcción de un esquema, es trabajar con ejemplos. Los problemas resueltos son estrategias instruccionales que generalmente incluyen los datos del problema y los procedimientos necesarios para la resolución de los mismos.

Los estudiantes deben entonces disponer de un banco de problemas resueltos facilitado por el profesor que les permita analizar la resolución de los mismos adicionalmente a aquellos problemas resueltos en clase.

B. Resolución de problemas versus número de problemas resueltos

La estrategia de resolución de problemas es una actividad que el docente debe programar para que pueda ser desarrollada por el estudiante de forma individual o grupal, es decir, que en ella está inmerso el aprendizaje cooperativo, que debe concluir con la consolidación de los problemas propuestos, siendo socializados al final de la clase.

Para reforzar el taller grupal del aula, debe considerarse a parte de la tarea correspondiente, un factor primordial que involucra la dosis adecuada del número de problemas resueltos complementarios, para inducir en el estudiante la necesidad de revisar el material a su disposición, sin ser demasiado escaso o muy numeroso, que lo vuelva cansado y monótono.

Para ello, se elaboró el mapa de objetivos que se muestra en el Anexo 1, de acuerdo a los objetivos específicos de la unidad de campo eléctrico.

C. Talleres grupales

El proceso de aprendizaje en grupos es una metodología que permite lograr un aprendizaje activo de sus integrantes, cuya organización puede ser muy variada, para sesiones de estudio, de reflexión grupal, para realizar un trabajo en equipo [11]. Por lo tanto, es posible realizar talleres de resolución de problemas en donde los estudiantes interactúan de forma cooperativa.

Los beneficios del aprendizaje cooperativo según Kagan [12] son: tutoría y estímulo entre pares, oportunidades más frecuentes de corrección, retroalimentación más inmediata, más práctica, el contexto más significativo para la construcción de significado, una mayor responsabilidad individual, la mayor oferta, mayor motivación, mayor compromiso, interacción de los diferentes puntos de vista, cambio en las actitudes y comportamiento del profesor.

Esto conduce a un mayor interés en el tema de estudio y un mejor desempeño en su participación grupal. Además, los talleres grupales requieren de la designación de roles. Debe haber un líder del grupo, un secretario, un observador, y de haberlos, el resto deben ser colaboradores.

D. Formulación de hipótesis

Se plantearon dos hipótesis de investigación en función del objetivo general de este trabajo de investigación (que consiste en determinar cómo influye la estrategia de resolución de problemas y la cantidad de problemas resueltos en el aprovechamiento estudiantil, mediante la aplicación de un banco de problemas resueltos de campo eléctrico).

- Aquellos estudiantes que aplican la estrategia de resolución de problemas, tienen mayor aprovechamiento que aquellos que no la aplican.
- Aquellos estudiantes que reciben una mayor cantidad de problemas resueltos por objetivo, tienen mayor

aprovechamiento que aquellos que reciben una menor cantidad.

E. Variables

Nuestra variable dependiente es el rendimiento académico de los estudiantes que se midió mediante una prueba de resolución de problemas aplicado a la salida de la intervención. Por otro lado, la variable independiente es la estrategia de resolución de problemas mediante talleres grupales que se aplicó a dos grupos de estudiantes. Asimismo, la variable moderadora es la cantidad de problemas resueltos que se les proporcionó como material de apoyo a los estudiantes.

III. METODOLOGÍA

Para realizar este estudio de investigación se trabajó con 160 estudiantes de Bachillerato General Unificado de una institución de educación media privada ecuatoriana. Se formaron cuatro grupos experimentales en los que mediante una prueba de resolución de problemas, se midió el rendimiento de los estudiantes.

La estrategia de resolución de problemas se aplicó a solo dos de los cuatro grupos mientras que la cantidad de problemas resueltos se aplicó a los cuatro grupos experimentales, un problema a dos grupos y dos problemas a los otros dos grupos.

A. Tareas y materiales

La tarea instruccional utilizada para este estudio fue la unidad de Campo Eléctrico, que tomó para su aplicación 4 horas clase a cada grupo, divididas en dos sesiones de dos horas cada clase. Los cuatro grupos o paralelos fueron identificados como GA, GB, GC y GD, y cada uno estuvo conformado por 40 estudiantes.

Se entregó a todos los estudiantes de los cuatro grupos un folleto con el contenido de la unidad, que se muestra en el Anexo 2. Este folleto se les facilitó al final de la clase previa a la unidad Campo Eléctrico.

Los estudiantes de los grupos GA y GC recibieron junto al folleto de teoría de Campo Eléctrico, un problema resuelto por objetivo. Pero, los estudiantes de los grupos GB y GD recibieron junto al folleto de teoría de Campo Eléctrico, dos problemas resueltos por objetivo. Los grupos experimentales GC y GD aplicaron la estrategia de resolución de problemas con talleres grupales mientras que los grupos de control GA y GB no aplicaron la estrategia de resolución de problemas con talleres grupales.

Los problemas resueltos por objetivo que se entregó a los estudiantes se muestran en el Anexo 3.

Finalmente, a los cuatro grupos se les midió el rendimiento académico a través de una prueba de resolución de problemas.

Tanto, la estrategia de resolución de problemas aplicada como la cantidad de problemas resueltos se detallan en la

Influencia de la estrategia de resolución de problemas en el rendimiento...

Tabla I mientras que la división de los cuatro grupos de estudiantes se visualiza en la Tabla II.

TABLA I. Estrategia de resolución de problemas y cantidad de problemas resueltos.

Estrategia de resolución de problemas	Con resolución de problemas (CRP)
	Sin resolución de problemas (SRP)
Cantidad de problemas	Uno por objetivo (UPO)
	Dos por objetivo (DPO)

TABLA II. División de los cuatro grupos de estudiantes.

		<i>Cantidad de problemas</i>	
		<i>UPO</i>	<i>DPO</i>
<i>Estrategia</i>	<i>SRP</i>	<i>Sin Resolución de Problemas. Un problema por objetivo. GA</i>	<i>Sin Resolución de Problemas. Dos problemas por objetivo. GB</i>
		<i>GC</i>	<i>GD</i>
	<i>CRP</i>	<i>Con Resolución de Problemas. Un problema por objetivo. GC</i>	<i>Con Resolución de Problemas. Dos problemas por objetivo. GD</i>

B. Aplicación de la intervención

La intervención consistió en dar cuatro horas clase de la unidad de Campo Eléctrico a cada grupo, divididas en dos sesiones de trabajo de dos horas clase cada una. Las cuatro horas clase fueron planificadas con la estrategia de resolución de problemas, trabajando en talleres grupales con un alto grado de participación de los estudiantes.

En cada uno de los paralelos en donde se trabajó con la estrategia de resolución de problemas, se formaron 10 grupos de 4 estudiantes cada uno, de forma aleatoria, y en cada taller se les propuso resolver dos problemas de campo eléctrico, que se muestran en el Anexo 4.

Para organizar el trabajo de los estudiantes de los grupos GC y GD en los talleres grupales, se realizó la guía instruccional que se muestra en el Anexo 5. Los grupos que no realizaron los talleres grupales de resolución de problemas recibieron una clase tradicional en donde los estudiantes se limitaron a observar y a tomar apuntes de la explicación del profesor en la pizarra.

La prueba de salida se tomó simultáneamente a los cuatro grupos experimentales, con una duración de 45 minutos. El instrumento de evaluación se muestra en el Anexo 6.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Después de receptada la prueba a los cuatro grupos, experimentales y de control, se obtuvo los resultados que se muestran en el Anexo 7.

Los promedios de calificaciones se detallan en la Tabla III.

Aquellos estudiantes que realizaron los talleres de resolución de problemas, y que adicionalmente llevaron a casa dos problemas resueltos para complementar su estudio, obtuvieron las mejores calificaciones con respecto a los otros grupos de estudiantes.

Los resultados menos alentadores fueron para aquellos estudiantes que no realizaron los talleres de resolución de problemas, y que únicamente llevaron a casa un problema resuelto para complementar su estudio.

TABLA III. Promedios de calificaciones por grupos.

GRUPOS FORMADOS	ESTRATEGIA UTILIZADA	PROMEDIO
GA	Sin Taller de Resolución de Problemas	7.600
GB	Sin Taller de Resolución de Problemas	8.045
GC	Con Taller de Resolución de Problemas	8.268
GD	Con Taller de Resolución de Problemas	8.903
GA – GB	Sin Taller de Resolución de Problemas	7.823
GC – GD	Con Taller de Resolución de Problemas	8.585
GA – GC	Un Problema Resuelto por Objetivo	7.934
GB – GD	Dos Problemas Resueltos por Objetivo	8.474

Para comprobar la primera hipótesis, se unieron las calificaciones de los grupos GC y GD (con taller de resolución de problemas) con un promedio de 8.585 para contrastarlos con las calificaciones de los grupos GA y GB (sin taller de resolución de problemas) con un promedio de 7.823.

Esto significa que aquellos estudiantes que aplicaron la estrategia de resolución de problemas tienen mayor aprovechamiento que aquellos que no la aplicaron.

Así mismo, para comprobar la segunda hipótesis, se unieron las calificaciones de los grupos GB y GD (dos problemas resueltos por objetivo) con un promedio de 8.474 para contrastarlos con las calificaciones de los grupos GA y GC (un problema resuelto por objetivo) con un promedio de 7.934. Esto significa que aquellos estudiantes que aplicaron la estrategia de resolución de problemas tienen mayor aprovechamiento que aquellos que no la aplicaron.

A pesar de obtener estos resultados favorables se realizó los respectivos contrastes de hipótesis aplicando la prueba t para demostrar las hipótesis propuestas.

A. Comprobación de la primera hipótesis

Aquellos estudiantes que aplican la estrategia de resolución de problemas, tienen mayor aprovechamiento que aquellos que no la aplican.

Para comprobar esta hipótesis, las calificaciones de los grupos GC y GD, que son aquellos que sí realizaron los talleres de resolución de problemas (CRP), con un promedio de 8.585 y una desviación estándar de 1.031, fueron contrastadas con las calificaciones de los grupos GA y GB, que son aquellos que no realizaron los talleres de resolución de problemas (SRP), con un promedio de 7.823 y una desviación estándar de 1.020.

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 > 0,$$

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0.$$

Las medias poblacionales son las siguientes:

$$\mu_1 = \text{media de las calificaciones CRP}$$

$$\mu_2 = \text{media de las calificaciones SRP}$$

Los datos para la prueba t son los siguientes:

$$\begin{aligned} n_1 &= 40 & n_2 &= 40, \\ \bar{x}_1 &= 8.585 & \bar{x}_2 &= 7.823, \\ s_1 &= 1.031 & s_2 &= 1.020. \end{aligned}$$

Con un nivel de significancia es $\alpha = 0.05$.

El estadístico de prueba para pruebas de hipótesis acerca de μ_1 y μ_2 es:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}.$$

Donde D_0 debe ser igual a cero por ser la diferencia hipotética entre μ_1 y μ_2 .

$$\begin{aligned} t &= \frac{(8.585 - 7.823)}{\sqrt{\frac{1.031^2}{40} + \frac{1.020^2}{40}}} \\ t &= 3.32. \end{aligned}$$

Los grados de libertad para la distribución t se obtienen con la ecuación:

Los datos para la prueba t son los siguientes:

$$\begin{aligned} n_1 &= 40 & n_2 &= 40, \\ \bar{x}_1 &= 8.474 & \bar{x}_2 &= 7.934, \\ s_1 &= 1.103 & s_2 &= 1.016. \end{aligned}$$

Con un nivel de significancia es $\alpha = 0.05$.

El estadístico de prueba para pruebas de hipótesis acerca de μ_1 y μ_2 es:

$$t = \frac{(8.474 - 7.934)}{\sqrt{\frac{1.103^2}{40} + \frac{1.016^2}{40}}},$$

$$t = 2.28.$$

Los grados de libertad para la distribución t serán:

$$gl = \frac{\left(\frac{1.103^2}{40} + \frac{1.016^2}{40}\right)^2}{\frac{1}{39}\left(\frac{1.103^2}{40}\right)^2 + \frac{1}{39}\left(\frac{1.016^2}{40}\right)^2},$$

$$gl = 77.5.$$

Se realiza la ubicación de los datos proporcionados para la distribución t [13], tal como se muestra en la Tabla V.

Redondeando hacia abajo, se usará una distribución t con 77 grados de libertad. El casillero correspondiente a la distribución t para $t = 2.28$ se muestra de color verde entre los valores de 1.991 y 2.376, colocándose en este casillero una columna para determinar el área bajo las colas:

TABLA V. Distribución t para $t = 2.28$.

Grados de libertad	Área en la cola superior						
	0.20	0.10	0.05	0.025	...	0.010	0.005
77	0.846	1.293	1.665	1.991	2.28	2.376	2.641

En la prueba de dos colas, el área en la cola superior debe ser $\alpha/2 = 0.025$. En la prueba de hipótesis, el área en la cola superior a la derecha de $t = 2.28$ está entre 0.025 y 0.010 con lo que se rechaza a la hipótesis nula H_0 , es decir, se acepta como válida a la hipótesis H_a porque $\mu_1 - \mu_2 > 0$.

V. CONCLUSIONES

- El rendimiento académico de los estudiantes mejora cuando realizan talleres de resolución de problemas. Por supuesto, estos talleres deben ser bien planificados para que estudiantes y docente interactúen a la par, logrando una mayor activación del pensamiento en los estudiantes, consiguiendo que se interesen más en el tema, y trabajando con mayor empeño para desarrollar aún más sus habilidades intelectuales.
- La aplicación de los talleres de resolución de problemas, desde los más sencillos hasta los más

$$gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1}\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1}\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2},$$

$$gl = \frac{\left(\frac{1.031^2}{40} + \frac{1.020^2}{40}\right)^2}{\frac{1}{39}\left(\frac{1.031^2}{40}\right)^2 + \frac{1}{39}\left(\frac{1.020^2}{40}\right)^2},$$

$$gl = 77.99.$$

Se realiza la ubicación de los datos proporcionados de la distribución t [13], tal como se muestra en la Tabla IV.

Redondeando hacia abajo, se usará una distribución t con 77 grados de libertad.

El casillero correspondiente a la distribución t para $t = 3.32$ se muestra de color verde a la derecha de 2.641, colocándose en este casillero una columna para determinar el área bajo las colas:

TABLA IV. Distribución t para $t = 3.32$.

Grados de libertad	Área en la cola superior						
	0.20	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	...
77	0.846	1.293	1.665	1.991	2.376	2.641	3.32

En la prueba de dos colas, el área en la cola superior debe ser $\alpha/2 = 0.025$. En la prueba de hipótesis, el área en la cola superior a la derecha de $t = 3.32$ debe ser menor que 0.025 para rechazar a la hipótesis nula H_0 . Entonces, teniéndose un área menor que 0.005 se rechaza H_0 y se acepta como válida a la hipótesis H_a porque $\mu_1 - \mu_2 > 0$.

B. Comprobación de la segunda hipótesis

Aquellos estudiantes que reciben una mayor cantidad de problemas resueltos por objetivo tienen mayor aprovechamiento que aquellos que reciben una menor cantidad.

Para comprobar esta hipótesis, las calificaciones de los grupos GB y GD, que son aquellos que recibieron dos problemas resueltos por objetivo (DPO), con un promedio de 8.474 y una desviación estándar de 1.103, fueron contrastadas con las calificaciones de los grupos GA y GC, que son aquellos que recibieron un problema resuelto por objetivo (UPO), con un promedio de 7.934 y una desviación estándar de 1.016.

$$\begin{aligned} H_a: \mu_1 - \mu_2 &> 0, \\ H_0: \mu_1 - \mu_2 &\leq 0. \end{aligned}$$

Las medias poblacionales son las siguientes:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \text{media de las calificaciones DPO}, \\ \mu_2 &= \text{media de las calificaciones UPO}. \end{aligned}$$

complejos, permite contextualizarlos a su experiencia cotidiana, llevándolos al nivel transferencial. Esto se logra al término del taller, durante la socialización de los resultados, y finalmente el docente consolida el conocimiento adquirido.

- La realización de los talleres grupales, contribuyó de gran manera en la captación de la atención del estudiante, porque cada uno de ellos debió esforzarse para lograr la resolución de los problemas. Esto les motivó a reforzar el fundamento teórico.
- El rendimiento académico de los estudiantes mejora cuando reciben adicionalmente al material de estudio la dosis adecuada de un número de problemas resueltos complementarios. Esto inducirá al estudiante a revisar el material a su disposición, en un trabajo que no será ni cansado ni monótono.
- El rendimiento académico de los estudiantes es poco satisfactorio cuando no se realizan talleres de resolución de problemas, y sólo reciben un problema resuelto para reforzar su estudio. Esto sucede en una clase tradicional, en donde el docente se limita a resolver problemas en la pizarra y el estudiante tiene muy poca o casi nula participación; peor aún cuando el material de refuerzo es escaso.
- Este trabajo de investigación aplicado al estudio del campo eléctrico, deja abiertas las puertas de la investigación para otros tópicos de la física, cuyos resultados en el aprovechamiento de los estudiantes fueron muy favorables.

VI. RECOMENDACIONES

- Los talleres de resolución de problemas deben ser bien planificados por los docentes, llevando consigo la guía instruccional y tratando en lo posible, de regirse a los “Diez mandamientos para los profesores” propuestos por Polya. De esta manera, el docente podrá para llegar con mayor precisión y profundidad a sus estudiantes, generando expectativas, seguridad y motivación.
- Es importante realizar talleres de resolución de problemas u otras actividades que motiven a los estudiantes y les genere autoconfianza para plantear y desarrollar correctamente los problemas de Física. En una clase tradicional, el docente se limita a resolver problemas en la pizarra, y el estudiante tiene muy poca o casi nula participación.
- Los problemas resueltos como material de apoyo, inducen al estudiante a revisar el material a su disposición, pero debe ser dosificado para no producir cansancio ni monotonía en el estudiante.

REFERENCIAS

- [1] Polya, G., *Cómo plantear y resolver problemas*, (Trillas, México, 1956).
- [2] Polya, G., *Matemáticas y razonamiento plausible*. (Tecnos, Madrid, 1966).
- [3] Docktor, J. L., *Development and validation of an assessment instrument for student problem solving*. Tesis de Doctorado. University of Minnesota, (2009).
- [4] Buteler, L., *La resolución de problemas en física y su relación con el enunciado*, Tesis doctoral presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina (2003)
- [5] Gaulin, C., *Tendencias actuales sobre la resolución de problemas*, Conferencia pronunciada el 15/12/2000 en el Palacio Euskalduna, Bilbao, España (2000).
- [6] Coronel, Ma. del V., Curotto, Ma. M., *La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias 7, 463-479 (2008).
- [7] Truyol, Ma. E., Gangoso, Z., *La selección de diferentes tipos de problemas de física como herramienta para orientar procesos cognitivos*, Investigações em Ensino de Ciências 15, 463-484 (2010)
- [8] Truyol, Ma. E., *Comprensión y modelado en la resolución de problemas en Física*, Trabajo de tesis doctoral presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina (2012).
- [9] Gangoso, Z., *La importancia de la Matemática, la Física y la Lengua en la educación técnica, media y superior*, Conferencia dada en la Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina (2012).
- [10] Jonassen, D. H., *Research issues in problem solving*. The XI International Conference on Education Research: New Educational Paradigm for Learning and Instruction, University of Missouri, USA. September 29 - October 1. (2010).
- [11] Careaga, A., Sica, R., Cirillo, A., Da Luz, S., *Aportes para diseñar e implementar un taller*, Segundas Jornadas de Experiencias Educativas en DPMC, LUGAR, octubre 5, 6 y 7 (2006).
- [12] Kagan, S., *Kagan structures: Research and rationale*, (Kagan Publishing, San Clemente, 2001).
- [13] Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., *Estadística para Administración y Economía*, 10ª Ed. (Cengage Learning, México, 2008).
- [14] Wilson, J., Buffa, A., Lou, B., *Física*, 6ª Ed. (Pearson Educación, México, 2007).

Aplicación de un método educativo interactivo para mejorar el dominio conceptual de la Estática entre estudiantes de Ingeniería en el IPN de México



Federico Alonso Morales-García

Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Instituto Politécnico Nacional, México

E-mail: fmoralesg@ipn.mx

(Recibido el 5 de octubre de 2015, aceptado el 24 de febrero de 2016)

Resumen

En cuanto a los estudios profesionales que se cursan para ser un ingeniero que se especializa en arquitectura, puede considerarse que los alumnos están adquiriendo una buena capacitación, si muestran evidencias de que están dando un uso conceptual correcto a la Física que le da sustento teórico a sus diseños escolares; la mencionada carrera profesional de Ingeniero Arquitecto, se imparte en la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, unidad Tecamachalco (ESIAT), plantel académico que forma parte del Instituto Politécnico Nacional en México (IPN). El caso de estudio aquí presentado, se inició con las apreciaciones realizadas durante diversas revisiones de trabajos escolares de semestres intermedios en la carrera mencionada, ya que en esas evaluaciones fue notable el deficiente manejo conceptual que algunos alumnos mostraban, a pesar de haber realizado diseños estructurales de mediana envergadura. Buscando mejorar lo anterior, se planteó la aplicación de una estrategia de aprendizaje interactivo, que fue diseñada basándose en técnicas ya experimentadas, y por ello son parte de la fundamentación teórica de esta propuesta, como son: el protocolo TADIR, el aprendizaje realizando proyectos (ARP) y el aprendizaje basado en problemas (ABP), mostrándose en este trabajo los resultados de la implementación correspondiente, entre estudiantes de la referida carrera profesional.

Palabras clave: Educación Superior, Enseñanza de la Física, Investigación Educativa, Métodos de Enseñanza.

Abstract

As regards the professional studies to be followed to be an engineer specializing in Architecture, it can be considered that students are acquiring a good training if they show evidence that they are giving an correct conceptual use to physics that gives theoretical support to their school designs, the studies of Architect Engineer mentioned, is taught at the Superior Scholl of Engineering and Architecture, unit Tecamachalco (ESIAT), academic unit of the National Polytechnic Institute in Mexico (IPN). The case study presented here, began with the findings made during the review of schoolwork of intermediate semesters in the career mentioned, because in that process was remarkably poor conceptual management that some students showed, despite having made some structural designs midsize. To improve this, it was implemented a strategy of interactive learning, it was designed was basing on techniques already experienced that have similar theoretical foundations, such as: the TADIR protocol, learning projects (ARP) and based learning projects (ABP), showing in this paper the results of the corresponding implementation over students of that career's.

Keywords: College Education, Physics Education, Educative Research, Teaching Methods.

PACS: 01.40.Di, 01.40.Fk, 01.40.gb.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Cuando se consulta la literatura relacionada con los procedimientos educativos, se puede encontrar el planteamiento de que dichos procesos formativos se conforman por dos fases principales, la enseñanza y el aprendizaje.

Para analizar estas actividades, se puede considerar que tienen una estructuración similar, ya que aun tomando en cuenta sus particularidades, es posible identificar que en ambas participan primordialmente los mismos actores con intereses equivalentes: los docentes y los alumnos.

En la enseñanza, el principal conductor es el docente, pero para el aprendizaje la responsabilidad se comparte entre los docentes y los alumnos.

Asumiendo que el objetivo principal de un proceso educativo sea el lograr una buena formación académica de los alumnos, debe planificarse el trabajo escolar para alcanzar tal fin, considerando la utilización eficiente de los recursos disponibles, pero también debe haber preparación para atender algunos problemas que dificultan el avance educativo, como ejemplo de esos últimos se pueden mencionar los siguientes:

- Aplicación de conocimientos equivocados que fueron adquiridos previamente y, por lo tanto, uso deficiente del marco conceptual que es utilizado en la disciplina que está enseñando [1].
- Aplicación de soluciones aprendidas de forma memorística, sin revisión por parte de los alumnos, de la pertinencia de su uso [2].

Teniendo como objetivo la procuración de soluciones a los puntos antes mencionados, se han presentado propuestas y trabajos de investigación sobre métodos didácticos, cuyos resultados se pueden consultar en diversas publicaciones, por ejemplo:

- Planificar la enseñanza considerando las preferencias que sobre las prácticas de aprendizaje tengan los alumnos [3, 4].
- Aplicación de métodos interactivos, en los que se propicia la participación fundamental de los estudiantes, con la conveniente guía del docente para alcanzar los objetivos de los cursos, como pueden ser el ARP, el ABP [5], o el protocolo TADIR, que ha sido presentado por el Dr. Barojas de la UNAM, México [6].
- Favorecer el desarrollo de prácticas metacognitivas, mismas que han sido reportadas con buenos resultados de aprendizaje [7].

Con estos antecedentes, es posible considerar que tomando como base algunas de las propuestas arriba mencionadas, se pueden implementar métodos didácticos que busquen lograr la consolidación de los conocimientos conceptuales correctos entre los estudiantes, estableciendo como una de sus estrategias, el motivar a los alumnos para que desarrollen actividades de características metacognitivas, haciendo énfasis en la realización de los procesos reflexivos que les permitan organizar los conocimientos adquiridos.

En el presente documento se presentan los resultados de la aplicación del instrumento diseñado con las consideraciones antes comentadas, entre un grupo de alumnos que cursan un semestre intermedio de la carrera profesional de Ingeniero Arquitecto en la ESIAT, y que presenta como característica notable, que a pesar de que los grupos escolares de dicha carrera se integran por un número reducido de personas, y por lo tanto se pueda cuestionar una generalización de los resultados que se obtengan, éstos son interesantes, ya que pueden ser la guía para lograr mejores resultados en la enseñanza de los conceptos de la Física entre los estudiantes de la Ingeniería mencionada.

Tiene una gran importancia éste último señalamiento, ya que la práctica adecuada de la Ingeniería, en general se considera como un apoyo fundamental para el desarrollo social [8].

Para el caso de estudio aquí presentado, al consultar en la fundamentación de esa carrera profesional, se puede encontrar que una de las habilidades que se busca inculcar a los educandos, corresponde al uso correcto de diversas aplicaciones de la ciencia Física, como es el caso de la Estática, esto específicamente se refiere al diseño estructural de inmuebles (ESIAT 2013).

Al realizar la práctica docente en la ESIAT, se han encontrado evidencias de que algunos alumnos utilizaban un manejo deficiente de los conceptos sobre la Estática, a pesar de que presentaban para revisión, trabajos escolares de diseño estructural con una mediana complejidad.

Esto podría corresponder a lo reportado por investigadores que señalan una aplicación memorística e indiscriminada de las soluciones presentadas en los cursos

[2]. Para atender este punto, se pueden establecer como guía de investigación, la siguiente consideración.

Para resolver el manejo conceptual deficiente entre el alumnado, puede planearse el desarrollo del proceso educativo correspondiente, primero considerando determinar el nivel de dominio conceptual con el que los alumnos inician el trabajo escolar, para establecer como objetivo el consolidarlo o corregirlo si fuera necesario [1].

Para conseguir lo anterior se deben aplicar estrategias semejantes a las que se usan en las técnicas del ARP, ABP y TADIR, ya que en ellas se establecen una secuencia de acciones que al ser desarrolladas, con la debida orientación del docente, pueden favorecer el que se corrija o se consolide el conocimiento conceptual requerido, complementando este método didáctico con una práctica de tendencia metacognitiva, buscando el enriquecimiento de los procesos reflexivos implícitos, para que los alumnos estén en capacidad de realizar una explicación ante su grupo, de los conceptos involucrados y su relación con la temática del curso escolar; lo anterior teniendo como objetivo el mejorar su dominio conceptual [5].

Se considera que una buena exposición ante grupo, constituye una evidencia de que se está aprendiendo correctamente, además de lograr un reconocimiento que recompense el empeño realizado por el estudiante [9].

II. LOS PROCESOS EDUCATIVOS

A. Educación

Educar a las personas, es una actividad de gran importancia para cualquier sociedad, ya que puede lograrse que los individuos apoyen de la mejor manera posible al desarrollo de su comunidad [10]. Los procesos educativos se realizan en el seno de la familia y en espacios sociales; en el ámbito familiar se pueden consolidar las buenas prácticas educativas sociales, si la familia tiene una cultura educativa que fomente las prácticas responsables, ya que con esto se incrementa la posibilidad de que sus miembros adquieran una educación de calidad al participar como alumnos en alguna institución, por esto, se considera que las buenas costumbres familiares para la educación son un patrimonio de la sociedad [10].

Por otra parte, la educación dentro de un medio social debe enfocarse para lograr que lo mejor de su cultura se transmita entre las sucesivas generaciones, fomentando así la unión y la productividad social, ya que se tendría un marco ideal para ello, siendo posible suponer que de esta forma se lograría alcanzar un estado de bienestar social [11].

Al respecto, se ha señalado que la existencia de un buen ambiente de convivencia social en las escuelas, juega un papel fundamental para el óptimo desempeño de los alumnos, por lo que las autoridades encargadas deben procurar las condiciones para ello [10].

Para la implementación de los procesos educativos, se ha señalado que deben planearse las actividades que quieran realizarse en el curso, considerando como una

estrategia básica, la determinación del tipo y nivel de los conocimientos previos que tengan los alumnos sobre la materia que se estudiará [1, 12, 13].

En caso de que esas ideas no sean correctas, debe procurarse que en el trabajo escolar los estudiantes realicen ejercicios de contraste entre las ideas existentes y la nueva información, para corregir lo necesario, aunque esto pueda ser un proceso difícil, ya que es frecuente encontrar que las ideas de inicio están fuertemente arraigadas en las personas, porque probablemente les brindan cierta comodidad para comprender y manejar sus experiencias [9, 14]; una buena formación escolar obliga a cambiar esas ideas equivocadas por conocimientos correctos.

Basándose en conocimientos correctos, los nuevos aprendizajes pueden producirse mediante procesos reflexivos, que permitan a los estudiantes evaluar la congruencia de lo aprendido, así como generar aplicaciones creativas de ello, el desarrollo de esta habilidad es considerado como un objetivo principal de la educación [10].

Se puede decir entonces, que si los alumnos logran dar ejemplos de esa capacidad creativa, mostrarían la calidad de su aprendizaje, por ejemplo, mediante una explicación ante grupo de las relaciones conceptuales de los conocimientos adquiridos con los trabajos desarrollados en el curso, empleando para ello cualquier recurso que les facilite esa exposición, por ejemplo las nuevas tecnologías de la información y la comunicación [9].

Al respecto se puede mencionar la utilidad que se les ha reconocido a diversos programas de cómputo, que pueden ser empleados para corregir ideas previas equivocadas [15], o incluso el uso de la información que se encuentre disponible en el internet, con las debidas precauciones de validación.

B. Enseñanza

Para realizar un proceso de enseñanza, los participantes deben cumplir los niveles de calidad que son requeridos; por parte de la docencia, debe existir plena identificación con los principios de su labor, evitando desarrollarla con la idea de que es algo sencillo [2], planeando sus actividades para lograr que su trabajo sea trascendental para la vida de sus alumnos, fomentando que ellos realicen actividades productivas que les permitan alcanzar los objetivos del proceso, y por lo tanto un aprendizaje de calidad [16], procurando con ello que, los estudiantes adquieran las habilidades necesarias que les den independencia para adquirir conocimientos más avanzados, acostumbrándose a desarrollar procesos de análisis y reflexión [11].

Por lo anterior, la mencionada planeación docente implica el establecimiento de la técnica a desarrollar durante el curso, esto es aplicar una metodología para enseñar [16], dada la naturaleza de los participantes en los procesos educativos, y la gran diversidad que puede encontrarse en una población, es difícil proponer un método único que garantice el éxito de la enseñanza [7], generándose también el hecho de que la relación entre un docente y un alumno, es única e irrepetible [13].

Los objetivos de los procesos de enseñanza pueden ser para desarrollar o adquirir capacidades muy variadas, pero en cualquier caso debe seguirse un método para alcanzarlos [5].

Complementario a lo anterior, se puede asumir el hecho de que la investigación científica de la educación es un campo de conocimiento muy dinámico, por lo que si se logrará aplicar en condiciones reales, todos los principios y lineamientos que la pedagogía establece, se alcanzaría un nivel de excelencia que podría denominarse como el arte de la enseñanza [11].

Se puede considerar entonces que el docente debe tener la capacidad para utilizar diferentes técnicas y actividades que encaucen su labor de enseñanza, de acuerdo a las necesidades que la amplia variedad de alumnos pueden requerirle, sin dejar de buscar constantemente las cualidades específicas que la disciplina que enseña pueda necesitar para su aplicación práctica.

De acuerdo al tipo de estrategias que se ocupen, se puede clasificar o denominar al método de enseñanza, por ejemplo, si los trabajos contemplan el uso de dinámicas que requieren una participación muy activa de los alumnos, contando con la conducción del profesor, se puede considerar que se está aplicando un método activo [16].

En el método denominado como lancasteriano, se procura que exista una reciprocidad entre el docente y los alumnos, pero principalmente se busca que los alumnos aventajados apoyen a sus compañeros, desarrollando una función de tutoría entre pares. Los métodos colectivos son empleados para trabajar con grupos numerosos de alumnos y requieren el uso de herramientas adecuadas de comunicación masiva; en el método heurístico se fomenta entre los alumnos la práctica de actividades de reflexión para mejorar su comprensión, así como actividades de investigación documental [16].

Otra forma para denominar los métodos de enseñanza, se basa en el eje principal de las actividades; si el docente conduce todas las actividades, se considera un método expositivo; si los alumnos participan preponderantemente con actividades cooperativas entre pares bajo la guía del profesor, el método es interactivo; si el aprendizaje es de manera personal, consultando material de libre consulta, el método es individual [5].

Para definir cuáles técnicas se van a integrar en el método de enseñanza, es necesario determinar las cualidades requeridas para los alumnos, qué habilidades necesitan desarrollar, qué objetivos se establecen para el curso, la forma de evaluar los avances y el tipo de relaciones que se pueden dar en el grupo [13, 16].

La técnica expositiva o clase magistral, se caracteriza por que el docente realiza la presentación de todos los temas, siendo recomendable la utilización de técnicas de oratoria, para mantener el interés de los alumnos [16], y su principal fundamento se da con la consideración de que el aprendizaje se puede lograr de forma receptiva [2].

Pero se ha señalado que para que sea efectiva, los alumnos deben poseer adecuados conocimientos previos, mantener un interés constante en el desarrollo de la clase, elaborar apuntes detallados y resúmenes que permitan

consolidar el conocimiento. Esta técnica sigue utilizándose por su aparente facilidad de uso, pero si no es bien aplicada, limita el avance independiente de los alumnos [5].

La técnica de enseñar ARP se fundamenta en la consideración de que los estudiantes deben establecer un amplio dominio teórico con el objeto en estudio, para poder desarrollar un proyecto escolar correcto, y para favorecer esa cercanía, el docente debe conducir adecuadamente la planeación del proyecto, y los alumnos se pueden organizar en equipos de trabajo [5].

Por otra parte, se ha propuesto una técnica semejante a la anterior, la ABP, enfocada en lograr el aprendizaje basándose en el proceso ideal que debe realizarse para la resolución de problemas, este planteamiento procura evitar que los alumnos aprendan en forma memorística, ya que se les incentiva a realizar un proceso de abstracción que les permita adquirir el conocimiento [2], siendo recomendable la organización de equipos de alumnos, para que puedan intercambiar opiniones durante la definición de la secuencia de solución para el problema planteado en el curso [11].

La temática del trabajo deberá ser acorde con la materia en curso y la solución que se establezca debe ser producto de un trabajo analítico realizado en equipo [5].

El protocolo TADIR es una técnica didáctica propuesta por Barojas, que tiene como objetivo la consolidación de los conocimientos entre los estudiantes, basándose en los procesos de racionalización que deben realizarse para la solución de un problema, ya que primero debe plantearse el problema en un lenguaje cotidiano, para posteriormente llevarlo a un formato técnico, y ya con ello, establecer un modelo formal, que podrá ser resuelto por los alumnos, si abordaron el proceso mencionado de forma correcta.

Esta técnica se denomina con la sigla que se deriva del nombre de cada uno de los cinco pasos que se proponen para resolver un problema de tipo científico: Traducción, Análisis, Diseño, Implementación y Revisión [6].

Las prácticas metacognitivas se fundamentan en la consideración de que los estudiantes pueden administrar los procedimientos de aprendizaje que ellos aborden, ya que para ello, deben estar conscientes de su nivel de conocimientos, y por lo tanto pueden definir qué acciones asumirán para mejorar su rendimiento [11].

El análisis de la educación en temas de tipo científico sirvió de base para impulsar la propuesta de que los alumnos deben realizar procesos de reflexión para lograr los razonamientos lógicos que son comunes en la ciencia [7], el planteamiento teórico para la práctica metacognitiva considera que en las personas se sucede una planificación, un control y una evaluación de las tareas cognitivas que realizan en la construcción activa de su conocimiento, siguiendo la guía del docente [7].

Para la aplicación de una estrategia metacognitiva se debe establecer un mecanismo de regulación, que permita explicar la temática de estudio, pudiendo incluso mostrar otras opciones cuando la estrategia original no sea adecuada [11].

La aplicación del prefijo “meta”, se hizo con la intención de señalar que, en la práctica metacognitiva el alumno busca avanzar más allá del límite que una cognición

normal le pueda permitir, comprendiendo para ello su manera personal de aprender [7], siendo considerado lo anterior como la mayor utilidad de esta técnica, además la eficiencia dependerá del compromiso personal, en otras técnicas la evaluación se hace posterior al aprendizaje y lo controla el docente; como puede apreciarse esta propuesta establece acciones muy diferentes a las de una práctica escolar típica [11].

C. Aprendizaje

Hay diversas posiciones teóricas que buscan definir el concepto del aprendizaje, por ejemplo: Alonso, Gallego y Honey [3], proponen tres lineamientos de análisis, primero considerar que el aprendizaje es el cambio producto de la práctica, segundo, que es la secuencia de pasos que llevan al cambio conductual, y tercero, son los cambios motivados por la interacción entre un individuo y el objeto de estudio.

Y complementan su análisis indicando que un proceso educativo, para ser considerado como didáctico, debe cumplir con tres condiciones: adquisición de conocimiento obligatoria, modificación de comportamiento y mejora personal por la experiencia [3], por lo anterior, estos autores proponen la definición del aprendizaje como una actividad secuencial que lleva a la adquisición personal de una disposición, casi permanente, para modificar la conducta personal en base a la experiencia; al consultar otros textos se percibe que esta definición en lo general ha permanecido en forma consistente a lo largo del tiempo [17].

En otro texto, que se apoyó en el trabajo de Gagné, se define al aprendizaje como la capacidad de un individuo para cambiar su conducta para adaptarse al medio que lo circunda, definiendo 5 tipos de capacidades aprendidas, en forma consecutiva: enunciación verbal coherente, manejo intelectual de símbolos, capacidad para administrar su propio proceso de aprendizaje, adquisición de actitudes y valores, y finalmente, mostrar las mejorías en los movimientos corporales y las capacidades aprendidas [18].

En un estudio del aprendizaje y su relación con la fisiología humana, se plantean cuatro características para ese proceso: la primera, mostrar un cambio de conducta; siendo la segunda, cambios fundados en la experiencia; la tercera será la adquisición de información ambiental; y la cuarta, cualquier aprendizaje modifica la función o estructura del cerebro, requiriendo para ello que el individuo tenga plasticidad cerebral [19].

Como puede apreciarse, con esta última característica, se complementan las definiciones de aprendizaje anteriormente mencionadas, ya que se incorpora a la idea del cambio relativamente duradero en la conducta debido a la experiencia, el concepto de las modificaciones que suceden en el ámbito fisiológico del organismo.

D. Corrientes teóricas del aprendizaje

Para buscar entender y explicar los complejos mecanismos que existen para que se dé un proceso de aprendizaje en un ser humano, se han realizado un gran número de investigaciones educativas, y al agrupar dichos trabajos, se

han conformado las llamadas corrientes teóricas del aprendizaje, de éstas las más mencionadas son: la corriente conductista y la corriente constructivista o cognitiva.

Las propuestas teóricas que se agrupan en la corriente conductista, se fundamentan en la consideración de que puede identificarse la relación entre un estímulo del medio y la respuesta que da un organismo, lo cual, al ser fortalecido, produce el aprendizaje [3].

Se ha señalado que el inicio de esta corriente se dio en los primeros años del siglo XX, con los trabajos del psicólogo John B. Watson (1878-1958), quien consideraba que el propósito de la psicología debía ser estudiar la conducta observable, ya que puede medirse objetivamente la relación entre las condiciones del medio y la reacción generada por el organismo para asimilarlas [14].

Burrhus Frederic Skinner es reconocido como otro de los principales teóricos de esta corriente, ya que en sus trabajos más referidos mostró los resultados que obtuvo al estudiar la importancia que tiene un suceso grato para provocar que se mantenga la conducta aprendida por un organismo, esto es, la relación entre un premio o recompensa y el correspondiente refuerzo, ya que a partir de esto, se puede considerar que cualquier acción que produzca satisfacción al organismo tenderá a ser repetida y tomada en cuenta [3].

Por otra parte, la corriente constructivista agrupa las teorías que consideran que el aprendizaje se da en el interior de los individuos, de una manera progresiva y constante, como resultado de la acción personal, que se apoya en los conocimientos previos para integrar los nuevos [14].

La teoría del aprendizaje que se basa en la línea psicológica conocida como de la Gestalt, ha sido considerada como una de las primeras propuestas que permitieron constituir la corriente constructivista. En dicha teoría de la Gestalt, se considera que los individuos construyen su conocimiento, cuando establecen patrones mentales, a partir de la percepción de diversos elementos, que incluso, pueden estar desconectados, pero que, al ser registrados por la mente, conforman registros significativos y organizados [3].

El investigador Jean Piaget es uno de los teóricos más influyente en la corriente constructivista, estudió la maduración de la inteligencia en los seres humanos, desde los primeros años de vida hasta la adolescencia, para entender con ello el intelecto que se tenga en la edad adulta.

Consideraba que la evolución del desarrollo mental es similar al proceso del crecimiento corporal, y que dicho desarrollo se da mediante una construcción continua y permanente, en la que, al irse incorporando nuevos elementos, se va adquiriendo mayor solidez y equilibrio.

Piaget estableció que debía reconocerse el hecho de que conforme el individuo va madurando, algunas de sus estructuras mentales establecidas, pueden actualizarse, convirtiéndose entonces en activadoras del avance psíquico, facilitando con el correspondiente ajuste, la incorporación de los elementos que contribuirán para que el individuo alcance los nuevos niveles mentales con la mencionada solidez y equilibrio.

Basándose en sus estudios, el propuso la existencia de 6 diferentes períodos de desarrollo mental que suceden, desde la primera infancia hasta la adolescencia, en cada periodo se pueden identificar las estructuras originales de los estados anteriores [20].

Las teorías básicas de la corriente constructivista han fundamentado el diseño de diversos métodos de aprendizaje, en algunos puede considerarse que los alumnos deben desarrollar un papel muy activo controlando el uso de las aplicaciones didácticas, y en otras propuestas, se asume que los procesos de adquisición son muy laboriosos y de larga duración [14].

Por ejemplo, el método de aprendizaje significativo, considera que puede adquirirse una gran cantidad de conocimientos de alta calidad, y con ello lograr la construcción de estructuras cognitivas, que relacionan de una manera sustancial, los conocimientos previos de los alumnos con la nueva información que se esté procesando; para ello debe evaluarse el nivel y calidad de las ideas preliminares, para que al contrastar con las nuevas que se adquieran, pueda reorganizarse la estructura personal de conocimientos, esto se facilita si el nuevo conocimiento tiene una presentación lógica y trascendental para los alumnos [13].

Complementariamente, se recomienda que para mejorar la posibilidad de lograr un aprendizaje en general, se debe tener una gran concentración en las tareas que se desarrollen, ya que si se tienen distracciones por diversas causas, personales o ambientales, se desvía el enfoque que es necesario para que se comprenda a fondo las características y condiciones del tema en estudio, el objeto de aprendizaje debe ser la actividad principal, y cualquier otro asunto debe tener una atención secundaria, se recomienda lograr un aislamiento personal, para discernir lo importante de lo irrelevante del material en estudio. En el caso de cuestiones personales, si se tienen preocupaciones profundas no será posible lograr el ambiente necesario para el proceso de aprendizaje [21].

Se ha considerado que los individuos asumen prácticas muy personales para abordar los procesos de aprendizaje, por lo que se han desarrollado propuestas teóricas que buscan elevar la calidad de los resultados educativos tomando en cuenta esos estilos personales para aprender [3], y aunque se reportan limitaciones a estas teorías, en lo general se recomienda su uso [4]. Muy relacionado con lo anterior, cabría mencionar que también se han hecho estudios que buscan sustentar la idea de que también se deben diversificar los métodos que se utilizan para abordar la enseñanza [5].

Finalmente, retomando la idea de que el objetivo principal de un proceso educativo es lograr que los alumnos adquieran un conocimiento correcto, ello debe medirse para determinar si el trabajo fue productivo; una buena forma para definir la calidad de los resultados obtenidos, es evaluar los cambios logrados entre el alumnado. Se debe realizar un proceso de diagnóstico para identificar las condiciones iniciales del conocimiento, y posteriormente las que se presentan al final del curso, para contrastar ambos estados y definir los logros, las evaluaciones deben

considerar mediciones cuantitativas y cualitativas, aplicando instrumentos objetivos que no distorsionen la evaluación [7].

Hay diferentes instrumentos de evaluación que miden los parámetros del aprovechamiento escolar, dentro de los materiales evaluativos disponibles se pueden considerar: las entrevistas, procesos de observación, encuestas y las llamadas pruebas o exámenes por escrito. Las herramientas mencionadas se pueden configurar de varias maneras, en el caso de los exámenes se pueden elaborar, entre otras posibilidades, con base en reactivos con opciones múltiples de respuesta, preguntas de respuesta abierta, o preguntas de respuesta restringida.

Las preguntas de respuesta restringida se consideran, si están bien elaboradas, que miden de forma objetiva aprendizajes tanto simples como complejos, ya que, aunque regulan los requisitos y el formato de la respuesta, también dan posibilidades a los alumnos para que desarrollen lo que consideren necesario dentro de los límites y organización establecida, evitando que generen una infinidad de respuestas que disminuirían la objetividad de la evaluación [22].

III. METODOLOGÍA

De acuerdo con la guía de investigación que se mencionó previamente, y conforme a la bibliografía consultada, se diseñó el trabajo de indagación que fue aplicado para alcanzar los objetivos considerados en la referida conjetura inicial; en primer término se puede establecer que la investigación se clasifica como de tipo cuantitativa [23], ya que se procuró presentar en forma clara la definición del planteamiento, así como estructurar el trabajo de acuerdo con el marco teórico, el cual también se elaboró para que se pudieran contrastar los resultados y se tendiera a lograr una interpretación adecuada, y con todo ello se buscó desarrollar una prueba objetiva de la referida hipótesis de trabajo.

Adicionalmente, es posible complementar la definición de la investigación realizada como de tipo cuantitativa para muestras relacionadas [24], toda vez que con la intención de evaluar la posible relación entre una mejoría en el conocimiento conceptual de la Estática y la aplicación de la técnica didáctica propuesta en este trabajo, se realizó la comparación entre los resultados obtenidos en las dos evaluaciones que se aplicaron, una al inicio y otra al término del trabajo, para medir el nivel de conocimiento que tenían en esos momentos los alumnos que participaban en este estudio.

El diseño del instrumento de investigación se basó en las técnicas anteriormente mencionadas del ARP, ABP y TADIR, ya que dichos métodos tienen un desarrollo semejante, por qué en las tres, se le da seguimiento a una serie de pasos definidos para que se desarrolle un proyecto o se resuelva un problema, con lo que se busca que el alumno no realice un aprendizaje basado exclusivamente en la memorización de soluciones, ya que deben comprender

la relación entre los conceptos teóricos y el desarrollo de las soluciones practicadas.

En el caso de estudio aquí presentado, se complementa la aplicación básica derivada de esas técnicas, solicitando a los alumnos que al finalizar su proyecto, presenten una explicación ante otros compañeros, de los conceptos de la Estática involucrados en su trabajo, para demostrar el nivel de conocimiento conceptual alcanzado; incentivándolos para que realicen procesos reflexivos, con la finalidad de que se consolide el aprendizaje conceptual, ya que se considera, que solo cuando se logra un entendimiento completo, puede presentarse una explicación de una forma adecuada.

La mencionada secuencia de evaluación-método de aprendizaje-evaluación, implicó establecer un control sobre las variables que se pretenden estudiar, por lo anterior, también se tiene en este estudio un enfoque de tipo experimental [23].

Finalmente, el trabajo se realizó a lo largo de un periodo de tiempo, que abarcó desde el planteamiento, al inicio del curso, de la temática del proyecto estructural a desarrollar, hasta la conclusión del mismo, por ello se puede considerar que fue un estudio de tipo longitudinal [24], y adicionalmente al realizar dos evaluaciones para contraste, también se definieron puntos transversales de estudio en la investigación.

IV. ANALISIS Y RESULTADOS

El método aplicado se fundamenta en los principios básicos de las técnicas denominadas como ABP, el protocolo TADIR y el ARP, complementando con un ejercicio de características metacognitivas, que se avocó en la preparación de una presentación multimedia ante grupo, con lo que debe mejorar el manejo conceptual de los estudiantes que participaron.

La programación del trabajo, se conformó por tres etapas de diferente duración. La primera consistió en la aplicación de una evaluación para determinar con qué nivel de conocimientos previos los alumnos iniciarían su trabajo semestral.

Para la segunda parte, se desarrolla la actividad escolar de la temática correspondiente al programa de la materia que se cursa, en este caso, se condujo a los alumnos para que resolvieran problemas de diseño estructural de mampostería, realizando los ejercicios con una secuencia que implicara entender el planteamiento, desglosar los componentes, diseñar y aplicar la solución requerida, revisando la solución para corregir si fuera necesario.

En esta fase debe mantenerse un constante proceso reflexivo sobre la relación de los conceptos básicos de la física que se ocupan en el diseño que están aprendiendo. Para la tercera parte, se realiza la presentación conceptual ante grupo y se aplica una segunda evaluación conceptual.

Esta técnica se aplicó en un grupo de tercer semestre de la carrera profesional para Ingeniero Arquitecto, en la ESIAT. El grupo contaba con 28 alumnos inscritos, de ellos, solo 25 alumnos presentaron la primera evaluación, la

exposición solo fue hecha por 16 alumnos, y la segunda evaluación la realizaron 26 alumnos.

La diferencia entre los números anteriores se dio por motivos de asistencia o incluso deserción, finalmente y para efectos de análisis de este trabajo, solo se consideraron los resultados de los 23 alumnos que presentaron las dos evaluaciones.

De la selección de 23 alumnos, se pueden señalar los siguientes elementos descriptivos: Las edades van desde un mínimo de 18 años hasta un máximo de 24, estableciéndose un rango de 6 años, la edad que más se presenta es de 19 años, con 16 casos, que representan un 69.6% del grupo, teniendo un promedio de 19.26 años. Cabe señalar que estos datos pueden considerarse como típicos para el semestre que estaban estudiando. En cuanto al género, el grupo se constituyó por 16 hombres que representan el 69.6% y 7 mujeres que fueron el 30.4% restante.

Buscando objetividad el análisis de los resultados obtenidos se desarrolla en dos bloques, en el primero se comparan los datos de las dos evaluaciones conceptuales que se aplicaron, y para acotar debidamente los indicios que surgieron, en el segundo bloque se comparan las calificaciones que mantenían los alumnos en materias previas relacionadas, con la calificación que obtuvieron en el curso que se trabajó.

En el primer bloque de análisis, se puede referir que, al inicio del esquema de trabajo, se aplicó una evaluación para determinar el nivel de conocimiento que mantenían sobre los conceptos de: Fuerza, Momento, Esfuerzo y esfuerzo cortante.

Al evaluarse los resultados de esta prueba, en porcentaje de dominio conceptual, se encontró un valor mínimo de 0% y un máximo de 45%, quedando el rango en 45%. El promedio se estableció en 22.61% y la mediana en 25%, la moda fue un 15% con 7 casos. Este porcentaje de conocimiento conceptual fue muy bajo, prácticamente ninguno alcanzaría un porcentaje de dominio aprobatorio.

En la parte final de la aplicación del método, se aplicó una nueva evaluación del manejo conceptual que los alumnos tenían en ese momento, se encontró los siguientes datos: un porcentaje mínimo de 0% y un máximo de 85%, estableciéndose el rango en 85 puntos porcentuales, el promedio se dio en un 45.87%, la mediana quedó en 50%, la moda fue el 0% con 4 casos.

A primera vista si se compara con la primera evaluación se aprecia un incremento significativo en casi todos los indicadores. Con relación a los casos de 0%, se puede explicar porque la evaluación conceptual formó parte de un examen de conocimientos de la materia escolar, y pudo suceder que los alumnos no tuvieron tiempo para contestar adecuadamente sobre los conceptos.

Los notables cambios pueden ser un primer indicio de que el método rinde buenos efectos, pero para sustentar esta apreciación se procede a revisar los resultados aplicando una herramienta estadística, utilizando una versión demo del programa de cómputo SPSS, que está registrado comercialmente, tomando en cuenta las características de las mediciones efectuadas.

Se efectuaron pruebas de normalidad para ambas mediciones, ocupando las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk, para la primera medición se obtuvieron valores de 0.148 y 0.175 respectivamente, lo que permite asumir la hipótesis de que la medición tiene un comportamiento tendiente a la normalidad, en el caso de la segunda medición se obtienen valores de 0.200 y 0.048 para cada prueba mencionada.

En el caso del segundo valor que corresponde a la prueba de Shapiro-Wilk, se obtuvo menos de 0.05, por lo que se debe rechazar la hipótesis de que esta medición tiende a la normalidad.

Por lo anterior, se considera que se debe aplicar una prueba no paramétrica para dos muestras relacionadas, en este caso corresponderá a la prueba de Wilcoxon [24].

Al aplicar esta prueba en ambas mediciones se obtiene un valor de 0.003 que es inferior a 0.05, y por ello se rechaza la hipótesis nula que se establece para esta prueba: las medianas de las diferencias entre ambas mediciones son igual a cero.

Por esto se puede pensar que, el cambio observado entre ambas mediciones no se debe al azar, robusteciendo la consideración de que el método didáctico propuesto sí da buenos resultados.

Como segundo bloque de análisis, y para acotar debidamente el entorno de los resultados obtenidos, se procede a comparar los datos obtenidos entre el promedio de las calificaciones que los alumnos mantenían con relación a las materias previas, y la calificación que obtuvieron en el curso que se estuvo trabajando.

De acuerdo a información que los alumnos proporcionaron, la calificación promediada que obtuvieron en los dos semestres anteriores en las materias relacionadas con el cálculo estructural, mostraba que había un mínimo de 1 hasta un máximo de 8, por lo que el rango quedó en 7 unidades; un 39.1% tenía una calificación de 5 puntos o menos, lo cual es insuficiente para aprobar, la calificación más frecuente fue de 6 puntos, con 9 casos.

El promedio de las calificaciones fue de 5.5217; estos valores pueden considerarse también como típicos en estas materias.

En el caso del curso trabajado para esta indagación, los alumnos obtuvieron la siguiente descripción de calificaciones: dentro de este grupo se presentó un mínimo de 4 y un máximo de 7, quedando el rango en 3 unidades, la mayoría obtuvo una calificación de 7, representando un 52.2%, y los que obtuvieron calificación menor a 6, fueron 7, que son un 30.4%; y el promedio se ubicó en 6.1304.

Para comparar el promedio previo con la calificación del curso, se someten ambas mediciones a pruebas de normalidad, una vez más, las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk, en el caso del promedio se obtuvo una significancia de 0.003 y 0.041, respectivamente. Y en el caso del curso realizado, 0 en ambas, por lo anterior, se puede considerar que ambas tienen tendencia a la normalidad, por lo que puede aplicarse una prueba de tipo paramétrico, pero como en el primer bloque se utilizó una prueba no paramétrica, para efectos de mantener un mismo criterio, se vuelve a utilizar la prueba de Wilcoxon, y se

obtuvo un valor de significancia de 0.047, con el que se debe rechazar la hipótesis nula de que no existen diferencias entre las medianas, esto es que el cambio observado no se debe al azar.

V. CONCLUSIONES

Si se comparan los resultados entre los promedios de calificaciones previas y la del curso, se puede apreciar que se da un incremento, desde 5.5217 hasta 6.1304, lo que representa un avance, ya que se alcanzan valores mínimos para aprobar, pero este incremento no es tan sustancial como el cambio encontrado entre un 22.61% de conocimiento conceptual al inicio y el 45.87% encontrado al final del trabajo escolar. Y es por esto que se puede concluir que el avance de conocimiento conceptual puede significar un apoyo para que los alumnos mejoren también en su desempeño escolar.

Pero a manera precautoria, también se puede indicar que, aunque los alumnos mejoren en su dominio conceptual, algunos aún no logran relacionar debidamente este aspecto con su trabajo escolar, lo que indicaría que los avances logrados podrían ser resultado de una mecanización del trabajo escolar, ya que si se ligara adecuadamente, los conocimientos deberían elevarse aún más, este punto podría ser tema de subsecuentes exploraciones.

REFERENCIAS

- [1] Mora, C., Herrera, D., *Una revisión sobre ideas previas del concepto de fuerza*, Latin American Journal of Physics Education **3**, 72-86 (2009).
- [2] Gil, D., De Guzmán, M., *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática-Tendencias e innovaciones*, (Popular, Madrid, 1993).
- [3] Alonso, C., Domingo, G., Honey, P., *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora*, 5a. Ed. (Ediciones Mensajero, Bilbao, 2002).
- [4] Ramírez, M., *Aplicación del sistema 4MAT en la Enseñanza de la Física a Nivel Universitario*, Revista Mexicana de Física E **56**, 29-40 (2010).
- [5] Badia, A., *Aprender autonomamente. Estrategias didácticas*, (Laboratorio Educativo, Barcelona, 2005).
- [6] Barojas, J., *Problem solving and writing I: The point of view of physics*, Latin American Journal of Physics Education **1**, 4-12 (2007).

- [7] Soto, C., *Metacognición-cambio conceptual y Enseñanza de las Ciencias*, (Cooperativa Editorial Magisterio, Bogotá, 2002).
- [8] Barrera, J., *Estrategia pedagógica para el desarrollo de habilidades investigativas en la disciplina Física de Ciencias Técnicas*, Tesis doctoral, (Universidad de La Habana, La Habana, 2003). Recuperado de: <http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/tesis/index/assoc/HASH0122/52e9abe4.dir/doc.pdf>. Consultado: 10 de septiembre de 2013).
- [9] Vadillo, G., *De maestro a tutor académico. Cuarenta semanas de clases innovadoras y efectivas*, (Paidós Mexicana, México, 2007).
- [10] Tirado, F., Covarrubias, P., Quesada, R. & Díaz-Barriga, F., *Psicología educativa. Para afrontar los desafíos del siglo XXI*, (Mc Graw Hill, México, 2010).
- [11] Flores, R., *Evaluación pedagógica y cognición*, (Mc Graw Hill, Bogotá, 1999).
- [12] Ausubel, D., Novak, J. & Hanesian, H., *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*, 2ª Ed. (Trillas, México, 2009).
- [13] Díaz Barriga, F. y Hernández, G. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. 2a. Ed. (McGraw-Hill Interamericana, México, 2002).
- [14] Amigues, R. & Zerbato-Poudou. M., *Las prácticas escolares de aprendizaje y evaluación*, (Fondo de Cultura Económica, México, 1999).
- [15] Buzzo, R., *Estrategia EE (Euler-Excel) en la Enseñanza de la Física*, Latin American Journal of Physics Education **1**, 19-23 (2007).
- [16] García, E. & Rodríguez, H., *El maestro y los métodos de enseñanza*, (Trillas, México, 1987).
- [17] Tarpy, R., *Principios básicos del aprendizaje*, (Debate, Madrid, 1977).
- [18] Ogalde, I. & Bardavid, E., *Los materiales didácticos. Medios y recursos de apoyo a la docencia*, (Trillas, México, 1991).
- [19] Mendoza, M., *Aprendizaje*, (Trillas, México, 2009).
- [20] Piaget, J., *Seis estudios de psicología*, (Planeta Mexicana, México, 1992).
- [21] Ravenette, T., *El constructivismo en la psicología educativa*, (Desclée De Brouwer, Barcelona, 2002).
- [22] Carreño, F., *Instrumentos de medición del rendimiento escolar*, (Trillas, México, 1986).
- [23] Hernández R., Collado, C., Baptista M., *Metodología de la investigación*, 5a. Ed. (Mc Graw Hill Interamericana, México, 2010).
- [24] Pick, S. & López, A., *Cómo investigar en ciencias sociales*, 4a. Ed. (Trillas, México, 1990).

Change in teachers' practice through the elaboration and testing of an informed teaching proposal



Pilar Segarra¹, María de los Ángeles Ortíz¹, Virgen Huerta²

¹*Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.*

²*Escuela Nacional Preparatoria 7, Universidad Nacional Autónoma de México.*

E-mail: psegarra@ciencias.unam.mx

(Received 22 November 2015, accepted 5 January 2016)

Abstract

Educational research indicates that it is very difficult for experienced teachers, to modify their teaching approach, even after several disciplinary or educational courses. It is known that they, generally continue with the familiar methods used for years, remaining as the central figure that transmits knowledge, without fully considering the ideas, interests or knowledge of their students. We ask ourselves if a group of experienced teachers improve their pedagogical content knowledge (PCK) after attending an interdisciplinary training program, in which the elaborated teaching proposal is tested in the classroom. In order to investigate this, a questionnaire was applied to master degree graduates with such characteristics of co-construction and application of a teaching proposal. Contrary to the results of short courses, we have found that all the surveyed teachers had significant advance in their PCK.

Keywords: Teachers' training, Pedagogical content knowledge, High school Physics teaching.

Resumen

La investigación educativa indica que es muy difícil para los profesores con experiencia para modificar su método de enseñanza, incluso después de varios cursos disciplinarios o educativos. Se sabe que por lo general continúan con los métodos habituales utilizados por años, manteniéndose como la figura central que transmite el conocimiento, sin examinar a fondo las ideas, los intereses o los conocimientos de sus alumnos. Nos preguntamos si un grupo de profesores con experiencia mejorarían su conocimiento del contenido pedagógico (PCK) después de asistir a un programa de entrenamiento interdisciplinario, en el que la propuesta didáctica elaborada se prueba en el aula. Para investigar esto, se aplicó un cuestionario a los graduados de maestría con características tales como co-construcción y aplicación de una propuesta de enseñanza. Contrariamente a los resultados de cursos de corta duración, se ha encontrado que todos los profesores encuestados tuvieron avance significativo en su PCK.

Palabras clave: Formación de profesores, Conocimiento didáctico del contenido, Enseñanza de la Física en bachillerato.

PACS: 01.40.gb, 01.40.Fk, 01.40.J

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

The greater population access to education has increased the concern of governments to improve its quality. It is now acknowledged that the teacher is the main key to the qualitative improvement of an educational system and determines the success or failure of whatever curricular reform or innovation it is intend to be implemented [1]. The European Commission EACEA states "high quality teaching is a prerequisite for high quality education and training" [2].

In many countries, high school teachers have a university education, but usually no attention is paid to training students in teaching at universities, since the common conception has been that teaching is "easy" and that to teach it is enough to have knowledge of the subject, common sense and innate personal qualities [3]. When university graduates have no previous specific teaching training, they use their intuition and try to copy the teaching techniques of their good teachers,

which often place the teacher as the central figure, and base their schooling on the transmission of conceptual knowledge and textbooks [4, 5, 6].

Most high school teachers over the world are subject specialists and they are required to have a university degree in the specialist subject. The initial teacher education for this level follows the consecutive model i.e. it is completed after the degree and it is done from short courses in theory and practice of teaching, to a postgraduate degree. In the European countries, teacher education programs for upper secondary level lasts between four to five years, but the compulsory minimum proportion of professional training only exceeds 30% in 6 countries. In the U.K., Ireland and Spain a one year intensive education programme follows the degree in the teaching subject [7, 8, 2].

In order to enhance high school education, academic institutions over the world have promoted intensive pedagogical and disciplinary courses for in-service teachers,

generally lasting one or two weeks and coached by a specialist. A lot of them are often structured as a summer workshop, with little attention to how the content may be used more successfully with students. Many times professional knowledge is placed in opposition to disciplinary knowledge, both domains of knowledge are considered separately and, yet, expected to converge in teacher behavior [9]. Teacher legends suggests that traditional in-service programs consist of outside experts with little knowledge of local conditions who present irrelevant, sometimes amusing, often boring information. It is argued that these experiences are irrelevant and teach teachers little, or at least little of worth [10].

As it may be seen in literature, these courses are not useful because teachers find it difficult to change. It is known that short programs do not really transform the way that science is taught. Teachers go on teaching in the way they are accustomed to do [11]. It is also recognized that individuals and organizations possess a natural tendency to maintain a steady state, so any changes that disrupt this status quo are viewed with caution and are only accepted when the perceived outcome adds value to the individuals and their organizations [12]. On the other hand, Gil *et al.* [3] claims that the personal pedagogical conceptions of teachers' own school experiences acquired naturally and not in a reflexive way, are an obstacle to training and teacher educational change. All these contribute to the poor effectiveness of the proposals transmitted by experts to the teachers [13].

As a rule, educational research rejects training models based on the overlapping of disciplinary knowledge of science and general psycho-pedagogical knowledge [14] but this is the usual way that high school teacher education is done. In summary "standard teacher preparation and in-service teaching experience is not sufficient to develop a high level of teaching expertise" [15]. Another aspect of the problem is the disciplinary knowledge of teachers. Some researchers have found serious problems with subject matter knowledge of preservice teachers, even of those who have completed majors in academic disciplines. Wilson, Floden, & Ferrini-Mundi [16], exemplify that in mathematics, preservice teachers' knowledge of procedures and rules may be sound, but their reasoning skills and knowledge of concepts is often weak. De Jong *et al.* [17] claim that "most of the studies reviewed show that teachers' subject matter knowledge needs improvement, not only because of deficiencies but also because of views deviate from scientific one". Cochran and Jones state [18] "students completing baccalaureate degrees show, at least to some extent, unorganized, superficial and inaccurate knowledge of subject matter areas". Research suggests that changes in teachers' subject matter preparation may be needed, and that the solution is more complicated than simply requiring a major or more subject matter courses [16].

Although teachers' knowledge can be influenced and improved by receptive learning, the most powerful changes result from experiences in practice. The process of change in teacher's practice has been the subject of many studies in educational research. In order to make any modification to the constructed knowledge, the learner must be able to apply the changed idea to new situations, receive feedback about the

validity of the construct from other sources, and establish further connections to other elements in the new one [19].

According to Mellado [20] the training skills more able to be set into practice are the ones that are not "for" or "on" teachers, but those made "for" and "with" teachers in interdisciplinary teams between levels. There, the teacher is not a consumer of external knowledge, but a co-producer and an agent of change in the issues that really concern them in their classes. So, if we want to improve education we must begin to work together with high school teachers [21]. If teachers are engaged in a research project involving reflection on their practice and attend courses to support their project, then both contribute to the development of teachers' knowledge [22]. Evidence indicates that such in-service work is more effective when it is planned over 3, or more sequential years [23].

From the previous paragraphs, it can be seen that the initial and on-service high school teacher education problem exists long ago and may be considered an unresolved issue. There have been different ideas around the world but there is not yet a solution that can be applied anywhere.

In this work, we ask whether an integral and interdisciplinary teachers' training program can transform positively teachers' work. For this research we surveyed a sample of experienced teachers graduated from a Master in Teaching for High School Education (MADEMS) at Mexico City.

II. REVIEW OF RELEVANT LITERATURE

Our approach to understand and study the process of change in teachers' practice is the theoretical construct "pedagogical content knowledge" (PCK) introduced by Shulman in 1986. PCK is a way of describing the particular form of content knowledge that exemplifies the aspects of content most relevant to its teaching abilities and that includes the ways of representing and formulating the subject that make it intelligible to others [24]. PCK is teachers' knowledge used to transform subject matter content into forms more comprehensible to students. Shulman [24] states, that it is important to be proficient on the core content and to comprehend general pedagogy, but when you sum up the two, you do not get a teacher.

It is teachers' understanding and performing the key to help a group of students interpret a specific subject matter using multiple instructional strategies, representations and assessments, while working within the contextual, cultural, and social limitations in the learning environment [25, 26]. Initially, Shulman [24] considered the three components of teacher knowledge as: content knowledge, PCK and curricular knowledge. PCK is the teacher knowing, the teacher doing and the reasons for the teacher's actions. It incorporates both teachers' understanding and its transformation of subject matter knowledge for teaching [25]. PCK can provide a useful conceptual framework to understanding the teacher progress.

Many researchers in the area of teacher education have already recognized PCK as a critical component of the professional status of teachers [27, 28, 29]. While it is

generally accepted that PCK is an essential knowledge base for science teachers, educational researchers are not clear on how it develops but have suggested that classroom practice may play a significant role [30, 31, 32].

Shulman [33] affirms that the development of PCK involves a dramatic shift in teachers' understanding. This goes from being able to comprehend themselves subject matter, become able to clarify subject matter in new ways, reorganize and partition it, grasp it in activities and emotions, in metaphors and exercises, and in examples and demonstrations, so students can grip it.

According to this author, the difference between novice teachers and expert ones is the capacity of a teacher to transform the content knowledge that he or she possesses into forms that are pedagogically powerful and yet adapted to the variations, the abilities and the backgrounds presented by students. This means that teacher educators should work with them in the development of this transformation capacity, helping teachers in acquiring the underlying theoretical elements, and accompanying them on the continuous reflection needed to improve their teaching. PCK development incorporates knowledge acquisition and knowledge use. It is unlikely that teachers acquire PCK first, and then apply it. Rather, knowledge acquisition and knowledge use are interwoven within the context of instructional practices. Although teachers' knowledge can be influenced and improved by receptive learning, the most powerful changes result from experiences in practice. Teachers are knowledge producers, not knowledge receivers.

This characteristic is essential to recognize teachers as true professionals [25, 34]. Student-teachers need opportunities to reflect on, and develop their understanding of the structure of science knowledge, as well as opportunities to apply these understanding in classroom practice [35].

As noted by Day [36] change is a matter of brains and at the same time a matter of heart. It hardly develops if it does not make up emotionally, and helps provide more personal satisfaction at work and a sense of achievement. Change is to recognize that something can be done better than before, and to feel empowered to make such modifications. Therefore, allowing the teachers to propose themselves the adjustments they are willing to do, or to try new strategies, ensures a long-lasting transformation [21].

To what extent do science teachers' theories correspond to their practices? There is still a lot of debate on whether pedagogical knowledge and views influence actions, or these ones affect pedagogical interpretations [37, 38, 39]. Hanley *et al.* [12] states that a variety of research evidence has shown that teachers' beliefs about teaching and science learning impact their teaching practices. Instead of one clearly preceding the other, changing teachers' beliefs and changing their classroom practice is more of a cycle, where each one reinforces and provides impetus for the other. Developers thus need to consider how to create, or co-construct, such cycles as part of a continuous professional development (CPD) process.

Mansour [39] brings up that teachers' pedagogical views are significant indicators of the behaviors that will be present in the classroom. Of course, they are restricted by teachers' knowledge of the subject matter and his view of the same,

which have also been found to influence the day-to-day decisions about what to teach, what to skip, and how much class time needs to be assigned to a particular topic.

However, based on other research, the same author points out that teacher performance is not always consistent with their beliefs, and indicates that the relationship between teachers' theories and their practices are not very strong.

III. METHODOLOGY

This research was developed with 14 high school teachers in Mexico City, who have graduated in the last six years of MADEMS-Physics (Master in Teaching for High School Education), over a population of 32. The participants were seven males and seven females. The ages of this sample ranged from 35 to 48.

This Master in Teaching was designed for future and in service high school teachers in three learning areas:

- a) Socio-Ethical-Education, which aims to train students fully in the spirit and practice of social and education purposes of high school education, so that they can understand and use educational models and projects, as well as plans and programs of study to contextualize their educational practices;
- b) Psychopedagogic-Education, its purpose is to familiarize future teachers with the characteristics of the psychological development of young high school students (cognitive, social, emotional, moral and sexual) and to analyze the various theoretical concepts underlying the processes of teaching and learning.
- c) Disciplinary; it allows advanced understanding of the contents in a field of knowledge and its teaching, so that subject matter knowledge may be presented into a suitable form for use with pupils [40]. The incorporation of the three areas is done both in teaching practices and in the development of the thesis. The degree seeks that the students use and apply what is learned in the three areas.

The intention of this Master's degree is that each high school teacher finds its own way into classroom work, based on the three knowledge areas. They must design a teaching proposal in a specific physics topic. The proof of the teaching proposal takes place over some weeks, for three consecutive semesters with regular high school groups in Mexico City, allowing teachers to improve and adjust teaching and learning strategies. There are four semesters of courses and an additional semester to prepare the dissertation.

The survey was done using a written questionnaire (annex) with 7 open questions that allows us to know how they currently work in their classroom. All the interviewed teachers entered their degree studies motivated primarily by a desire for self-development, namely: improving their skills, picking up new ideas and gaining an opportunity to reflect on their practice. They wanted physics to be more useful and applicable to students.

According to Park & Oliver [25] assessment of PCK requires a combination of approaches that can collect information about what teachers know, what they believe, what they do, and the reasons for their actions. We know that

a single instrument cannot capture the complexity of teachers' knowledge, but the questionnaire is a good start to detect if the results point to changes [41].

In the analysis we use Fox's [42] suggestions about the way in which teachers answer. If the surveyed uses terms like 'imparting knowledge', 'conveying information', 'giving the facts', or 'putting over ideas' he/she is considering in the transmission mode. If teachers made a vivid description of their actions in the classroom, it is considered that their PCK had changed to be more student-centered. Besides, if they simply repeated the knowledge, we considered that they have not changed [37, 43] since Waggett [44] stresses that verbalization of best practice does not guarantee that teacher will do as they say"

IV. RESULTS

In all surveyed teachers, the development of their pedagogical knowledge is evident. All of them report transformations, most in the disciplinary aspect, some in learning about teenagers, ways of assessment and development of practical activities. Those who graduated early reflect a greater integration of the elements of PCK, as mentioned by Park *et al.* [25] and Peme-Aranega *et al.* [34] that the most powerful change results from experiences in practice.

Considering the questionnaire, the most significant change is that if teachers focus on students, then they have to change the form of assessment, teaching and learning strategies, experimental activities, use of Information and Communication Technologies (ICT's), etc.

Teachers showed awareness that they needed to develop their subject matter knowledge into a suitable form for use with pupils. All the teachers showed evidence that their general pedagogical knowledge (GPK) was developing as they reflected on pedagogical approaches which they had tried and adapted.

There are five main changes that can be deduced from the questionnaires and are illustrated with a few phrases of teachers:

1. The educational process is no longer centered on the teacher; they now consider the interests and knowledge of students. Judged by their answers, they have more educational and discipline elements to plan. In some cases they enjoy the new way of working. Now they have taken the students into account understanding that students are teenagers. Teachers foster deeper knowledge, being aware that students do not just repeat information without understanding.
"I now consider what interests the students and their previous ideas".
"I am more sensitive to high school students, understanding that they are teenagers, so I am more tolerant. I stopped being the main actor; I use more tools, such as rubrics, videos and science projects. As I have more elements, I plan better classes and became more organized".
"I search the activities thinking in the usefulness of each one and in the possible application of them. Students work

in groups, both in theory and in the laboratory and develop their own research projects".

"The best way for students to learn is that they work by themselves, discuss and draw conclusions from the problems and experiments proposed by the teacher".

2. Teachers' recognized solid knowledge of the content as essential. They can now change from using only textbook, to now employing a variety of teaching and learning strategies.

"To be able to modify the classes, I need a change of view and ask myself what I really want students to learn. After MADEMS I believe that students should ask themselves questions and raise their own challenges".

"I previously used a text book as a guide, now I use several sources of information, different ways of teaching".

"Before, I thought of the topics of the day for 10 minutes and began to teach. Now, I invest more time, not only thinking of the topics in more detail but also in how to involve the whole class, the appropriate activities to be implemented. I also want to see the applicability of physics in life".

"Now I seek greater participation of students in class: talking, solving exercises, writing, communicating among themselves, in order to develop skills that will be useful not only in physics, but for life".

"Classes were prepared with few materials and I gave little importance to pedagogical issues".

"Now, learning activities are quite varied, and done by the students and me; the class is interactive".

"Before I simply developed a list of topics and thought in the most consistent way to lecture on them, so that students may solve numerical exercises from the end of the chapter. Now, I think in the students' skills, their interests and how the specific topics may be related with daily life to develop the lesson plan".

3. Assessment is in accordance with the strategies employed, to evaluate what is taught and what is learned.

"Before MADEMS, I usually explained and at the end of the class asked if there were questions. Now during the session I ask students questions, give them time to think and answer; I use some of their ideas to explain further. As students' ideas are taken into account, their participation increases".

"I promote the evaluation beyond traditional examinations, looking at assessment methods that promote more analysis of physical situation than of solving exercises".

"I have adopted the use of portfolio in order to facilitate peer assessment and self-assessment".

"I am starting to explore learning experiences where students can look at their answers and those of their peers. Then I request them to amend any errors in dialogue with their classmates. This is a form of self-assessment".

"At the moment I am satisfied that students may apply the new learning, but I would like that they are capable of analyzing them."

4. The importance of practical work in and out of the laboratory is acknowledged.

"I became more aware of the importance of practical work

to achieve meaningful learning. I applied this to my teaching practice, which was at least 50% based on experiments conducted by students. I got very good results.”

“I strive that students recognize that physics is applied in daily life, and its knowledge is useful. Several experiments were performed to surprises and trap students.”

“Now some experimental activities are conducted in the classroom with accessible materials taken by the students. Some experiments are also performed outside the laboratory. As students like these activities, they work better.”

“I give students small experimental challenges and encourage them to answer certain related questions and that they try to explain the phenomena”.

5. Surveyed teachers are in a process, they are aware of their change and recognize the need to change more. Sometimes they come back to what was done before, but know they should continue trying new strategies to get better learnings.

I am still in a conflict because I have not developed specific assessments when I am teaching. I have been implementing some, but I still need to continue with this work. I felt many times in traditional evaluation”.

In MADEMS, teachers change to improve their classes and to achieve that their students learn effectively. In the answers to the survey, all teachers demonstrate change in the assessment and in the activities performed in the classroom, as in the disciplinary aspect. Change takes place within a nonlinear process with ups and downs. Teachers are clear that it is not enough to repeat what they did in their thesis, but that they need to advance and apply the proposal to different themes with the groups they are attending now.

The main changes found by us are consistent with descriptions in the literature of the evolution in teachers' PCK. In the answers to the questionnaire we found that teachers were able to transform the subject matter knowledge, to subject matter in new ways so that it can be grasped by students. Findlay & Bryce [43] in 2012, studied the development of 6 teachers' PCK, from the beginning of their training one-year professional development graduate diploma till four and a half years later. The most significant change found by them was the teachers' change of focus from teaching the discipline to teaching children. Teachers showed evidence that their general pedagogic knowledge was developing as they reflect and tried different pedagogical approaches, considered the impact of their teaching on their pupils and were conscious that the pupils understood what was being taught. Our results have a high relationship with these findings. On the other hand, Park *et al.* [25] found that PCK was developed mainly through the action reflection cycle within instructional contexts. They proposed 5 components of PCK and supposed that the development of each component may simultaneously encourage the development of the others and that the development of a single component may not be sufficient to stimulate change in practice.

In addition to the questionnaire, we have information of the professional activity of several MADEMS-Physics teachers. Most of them are involved in their improvement and

understand that this is a long live process; they recognize that the work during the master degree was only the beginning of their transformation. Some of them are collaborating in programs' modification or developing educational materials for students. Their products are presented in national and international conferences on physics education. Some are also subject coordinators at high school; one of them is the academic leader in a K-12 school.

The most relevant result is that three of the surveyed teachers are now participating as teachers in this master's program on teachers' education, where they enrich the courses with their experience as active high school teachers, more near to high school classroom reality.

V. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

In this work we investigated whether a graduate program of two and a half years, which includes a design and implementation of a teaching proposal to work in the classroom, has a positive impact on teachers' work.

Obtained results are very encouraging. It is still missing to document the actual students' learning; nevertheless teachers' opinions are enthusiastic.

It is considered that the positive results obtained in this survey may be due that all participants in the degree program enrolled in it with a very high initial motivation to become better teachers. Change begins when teachers have to raise a teaching proposal that takes into account the age and interests of students, as well as the different forms of learning that implies a use of varied teaching strategies. The degree studies provided them with the space to reflect on the work in their classrooms and gave them the interdisciplinary tools to pose the teaching project. The proposal is tested over three consecutive semesters, with the advice of an experienced teacher. Changes in the project are suggested in the evaluations of each cycle: reflection-action-reflection.

When graduate teachers apply the new way of work and see the results, they really begin to appropriate this new teaching approach; it is recognized that the work based on teaching practice is absolutely essential.

Derived from this study we think that in order to improve teachers' PCK they need:

1. To increase knowledge of the taught subjects. Many studies point out that there are difficulties in discipline knowledge.
2. To be aware of the interests of their students and have the elements to plan appropriate classes for them.
3. The necessary tools to modify teaching and learning strategies in the specific discipline.
4. A space where they can reflect on their teaching, propose changes and prove them.
5. Awareness of the need for continuing professional development.

It is likely that this action reflection cycle continues working throughout the professional teachers' career, if they have the support of a professional association or learning group, so that the work is not done alone. Effective science

teaching is more than knowing science content and some teaching strategies.

Note:

1. (a) Orientations to science teaching, b) knowledge of students' understanding in science, (c) knowledge of science curriculum, (d) knowledge of instructional strategies and representations for teaching science, and (e) knowledge of assessments of science learning [25].

REFERENCES

[1] Mellado, V., Bermejo, M. L., Blanco, L., The classroom practice of a prospective secondary biology teacher and his conceptions of the nature of science and of teaching and learning science, *International Journal of Science and Mathematics Education* **6**, 37-62 (2007).

[2] EACEA, *Teacher Education curricula in the EU*, Final report, University of Jyväskylä, Finnish Institute for Educational Research, Jyväskylä, Finland (2009). http://ec.europa.eu/education/policy/school/doc/teacherreport_en.pdf

[3] Gil, D., Beléndez, A., Martín, A. & Martínez, J., *La formación del profesorado universitario de materias científicas: Contra algunas ideas y comportamientos de «sentido común»*, Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado **12**, 43-48 (1991).

[4] Vázquez-Bernal, B., Mellado, V., Jiménez-Pérez, R. & Taboada, M. C., *The process of change in a science teacher's professional development: A case study based on the types of problems in the classroom*, Science Education **96**, 337-363 (2012).

[5] Akerson, V., Cullen, T. & Hanson, D., *Experienced Teachers' strategies for assessing nature of science conceptions in the elementary classroom*, Journal of Science Teacher Education **21**, 723-745 (2010).

[6] Zabala, G., Alarcón, H. & Benegas, J., *Innovative training of in-service teachers for active learning: A short teacher development course based on Physics education research*, Journal of Science Teacher Education **18**, 559-572 (2007).

[7] EURYDICE & CEDEFOP, *Structures of the education and initial training systems in the European Union*, 2nd Ed., (Office for Official Publications of the European Communities, Luxemburg, 1995).

[8] EACEA, EURYDICE & EUROSTAR, *Key data on education in Europe 200*. (Eurydice, Belgium, 2009). DOI 10.2797/1715.

[9] Fischer, H. E., Klemm, K., Leutner, D., Sumfleth, E., Tiemann, R. & Wirth, J., *Framework for empirical research on science teaching and learning*, Journal of Science Teacher Education **16**, 309-349 (2005).

[10] Yager, R. E., *Toward need reforms in Science Teacher Education*, Journal of Science Teacher Education **16**, 89-93 (2005a).

[11] Pintó, R., Curso, D. & Gutiérrez, R., *Using research on teachers' transformations of innovations to inform teacher education. The case of energy degradation*, Science Education **89**, 38-55 (2004).

[12] Hanley, P., Maringe, F. & Ratcliffe, M., Evaluation of professional development: Deploying a process-focused model, *International Journal of Science Education*, **30**, 711-725 (2008).

[13] Barojas, J., López, R. & Martínez, M., *Dificultades para cambiar y oportunidades para mejorar en educación: La formación de profesores de Física para el bachillerato*, Revista Iberoamericana de Educación **55**, 1-10 (2011). Consulted: 10 September 2013, Available in: <http://www.rieoei.org/expe/4018Barojas.pdf>

[14] Shulman, L. S., *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, Educational Researcher **15**, 4-14 (1986).

[15] Wells, M., Hestenes, D. & Swackhamer, G., *A modeling method for high school physics instruction*, Am. J. of Physics **63**, 606-619 (1995).

[16] Wilson, S. M., Floden, R. E. & Ferrini-Mundi, J., *Teacher preparation research: Current knowledge, gaps and recommendations*, Research Report prepared for the U. S. Department of Education, (CTP Michigan State University-CTP University of Washington, USA, 2001). Available: <http://depts.washington.edu/ctpmail/Study14.html>.

[17] De Jong, O., Korthagen, F. & Wubbels, T., Research on Science teacher education in Europe: Teacher thinking and conceptual change, In: Fraser, B. J. & Tobin, K. J. (Eds.), *International Handbook of Science*, (Kluwer, London, 1998), pp. 745-758.

[18] Cochran, K. F. & Jones, L. L., The subject matter knowledge of preservice Science teachers, In: Fraser, B. J. & Tobin, K. J. (Eds.), *International Handbook of Science Education*, (Kluwer, London, 1998), pp. 707-718.

[19] Baviskar, S., Hartle, R. T. & Whitney, T., Essential criteria to characterize constructivist teaching: Derived from a review of the literature and applied to five constructivist-teaching method articles, *International Journal of Science Education* **31**, 541-550 (2009).

[20] Mellado, V., Cambio didáctico del profesorado de Ciencias Experimentales y Filosofía de la ciencia, *Enseñanza de las Ciencias* **21**, 343-358 (2003).

[21] Jiménez, E. & Segarra, P., Ideas de los profesores de física sobre la enseñanza y la solución de problemas en el bachillerato, *XX Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales*, Universidad de La Laguna, España, pp. 164-172 (2002).

[22] Justi, R. & Van Driel, J., *The development of science teachers' knowledge on models and modelling: Promoting, characterizing, and understanding the process*, International Journal of Science Education **27**, 549-573 (2005).

[23] Yager, R. E., *Accomplishing the vision for professional development of teachers advocated in the National Science Education Standards*, Journal of Science Teacher Education **16**, 95-102 (2005b).

[24] Shulman, L. S., *Appreciating good teaching: A conversation with Lee Shulman by Carol Tell*, Educational Leadership **58**, 6-11 (2001).

[25] Park, S. & Oliver, J. S., *Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals*, Research in Science Education **38**, 261-284 (2008).

- [26] Berry, A., Loughran, J. & Van Driel, J. H., Revisiting the roots of pedagogical content knowledge, *International Journal of Science Education* **30**, 1271-1279 (2008).
- [27] Seymour, J. R., Lehrer, R., Tracing the evolution of pedagogical content knowledge as the development of interanimated discourses, *Journal of the Learning Sciences* **15**, 549-582 (2006).
- [28] Lee, E. & Luft, J. A., *Experienced secondary science teachers' representation of pedagogical content knowledge*, *International Journal of Science Education* **30**, 1343-1363 (2008).
- [29] Loughran, J., *Pedagogy: Making sense of the complex relationship between teaching and learning*, *Curriculum Inquiry* **43**, 118-142 (2013).
- [30] Shulman, L. S. & Foreword. In: J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications*, (Kluwer, Netherlands, 1999).
- [31] Lee, E., Brown, M., Luft, J. & Roehring, G., *Assessing beginning secondary science teachers' PCK: Pilot year results*, *School Science and Mathematics* **107**, 52-60 (2007).
- [32] Loughran, J., Berry, A. & Mulhall, P., *Understanding and developing science teachers' pedagogical content knowledge*, 2nd Ed., (Sense Publishers, Netherlands, 2012).
- [33] Shulman, L. S., *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. *Harvard Educational Review* **57**, 1-22 (1987).
- [34] Peme-Aranega, C., Mellado, V., De Longhi, A. L., Argañaraz, M. R. & Ruiz, C., *El proceso de reflexión orientado como una estrategia de investigación y formación: Estudio longitudinal de caso*, *Tecné, Episteme y Didaxis* **24**, 75-98 (2008), Consulted: 10 September 2013, <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/ted/article/view/394>
- [35] Loughran, J., Mulhall, P., Berry, A., *Exploring pedagogical content knowledge in Science teacher education*, *International Journal of Science Education* **30**, 1301-1320 (2008).
- [36] Day, Ch., *Pasión por enseñar. La identidad personal y profesional del docente y sus valores*, (Narcea, España, 2006).
- [37] Fang, Z., *A review of research on teacher beliefs and practices*, *Educational Research* **38**, 47-64 (1996).
- [38] Friedrichsen, P., Van Driel, J. & Abell, S., *Taking a closer look at science teaching orientations*, *Science Education* **95**, 358-376 (2011).
- [39] Mansour, N., *Consistencies and inconsistencies between science teachers' beliefs and practices*, *International Journal of Science Education* **35**, 1230-1275 (2013).
- [40] MADEMS, *Proyecto de creación del programa de la Maestría en docencia para la Educación Media Superior*, (UNAM, México, 2003). Consulted 18 September, 2014, Available in: <http://www.posgrado.unam.mx/madems/plan.pdf>
- [41] Loughran, J., Mulhall, P. & Berry, A., *In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice*, *Journal of Research in Science Teaching* **41**, 370-391 (2004).
- [42] Fox, D., *Personal theories of teaching*, *Studies in higher Education* **8**, 151-163 (1983).
- [43] Findlay, M. & Bryce, T. G., *From teaching physics to teaching children: Beginning teachers learning from pupils*, *International Journal of Science Education* **34**, 2727-2750 (2012).
- [44] Waggett, D., *Secondary Science Teacher Candidates' Beliefs and Practices*. In: Rubba, P. A., Rye, J. A. & Crawford, B. A. (Eds.), *Proceedings of the 2001 Annual Conference of the AETS*, ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 963-1014 (2001). Consulted: 18 September 2014, Available: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED453083.pdf#page=981>.

APPENDIX

Questionnaire applied to teachers

We request support to accomplish a research on the impact of MADEMS in the way of teaching of graduates. Please answer the following questions briefly.

1. Mention the three or four main areas in which you have modified your teaching practice after MADEMS
2. Do you think that the knowledge gained in the three axes influences your current practice? If so, please explain why.
3. How did you prepare your classes before and how do you prepare them now?
4. Has the dynamics and development of your classes changed after MADEMS? If so, please justify.
5. Do you use different strategies in your courses now? Which are those and how do you use them now?
6. Did your assessment method changed after MADEMS? Which type of learning do you promote with it?
7. Explain how you motivate your students.

Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente a partir de estudios históricos sobre la variación



Luis Arturo Serna Martínez, Apolo Castañeda

Programa de Matemática Educativa, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria. Instituto Politécnico Nacional.

E-mail: acastane@ipn.mx

(Recibido el 8 de junio de 2015, aceptado el 26 de febrero de 2016)

Resumen

La enseñanza del cálculo diferencial centrada en manejo algorítmico provee de un eficiente dominio procedimental, sin embargo, de acuerdo a diversos estudios, los estudiantes enfrentan dificultades cuando resuelven problemas y tienen que visualizar y explicar comportamientos gráficos. Esto nos condujo a problematizar la actual configuración de la matemática escolar, analizando su estructura epistemológica, cuestionando el enfoque didáctico así como las características del discurso matemático. Particularmente nos enfocamos en la recta tangente, la cual es un concepto relevante en la definición de derivada, y proporciona un vínculo al estudio de la variación sobre la curva de una función. Para este estudio se realizó una investigación histórica en la que se analizaron fuentes documentales originales, con el propósito de observar el tratamiento matemático, conceptos relevantes, problemas y situaciones particularmente referidos al concepto de tangente variacional. Esta investigación ofrece reflexiones sobre las contribuciones de la historia en el desarrollo de secuencias didácticas, así como las oportunidades didácticas en la clase de matemáticas.

Palabras clave: Tangente variacional, estudios históricos, diseño de secuencias didácticas.

Abstract

The teaching of differential calculus focused on algorithmic management provides an efficient procedural rule, however, according to various studies, students face difficulties when solving problems and have to display graphics and explain behavior. This led us to problematize the current configuration of school mathematics, analyzing their epistemological structure, questioning the didactic approach and the characteristics of mathematical discourse. In particular we focus on the tangent line, which is an important concept in the definition of derivative, and provides a link to the study of the variation on the curve of a function. For this study was realized a historical research in which original documentary sources were analyzed for the purpose of observing the mathematical treatment, relevant concepts, problems and situations particularly in relation to the concept of variational tangent was performed. This research offers reflections on the contributions of history in developing teaching sequences, as well as teaching opportunities in math class.

Keywords: Variational tangent, Historical studies, Design sequences.

PACS: 01.40.J-, 01.40.-d, 01.65.+g

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En las investigaciones de Biza y Zachariades [1], Biza, Christou y Zachariades [2], Dolores [3] y Parra [4] se documenta que: el estudio del concepto de derivada en clase está basado en un fuerte trabajo algorítmico, el cual conduce a la memorización de definiciones y procedimientos, sin la posibilidad de problematizar su estructura y forma. En este modelo de enseñanza, el profesor se limita a exponer los conceptos, explicar procedimientos y resolver problemas; y el estudiante debe *atender a la explicación*, concentrarse para poder repetir los pasos y resolver ejercicios similares [5]. De esta forma, los estudiantes llegan a nivel superior dominando las reglas

algorítmicas, pero sin habilidades para hacer interpretaciones numéricas, gráficas o físicas [6].

Esta apreciación coincide con los resultados que señala Artigue [7], al puntualizar que los estudiantes desarrollan una aproximación procedimental de la matemática y enfrentan serias dificultades cuando se les cuestiona la parte conceptual y los significados asociados. A su vez, este enfoque de enseñanza motiva una evaluación que valora aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es *lo algorítmico*. Los estudiantes construyen poco a poco una idea sobre lo que es *esencial para la clase de matemáticas*, la cual está arraigada en el dominio de métodos y memorización de procedimientos; de tal forma que su ruptura es compleja ya que estudiantes se sienten cómodos con este modelo de aprendizaje y evaluación. De acuerdo

con el estudio de Muñoz [8] sobre la dinámica de clase, se observó que el 88.9% de los estudiantes de nivel superior prefieren que la secuencia de la clase sea teoría-ejemplo-ejercicios. En este reporte, también se evidencia que los alumnos no son proclives a la resolución de problemas en donde tengan que utilizar sus habilidades para la resolución de los mismos. La secuencia teoría-ejemplo-ejercicios supone certidumbre, ya que no hay mucho margen para reflexionar o cuestionar, dado que únicamente se requiere repetir y reafirmar procedimientos.

Es usual que la introducción escolar de la derivada se base en la identificación de la recta tangente como el límite de familia de rectas secantes. Además de que este modelo geométrico de la derivada ha sido reportado en varios estudios como generador de grandes dificultades entre los estudiantes [2, 1], es común que en etapas más avanzadas de un curso no se vuelva a retomar ni a reflexionar sobre este modelo [9].

A. Primera exploración

Con el propósito de establecer un punto de partida a la investigación, se les planteó a tres profesores de nivel bachillerato las siguientes preguntas:

(q1) ¿Para qué se estudia la tangente en cálculo diferencial?

(q2) ¿Consideras fundamental el estudio de la tangente en cálculo? Si o no. Favor de justificar la respuesta.

Profesor A (q1). *Podemos empezar con la definición de tangente: ...toda recta que toca a la circunferencia en un solo punto, a este punto se le conoce como punto de tangencia. Al derivar una función, la derivada de una función en el punto x no es otra cosa que la pendiente de la tangente a la curva.*

Profesor A (q2). *Si, considero que en todo fenómeno donde haya una razón de cambio, existen curvas en las funciones, donde siempre existirán tangentes a dichas curvas, donde la gráfica expuesta anteriormente lo justifica.*

Profesor B (q1). *El concepto fundamental para el estudio del cálculo diferencial es precisamente la derivada, y esta tiene varias definiciones, pero en la mayoría de las escuelas de nivel bachillerato el concepto que más se llega a manejar es desde un punto de vista meramente geométrico, a la cual la define como la pendiente de la recta tangente en un punto determinado de la curva. De esta forma, dependiendo de la recta tangente en un punto de la curva, podemos predecir características de suma importancia en la curva; por esta razón el estudio de la recta tangente se vuelve indispensable para la comprensión de la derivada y del cálculo diferencial.*

Profesor B (q2). *En la forma en que vienen planteados los programas de nivel bachillerato para el estudio del cálculo diferencial, y también porque no decirlo, mucho tiene que ver la formación académica que recibimos en nuestra época de estudiantes y el como nosotros mismos (profesores) definimos el concepto de la derivada. Definitivamente, creo que sí es fundamental el estudio de la recta tangente. Al alumno se le enseña a manejar las razones de cambio promedio, con apoyo de rectas*

secantes se logra determinar una aproximación del comportamiento de la curva, posteriormente se manejan razones de cambio instantáneas con el apoyo de una sucesión de rectas secantes hasta encontrar la recta tangente, y de esta forma se llega explicación de la derivada de una función. Por otro lado, creo de una forma muy personal, que no es esencial el estudio de la recta tangente, pero para ello deberíamos romper ciertos paradigmas de la forma de enseñar actualmente el cálculo diferencial; deberíamos conocer los orígenes del cálculo diferencial. El mismo Newton –hasta donde he leído– no se basaba en un manejo geométrico (y por ende de la recta tangente) para el desarrollo de la derivada de una función.

Profesor C (q1). *Desde mi punto de vista, creo que es fundamental que se vea la tangente, ya que esta es una herramienta que nos permite dar una explicación geométrica de lo que es la derivada, es decir, el cambio en la variable, y cuando la variable x experimenta un cambio infinitesimal (pendiente de la tangente).*

El profesor C no contestó (q2). Los tres profesores relacionan a la tangente con una explicación geométrica. El profesor A menciona que la recta tangente toca a la curva en un solo punto, sin embargo, esto no es necesariamente cierto, pero es una idea que se encuentra presente en los estudiantes y en algunos profesores –tal y como es reportado en Cantoral [10]–. Observamos también que el profesor da una respuesta en forma de definición, no explica el motivo por el cual se estudia la recta tangente en cálculo diferencial. Esta respuesta coincide con lo señalado por Gascón [11], el cual menciona que se puede encontrar entre los profesores un modelo clásico docente que él denomina *teoricismo*, que consiste en una enseñanza (en el sentido de mostrar) una teoría cristalizada que se manifiesta a través de los conceptos. El profesor B reconoce que se pueden predecir características importantes de la curva a través de la variación de la tangente, señala que es fundamental el estudio de la recta tangente en los actuales programas de estudio, aunque comenta que no debería ser esencial su estudio ya que, erróneamente explica, que en el origen del concepto, no se utilizaban métodos geométricos para estudiar el cálculo. El profesor C, menciona que el estudio de la recta tangente es importante, porque permite dar explicaciones geométricas e introducir una explicación a la razón instantánea de cambio.

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para profundizar en la naturaleza variacional de la tangente, y su relación con los conceptos del cálculo, se realizó una investigación histórica sobre su origen.

En este estudio se propone analizar las ideas, argumentos, definiciones del pasado, reconociendo el contexto donde se desarrollaron [12, 10] con el fin de utilizarlos en la didáctica actual [13]. Esto debido a que, asumimos que los planteamientos matemáticos en su origen ofrecen un tratamiento menos abstracto, emplean formas menos rigurosas, y se pueden recuperar situaciones,

planteamientos y problemas, que ofrecen la oportunidad de desarrollar diseños didácticos donde se tenga cabida a las ideas intuitivas, y a que se puedan promover exploraciones informales.

La investigación histórica se enfocó en el estudio de los problemas geométricos en la matemática de los siglos XVI, XVII, algunos de ellos inspirados por los fenómenos de la naturaleza sobre la variación y el cambio, tal como lo señala Dolores [3]: *...en gran parte se debieron a que los matemáticos pensaron intuitivamente, a que usaron frecuentemente los argumentos físicos... los esquemas geométricos y las generalizaciones a las que llegaron fueron apoyados en casos particulares conocidos que les permitieron llegar a conclusiones correctas.*

La historia nos permite reconocer otros momentos en el desarrollo del conocimiento que puedan ser consideradas como recursos para el aprendizaje de los conceptos y que, de hecho, formen parte de su propia naturaleza y razón de ser.

Existen significados asociados a los objetos matemáticos que no se encuentran presentes en el actual discurso escolar, esto se debe a que, cuando los objetos matemáticos son introducidos a la escuela, se manifiesta una transposición que hace que el conocimiento pierda sus significados de origen.

Por ejemplo, como señala Dolores [3], la forma en cómo es tratada la derivada en el actual discurso escolar oculta sus significaciones iniciales, particularmente nos referimos a la variación y el cambio.

Los conceptos en el discurso escolar no reflejan el punto de arranque de cómo estos se construyeron y, en ese sentido, la historia sirve como marco para reconocer en ellos significaciones distintas. También, el uso de la historia nos permite reconocer la *historicidad* de un concepto, es decir, reconocer el conocimiento como algo dinámico, cambiante, y que su construcción depende de múltiples factores que se encuentran en la comunidad donde nace el conocimiento [14]. Hacer un estudio sobre la forma en que eran tratados los objetos matemáticos en distintas etapas de la historia, esto nos permite identificar ideas germinales, desarrollos científicos y tecnológicos, procesos de transmisión de conocimiento en algunas obras de difusión, así como procesos de formalización.

A. Epistemología de la tangente

En el trabajo de Castañeda [15], se presenta una amplia descripción de la definición de *diferencia* en la obra de L'Hospital. Esta revisión muestra que, este concepto se fundamenta en la idea de comparación de estados próximos.

Por ejemplo, la comparación de dos ordenadas que se encuentran infinitamente cercana una de otra, permite cuantificar las variaciones o cambios que presenta el fenómeno. El análisis realizado por Castañeda [15] a las obras de L'Hospital y Agnesi, muestra que las diferencias posibilitan la definición de la recta tangente al construirse triángulos infinitamente pequeños, conformados por tres magnitudes: el valor del incremento de abscisa, la diferencia de la ordenada y la hipotenusa –esta última al

Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente... prolongarla se convierte en tangente-. De acuerdo al modelo de L'Hospital, es posible establecer para cada par de ordenadas infinitamente próximas, un triángulo característico donde se define una tangente. Esta idea permite establecer o anticipar el estado futuro para cada punto en la curva, lo cual sustenta la posibilidad de predecir comportamientos a partir del estudio local de la curva.

De acuerdo con Dolores [3] *el movimiento es la propiedad esencial de la materia, el cual es incorporado a la matemática en forma de variables.*

Este estrecho vínculo se manifiesta en una relación dialéctica entre la física y las matemáticas del s. XVII como lo señala Cantoral [10]: Los fenómenos de cambio, y en particular el concepto de diferencia es un elemento sumamente importante; ya que la diferencia fundamental $p(a + da) - p(a)$ sirve para el estudio de la naturaleza de la variación local y para extraer el comportamiento global de los fenómenos de flujo, pues *la idea básica a la que nos referimos consiste en la asunción de que con la predicción de los fenómenos de flujo continuo en la naturaleza, es posible anunciar, anticipar su estado ulterior. Conociendo ciertos valores iniciales de un sistema en evolución, sabremos la forma en que este progresa* [10].

La diferencia fundamental: $p(a + da) - p(a)$ *mide el desequilibrio en la naturaleza, su reconocimiento permite anunciar la presencia de flujos, así como también da cuenta de los procesos de acumulación de lo que fluye* [10].

Observamos que la noción de diferencia es una útil herramienta para cuantificar cambios y describir la evolución completa del sistema, prediciendo el estado ulterior del fenómeno de flujo. Este caso expuesto por Cantoral [10], muestra la estrecha relación entre la física y la matemática en el periodo de formación del cálculo diferencial. Para la investigación, retomamos estas evidencias que permiten sustentar la posibilidad de crear escenarios didácticos basados en situaciones variacionales, con discusiones y conjeturas, tal como se presentaron en la antigüedad.

En el cálculo infinitesimal del siglo XVII se usó ampliamente la geometría, tanto para representar situaciones variacionales, como para explicar relaciones infinitesimales de las cantidades. De acuerdo con el análisis realizado por Castañeda [15] a las obras de L'Hospital y Agensi, las gráficas expresaban situaciones variacionales, las cuales se constatan con las descripciones dadas por los autores, en las que aparecen expresiones como el flujo de un punto, que hacen referencia a la variación del estado inicial de un fenómeno. Por otra parte, las gráficas muestran relaciones infinitesimales de magnitud, que aunque en estricto sentido no podrían tener dimensiones, se emplearon para describir las relaciones de los segmentos. Por ejemplo, se puede considerar que un punto en la curva es un segmento infinitamente pequeño, y consecuentemente toda la curva puede ser considerada como el ensamblaje de un conjunto infinito de pequeños segmentos infinitesimales. Esta idea es importante para la investigación ya que es un modelo para explicar la naturaleza de la curva y el origen de la recta tangente, entendida ésta como: la extensión en ambos sentidos de uno de estos pequeños segmentos

En esta investigación se profundizó en el estudio de los conceptos matemáticos del siglo XVII, particularmente lo referido a las ideas infinitesimales para resolver problemas geométricos de la antigüedad, y de acuerdo con Serna [16] y Serna, Castañeda y Montiel [15], se concluyó que uno de los problemas ampliamente abordado fue el de las tangentes.

A continuación presentamos algunos planteamientos en los que aparece un tratamiento sobre la tangente.

El siguiente aparece en la obra de Copérnico [17], relativa al estudio de la posición de los cuerpos celestes (planetas) en el que busca determinar de un método para determinar el movimiento de los planetas y describir las trayectorias que siguen. El problema conduce al estudio de una curva particularmente en una región entre dos puntos dados. En el teorema sexto de su obra, *Sobre las revoluciones de las orbes celestes*, menciona que: *la razón entre dos arcos es mayor que la razón entre la mayor y la menor de las rectas subtendidas [cuerdas]*.

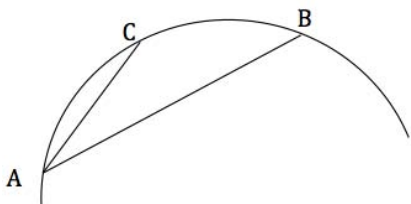


FIGURA 1. Estudio de la curva, teorema sexto, Copérnico.

Para lo cual se plantea:

Sean en un círculo dos arcos desiguales unidos, AB y AC y sea el mayor AB . Afirmando que la razón de $\widehat{AB}$ a AC es mayor que la de las subtensas AB a AC , esto implica $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{AC}} > \frac{AB}{AC}$.

El arco AB forma parte de un círculo cuyo diámetro D propuesto es de 200,000 unidades (recordar que se hacía mención de fenómenos de naturaleza macro, en este caso estudios celestes) y para calcular las subtensas (cuerdas) entre dos puntos se hace uso de la expresión: $S = D \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$,

en donde tenemos que, S es la subtensa, D el diámetro del círculo, θ es el ángulo central medido en grados.

Sin embargo al revisar la relación entre los arcos y sus mitades, se puede observar que cuando estos arcos se vuelven cada vez más pequeños, hay un momento en que esta relación (la mencionada en el teorema sexto del libro de Copérnico) entre los arcos y sus subtensas (cuerdas) deja de existir. Es decir, cuando los puntos B y C se acercan cada vez más y más al punto A , la desigualdad se convierte en igualdad. En este caso, se muestra una variación continua de segmentos, en el que aparece un límite en el que la desigualdad se vuelve igualdad.

B. Inclinação de la recta tangente

En la obra de Newton [18], se identificó un caso en el que se define un triángulo infinitesimal, que al prolongar la hipotenusa se genera una tangente. En la obra *Principia Matemática*, en el lema IX se menciona:

Si una línea recta AE y una curva ABC , ambas con una posición dada, se cortan en un ángulo dado A ; y a esa línea recta, en otro ángulo dado, se aplican ordenadamente BD y CE interceptando la curva en B y C ; y los puntos B y C se aproximan y se encuentran en el punto A , afirmo que las áreas de los triángulos ABD y ACE serán respectivamente en última instancia, como los cuadrados de los lados homólogos.

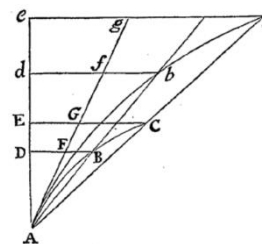


FIGURA 2. Estudio de la curva ABC , lema IX, Principia Matemática, Newton.

III. MÉTODO

Hemos considerado la revisión y análisis de textos originales llevada a cabo en Serna [16], en donde se muestra la historia de la *tangente variacional* en los siglos XVI, XVII y XVIII.

En esta revisión se mostraron diferentes métodos para calcular la recta tangente a una curva, incluyendo el realizado en el siglo XVII con Newton y Leibniz, donde se generalizó un método de resolución del problema. Una de las *herramientas matemáticas* fundamentales utilizadas, fue el uso de los infinitesimales.

El estudio histórico nos permitió recuperar aspectos relacionados con el proceso de construcción del conocimiento; nos referimos a aquellas ideas o situaciones que le dieron origen y sentido. Para el caso de la recta tangente variacional observamos que las ideas iniciales surgieron con Copérnico [16].

El contexto en el que se usaron las matemáticas fue en un ambiente geométrico, en donde se observó que las herramientas sirvieron para resolver problemas relacionados con ideas de cambio y variación. Este reconocimiento nos ha provisto de elementos para el diseño de cinco secuencias didácticas. Las primeras cuatro se construyeron con base a diferentes momentos o episodios históricos, en el que cada uno de ellos contribuía y enriquecía al momento anterior.

Esto permitió que, en cada secuencia didáctica se construyera un nuevo significado, hasta concretarse la formulación de la recta tangente variacional. La quinta

secuencia didáctica se diseñó con la intención de que: los estudiantes usaran a la recta tangente variacional como una herramienta que permitiera construir, desde un punto de vista gráfico, la función derivada de una función polinomial de tercer grado.

A se describe el método general para la creación de las secuencias. Con base a la historicidad de la recta tangente variacional, se reconoce que una herramienta matemática no es algo que nace espontáneamente, más bien es producto de un contexto histórico situacional y que depende de lo que se ha construido anteriormente, y a su vez servirá de base para construir en un futuro nuevos significados. Es decir, hay una dinámica en donde los significados se van enriqueciendo, de tal forma que se tomaron en cuenta los siguientes elementos:

- Se identificaron los problemas en donde se encontraba la *tangente variacional*, con base a los diferentes momentos históricos.
- Se determinó cuáles eran las *herramientas matemáticas* utilizadas.
- A partir de la *herramienta* utilizada, se tenía que reconocer cuáles eran los conocimientos que se requerían para poder utilizarla.
- Se determinaron cuáles eran las actividades que se encontraban presentes al resolver el problema.
- Se llevó a cabo un análisis para determinar cuáles eran los significados que surgían de las herramientas utilizadas, para llevar a cabo las actividades, reconociendo el contexto de cambio y variación en que se encontraba inmerso el problema.
- Una vez que se determinaron los significados existentes, se trató de llevarlos a cabo de manera intencional en la realización de las secuencias didácticas.
- Se retomaron los problemas de los textos originales, adaptando el lenguaje matemático utilizado en esa época a un lenguaje usado en el sistema escolar vigente, en donde se llevó a cabo la investigación.
- La secuencia planteaba resolver un problema muy similar al revisado en los textos originales, pero ya adaptado, y se llevaron a cabo preguntas en donde se pedía argumentar. Las respuestas a las preguntas se podían contestar a partir de las actividades con el uso de herramientas y haciendo uso de argumentos de cambio y variación.
- Había diferentes tipos de preguntas que hemos clasificado en categorías, cada una de ellas con una intencionalidad dentro de la secuencia.
- Al llevar a cabo los análisis de los textos originales, se observó que mediante el uso de las graficas se podía construir argumentos y razonar; y a partir de la forma empleada en la secuencia, y determinando el funcionamiento, se podía generar un desarrollo del uso del conocimiento.

A. Secuencia didáctica 2: inclinación de la recta tangente

En la secuencia didáctica 2, se retoma lo presentado por Newton [20] en el lema IX del libro de los Principios

Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente... Matemáticos, en el que se establece la semejanza entre dos triángulos rectángulos a partir de la razón entre las áreas, con respecto a la razón entre los cuadrados de los lados homólogos; para que se logre la semejanza ambos triángulos tendrían que compartir la misma hipotenusa. Eso se obtiene siempre y cuando, los puntos *B* y *C* se encuentren lo suficientemente cercanos al punto *A*, ya que de esa forma la curva se comporta como un segmento, y por lo tanto el punto *B*, así como el *C*, estarían sobre la misma línea recta que representa la hipotenusa de dos triángulos infinitesimales. La actividad tiene como propósito que los estudiantes:

- Usen herramientas matemáticas como las empleadas por Newton, que son aquellas para establecer la semejanza entre dos triángulos rectángulos tal como la enunciada en su lema IX del libro de Principios Matemáticos.
- Verifiquen a partir de las actividades de cálculo y comparación que habrá un momento en que los triángulos *ABD* y *ACE* se convertirán en triángulos semejantes. Esto sucederá cuando los puntos *B* y *C* se acerquen y se encuentren en una región infinitesimal con respecto al punto *A*.
- Ratifiquen que una porción de la curva infinitamente pequeña se va a comportar como una línea recta, misma que se va a convertir en la hipotenusa común a los dos triángulos infinitamente pequeños y por lo tanto estos se llegarán a convertir en triángulos semejantes.

B. Herramientas matemáticas

$$\text{a. Razón matemática } \frac{M_1}{m_1} = \frac{N_1}{n_1} = \frac{P_1}{p_1}.$$

$$\text{b. } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\text{Lado homologo 1}}{\text{Lado homologo 2}}.$$

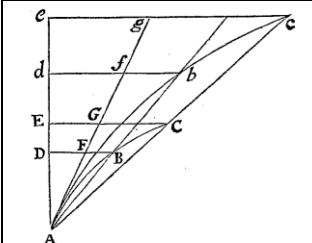
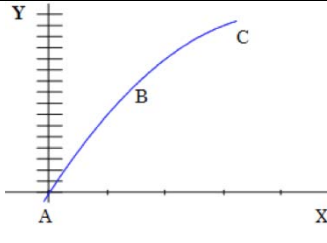
C. Conocimientos requeridos

- Semejanza de triángulos.
- Cálculo del área de un triángulo.
- Representación de un intervalo mediante una desigualdad.
- Representación gráfica de una función cuadrática de dos variables.
- Evaluación de una función en un punto dado.
- La pendiente como una razón de cambio.

D. Funcionamiento y forma

En la secuencia se incorporan aspectos geométricos y aritméticos, y se promueve la reflexión y análisis de gráficas de funciones. La secuencia concluye con una aplicación práctica en un contexto de física, en donde, haciendo uso de los conceptos analizados, se les pide a los alumnos que determinen la velocidad instantánea de un móvil, del cual se conoce su desplazamiento en función del tiempo.

TABLA I. Comparación de funcionamiento y forma de la actividad.

Funcionamiento: Mostrar que se pueden formar dos triángulos rectángulos, cuya hipotenusa va a coincidir con un pequeño arco entre dos puntos, siempre y cuando este sea lo suficientemente pequeño como para comportarse como un segmento. Se formarán dos triángulos rectángulos semejantes. Al extender la pequeña hipotenusa se formará la recta tangente. Forma: Representación gráfica de dos arcos que coinciden en el mismo punto en donde se sitúan puntos que forman triángulos rectángulos.	Funcionamiento: Mostrar la representación de una función parecida a la mostrada por Newton pero en un plano cartesiano y con una función específica. Mostrar que el lema enunciado por Newton se cumple cuando los puntos B y C se acercan más y más al punto A, es decir un pequeño segmento de la curva infinitamente pequeño, tiene una inclinación y si se extiende en ambos sentidos, formando así la recta tangente a un punto. Forma: Una parábola que abre hacia abajo que se intercepta con el origen del plano.
	

IV. RESULTADOS

En la hoja de trabajo se les representó a los estudiantes la curva ABC, mediante la función: $(\square) = -\square^2 + 8\square$, considerando el intervalo $0 \leq x \leq 3$. Se les hizo completar una tabla donde se hacen variar los puntos B y C, aproximándose cada vez más al punto A, lo cual implica que los segmentos $\overline{BD}$ y $\overline{EC}$ serán cada vez más pequeños; el punto A se encuentra situado en el origen, el ΔACE siempre es mayor que el ΔABD .

La herramienta matemática utilizada es la semejanza de dos triángulos rectángulos que cumple $\frac{\text{Área } \Delta ACE}{\text{Área } \Delta ABD} = \frac{\overline{AE}^2}{\overline{AD}^2}$, suponiendo dos triángulos rectángulos cuyos lados homólogos son $\overline{AE}$ y $\overline{AD}$.

La siguiente respuesta da evidencia del uso de la herramienta empleada:

Aquí nos damos cuenta que los triángulos no son semejantes, pero conforme se acercan al punto A se van asemejando hasta llegar a un sólo punto, en el que son semejantes (sic) (Estudiante: Reyna).

Los argumentos utilizados por los alumnos señalan que los puntos B y C se van acercando cada vez más al punto A.

Ellos se dan cuenta que va a llegar un momento en que los triángulos llegarán a ser semejantes. Esto lo observamos en el siguiente diálogo:

Joan: Entre los intervalos sean más pequeños, más se va acercando el área...

Profesor: La razón entre las áreas

Joan: La razón entre las áreas con respecto a la razón entre los cuadrados de los catetos, entre más pequeños sean, más se van acercando a la ley de Newton.

Reyna: los triángulos no son semejantes.

Área del ΔABD (DB)(AD) $A = \frac{2}{2}$ $A = \frac{x f(x_1)}{2}$	Área del ΔACE (EC)(AE) $A = \frac{2}{2}$ $A = \frac{x f(x_2)}{2}$	$\frac{\text{Área } \Delta ACE}{\text{Área } \Delta ABD}$	$\frac{\overline{AE}^2}{\overline{AD}^2}$
$A = \frac{(2)(12)}{2}$ $= 12$	$A = \frac{(3)(15)}{2}$ $= 22.5$	$\frac{22.5}{12} = 1.875$	$\frac{15^2}{12^2} = 1.5625$
3.5	2.343	2.098	1.990
1.32	2.896	2.179	2.091
0.608	1.332	2.170	2.133
0.156	0.693	2.442	2.193
0.038	0.177	2.654	2.466

FIGURA 3. Parte de la tabla elaborada por los estudiantes considerando el intervalo $0 \leq x \leq 3$.

A partir de la tabla anterior se plantea lo siguiente:

Conforme los puntos B y C son cada vez más próximos al punto A, también los segmentos $\overline{DB}$ y $\overline{EC}$ se hacen cada vez más y más pequeños, podemos observar lo que va ocurriendo al comparar la razón entre las áreas de los triángulos $\frac{\text{Área } \Delta ACE}{\text{Área } \Delta ABD}$ con respecto a la razón entre los cuadrados de los lados $\overline{AE}^2$ y $\overline{AD}^2$ ¿Qué nos puedes decir al respecto?

Profesor: Pero al comparar las columnas 7 y 8, al comparar las razones entre las áreas con respecto a la razón entre los cuadrados de los lados, ¿no se fueron acercando estos valores?

Reyna: No,

Profesor: como son los dos últimos valores:

Andrea: 2.27 y 2.53

Profesor: A ustedes ¿qué les dio?

Joan: 2.65 y 2.46

Profesor: Hay probablemente algún pequeño error, pero los valores se van acercando cada vez más y más...

Profesor: Después se pregunta si se cumple el lema IX enunciado por Newton.

Joan: Sí se cumple, ya que entre más pequeños sean los lados, más se va haciendo igual la razón entre las áreas con respecto a la razón entre los cuadrados, que era lo que decía Newton.

Andrea: En última instancia serán iguales.

Posteriormente, se les plantea a los estudiantes formular una conclusión respecto a lo trabajado previamente:

Una forma de poder sacar **conclusiones** de lo que ocurre, conforme los puntos B y C se acercan cada vez más y más al punto A (siendo el valor de $\overline{EC} > \overline{DB}$), es observar lo que está pasando con los valores de la Tabla II en sus columnas 7 y 8.

Algo está ocurriendo con las figuras que se encuentran ahí. ¿Qué conclusiones podrías dar de lo que va ocurriendo con las figuras (triángulos, líneas) conforme los puntos B y C se aproximan más y más a el punto A ?

El profesor coordinó la discusión; se obtuvieron las siguientes ideas:

Profesor: *¿Qué va pasando con respecto a los triángulos?*

Joan: *Los triángulos se van haciendo semejantes, se van haciendo iguales,...*

Profesor: *¿Iguales o semejantes?*

Joan: *Semejantes, o entre más pequeños más se hacen semejantes.*

Nuevamente, el argumento de que los triángulos es mencionando que llegarán a ser semejantes, pero siempre y cuando se vayan haciendo cada vez más pequeños.

En la siguiente parte de la actividad se plantea analizar si hay relación entre los pequeños arcos y la línea Ac .

Observa que la línea AC —que es uno de los lados del $DACE$ — al prolongarse se forma la línea Ac . Imagina como va a ir cambiando esta línea Ac (toma en cuenta que Ac es la prolongación del segmento $\overline{AC}$ del triángulo $DACE$) conforme los puntos B y C se van aproximando más y más a el punto A . ¿Cuál será su posición límite de esta línea Ac ?

Si los puntos B y C están infinitamente próximos a el punto A , tendremos también unos triángulos infinitamente pequeños. Vamos a imaginar lo que va a ir ocurriendo conforme los puntos B y C van cambiando de posición, acercándose cada vez más y más al punto A con los pequeños arcos $\widehat{AB}$ y $\widehat{AC}$ y la línea Ac que se está moviendo. ¿Crees que haya alguna relación entre los pequeños arcos y la línea Ac ?

El profesor coordinó la discusión, se obtuvieron las siguientes ideas:

Profesor: *¿En qué posición quedará la línea Ac ?*

Alejandra: *Sería la hipotenusa*

Profesor: *¿Sería la hipotenusa de quien?*

Alejandra: *Del triángulo...*

Profesor: *Imagínate, que lo podamos poner ahí (señalando al pizarrón)*

Reyna: *La línea va a ser casi vertical.*

Profesor: *¿tú qué opinas Joan?*

Joan: *Casi lo mismo que ellas*

Profesor: *¿va a quedar casi vertical?*

Joan: *Aja, va a quedar casi vertical conforme se va cerrando.*

En la tercera parte de la secuencia, se pidió calcular la velocidad instantánea de un cuerpo cuya relación entre desplazamiento y tiempo se encuentra dada por una expresión de segundo grado de dos variables. Para ello, lo que se requiere es que los alumnos usen la fórmula de la pendiente, vista en su semestre anterior.

$$m = v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (1)$$

Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente...

Se le recuerda a los estudiantes que esta fórmula es empleada en el caso de una línea recta, pero lo que se requiere es que ellos utilicen los conocimientos adquiridos, es decir, que reconozcan que la fórmula se puede utilizar para dos puntos de una curva siempre y cuando los puntos se encuentren lo suficientemente cercanos. Veamos lo que plantea la secuencia:

Ahora tenemos un móvil que se mueve de acuerdo a: $f(x) = -x^2 + 8x$, y queremos encontrar la velocidad en el instante $t = 1$ seg.

Para calcular la velocidad en el caso anterior, nos podíamos valer de la pendiente; y como se trata de un movimiento con razón de cambio constante, siempre valía lo mismo independientemente de los puntos utilizados para ello. ¿Se podrá hacer lo mismo en este caso? Argumenta tu respuesta.

El caso anterior se refiere al uso de la fórmula de la pendiente con una línea recta; veamos la respuesta de uno de los estudiantes:

Si, por que necesitamos que la curva, se comporte como recta formado dos puntos de esta infinitamente cercanos al 1, para que estos puntos se utilicen en la fórmula de velocidad y así obtenerla (sic) (Estudiante: Joan)

Posteriormente se le solicita a los alumnos que calculen la velocidad instantánea en $t = 1$ seg. Mostramos a continuación el cálculo realizado por un estudiante:

Utiliza las conclusiones de la actividad 2 para encontrar la velocidad en el instante donde $t = 1$ seg.

$$v = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{s(1.00001) - s(1)}{1.00001 - 1} = \frac{0.00001 - 0.00001}{0.00001} = 7$$

$$s(t) = -t^2 + 8t$$

$$s(1) = -1^2 + 8(1)$$

$$s(1) = -1 + 8$$

$$s(1) = 7$$

$$s(1.00001) = -(1.00001)^2 + 8(1.00001)$$

$$s(1.00001) = 7.00001$$

FIGURA 4. Cálculo realizado por un estudiante de la velocidad instantánea.

A partir de esta imagen se genera el siguiente diálogo, en donde el que el profesor pregunta haciendo referencia a un móvil cuyo desplazamiento en función del tiempo está dado por $f(x) = -x^2 + 8x$:

Profesor: *¿Se puede calcular la velocidad para un cuerpo usando dos puntos cualesquiera?*

Efraín: *No, porque si de hecho tomamos dos puntos va a salir una velocidad, pero luego vamos a tomar otros dos puntos distintos va a salir otra velocidad distinta...*

Profesor: *Así es.*

Efraín: *Nunca va a salir una velocidad para lo que es toda la recta...*

Profesor: *Sin embargo sí se puede hacer algo, ¿verdad?*

Joan: Sería solamente acercar los puntos, por que como es una curva los valores de la pendiente no van a ser los mismos, pero si los vamos acercando tendría un valor casi similar...

Mónica: Sí se puede, nosotros calculamos para el valor de $t = 1$ seg y utilizando otro punto infinitesimalmente cercano se puede calcular un nuevo valor y ya con eso podemos calcular la velocidad.

Profesor: A ver Juan Carlos, ¿por qué infinitamente cercano a el punto 1?

Juan Carlos: Por que al estar los valores infinitesimalmente cercanos de una curva se va a convertir en línea recta.

Profesor: ¿A qué conclusión llegaron?

Reyna: La curva en un momento se va a comportar como una línea recta, por lo tanto su pendiente va a ser constante...

Profesor: Bueno la pendiente no es constante de hecho, es cambiante, ¿no?, en cada instante está cambiando...

Hugo: Si pero si lo manejamos infinitesimalmente se va a comportar como una línea recta, en cierto punto, si nos acercamos mucho, en este caso, ya se tendría una pendiente...

Profesor: ¿Ya tendría una pendiente por que ya es una pequeña línea recta ahí, no?...

Andrea: Sí, con esa pequeña línea recta, ya se tendría la pendiente.

Profesor: Y para calcular esa pendiente, sería, ¿quién, entre quién, dividir qué entre qué?

Hugo: ΔS entre Δt .

Profesor: ¿Creo que acá le llamamos $f(x)$, no?

Equipos: Sí.

Profesor: Sería Δf entre Δt .

Profesor: ¿Qué velocidad les quedo a ustedes?

Todos: 6.

V. CONCLUSIONES

Identificamos la aparición de la idea de recta tangente variacional, lo observamos cuando los estudiantes tenían que ir acercando a dos puntos de una curva hacia un tercer punto fijo (en este caso el punto A), los estudiantes lo reconocen así ya que inclusive manifiestan: “necesitamos que la curva se comporte como una recta, tomando dos puntos de esta infinitesimalmente cercanos...”, y en otro momento reconocen que la recta tangente está cambiando. Todo esto acontece en un ambiente geométrico, ya que se utilizan conceptos como curva, recta, triángulos semejantes.

Existen evidencias que nos permiten identificar la resignificación de ideas construidas con anterioridad; en este caso específico, cuando reconocen que la curva, bajo ciertas condiciones se llega a comportar como una recta, pero se le añade un nuevo atributo, este consiste en reconocer que en la pequeña región en donde la curva se comporta como una recta. Esa pequeña recta es una parte “de un lado de un triángulo”, como lo mencionaron algunos estudiantes con respecto a cómo serían los triángulos ACE y ABD, conforme los puntos B y C están

infinitamente próximos al punto A: “serán infinitamente pequeños conservando sus ángulos y convirtiéndose en triángulos semejantes”. Los estudiantes mencionaron respecto a los arcos y a la línea Ac (que es la tangente), que es ésta, “siempre va a pasar por dos vértices de cada triángulo” los cuales por la forma de la figura se refieren a aquellos que se sitúan en la hipotenusa de los triángulos semejantes.

Respecto a la funcionalidad de las ideas construidas, observamos que los alumnos lo aplicaron a un problema de otro contexto (tercera parte de la secuencia sobre la velocidad instantánea). Los estudiantes reconocen que, de usarse la fórmula de la pendiente con diferentes puntos de la curva, se tendrían diferentes velocidades; sin embargo se puede calcular la pendiente de la curva entre dos puntos, siempre y cuando se tengan dos puntos de la curva que se encuentran muy cercanos entre sí.

A. Reflexiones finales

Se ha sistematizado un método para la construcción de las secuencias. Para su desarrollo, se utilizó la *historicidad*, se retomó un texto original y se adaptó a un lenguaje asequible para los estudiantes, lo cual tiene que ver con sus conocimientos previos del sistema escolar a donde pertenecen, y de lo cual es consciente el profesor-investigador.

A partir del fenómeno didáctico del cual hemos partido, se ha problematizado el conocimiento a partir del uso de la historia ya que esto nos permitió reconocer la *tangente variacional* en su contexto donde se le significó, y permitió resolver diversos problemas de cambio y variación.

Los significados surgen del uso de herramientas matemáticas que se requieren para poder llevar a cabo las actividades, en donde se retoman también los conocimientos previos para resolver problemas. Lo cual en esta interacción herramienta-actividad-contexto surge la construcción de significados, es decir se presenta la resignificación.

Nuestro estudio propuso problematizar el objeto escolar recta tangente, por medio de la *tangente variacional*. Esto tiene como consecuencia, construir la noción que hemos llamado recta tangente variacional. Una vez construida, sirve también de *herramienta* como una introducción a la derivada, desde un punto de vista gráfico.

REFERENCIAS

- [1] Biza, I. & Zachariades, T., *First year mathematics undergraduates' settled images of tangent line*, The Journal of Mathematical Behavior **29**, 218-229 (2010).
- [2] Biza, I., Christou, C. & Zachariades, T., *Student perspectives on the relationship between a curve and its tangent in the transition from Euclidean Geometry to Analysis*, Research in Mathematics Education **10**, 53-70 (2008).

- [3] Dolores, C., *Elementos para una aproximación variacional de la derivada*, (Díaz de Santos, México, 2007).
- [4] Parra, H., *Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **8**, 69-90 (2005).
- [5] Santi, G., *Objectification and semiotic function*, Educational Studies in Mathematics **77**, 285-311 (2011).
- [6] Dreyfus, T., *Advanced mathematical thinking*, En: *Mathematics and cognition. A research synthesis by the international group for the Psychology of Mathematics Education*, Hownson A. & Kahane J. (Eds.), (Cambridge University Press, Cambridge, 1990), pp. 113-134.
- [7] Artigue M., *Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones y los cambios curriculares?*, Revista Latinoamericana de Matemática Educativa **1**, 40-55 (1998).
- [8] Muñoz G., *Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el cálculo integral*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **3**, 131-170 (2000).
- [9] Kajander, A. & Lovric, M., *Mathematics textbooks and their potential role in supporting misconceptions*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology **40**, 173-181 (2009).
- [10] Cantoral, R., *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. (Grupo Editorial Iberoamérica, México, 2001).
- [11] Gascón, J., *Evolución de la didáctica de las* *Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente... matemáticas como disciplina científica*, Recherches en Didactique des Mathématiques **18**, 7-33 (1998).
- [12] Salinas P. & Alanís, J. A., *Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **12**, 355-382 (2009).
- [13] Serna, L. A., *Estudio socioepistemológico de la tangente*, Tesis de Maestría no publicada, (CICATA-IPN, México, 2007).
- [14] Zemelman, H., *Configuraciones críticas. Pensar epistémico sobre la realidad*, (Siglo XXI Editores, México, 2011).
- [15] Castañeda, A., *Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión*, Tesis de Doctorado no publicada, (México, CICATA-IPN, 2004).
- [16] Serna, L. A., Castañeda, A. & Montiel, G., *Construcción de la recta tangente variacional a través de los usos del conocimiento del siglo XVII y XVIII*, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa **25**, 939-947 (2012).
- [17] Copérnico, N., *Sobre las revoluciones de los orbes celestes*, (Editora Nacional, Madrid, 2003), (Obra original publicada en 1543 bajo el título *De revolutionibus orbium coelestium*).
- [18] Newton, I., *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, (Altaza, Madrid, 1993), (Obra original publicada en 1687).

La evaluación del aprendizaje en el marco de la enseñanza semipresencial: Reflexiones y apuntes desde la Física General



**J. F. Valiente-Márquez^{1,2}, M. L. Lorences de Jesús²,
M. T. Hernández-Valmaña³ y C. A. Valiente-Márquez⁴**

¹Instituto de Información Científica y Tecnológica, IDICT, CITMA.

²Centro Universitario Municipal, Filial, 10 de Octubre, ISPJAE, calle 114 No.11901 entre 119 y 127, CP 10400, La Habana, Cuba.

³Departamento de Física, ISPJAE, calle 114 No.11901 entre 119 y 127, CP 10400, La Habana, Cuba.

⁴ULSBA (Unidade Local de Sáúd e de Baixo Alentejo), Portugal.

E-mail: valiente@idict.cu, jvaliente@ceis.cujae.edu.cu

(Recibido el 10 de noviembre de 2015, aceptado el 25 de febrero de 2016)

Abstract

Se analiza la evaluación en su dimensión integral e inseparable del proceso de enseñanza y aprendizaje, enfatizando en su dimensión formativa; se considera las posturas que, a este respecto, asumen algunos estudiosos del tema. Los autores, desde una posición crítico constructivista y humanista, comentan la importancia que esta tiene para la enseñanza de la asignatura Física General en los cursos por encuentros, experiencia que puede ser extrapolada a cualquier otra disciplina académica.

Palabras clave: Enseñanza semipresencial, Evaluación.

Evaluation is analyzed in its integral and inseparable dimension of teaching and learning, emphasizing its educational dimension; is considered the positions in this regard, some scholars assume. The authors, from a critical position constructivist and humanist, discussed the importance this has for teaching the subject in the General Physics courses encounters, experience that can be extrapolated to any other academic discipline.

Keywords: Semipresential teaching, Evaluation.

PACS: 01.40.gb, 01.40.gf, 01.40.Ha

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La evaluación ha sido definida como señalar, estimar, apreciar o calcular el valor de algo. Esta definición apunta sólo hacia una aproximación cuantitativa o cualitativa del proceso, en tanto atribuye un valor o juicio, sobre algo o alguien, a partir de un determinado propósito u objetivo.

Significa coleccionar información que permita emitir un juicio basado en un proceso de comparación para, de este modo, tomar una decisión en términos de un resultado.

Un aprendizaje centrado en la evaluación deviene proceso meritocrático, que establece diferencias públicas entre los educandos. Lejos de actuar como mecanismo de motivación, desanima, frena y aplasta; no tributa al desarrollo de importantes competencias emocionales como la autoconfianza y una acertada autovaloración, por sólo mencionar algunas. Y puede crear sentimientos desmoralizantes en el educando cuando es recibida por este como una humillación, en tanto los demás lo juzgan, castigan

y sancionan debido a lo insatisfactorio de sus resultados, con relación a los estándares establecidos socialmente.

Al hacer una retrospectiva de la vida estudiantil, los instantes de angustia están frecuentemente vinculados con vivencias evaluativas insatisfactorias; pero son muy estimulantes –y se evocan con sentimientos de agrado–, cuando la experiencia ha sido positiva; el docente es recordado en el ejercicio de uno de los momentos más difíciles y comprometidos de su labor.

Aunque se diga lo contrario, la mayoría de los sistemas educativos están sustentados en paradigmas positivistas, lo que trae como consecuencia que la evaluación esté enfocada hacia un resultado expresado en términos de una escala de calificación, generalmente cuantitativa. La dimensión educativa de la evaluación tiene una limitada presencia en este proceso e impera el espíritu amenazante de una calificación condicionada al resultado del examen: la prueba evalúa lo que no se ha enseñado, por lo que se produce un cierto estatismo del proceso educativo.

El maestro se hace cómplice de este desacierto cuando convierte su asignatura, y hasta su propia persona, en una imagen refleja de la evaluación: “él es muy exigente y su asignatura es la más difícil, porque tiene muchos desaprobados” o, “es muy buena gente, porque sus alumnos aprueban” (Álvarez, 1997).

Los padres no escapan de este escenario, atrapados por la mística de la evaluación, y envueltos en el manto de la cultura tradicional, utilizan las calificaciones que les son otorgadas a sus hijos como un factor que rige las relaciones familiares: estímulos, premios, castigos... es prácticamente el único elemento que los vincula al centro escolar.

La comunidad suele evaluar los centros escolares de acuerdo con los resultados de sus exámenes y se basa en esos mismos criterios para hacer reconocimiento de sus egresados.

Las características sociales y tradiciones culturales devienen condicionantes de los paradigmas educativos: la falta de una cultura orientada a la crítica y la autocrítica, la fuerza de la competitividad, la resistencia al cambio y el individualismo, entre otros, son factores ideológicos que obstaculizan la renovación hacia una evaluación cualitativa, participativa y formativa.

La dimensión educativa de la evaluación es factor de importancia social, institucional y personal; aunque percibida con diferentes matices, de acuerdo con el rol que se desempeña dentro del proceso, ejerce un sustancial impacto en la consideración intelectual y afectiva de la comunidad escolar.

Cada individuo o grupo suele entender la evaluación de acuerdo con su posición dentro del proceso, desde sus propios objetivos y creencias personales. Así, los estudiantes la perciben como:

- preocupación permanente, un peso irremediable.
- veredicto que concluye si es bueno o malo, si obtiene premio o castigo.
- agente que provoca sentimientos de miedo, esperanza, inseguridad, felicidad...
- evento externo a él, vinculado al profesor o centro escolar.
- medida de las cualidades del docente o la asignatura.

Para los profesores la evaluación constituye:

- factor base de su autoridad.
- instrumento desvinculado de su labor diaria.
- vía de identificación y clasificación de sus alumnos.
- elemento que le reporte el trabajo más arduo.
- eje del proceso educativo.

Los padres tienden a interpretarla como:

- elemento de esperanza, vía para alcanzar justicia a través de ella.
- medio para establecer comunicación con los hijos.
- fuerza motriz, elemento que regula su labor educativa en la familia.
- el principal factor en sus relaciones con los profesores y el centro escolar.

En el contexto latinoamericano de la educación, el análisis de la práctica vivenciada de la evaluación permite inferir

que:

- Coexiste una variedad de modelos evaluativos.
- Prevalecen tendencias en la concepción y práctica de la evaluación educativa, pero ellas se yuxtaponen con algunos paradigmas que pugnan por implantarse.

II. IMPACTO DE LA INCONSISTENCIA EVALUATIVA: FRACASO ESCOLAR

Una figura administrativa y legal bien conocida en el ámbito educativo es el Fracaso Escolar. Por encima de las estadísticas sobre el abandono de las aulas y la deserción del sistema, el número de desaprobados en cada año o ciclo, la cantidad de estudiantes que revalidan sus exámenes, repiten asignaturas o cursos y otras tantas situaciones representativas de la evaluación final, está el fracaso del proceso de enseñanza aprendizaje: este es el Fracaso Escolar.

De acuerdo con el enfoque didáctico-dialéctico-crítico que ha servido como pauta de este análisis, es factible colegir que, si la evaluación no forma parte del proceso docente, ¿cómo no va a haber fracaso escolar?

La enseñanza, el aprendizaje, y por tanto el sistema educativo, fracasan porque:

- son parte de un proceso que tiene carácter asistémico,
- la evaluación no tributa al desarrollo integral del estudiante, ni del proceso,
- el educando no aprende, en tanto la evaluación y el proceso no han servido a ello.

El fracaso escolar tiene que mover a reflexiones muy profundas. Cualquier crisis educativa –como acontece al presente en una variedad de centros escolares, niveles y sistemas educacionales– se debe en buena medida a la evaluación del aprendizaje, porque ella es parte sustancial del complejo modelo didáctico que rige la educación.

En la mayoría de las carreras universitarias no se enseña a investigar: el currículo no incluye la formación de competencias escolares orientadas hacia la teoría, y mucho menos la práctica, de la investigación. Después de vencidas las asignaturas que forman parte del currículo –y al margen del espacio didáctico acostumbrado– el estudiante debe elaborar una tesis de diploma que requiere habilidades que están más allá de su competencia.

Resulta contradictorio que al estudiante no se le enseñe a investigar y, para obtener su título de graduado, se le exija elaborar, defender y aprobar un trabajo donde se espera que haya dado solución a un problema científico. Repentinamente convertido en diplomante, puede que termine sus estudios y no se pueda titular, porque ya no recibe la potencial ayuda de los profesores, ya que quienes se encargaban de su enseñanza y formación se han convertido en tutores, oponentes y jurados, con la distancia que ello supone.

Muchos profesores y centros educacionales reconocen el fracaso escolar como una especie de mal incurable que se trata de remediar adoptando medidas externas, formales, como repetir un examen, “arrastrar” una asignatura, reprimir al estudiante, enviar una nota a los padres, etc.; pero no se realiza

un análisis exhaustivo de sus causas primigenias y su relación con la labor que desarrolla el profesor.

III. ¿QUÉ ES EVALUAR?

Un recorrido por las innumerables definiciones de evaluación que brindan los didactas sería interminable y rebasa los propósitos de este capítulo, pero resulta oportuno destacar algunos de los componentes que han ido dando carácter a la categoría evaluación.

Si para los conductistas evaluar es medir, para Díaz Barriga constituye un “interjuego” entre valoraciones individuales y grupales, un proceso que permite reflexionar sobre el aprendizaje propio, confrontarlo con el de los demás, y la manera como el grupo percibe su propio proceso.

Carlos M. Álvarez de Zayas distingue entre control y evaluación. El control “es una función de dirección permanente del proceso (...) y es parte del método (...) mediante el cual se comprueba operativamente el grado de aproximación del estudiante al objetivo planteado y sugiere tareas específicas para la solución de problemas (...), el control se convierte en retroalimentación, es parte instructiva y educativa del proceso, del método y está siempre presente en el mismo” (Álvarez, C. M., 1995).

El autocontrol es tan, o más importante, que el control ejecutado desde fuera, en tanto es ejercido por el propio protagonista del aprendizaje: el estudiante. Constituye un mecanismo de autorregulación que le permite aplicar oportunamente todas las medidas de corrección y ajuste que le ayuden a alcanzar con éxito los objetivos y exigencias planteados en el currículo.

La evaluación, para Álvarez de Zayas, es una función del estado y del tiempo, consustancial a un momento del proceso, a un estadio del mismo, que se desarrolla en aquellos períodos en que el profesor entiende necesario la comprobación del resultado alcanzado hasta ese momento.

La evaluación tiene lugar cuando, supuestamente, el escolar ya tuvo la posibilidad de producir el salto de calidad necesario para que se haya producido un aprendizaje según los objetivos.

Es por ello que, Álvarez de Zayas la define como una categoría de estado. A nivel de clase, en la mayoría de los casos, la evaluación es más bien control. Pero, según su carácter procesal, la evaluación sigue opinando, es inherente al tema, a la asignatura y a niveles superiores de organización del proceso docente.

Para Santos la evaluación es un proceso permanente de rigurosa reflexión sobre la práctica; es un vaivén entre el alumno y el maestro destinado a comprenderla y mejorarla (1992, p. 10).

Pérez Pérez destaca que evaluar no es valorar, sino las consecuencias que se habrán de derivar de esas medidas, es decisión (1994, p. 151).

Pérez Pérez sintetiza su criterio cuando dice: “Uno de los elementos que definen y cualifican el proyecto educativo y curricular es la evaluación” (1994, p. 151).

Constantino Torres considera que la evaluación es una guía para la atención, para aceptar o rechazar algo, para modificar o no una línea de conducta, es un constructo complejo, condicionado por múltiples y variados factores; en el proceso de aprendizaje se vincula al rendimiento de los educandos (Torres, C., 2002). Si en la educación intervienen las características personalógicas del maestro y el educando, las condiciones materiales, la idiosincrasia y naturaleza del ambiente institucional y social, entre otros factores, entonces la evaluación debe ser recurso que proporcione información, no sólo del rendimiento de los alumnos, sino de todos los factores que inciden en este proceso.

IV. LA MORAL DE LA EVALUACIÓN

Una evaluación formativa debe ser entendida como elemento consustancial al proceso educativo: tanto educandos como educadores –protagonistas y coprotagonistas de la educación– además de valorar el cumplimiento de objetivos instructivos y educativos, y de los valores plasmados en el programa, participan activamente en la valoración de las cualidades del proceso, las condiciones en que tiene lugar, los sentimientos y emociones que genera; así como las competencias emocionales que desarrollan los sujetos implicados mientras aprenden.

Si el alumno participa desde las expectativas del proceso (individualizando los objetivos) interesándose por ciertos contenidos, e interviene en las acciones que tienen lugar mientras aprende, es idóneo que se le haga partícipe de la valoración de la gestión en que todos están comprometidos: el enseñar-aprender.

Las técnicas de autoevaluación y coevaluación son parte de los contenidos de las capacidades intelectuales-reguladoras que el alumno debe aprender: cómo utilizar los instrumentos y los criterios valorativos para arribar a juicios de valor sobre los resultados de su trabajo; esta es una de las finalidades educativas más importantes.

El análisis de los resultados es una labor pedagógica central del docente, pues de ella depende, como se ha dicho antes, la reorientación del proceso; pero parte de esta labor consiste en enseñar al estudiante a tomar conciencia de su papel en el proceso, a ser capaz de opinar acerca de logros y fracasos –propios y ajenos– así como evaluar acertadamente sus intervenciones y las de los restantes integrantes del grupo.

Esta evaluación es formativa, más que todo, por este acto de análisis donde el educando ha de apreciar su responsabilidad moral frente a sí mismo, al grupo, al docente, a la institución escolar, a su familia y a la comunidad en que vive.

El análisis grupal de los resultados facilita el marco ideológico moral necesario para que la evaluación sea formativa: ¿qué ha hecho el alumno con su tiempo?, ¿cómo ha aprovechado él su inteligencia?, ¿cómo ha sido la labor del maestro, ¿qué papel han jugado los esfuerzos de la familia? Son preguntas que subyacen en la base del análisis conformando la moralidad de este acto.

Cada quien es libre de utilizar su capacidad y tiempo según su voluntad, pero también tiene responsabilidades individuales, grupales y sociales que no debe eludir. Esto se aprende en la escuela, especialmente con la evaluación.

Reconocer si se han hecho todos los esfuerzos o se pudo haber hecho más; si se utilizó el mejor camino, o no fue económico el esfuerzo; si se ayudó solidariamente cuando hubo condiciones; son factores que contribuyen al crecimiento humano.

Aprender a ser justo y objetivo al evaluar, a ser honesto, veraz consigo mismo y los demás; a valerse únicamente de sus conocimientos y no hacer uso de los que no son suyos, es revelar en cada alumno lo mejor de sí mismo. Y la evaluación es el elemento educativo que ofrece las mejores oportunidades para este enriquecimiento personal y colectivo.

El maestro debe facilitar el análisis de su propia intervención técnica, de sus métodos; debe propiciar la duda, que se le pregunte si se alcanzaron las expectativas, si se le comprende bien, si sus estudiantes quisieran que en algo cambiara; si sus amigos-alumnos desean hacerle algún señalamiento crítico que le permita modificar sus criterios si fuera necesario. Esto es enseñarle al alumno que todos pueden cometer errores, que todos enseñan y que todos aprenden en este difícil mundo de la educación.

La moral de la evaluación compromete particularmente al docente quien ha de ser ejemplo vivo de las cualidades positivas que pretende enseñar. Las actitudes y valores, no olvidarlo, se aprenden por lo que se observa en el entorno y se practica, y no por lo que se predica.

V. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Las orientaciones metodológicas al programa de Física de los cursos por encuentro (CPE) de Ingeniería Informática indica tres momentos evaluativos importantes: dos trabajos de control parcial y un examen final.

La práctica pone de manifiesto que el número y forma en que se ejecutan estos controles, es insuficiente para evaluar cabalmente el cumplimiento de los objetivos plasmados en el programa y el perfil de profesional.

En los libros de texto y literatura complementaria los contenidos aparecen en forma aislada, sin mostrar las relaciones y vinculaciones entre ellos, crean en la mente del estudiante la idea de fragmentación, y no de unidad, y no reflejan la realidad objetiva que se pretende comprender y transformar por medio de un aprendizaje significativo. Esta deficiencia se resuelve con el diseño de problemas integradores.

Otro recurso, y no menos importante que el anterior, es la utilización de ejemplos y la realización de problemas vinculados con la especialidad que pongan de manifiesto la relevancia y pertinencia de la física en el campo profesional del egresado.

Como la mayoría de los estudiantes son técnicos de nivel medio en informática, tienen la capacidad para apreciar lo que el docente les muestra. Este procedimiento apunta hacia la vocación del estudiantado con el propósito de disparar

mecanismos motivacionales que faciliten y energicen la dinámica del aprendizaje.

El trabajo en equipo, la evaluación del desempeño individual y grupal, el ejercicio de la crítica y la autocritica, son estrategias que apuntan al desarrollo de la zona de desarrollo próximo propugnada por Vigotski y seguidores, en tanto posibilitan mayores cuotas de aprendizaje con la ayuda de un compañero más aventajado, además de enriquecer los vínculos entre los integrantes del grupo y, de forma espontánea y natural, tributan a la formación de valores tales como responsabilidad, solidaridad, ayuda mutua, compañerismo, independencia, entre otros, contemplados en el programa de la disciplina.

Se ha comprobado que no es posible decidir si está evaluando eficientemente todo el proceso educativo; por ello se lleva a cabo, con especial cuidado, un conjunto de evaluaciones sistemáticas para, de esta manera, paliar las insuficiencias del sistema de evaluación vigente.

Aplicar preguntas de control –orales o escritas– en cada clase encuentro, orientar la entrega de tareas extraclasses e informes de laboratorio y seminarios que abarcan grandes parcelas de contenido, son estrategias que se utilizan para estimar el grado de cumplimiento de los objetivos –educativos y formativos– del programa de la asignatura y la disciplina.

También permiten identificar posibles insuficiencias y aplicar a tiempo correcciones y ajustes que regulen el curso del aprendizaje.

Con todas estas medidas se intenta transitar –tránsito por cuanto la propuesta es siempre perfectible– hacia una evaluación cada vez más formativa e integradora que tienda, un poco más cada vez, hacia el ideal teórico que se pretende alcanzar.

VI. CONCLUSIONES

Evaluar no es medir, no es poner etiquetas a los estudiantes... sino todo un proceso complejo consustancial al proceso de enseñanza aprendizaje.

Esta modalidad semipresencial de estudios demanda el cuestionamiento y rediseño de viejos esquemas establecidos, y la creación de métodos y medios más idóneos que apunten hacia un sistema de evaluación que responda a los intereses que exige la nueva realidad de la universidad cubana.

La evaluación se concluye que es un proceso de ciclo cerrado, que es desde que se comienza el aprendizaje, hasta que se termina, incluso en el propio acto de la evaluación, dígame de tres convocatorias o encuentros comprobatorios para dar el aprobado, en todos esos momentos el estudiante aprende y ese aprendizaje es desarrollador, pues casi nunca y se pudiera afirmar así categóricamente ese error no se vuelve a cometer en una gran mayoría de estudiantes.

Por todo lo antes el profesor debe estar atento al mismo, pues el rol del profesor ha cambiado, a convertirse en facilitador de conocimiento, que conjuntamente con el estudiante se construye el conocimiento tácito, todos los días en el aula, los dos aprenden y a la vez se evalúan y co-evalúan, entre sí.

En el caso de los cursos por encuentro o semipresencial, hay que tener muy en cuenta estos aspectos, para la motivación del estudiante ante la asignatura, pues en caso contrario, puede conducir a que se cometan errores y desmotivar al estudiantado ante una evaluación mal medida.

REFERENCIAS

[1] Barriga, A. D., *El problema de la teoría de la evaluación y de la certificación del aprendizaje*, (UNAM, México, 1980).

La evaluación del aprendizaje en el marco de la enseñanza semipresencial...

[2] Pérez, C. P., *Selección de lecturas de metodología de la enseñanza de la Historia*, (La Habana, Editorial Félix Varela, 2002).

[3] Pérez, R. P., *El curriculum y sus componentes*, (OIKOS-TAU, Barcelona, 1994).

[4] Santos, M. A., *La evaluación en la Educación Primaria*, (Ministerio de Educación y Ciencia. Dirección General de Renovación Pedagógica, Madrid, 1992).

[5] Zayas, C. M. A. D., *Epistemología Educativa*, (Universidad de Sucre, Sincelejo, 1995).

[6] Zayas, R. M. A., *Hacia un currículum integral y contextualizado*, (Universidad Autónoma de Honduras, Tegucigalpa, 1997).

Modelación matemática de la propagación de calor con el uso de las ecuaciones diferenciales parciales y diferencias finitas



José Díaz Santamaría, Bolívar Flores Nicolalde, Francisca Flores Nicolalde

Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador.

E-mail: jodiaz@espe.edu.ec

(Recibido el 18 agosto 2015, aceptado el 22 de febrero de 2016)

Resumen

Los fenómenos de la naturaleza son estudiados por la ingeniería a través de la modelación matemática; esta se pueda plantear como una ecuación diferencial, cuya solución analítica proporciona una mayor comprensión del fenómeno estudiado. Otra forma de encontrar las soluciones es utilizando un método de aproximación numérica, diferencias finitas; la cual también resulta ser una herramienta de solución al problema planteado. La propagación de calor es un fenómeno físico complejo, cuyo análisis se lo puede realizar a partir de modelación matemática. El presente trabajo busca servir de guía a los estudiantes en el estudio de la unidad de Termodinámica, mostrando paso a paso el método analítico de resolución, de la ecuación de Laplace y el método aproximado, como son las diferencias finitas, a través del planteamiento de un problema, en donde se podrá analizar la propagación de calor en una placa rectangular, con condiciones de borde establecidas en régimen estacionario. Con ayuda de técnicas de información se realizó una simulación computacional, para cada modelo matemático planteado para la propagación de calor, con el objetivo de comparar y visualizar los resultados obtenidos, mejorando la comprensión del fenómeno.

Palabras clave: Ecuación de Laplace, Fourier, Diferencias finitas, Enseñanza de la Termodinámica.

Abstract

The phenomena of the nature are studied by the Engineering across the mathematical modeling, this it is possible to raise it like a differential equation, which analytical solution provides a major comprehension of the studied phenomenon. Another way of finding the solutions is using a method of numerical approach, finite differences; which also turns out to be a solution tool to the raised problem. The heat spread is a complex physical phenomenon, which analysis can realize it from mathematical modeling. The present work to be an instructional guide for students of thermodynamics, showing step by step, not only the method of analytical solution using the Laplace equation, but also by employing numerical approximation methods, such as finite differences, in the treatment of a problem where it will be possible to analyze heat diffusion in a flat rectangular plate, with boundary conditions established in the stationary state. Using the techniques of information, a computer simulation for each proposed mathematical model was performed, in order to compare and visualize the solutions, improving the understanding of the phenomenon.

Keywords: Equation of Laplace, Fourier - Finite Differences and, Education of the Thermodynamics.

PACS: 02.30.Nw, 02.60.Cb, 02.70.Bf, 05.70.-a

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se propone un modelo matemático para la propagación de calor en una placa rectangular, en régimen estacionario para los estudiantes que estudian la Unidad de Termodinámica por cuanto resulta un problema complejo de analizar.

El modelo matemático se basa en la ecuación diferencial de Laplace, considerando las condiciones de frontera dada y en régimen estacionaria:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Existe una técnica analítica para la resolución de esta ecuación conocida como el método de separación de variables (Haberman, 2013).

Dependiendo del tipo de coordenadas en la que se defina el problema, en nuestro caso coordenadas rectangulares, el desarrollo de las soluciones conduce a series infinitas de Fourier [1].

Alternativamente, pueden usarse métodos de aproximación numérica para hallar la distribución de

temperaturas en la placa rectangular. Entre los más desarrollados y usados se pueden citar, el método de diferencias finitas.

Por lo antes expuesto, también busca en este documento explorar y presentar el método de diferencias finitas y sus ecuaciones de recurrencia, para aplicarlo al estudio de propagación de calor en una placa rectangular en régimen estacionario.

En el método de diferencias finitas, el problema con las condiciones de borde, de un dominio continuo se discretiza de tal modo que, las variables dependientes existen sólo en puntos discretos. Las derivadas se aproximan mediante diferencias, lo que da origen a una representación algebraica de las ecuaciones diferenciales parciales convirtiéndose en un problema de álgebra matricial, dando un sistema de ecuaciones que deben ser resueltos [2].

Los resultados de las soluciones de ambos métodos pueden ser comparados y visualizados con ayuda de técnicas de información. En este caso, con una simulación computacional realizada en MATLAB que permite ver la concentración de la distribución discreta de la temperatura en la placa rectangular. Se utilizó MATLAB porque es una herramienta computacional que permite mejorar el análisis y visualización de los resultados.

Para mejor comprensión, se realizó guías instruccionales para los estudiantes en donde se detalla, pasa a paso cada uno de los métodos y la simulación computacional.

II. OBJETIVOS

Para desarrollar el presente trabajo se presenta los siguientes objetivos:

- Resolver la propagación de calor en una placa rectangular metálica homogénea, con condiciones de frontera establecido en régimen estacionario.
- Elaborar una guía instruccional del método analítico para encontrar el modelo matemático de la propagación de calor en régimen estacionario.
- Elaborar una guía instruccional del método aproximado de diferencias finitas para encontrar el modelo matemático de la propagación de calor en régimen estacionario.
- Visualizar y comparar con la ayuda de la simulación computacional la propagación de calor en régimen estacionario, los dos métodos mencionados.

III. MARCO TEÓRICO

La temperatura es una magnitud referida a las nociones comunes de caliente, tibio, frío que puede ser medida, específicamente, con un termómetro. En física, se define como una magnitud escalar relacionada con la energía interna de un sistema termodinámico, definida por el Principio cero de la termodinámica.

El calor es el paso de transferencia de energía entre diferentes cuerpos o diferentes zonas de un mismo cuerpo que se encuentran a distintas temperaturas. Energía asociada a los movimientos de las partículas del sistema, sea en un sentido traslacional, rotacional, o en forma de vibraciones, esta oleada siempre ocurre desde el cuerpo de mayor temperatura hacia el cuerpo de menor temperatura, ocurriendo la transferencia hasta que ambos cuerpos se encuentren en equilibrio térmico.

En el siglo XIX Thompson y Joule establecieron que el trabajo se convirtió en calor es decir es una forma de energía [3].

El calor se transmite por conducción, convección y radiación, En este trabajo la transmisión de calor será por conducción, que es un proceso de transferencia de energía entre dos sistemas basado en el contacto directo de sus partículas sin flujo neto de materia, y que tiende a igualar la temperatura dentro de un cuerpo o entre diferentes cuerpos en contacto, por medio de transferencia de energía cinética de las partículas.

Esta transferencia la haremos en una placa rectangular de un material conductor con características específicas sobre el cual vamos a determinar la temperatura [4].

Dentro de las matemáticas utilizaremos la conducción térmica dada por la ley de Fourier.

$$q = -k \nabla u. \quad (1)$$

Donde k es la conductividad térmica cuyas unidades en el sistema internacional de medidas $Wm^{-1}K^{-1}$ y ∇u es el gradiente de temperatura del campo interior del material, sus unidades son Km^{-1} .

El calor que atraviesa una superficie S por unidad de tiempo es:

$$\frac{dQ_s}{dt} = \int_S q \cdot ds = -k \int_S \nabla u \cdot ds \quad (2)$$

Expresada como ecuación diferencial:

$$\alpha \nabla u^2 + \frac{q_g}{\rho \cdot c_p} = \frac{\delta u}{\delta t}. \quad (3)$$

Donde $\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$ donde ρ es la densidad del material y c_p el calor específico del cuerpo.

En condiciones estacionarias, condiciones de borde conocidas y en coordenadas rectangulares x e y , se obtiene:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Analizando las condiciones de frontera dadas, se resuelve el problema por el método de separación de variables [5, 6].

$$u = XY,$$

$$\frac{x''}{x} + \frac{y''}{y} = 0, \quad (5)$$

$$X'' + \lambda^2 X = 0, \quad (6)$$

$$Y'' - \lambda^2 Y = 0. \quad (7)$$

Se hallan soluciones funcionales para X e Y con constantes desconocidas, las cuales se irán encontrando con la aplicación de las condiciones de frontera y las series de Fourier.

Para el método de aproximación numérica, diferencias finitas, se parte de la misma ecuación diferencial de Laplace.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

modelo de propagación de temperatura en régimen estacionario.

Para el análisis se diferencias finitas se discretiza la placa rectangular con pasos constantes, tanto en el largo como en la altura. Ver Figura 1:

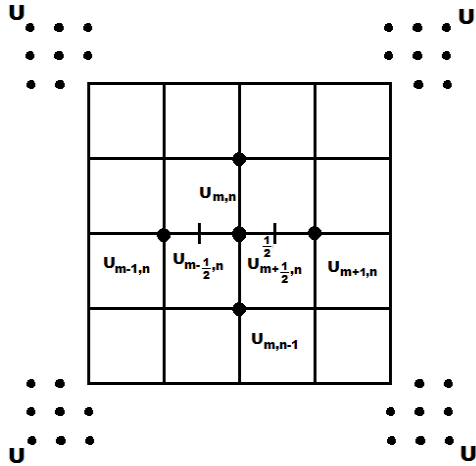


FIGURA 1. Placa para explicar las diferencias finitas.

En la Figura 2 se muestra la variación de la temperatura en función de un valor diferencial, obteniéndose las derivadas de la función general con respecto a x .

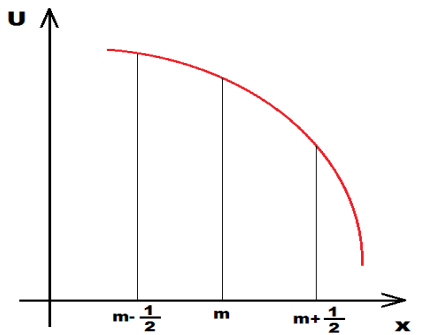


FIGURA 2. Variación de temperatura de acuerdo a x .

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{u_{m+1/2} - u_{m-1/2}}{\Delta x}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{m-1/2} = \frac{u_{m,n} - u_{m-1,n}}{\Delta x}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{m+1/2} = \frac{u_{m+1,n} - u_{m,n}}{\Delta x}. \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{m,n} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{m+1/2,n} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{m-1/2,n}}{\Delta x} = \frac{u_{m+1,n} + u_{m-1,n} - 2u_{m,n}}{\Delta x^2}. \quad (9)$$

Si se aproxima $\Delta x = \Delta y$ se tiene en forma análoga para y , sus derivada segunda será:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{m,n} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{m,n+1/2} - \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{m,n-1/2}}{\Delta y} = \frac{u_{m,n+1} + u_{m,n-1} - 2u_{m,n}}{\Delta y^2}. \quad (10)$$

Con estas derivadas $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{m,n}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{m,n}$ aproximadas se reemplazan en la ecuación de Laplace, obteniéndose el modelo matemático en diferencias finitas:

$$u_{m,n+1} + u_{m,n-1} + u_{m+1,n} + u_{m-1,n} - 4u_{m,n} = 0. \quad (11)$$

$$u_{m,n+1} + u_{m,n-1} + u_{m+1,n} + u_{m-1,n} = 4u_{m,n}. \quad (12)$$

Para determinar las ecuaciones se procede a ubicar las condiciones de borde aumentado dos filas y dos columnas.

Luego se encuentran se encuentran las ecuaciones en las posiciones desconocidas aplicando diferencias finitas: Figura 3.

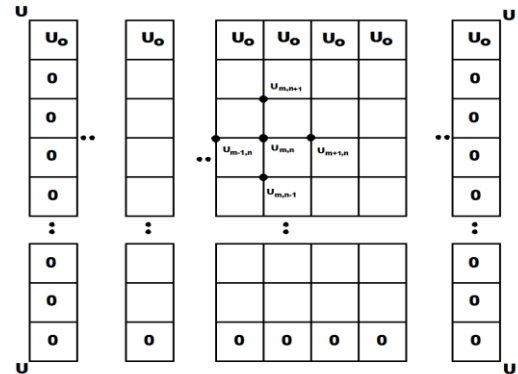


FIGURA 3. Matriz con condiciones de borde y valores de temperatura desconocidos.

Para la comparación de los dos métodos se utilizó la teoría de errores.

Se calculó el **error** del método MA (analítico) y y MDF (diferencias finitas) con respecto a un valor de su correspondiente matriz, cuyo resultado se utilizó en la simulación. [7].

Error absoluto (Err)

$$Err = \|U_{Exat} - U\|. \quad (13)$$

En donde U_{Exat} es la solución analítica, y U la solución por cualquier método.

$$Ecm = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (U_{Exat} - U)^2}. \quad (14)$$

Error cuadrático relativo (Emcr) un error con respecto a la unidad.

$$Emcr = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{U_{Exat} - U}{U_{Exat}} \right)^2}. \quad (15)$$

IV. METODOLOGIA

El presente trabajo se propone el planteamiento de un problema físico, que es la propagación de calor en una placa metálica rectangular con condiciones de borde conocido y en régimen estacionario, por el método analítico y diferencias finitas, cuyos resultados son visualizados con un simulador computacional.

La metodología se divide en tres partes:

- Determinación del modelo matemático (ecuación de Laplace) en forma analítica.
- Determinación del modelo matemático (ecuación de Laplace) con diferencias finitas.
- Simulación computacional las cuales se detallan a continuación:

A. Determinación del modelo matemático (ecuación de Laplace) en forma analítica

Para determinar las ecuaciones del modelo matemático de la propagación de calor en régimen estacionario, plantearemos el siguiente problema, en el cual describiremos paso a paso el desarrollo de la ecuación diferencial hasta encontrar la solución analítica. Se adjunta la guía instruccional (Anexo 1).

Problema

Encontrar la ecuación de propagación de calor en régimen estacionario en una placa rectangular, cuyas condiciones de frontera están determinadas en la Figura 4.

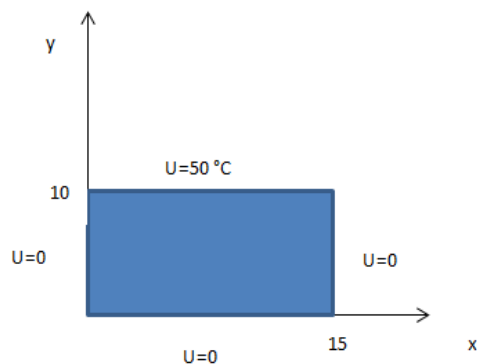


FIGURA 4. Placa rectangular con las condiciones de frontera.

Ecuación de Laplace.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Condiciones de frontera

$$u(15, y) = 0,$$

$$u(x, 10) = U_0, \quad u(0, y) = 0.$$

Solución con separación de variables

$$u = XY,$$

$$\frac{x''}{x} + \frac{y''}{y} = 0,$$

$$X'' + \lambda^2 X = 0,$$

$$Y'' - \lambda^2 Y = 0.$$

Se halla las funciones X e Y en función de constantes desconocidas.

$$X = C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x,$$

$$Y = C_3 \sinh \lambda x + C_4 \cosh \lambda x,$$

$$U = (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) (C_3 \sinh \lambda y + C_4 \cosh \lambda y).$$

Se halla las constantes reemplazando las condiciones de frontera.

$$U(0, y) = 0,$$

$$C_1 \cos \lambda 0 + C_2 \sin \lambda 0 = 0,$$

$$C_1 = 0,$$

$$U(x, 0) = 0,$$

$$0 = C_3 \sinh \lambda 0 + C_4 \cosh \lambda 0,$$

$$C_4 = 0,$$

$$X = C_2 \sin \lambda x,$$

$$U(15, 0) = 0,$$

$$\sin \lambda 15 = \sin n\pi,$$

$$\lambda = \frac{n\pi}{15},$$

$$U(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C \sin \frac{n\pi x}{15} \cdot \sinh \frac{n\pi y}{15}.$$

En la condición de frontera queda una serie de Fourier.

$$U(x, 10) = U_0 = f(x),$$

$$U(x, 10) = \sum_{n=1}^{\infty} C \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{15} \cdot \operatorname{senh} \frac{n\pi 10}{15}.$$

Para determinar b_n se tiene:

$$b_n = \frac{2}{15} \left[\int_0^{15} U_0 \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{15} dx \right],$$

$$\int_0^{15} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{15} dx = - \left. \frac{\cos \frac{n\pi x}{15}}{\frac{n\pi}{15}} \right|_0^{0.1} = - \frac{(\cos n\pi - 1)}{\frac{n\pi}{15}}.$$

El coeficiente n impar

$$b_n = \frac{2}{15} U_0 \left[\frac{2}{\frac{n\pi}{15}} \right],$$

$$b_n = \frac{4U_0}{\pi n},$$

$$C \cdot \operatorname{senh} \frac{n\pi 10}{15} = \frac{4U_0}{\pi n},$$

$$u(x, y) = 4U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n \operatorname{senh} \frac{n\pi 2}{3}} \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{15} \cdot \left(\operatorname{senh} \frac{n\pi y}{15} \right), \quad (16)$$

Si $U_0 = 50^\circ \text{C}$,

$$u(x, y) = 200 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n \operatorname{senh} \frac{n\pi 2}{3}} \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{15} \cdot \operatorname{senh} \frac{n\pi y}{15}. \quad (17)$$

El coeficiente n par

$$b_n = 0.$$

La función no existiría.

El coeficiente n impar.

La función para valores impares es:

$$u(x, y) = 200 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi (2n-1) \operatorname{senh} \frac{(2n-1)\pi 2}{3}} \cdot \operatorname{sen} \frac{(2n-1)\pi x}{15} \cdot \left(\operatorname{senh} \frac{(2n-1)\pi y}{15} \right). \quad (18)$$

B. Determinación del modelo matemático (ecuación de Laplace) con diferencias finitas

El mismo problema se planteará para ser desarrollado con diferencias finitas. Se adjunta guía instruccional (Anexo 2).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0;$$

Modelo de propagación de calor en el cual desaparecen los criterios de calor generado y calor almacenado generando la propagación de calor como una distribución de temperatura.

En el análisis de diferencias se discretiza la placa rectangular con pasos constantes tanto para el largo como la altura.

Para nuestra demostración didáctica plantearemos una matriz de 4 x 5, obteniéndose 20 nodos y representando en la matriz.

$$\begin{bmatrix} U_0 & U_0 & U_0 & U_0 & U_0 \\ 0 & U_{22} & U_{23} & U_{24} & 0 \\ 0 & U_{32} & U_{33} & U_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Se plantea las ecuaciones con el siguiente modelo de diferencias finitas.

$$u_{m,n+1} + u_{m,n-1} + u_{m+1,n} + u_{m-1,n} = 4u_{m,n}.$$

Las ecuaciones obtenidas son las siguientes:

$$-4u_{22} + u_{23} + u_{32} = -U_0, \quad (20)$$

$$u_{22} - 4u_{23} + u_{33} = -U_0, \quad (21)$$

$$u_{22} - 4u_{32} + u_{33} = 0, \quad (22)$$

$$u_{23} + u_{32} - 4u_{33} = 0, \quad (23)$$

$$u_{23} + u_{33} - 4u_{24} = -U_0, \quad (24)$$

$$u_{24} + u_{33} - 4u_{32} = 0, \quad (25)$$

Luego se resuelve el sistema de ecuaciones [8].

C. Simulación computacional

El objetivo de este trabajo no es enseñar a programar en MATLAB, sino contribuir en función del estudiante a través del uso de las técnicas de información para que visualice el fenómeno de la propagación de calor con solución analítica y diferencias finitas.

C.1 Simulación en Matlab método analítico

Se elabora un programa en Matlab [9] para encontrar la temperatura en función de las posiciones.

Es fundamental obtener la parte gráfica del comportamiento de los parámetros físicos, en este caso, temperaturas y posiciones en la placa.

Se utilizará matrices para discretizar las temperaturas en las diferentes posiciones, y se llena esta matriz con la solución analítica encontrada.

Los resultados de simulación pueden verificarse en la Figura 5, en donde se puede observar claramente, cómo va de una temperatura mayor a una temperatura menor.

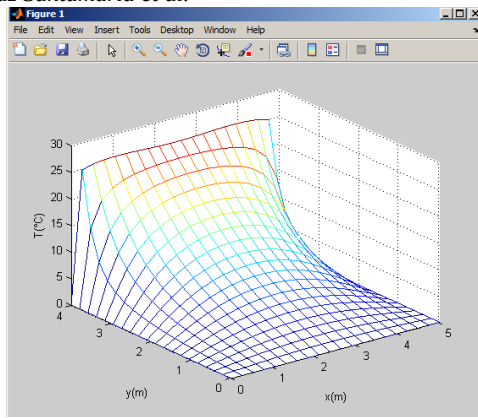


FIGURA 5. La temperatura en función de la posición x e y.

Se adjuntan otras formas de visualización (contorno y continuo) (Anexo 3.1).

C.2 C.2 Simulación en Matlab con diferencias finitas

Para la simulación computacional, con diferencias finitas se procede a discretizar la placa con el largo y la altura de la misma, con paso constante de uno.

Se encera la matriz de la placa y se aumenta las condiciones de frontera, llenando dos filas y dos columnas.

La matriz resultante su dimensión aumenta en uno en fila y columna.

Para cada una de las posiciones de la placa, se aplican las diferencias finitas, obteniéndose las ecuaciones de recurrencia, las cuales son resueltas encontrándose el valor de las temperaturas desconocidas.

Se procede a visualizar los resultados en forma continua, como se indica en la Figura 6.

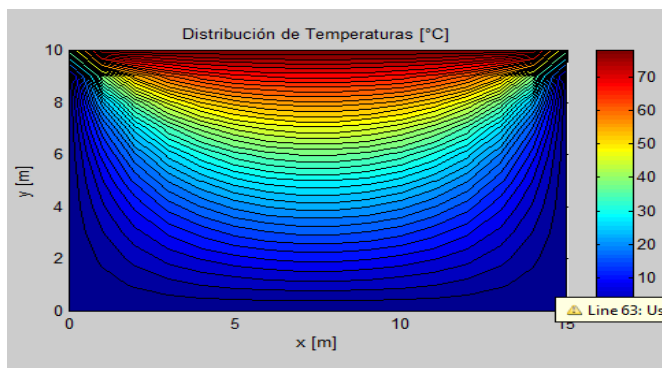


FIGURA 6. Distribución de la temperatura en función de la posición x e y

Se adjuntan otras formas de visualización (contorno y continuo) (Anexo 3.2).

C.3 C.3 Cálculo del error

Se determina el error comparando las dos metodologías solución analítica y diferencias finitas, con un valor de temperatura específico.

Para una placa de 15 cm de largo 10 cm de altura sometido a una temperatura de 50 °C, condiciones de borde establecida y a una distancia x e y de 7.0 cm por 7.0 cm, se obtuvieron los siguientes resultados. Ver Tabla I.

TABLA I. Error entre el método analítico y diferencias finitas.

Metodo	T °C	Err	Ecm	Emcr
MA	29.815	0.2987	0.2987	0.01
MDF	29.5128			

Observándose un error aceptable.

V. CONCLUSIONES

Analizando los resultados obtenidos para encontrar la solución del problema planteado se concluye lo siguiente:

- 1) Se encontró el modelo matemático en forma analítica y diferencias finitas para la propagación de calor en una placa rectangular con condiciones de borde establecido y régimen estacionario.
- 2) Se elaboró guías instruccionales de cada método para ser aplicado a los estudiantes para mejorar su aprendizaje.
- 3) Se comparó y visualizo (mallado, contorno y continuo) la propagación de calor con condiciones de borde conocida y en régimen estacionario con un simulador computacional realizado en Matlab mejorando la comprensión del fenómeno.

La modelación matemática en la enseñanza y aprendizaje de la Física es una herramienta importante en Ingeniería.

El análisis de los resultados son factores importantes que influyen en el aprendizaje.

El presente trabajo es de interés para los estudiantes y servirá de guía para una mejora en la enseñanza de la Física en la educación superior.

REFERENCIAS

- [1] Zill, D., Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado, En: Pérez, C., *Matlab y sus aplicaciones en las ciencias y la ingeniería*, 6ª Ed. (Pearson Prentice Hall, México, 2002).
- [2] Ibarra, M., *La ecuación del calor de Fourier: Resolución mediante métodos de análisis en variable real y en variable compleja*, (Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 2012).
- [3] Cengel, Y. A. & Bolt, M. A., *Termodinámica*, 4ª Ed. (Mc Graw. Hill. México, 2010).

- [4]. Valderrama, J. O., *Apuntes de termodinámica básica*, (Universidad de La Serena, La Serena, 2009).
- [6]. Serway, R., Jewett, J. W., *Física para Ciencias de Ingeniería*, 7ª Ed. (Thomson-Paraninfo, Madrid, 2010).
- [5] Haberman, R., *Ecuaciones en derivadas parciales con series de fourier y problemas de contorno*, 3ª Ed. (Pearson Educación, Madrid, 2003).
- [6] Trench, W., *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*, 3ª Ed. (Cengage learning, México, 2002).
- [7] Stanoyevitch, A., *Introduction to numerical ordinary and partial differential equations using Matlab*, (Wiley & Sons, Hoboken, 2005).
- [8] Zill, D., *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*, 6ª Ed. México (Cengage learning, México,)
- [9] Pérez, C., *Matlab y sus aplicaciones en las ciencias y la ingeniería*, (Prentice Hall, Madrid, 2002).
- [10] Normad, M. L., *Statistical thermodynamics*, (Addison-Wesley, Reading, 2000).
- [11] Kikoin, A., *Física molecular termodinámica*, (Mir, Moscú, 2000).
- [12] McKelvey, J. P., Grotch, H., *Física para Ciencias de la Ingeniería*, (Harla, México, 2000).
- [13] Fernández, J., *Neurociencias y enseñanza de la matemática*, Revista Iberoamericana de Educación **51**, (2010). Recuperado de: <http://www.rieoei.org/expe/3128FdezBravo.pdf>
- [14] Favieri, A., *Transformada de Laplace y Fourier con software Mathematica*, I Congreso sobre los métodos numéricos en la enseñanza, la ingeniería y las ciencias, Universidad Tecnológica Nacional, Haedo, Argentina (2010). Recuperado de: <file:///C:/Users/Home/Downloads/emnus2010favieri-140126162354-phpapp01.pdf>.
- [15] Corona, A., Martínez, G., *Conducción térmica en una varilla de cobre*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 820-823 (2011). Recuperado de: http://www.lajpe.org/dec11/LAJPE_574_Adrian_Corona_preprint_corr_f.pdf.
- [16] Galeano, J., *Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales parabólicas*, Tesis de licenciatura Colombia, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2013.

ANEXO 1

GUIA INSTRUCCIONAL

DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN FORMA ANALÍTICA EN LA PROPAGACIÓN DE CALOR UTILIZÁNDOLA ECUACIÓN DE LAPLACE

1. Plantear un problema de propagación de calor por conducción en régimen estacionario y con condiciones de frontera dada en una diapositiva o escribiendo en la pizarra como se muestra a continuación.

Problema

Encontrar la ecuación de propagación de calor en una placa rectangular en régimen estacionario y cuyas condiciones de frontera están determinadas en la gráfica.

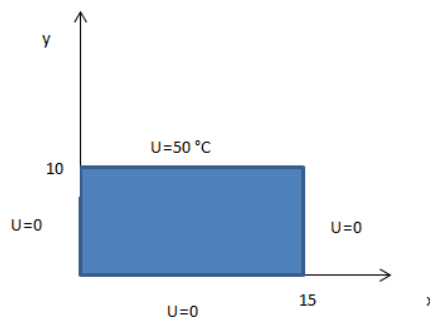


FIGURA 1. Placa rectangular con las condiciones de frontera.

2. Poner un video con ayuda de la simulación computacional sobre las formas de transmisión de calor.
3. Mediante debate o planteando preguntas afianzar los conceptos de transmisión de calor y en especial la conducción de calor en una placa metálica.
4. Plantear la ecuación que modela la propagación de calor y explicar cada uno de los términos.
5. Escoger la ecuación de Laplace para encontrar la propagación de calor en régimen estacionario.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

6. Poner las condiciones de frontera de acuerdo al problema dado

$$u(15, y) = 0$$

$$u(x, 10) = U_0 \quad u(0, y) = 0$$

7. Describir el método de separación de variables para encontrar la solución analítica de la ecuación de Laplace

$$\begin{aligned} u &= XY \\ \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} &= 0 \\ X'' + \lambda^2 X &= 0 \\ Y'' - \lambda^2 Y &= 0 \end{aligned}$$

8. Encontrar la solución del funcional X e Y en función de sus constantes y variables respectivas

$$\begin{aligned} X &= C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x \\ Y &= C_3 \sinh \lambda x + C_4 \cosh \lambda x \\ U &= (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) (C_3 \sinh \lambda y + C_4 \cosh \lambda y) \end{aligned}$$

9. Aplicar las condiciones de frontera adecuada para encontrar las respectivas constantes desconocidas

$$\begin{aligned} U(0, y) &= 0 \\ C_1 \cos \lambda 0 + C_2 \sin \lambda 0 &= 0 \\ C_1 &= 0 \\ U(x, 0) &= 0 \\ 0 &= C_3 \sinh \lambda 0 + C_4 \cosh \lambda 0 \\ C_4 &= 0 \\ X &= C_2 \sin \lambda x \\ U(15, 0) &= 0 \\ \sin \lambda 15 &= \sin n\pi \\ \lambda &= \frac{n\pi}{15} \end{aligned}$$

10. Poner la solución en función de sus constantes conocidas y en función de las series con nuevas constantes desconocidas

$$U(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C \sin \frac{n\pi x}{15} \cdot \sinh \frac{n\pi y}{15}$$

11. Aplicar la condición de frontera que se ajuste al cálculo de las constantes de la serie de Fourier

$$\begin{aligned} U(x, 10) &= U_0 = f(x) \\ U(x, 10) &= \sum_{n=1}^{\infty} C \sin \frac{n\pi x}{15} \cdot \sinh \frac{n\pi 10}{15} \end{aligned}$$

12. Encontrar las constantes de la serie de Fourier

Para determinar b_n se tiene:

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{15} \left[\int_0^{15} U \sin \frac{n\pi x}{15} dx \right] \\ \int_0^{15} \sin \frac{n\pi x}{15} dx &= -\frac{\cos \frac{n\pi x}{15}}{\frac{n\pi}{15}} \Bigg|_0^{0.1} = -\frac{(\cos n\pi - 1)}{\frac{n\pi}{15}} \\ \text{El coeficiente } n \text{ impar} \\ b_n &= \frac{2}{15} U_0 \left[\frac{2}{\frac{n\pi}{15}} \right] \\ b_n &= \frac{4U_0}{\pi n} \end{aligned}$$

13. Encontrar las constantes de la serie de la solución total

$$u(x, y) = 4U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n \sinh \frac{n\pi 2}{3}} \cdot \sinh \frac{n\pi 10}{15} \cdot \sinh \frac{n\pi y}{15} \quad (9)$$

14. Con los datos dados por el problema encontrar el modelo matemático para encontrar la temperatura en diferentes posiciones de la placa

Si $U_0 = 50^\circ\text{C}$

$$u(x, y) = 200 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n \sinh \frac{n\pi 2}{3}} \cdot \sinh \frac{n\pi x}{15} \cdot \sinh \frac{n\pi y}{15}$$

El coeficiente n par
 $b_n = 0$
 La función no existiría
 El coeficiente n impar
 La función existiría

$$u(x, y) = 200 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi (2n-1) \sinh \frac{(2n-1)\pi 2}{3}} \cdot \sinh \frac{(2n-1)\pi x}{15} \cdot \sinh \frac{(2n-1)\pi y}{15}$$

15. Proponer el mismo problema pero cambiando las condiciones de frontera.
 16. Hacer una evaluación con ayuda del simulador computacional o traves de una prueba elaborada para ver el nivel de aprendizaje alcanzado.
 17. Retroalimentar en las partes donde el conocimiento a tenido dificultad ayudados con el simulador computacional.

ANEXO 2

GUIA INSTRUCCIONAL

DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN FORMA DIFERENCIAS FINITAS DE LA PROPAGACIÓN DE CALOR

1. Plantear un problema de propagación de calor por conducción en régimen estacionario y con condiciones de frontera dada en una diapositiva o escribiendo en la pizarra como se muestra a continuación.

Problema

Encontrar la ecuación de la propagación de calor en una placa rectangular en régimen estacionario y cuyas condiciones de frontera están determinadas en la gráfica.

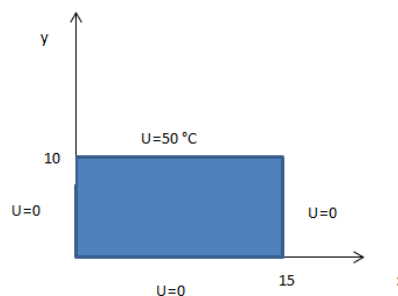


FIGURA 1. Placa rectangular con las condiciones de frontera.

2. Escoger la ecuación de Laplace para encontrar la propagación de calor en régimen estacionario.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 ; \text{ modelo de propagación de temperatura.}$$

3. Descripción del modelo de aproximación numérica de diferencias finitas

Para el análisis se diferencias finitas se discretiza la placa rectangular con pasos constantes tanto en el largo como la altura. Figura 2:

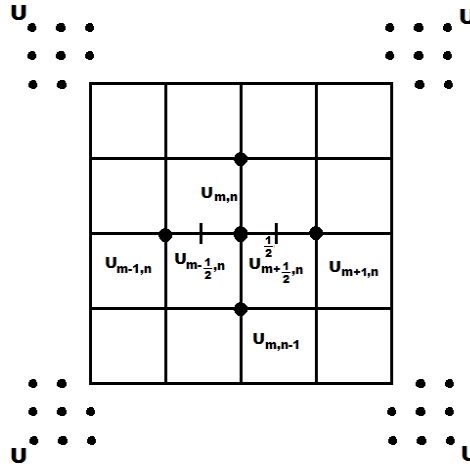


FIGURA 2. Placa para explicar las diferencias finitas.

En la Figura 3 se muestra la variación de la temperatura en función de un valor diferencial, obteniendo las derivadas de la función general con respecto a x.

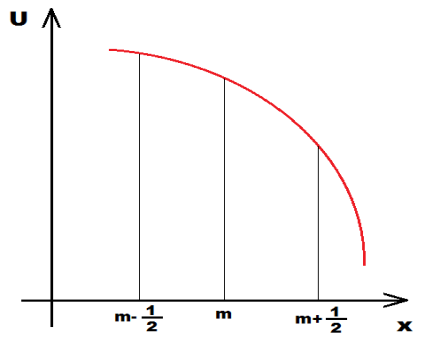


FIGURA 3. Variación de Temperatura de acuerdo a x.

$$\frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{m-1/2} = \frac{u_{m,n} - u_{m-1,n}}{\Delta x}; \frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{m+1/2} = \frac{u_{m+1,n} - u_{m,n}}{\Delta x}; \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \bigg|_{m,n} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{m+1/2,n} - \frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{m-1/2,n}}{\Delta x} = \frac{u_{m+1,n} + u_{m-1,n} - 2u_{m,n}}{\Delta x^2}$$

Si se aproxima $\Delta x = \Delta y$ se tiene en forma análoga para y, sus derivada segunda será:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y} \bigg|_{m,n} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} \bigg|_{m,n+1/2} - \frac{\partial u}{\partial y} \bigg|_{m,n-1/2}}{\Delta y} = \frac{u_{m,n+1} + u_{m,n-1} - 2u_{m,n}}{\Delta y^2}$$

Con estas derivadas $\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \bigg|_{m,n}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y} \bigg|_{m,n}$ aproximadas se reemplazan en la ecuación de Laplace obteniéndose el modelo matemático en diferencias finitas:

$$u_{m,n+1} + u_{m,n-1} + u_{m+1,n} + u_{m-1,n} - 4u_{m,n} = 0 \quad (11)$$

$$u_{m,n+1} + u_{m,n-1} + u_{m+1,n} + u_{m-1,n} = 4u_{m,n}$$

Para determinar las ecuaciones se procede a ubicar las condiciones de borde aumentado dos filas y dos columnas. Luego se encuentran se encuentran las ecuaciones en las posiciones desconocidas aplicando diferencias finitas: Figura 4.

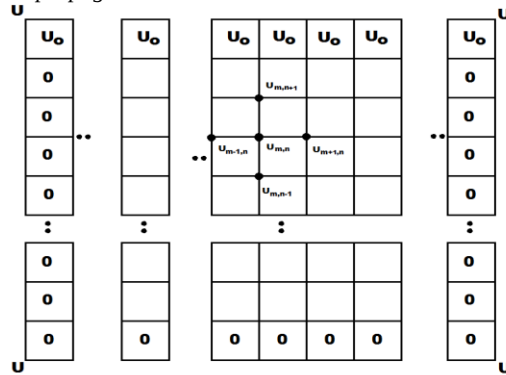


FIGURA 4. Matriz con condiciones de borde y valores de temperatura desconocidos.

5. **Escoger** una matriz 5x4 y aplicar las condiciones de frontera en una demostración didáctica.

Para nuestra demostración didáctica plantearemos una matriz de 4 x5, obteniéndose 20 nodos y representando en la matriz.

$$\begin{bmatrix} U_0 & U_0 & U_0 & U_0 & U_0 \\ 0 & U_{22} & U_{23} & U_{24} & 0 \\ 0 & U_{32} & U_{33} & U_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Se plantea las ecuaciones con el siguiente modelo de diferencias finitas.

$$u_{m,n+1} + u_{m,n-1} + u_{m+1,n} + u_{m-1,n} = 4u_{m,n}$$

Las ecuaciones obtenidas son las siguientes

$$-4u_{22} + u_{23} + u_{32} = -U_0 \quad (1)$$

$$u_{22} - 4u_{23} + u_{33} = -U_0 \quad (2)$$

$$u_{22} - 4u_{32} + u_{33} = 0 \quad (3)$$

$$u_{23} + u_{32} - 4u_{33} = 0 \quad (4)$$

$$u_{23} + u_{33} - 4u_{24} = -U_0 \quad (5)$$

$$u_{24} + u_{33} - 4u_{32} = 0 \quad (6)$$

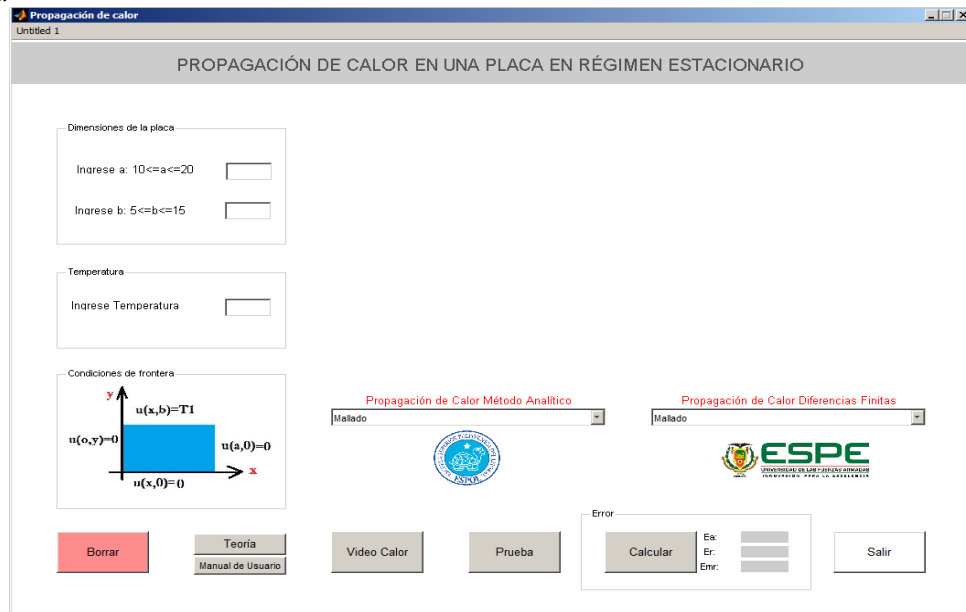
Luego se resuelve el sistema de ecuaciones.

7. Mediante la simulación computacional encontrar los valores de temperatura desconocido y visualizarlos (mallado continuo y continuo).
8. Repetir el procedimiento para la propagación de calor régimen para otras condiciones de frontera
9. Hacer una evaluación con ayuda del simulador computacional o través de una prueba elaborada para ver el nivel de aprendizaje alcanzado.
10. Retroalimentar en las partes donde el conocimiento a tenido dificultad ayudados con el simulador computacional.

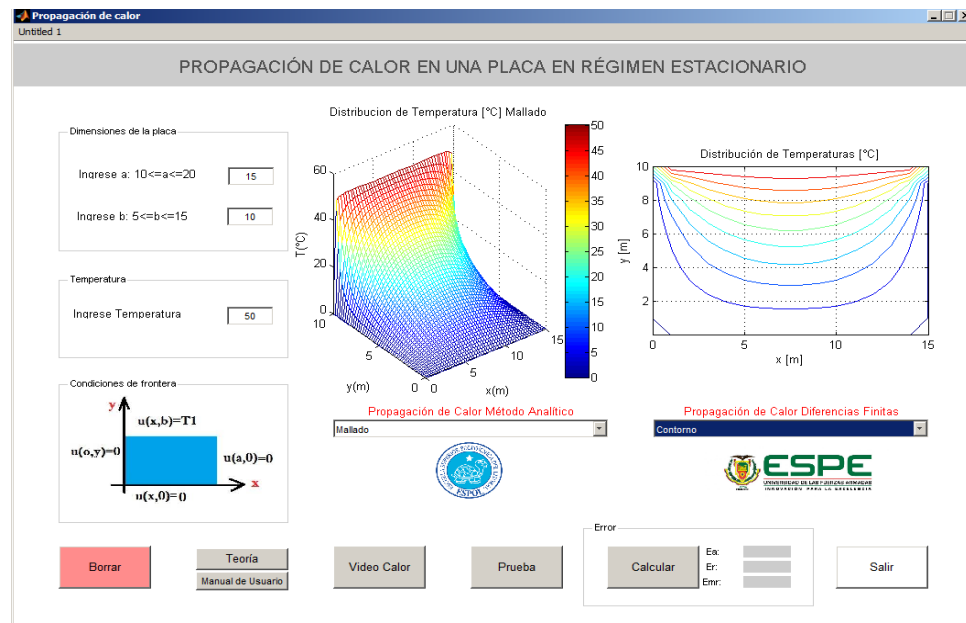
ANEXO 3

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL

1. Realizamos la corrida del programa realizado en Matlab y sale un menú de opciones como el que se observa a continuación.



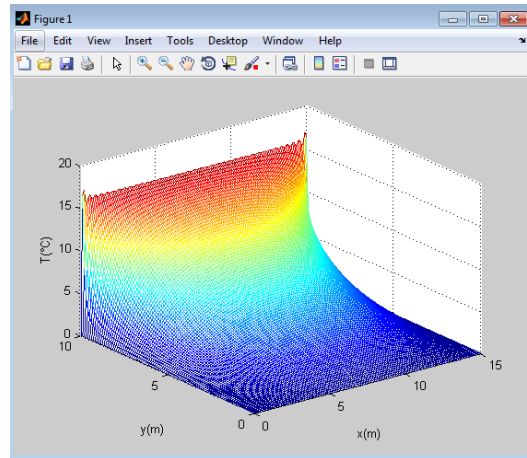
- Escogemos el tamaño de la placa en nuestro caso resolver para $a=15$ y $b=10$ y $T_0=50$ y escoger el tipo de gráfica tanto para el metodo analítico y metodo de aproximacion numerica .



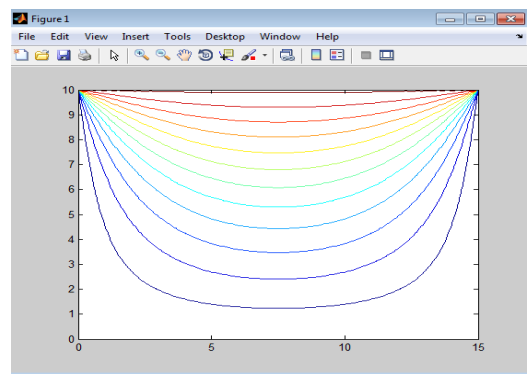
ANEXO 3.1

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL MÉTODO ANALÍTICO

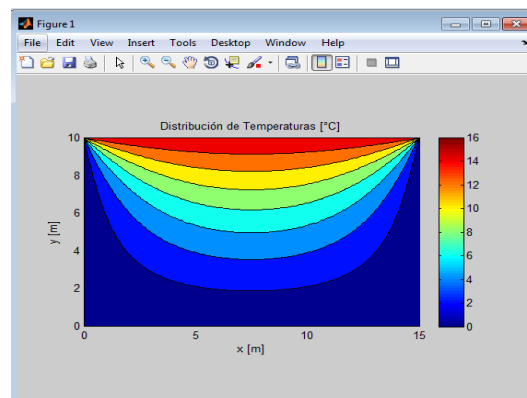
1. Visualización tipo mallado



2. Visualización tipo contorno



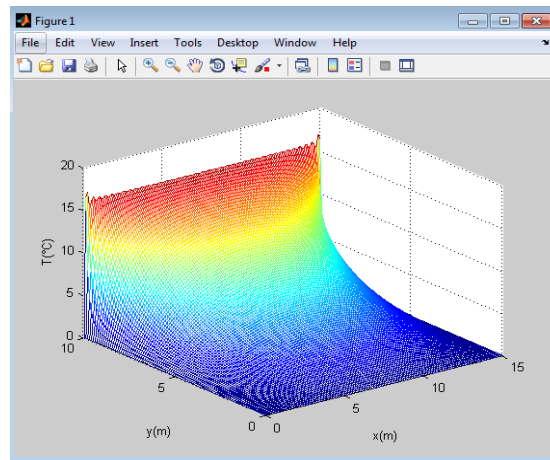
3. Visualización tipo continuo



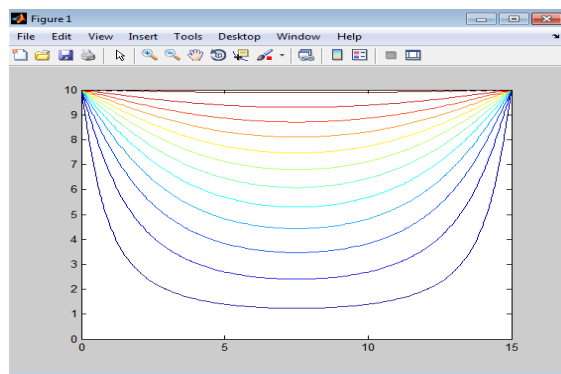
ANEXO 3.2

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL MÉTODO APROXIMACIÓN NUMÉRICA DIFERENCIAS FINITAS

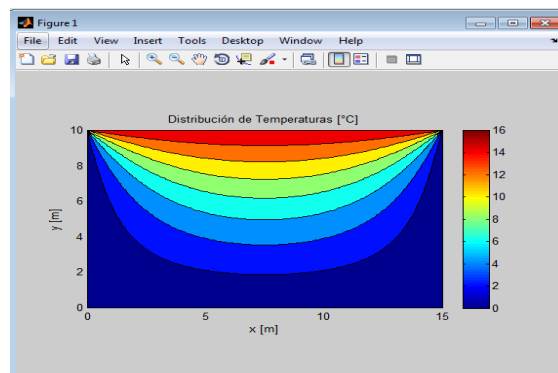
1. Visualización tipo mallado.



2. Visualización tipo contorno



3. Visualización tipo continuo



Sistema 4MAT apoyado con tutores inteligentes en estudiantes de Ingeniería

EDVCATIO PHYSICORVM



Claudia Rosado Guzmán¹, Daniel Sánchez Guzmán² Ricardo García Salcedo²

¹*Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad del SABES, Blvd. Guanajuato 1615, Col. Real Providencia. CP 37234. León Gto.*

²*Centro de Investigación de Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaría, Calzada Legaría No. 694, Miguel Hidalgo, Irrigación, 11500 Ciudad de México.*

E-mail: claudia.rosadog@sabes.edu.com

(Recibido el 20 de noviembre de 2015, aceptado el 5 de febrero de 2016)

Resumen

En el proceso enseñanza- aprendizaje no solo es importante el conocimiento que debe ser transmitido al estudiante, también es importante la forma en la que dicho conocimiento es presentado, es necesario atender y desarrollar preferencias de aprendizaje para lograr una construcción del conocimiento de manera efectiva. Una evidencia importante, y de la cual se puede partir para identificar deficiencias en el proceso enseñanza-aprendizaje, es el alto índice de reprobación en materia de ciencias básicas ya que este sigue siendo una preocupación importante en las instituciones educativas. Incorporar estrategias para el aprendizaje que solucionen no solo los índices de reprobación sino la calidad de la educación y la forma en que los estudiantes desarrollan ciertas competencias disciplinares es motivo para llevar a cabo la realización de investigaciones en el campo de enseñanza de las Ciencias y en particular en la Física. Por otro lado, el uso de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física se ha convertido en una necesidad debido a que las nuevas generaciones utilizan sistemas computacionales en la mayoría de las actividades que realizan, de ahí que este proceso requiera de una evolución en sus metodologías. El cambio a la utilización de la tecnología es conveniente que sea acorde al entorno social y cultural del estudiante. El objetivo del presente trabajo es incorporar como estrategia de enseñanza-aprendizaje los agentes tutores inteligentes dentro del sistema de enseñanza conocido como 4MAT, el cual hace uso de los estilos de aprendizaje de los estudiantes.

Palabras clave: Sistema 4MAT, Estilos de aprendizaje, Tutores Inteligentes.

Abstract

In the teaching-learning process is not only important knowledge that must be transmitted to the student, it is also important to the way in which such knowledge is presented, you must meet and develop learning preferences to achieve knowledge building effectively. An important evidence, and which can be split to identify gaps in the teaching-learning process is the high failure rate in basic sciences since this remains a major concern in educational institutions. Incorporate learning strategies that solve not only the failure rates but the quality of education and the way students develop certain disciplinary powers is reason to undertake the conduct of research in the field of science education and particularly in physics. On the other hand, the use of technology in the teaching and learning of physics has become a necessity because the new generations use computer systems in most of their activities; hence, this process requires an evolution in their methodologies. The switch to the use of the technology is desirable that is commensurate with the social and cultural environment of the student. The objective of this work is to incorporate as a strategy for teaching and learning intelligent tutoring agents within the educational system known as 4MAT, which makes use of the learning styles of students.

Keywords: 4MAT system, style learning, Intelligent Tutoring.

PACS: 01.40.-d, 01.40.gb, 01.50.ht

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La Web es una tecnología que se ha vuelto indispensable en las labores de la sociedad, como pueden ser el comercio o la educación y es en este último ámbito que ha encontrado un excelente medio para romper con las limitantes geográficas y temporales, algo que los esquemas tradicionales de educación ven como una limitante. La Web

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 10, No. 1, March 2016

ha revolucionado el concepto de educación a distancia, ya que ésta integra diferentes esquemas, herramientas, modelos y recursos digitales novedosos que otros sistemas de difusión masiva como la radio o la televisión no pueden incorporar. En el ámbito del aprendizaje virtual, la investigación es incipiente en cuanto a la indagación de mecanismos responsables del aprendizaje de calidad, de aquí que se recurra a la teoría existente para generar

herramientas que permitan realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA) en éste ámbito y lograr dicha calidad [1].

Los investigadores del área educativa se preocupan por incrementar la funcionalidad de la educación, por lo que en las propuestas actuales se están incorporando cada vez más las tecnologías de la información y la comunicación por medio de la Web. Uno de estos recursos digitales son los llamados agentes inteligentes como elementos capaces guiar al estudiante para razonar y determinar la mejor solución de un problema presentado de manera independiente del docente [2, 3, 4].

Con la aplicación de los agentes inteligentes en el campo educativo nace el concepto de agentes pedagógicos, que se encargan de buscar la información que se quiere enseñar, pero existe un inconveniente, no todas las personas aprenden de la misma manera, debido a que utilizan los sentidos de forma diferente, ésta es una razón por la cual los agentes inteligentes pueden realizar un aporte significativo ya que éstos no sólo se encargan de buscar la información sino que pueden seleccionarla para presentarla al estudiante de manera que el PEA se realice de una forma más importante para el estudiante [2].

Por otro lado, los investigadores educativos han demostrado que el introducir las teorías de estilos de aprendizaje en la enseñanza de diversas disciplinas ha mejorado el desempeño de los estudiantes, aumentado su comprensión y el espíritu crítico en sus cuestionamientos [5].

Las distintas maneras de percibir y procesar la información por parte de los estudiantes han sido analizadas por teorías de aprendizaje en cuyos supuestos se argumenta que el estilo de aprendizaje es la suma de las formas que tiene el cerebro de percibir la experiencia y las formas favoritas de un individuo para actuar sobre ésta [6].

El objetivo de este trabajo es presentar el diseño, implementación y evaluación de una estrategia que incorpora en el sistema de enseñanza 4MAT el uso de los agentes tutores inteligentes que se adapten a los estilos de aprendizaje del estudiante, identificando la forma en que el mismo resuelve un problema para poder brindarle ayuda cuando cometa algún error. La evaluación cuantitativa llevada a cabo fue para conocer la ganancia en la comprensión de los temas de mecánica en estudiantes de ingeniería.

II. SECUENCIA DE APRENDIZAJE EN SISTEMA 4 MAT

La secuencia del conocimiento en los tutores inteligentes se presenta de acuerdo al ciclo 4 MAT de estilos de aprendizaje y como comenta McCarthy (1987): “Utilizando esta secuencia cualquier estilo de aprendizaje tiene la oportunidad de brillar una parte del tiempo. Todos los alumnos serán capaces de desarrollar sus habilidades naturales cuando estén trabajando con su área fuerte y tendrán también oportunidad de desarrollar otras áreas al trabajar con sus compañeros. Para que un alumno pueda

aprender de manera exitosa, necesita también experiencia en otros estilos de aprendizaje. Todas estas habilidades juntas formarán un ciclo natural del aprendizaje”.

El modelo de 4MAT está conceptualizado como un ciclo natural del aprendizaje. A fin de que las personas puedan aprender de manera óptima, es necesario que atraviesen los cuatro cuadrantes con sus dos modos (izquierdo/derecho), iniciando con el cuadrante 1.

McCarthy crea una serie de lecciones que ayudan a los maestros a planear sus clases. En términos generales, dichas lecciones consisten en los siguientes pasos:

1. Cuadrante I: crear una experiencia y luego ofrecer una forma que los alumnos puedan analizarla y experimentarla personalmente.
2. Cuadrante II: los estudiantes integran la experiencia y siguen analizándola en forma más conceptual, desarrollando nuevos conceptos.
3. Cuadrante III: los estudiantes practican con lo que se les ha enseñado, luego hacen aplicaciones prácticas en forma personal.
4. Cuadrante IV: los estudiantes sintetizan buscando algo relevante y original, luego buscan aplicar lo que han aprendido a circunstancias más complejas. (Ver figura 1).

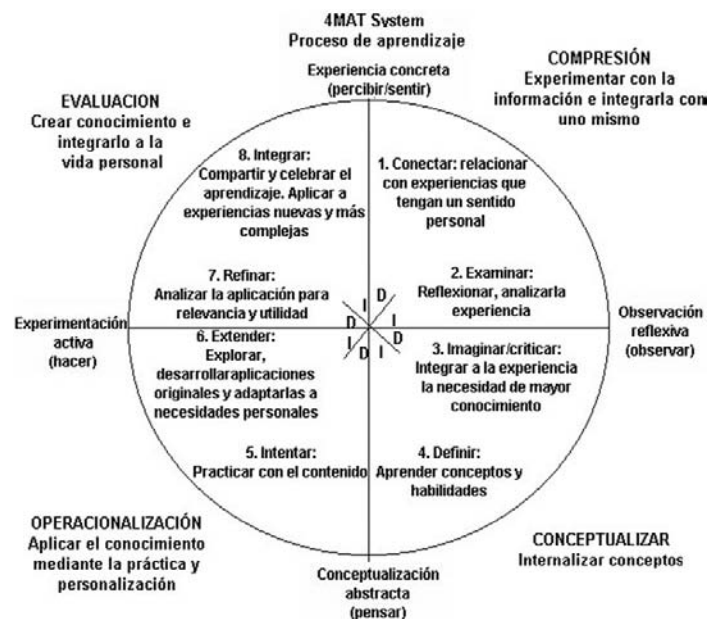


FIGURA 1. Ciclo de ocho pasos del sistema 4MAT [4].

A continuación, encontrará algunos diagramas que ejemplifican la planeación de una clase, para hacer posible la programación de los tutores fue necesario que las secuencias de aprendizaje se concentraron en 4 fases en el que están incluidos los 8 pasos del sistema: Activación del conocimiento, Adquisición del conocimiento, Práctica del conocimiento y Aplicación y evaluación del conocimiento. (Ver Figura 2 y 3)



FIGURA 2. Planeación de secuencia de aprendizaje: Métodos.



FIGURA 3. Planeación de secuencia de aprendizaje: Actividades.

III. ARQUITECTURA DE LOS SISTEMAS TUTORES INTELIGENTES

El término Sistema de Tutoría Inteligente (ITS) fue adoptado por los investigadores de esta área para diferenciar los tutores inteligentes de sus antecesores: los sistemas que ofrecen Instrucción Asistida por Computadora (CAI, por sus siglas en inglés). Estos últimos se caracterizan en el uso general de la computadora como apoyo en la enseñanza [4], mientras que un ITS hace uso de la inteligencia artificial para modelar el conocimiento de instructores y estudiantes. La arquitectura de un ITS está determinada por los siguientes componentes:

- Modelo del estudiante. Habilidad para identificar y modelar el nivel cognitivo de cada estudiante.
- Modelo del experto. Capacidad de representar conocimiento de un dominio; permite al ITS razonar y responder tal como un tutor humano.
- Modelo pedagógico. Habilidad de adaptar el modelo de enseñanza-aprendizaje al estilo de cada estudiante.

- Módulo de interfaz. Constituye los elementos para interactuar con el usuario y monitorear su actividad. Un ITS debe considerar una o más de las siguientes características:
- Generación de conocimiento. Habilidad para generar ejercicios y brindar asesoría personalizada.
- Iniciativa mixta. Habilidad de iniciar interacción con el estudiante (proactiva) o responder ante la solicitud de ayuda (reactiva).
- Aprendizaje interactivo. Contar con contenido educativo auténtico, atractivo, suficiente, interactivo y relevante.
- Auto-mejora. Habilidad para evaluar su desempeño al proveer asesoría y aprender de la misma.

Un ITS no necesariamente debe contar con todas las características mencionadas; además, el grado de madurez alcanzado en cada una de ellas puede variar y resultar desde modelos simples a muy sofisticados [10].

IV. PROGRAMACION DE LOS TUTORES INTELIGENTES

Cognitive Tutor Authoring Tools (CTAT), su traducción al español como Herramientas de Autoría para Tutores Cognitivos, se seleccionó para el diseño de los tutores inteligentes por su constante desarrollo, así como su plataforma de alojamiento School.tutorshop.

La interfaz gráfica se visualiza utilizando el reproductor Adobe Flash Player®. Aquí se establece la comunicación con el software CTAT, el cual a su vez establece la comunicación con ACT-R. Cabe mencionar que se debe de llevar a cabo un proceso de integración de las herramientas; una de las ventajas al respecto del software CTAT es la modularidad que este presenta, ya que contiene extensiones que son agregadas a Adobe Flash Professional® a través de Adobe Extensión Manager®, permitiendo por lo tanto hacer estándar los componentes de los tutores inteligentes y poderlos diseñar de una manera más sencilla; concentrando la atención del programador en el diseño de la actividad y los contenidos a ser presentados ante el alumno, permitiendo que los profesores se enfoquen más en la parte didáctica y del proceso de aprendizaje [6] (Ver figura 4).

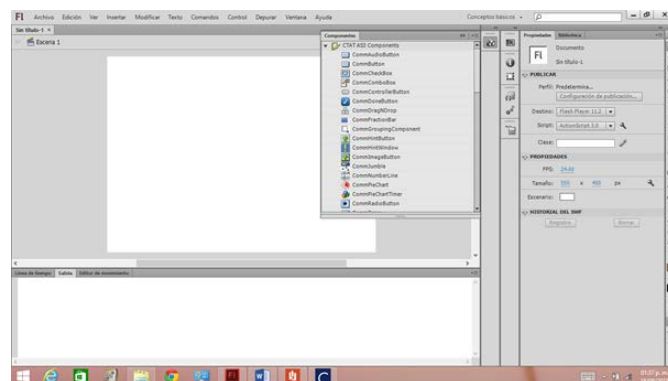


FIGURA 4. Herramientas de CTAT en Adobe Flash Player®.

Para esta investigación se utilizó Adobe Flash Profesional CS6 (AFP-CS6) seleccionando Action Script 3.0, al cual se le instalaron los componentes de CTAT, con el componente CommShell de CTAT se realizó para cada tutor el diseño como lo visualizaron los estudiantes. Se trata de la presentación de un ejercicio para cada tema seleccionado relacionado con la secuencia de aprendizaje (Ver figura 5).

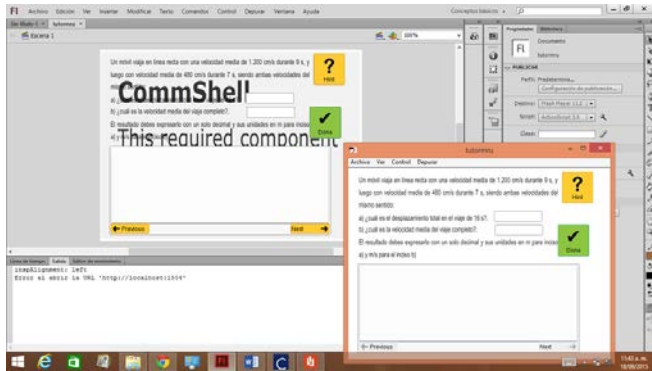


FIGURA 5. Interfaz gráfica utilizando el reproductor Adobe Flash Player®.

Posteriormente se enlaza AFP-CS6 al colocar el CTAT el Author Mode en Demostrate dando una entrada para nombrar al tutor y generar el árbol de estados, al correr la película AFP-CS6 e introducir en los recuadros de CommTextImput los resultados del ejercicio propuesto (Ver Figura 10) en el cual se genera en verde la respuesta válida que tomara el tutor, para cada recuadro se genera un estado (State) y para cada estado una respuesta programada (instance), para cerrar se introduce hecho (Done) y se cierra el árbol del tutor. (Ver figura 5)

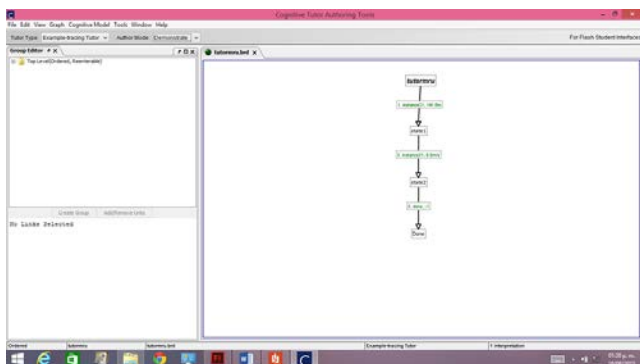


FIGURA 5. Árbol de estados.

Para configurar el tutor y dar soporte al estudiante, en cada respuesta generada se despliega editar el mensaje de ayuda (Edit Hint and Success Messages) en el cual se ingresa la secuencia de aprendizaje 4 MAT para el caso de ésta investigación. (Ver figura 6)

Una vez concluido el diseño de los tutores se generan dos archivos uno de CTAT (BRD) y uno de AFP-CS6 (Película SWF) los cuales se ingresan a la plataforma School.tutorshop de acuerdo al proceso presentado en diagrama siguiente: (Ver figura 7)

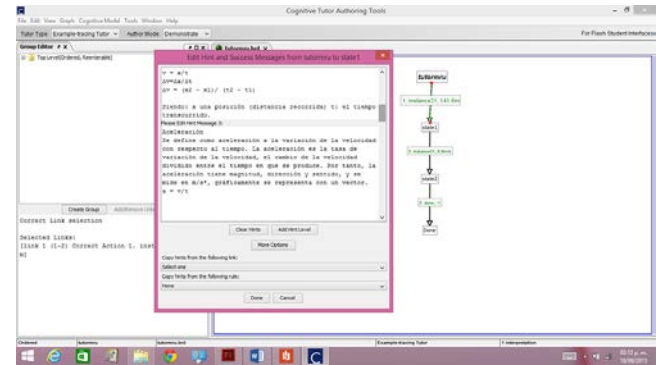


FIGURA 6. Ventana para la edición de la ayuda, secuencia 4 MAT.

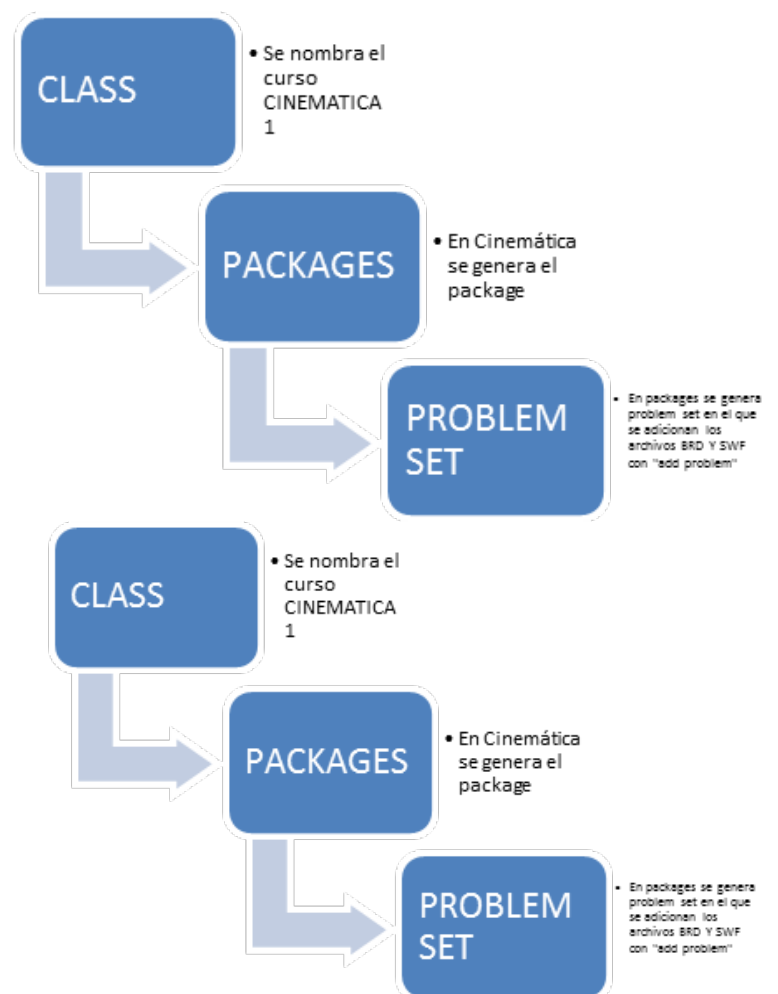


FIGURA 7. Diagrama de proceso para insertar tutores en School.tutorshop.

De manera progresiva el estudiante va trabajando con ellos en los temas seleccionados, cabe mencionar que se configura la secuencia de los tutores de tal forma que el estudiante no pueda ingresar al siguiente tutor sin haber

concluido el primero con el fin de garantizar la secuencia de temas, como se presenta en el ejemplo de la figura. (Ver figura8)

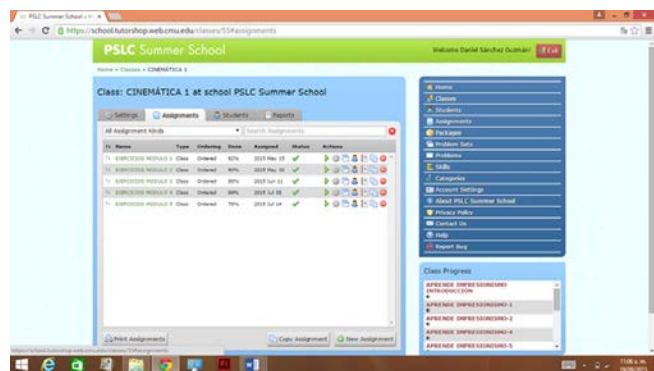


FIGURA 8. Grupos de ejercicios (problem set) asignados.

El la Figura siguiente se presenta la visualización de la interfaz en la plataforma School.tutorshop. (Ver figura 9).

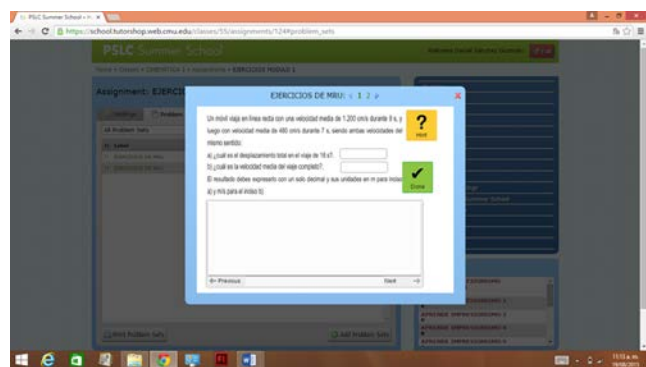


FIGURA 9. Interfaz, visualización de los tutores.

En la programación del tutor se incluye la activación del conocimiento, adquisición del conocimiento, práctica del conocimiento y aplicación evaluación del conocimiento, sin embargo, para la activación del conocimiento sería necesario reforzar con una sesión presencial por la naturaleza de las actividades la cuales pueden ser más personales a manera de inmersión en la vida cotidiana, lluvia de ideas, mesa de discusión, demostraciones, etc. ; de la misma manera la Aplicación y evaluación del conocimiento es necesario programar un segundo tutor completar el ciclo. Por lo tanto para completar un ciclo se requiere de una sesión presencial y dos archivos de programación de tutores con sus archivos de interfaz.

Por lo tanto para completar una secuencia de aprendizaje en sistema 4 MAT el ciclo requiere de una sesión presencial y la programación de dos tutores con sus archivos de interfaz.

V. INSTRUMENTOS DE ANALISIS UTILIZADOS EN LA EVALUACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Para probar la secuencia 4 MAT con tutores se propuso un diseño semi experimental para un grupo de 22 estudiantes (muestra no aleatoria) en la asignatura Física II de la carrera de Ingeniería Industrial en la Universidad del SABES plantel Villagrán en el estado de Guanajuato, la asignatura se imparte en un modelo b-Learning.

La Universidad del SABES utiliza una plataforma educativa moodle donde se asignó el curso de Física II , se incorporó la estrategia de enseñanza para la secuencia de aprendizaje que consiste en el uso de Tutores inteligentes en plataforma School.tutorshop con temas de mecánica del programa de Física II. Los estudiantes participantes fueron inscritos en ambas plataformas y se hizo la comunicación mediante enlace en el curso.

El cuestionario que proporciona la tendencia preponderante de estilo de enseñanza consta de reactivos, cada uno de los cuales tiene cuatro opciones. Cada opción tiene una característica de cada uno de los estilos de enseñanza. Este cuestionario tomado de la adaptación de Ramírez H. Investigador del IPN [3]. Este test se aplicó al inicio y al final de la investigación con el fin de conocer si la secuencia hace que se produzca algún cambio en el estilo de aprendizaje en los estudiantes.

Durante la primer sesión se aplicó el test con la preguntas: 8, 9, 10, 12, 13, 14, 19, 20, 21, 22, 23, 24 cuestionario sobre concepto de fuerza Force Concep Inventory (FCI) se seleccionó este test por ser una prueba diseñada para evaluar al estudiante sobre la comprensión básica de los la mecánica Newtoniana sin embargo el propósito más importante es para evaluar la efectividad de la instrucción. Se conjugó con las preguntas 1, 2, 3, 23, 24, 25 del cuestionario Diagnostico Básico sobre Mecánica (MBT), este test al igual que FCI es una prueba diseñada para evaluar la efectividad de la instrucción pero es el siguiente paso ya que los conceptos no pueden ser captados sin conocimiento formal sobre la mecánica Newtoniana ambos test del libro The Physics Teacher [1]. Las dos pruebas son complementarias, se utilizaron para la medir precisamente la efectividad de la estrategia de aprendizaje de Tutores Inteligentes con la secuencia 4 MAT. Este cuestionario se aplicó tanto al inicio del curso (pretest) como al final (postest), para su aplicación se otorgó un tiempo de 30 minutos.

VI. RESULTADOS

Como ya se mencionó, Los resultados que se obtuvieron con el test de comodidad hemisférica cerebral al *inicio* del curso fueron los siguientes: el 70 % de los estudiantes pertenece a la comodidad cerebral en el lóbulo derecho, sus características radican en que operan de manera no estructurada, comprende imágenes, busca patrones, crea metáforas, es simultáneo, busca sintetizar y consolidar

información. Mientras que el 30% restante, pertenece a la comodidad cerebral en el lóbulo izquierdo, opera mejor por medio de la estructura y la secuencia, prefiere el lenguaje, es secuencial, examina los elementos, tiene sentido del número, trabaja para analizar información [1], como se muestra en la gráfica 1.

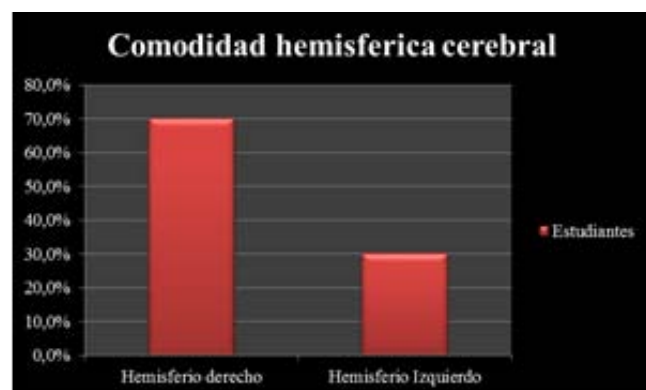


FIGURA 10. Distribución de la comodidad cerebral al inicio del curso de los alumnos que cursaron la materia Física II.

Los resultados que se presentaron al aplicar el test de estilos de aprendizaje fueron los siguientes: El 55% del grupo pertenece al estilo de aprendizaje tipo II correspondiente a los estudiantes que Kolb llama asimiladores [8]. Perciben la información de manera abstracta y la procesan reflexivamente. Buscan alcanzar sus metas y efectividad personal. Forman teorías y conceptos al integrar sus observaciones con lo que ya se sabe. [8].

El 30% del grupo pertenece al estilo de aprendizaje tipo III que corresponde a los alumnos convergentes, quienes perciben la información de manera abstracta y la procesan activamente. Buscan utilidad y resultados. Aprenden al probar teorías. Son pragmáticos, es decir, si creen que funciona, deben usarlo. Sobresalen en aterrizar los problemas [8].

El 15% restante del grupo, pertenece al estilo de aprendizaje tipo IV que corresponde a los alumnos denominados acomodadores, es decir quienes perciben la información concretamente y la procesan activamente. Buscan influenciar a los demás. Aprenden por medio de práctica y error. Creen en el descubrimiento personal. Sobresalen manejando el cambio. Son flexibles y adaptables como se muestra en la gráfica 2.

Después de utilizar secuencia de aprendizaje con el ciclo 4MAT, tanto en los tutores inteligentes como en la sesión presencial se generaron los siguientes resultados: en el test de comodidad hemisférica cerebral al final del curso el 65% de los estudiantes pertenece a la comodidad cerebral en el lóbulo derecho y el 35% en el lóbulo izquierdo, como se muestra en la gráfica 3, lo que nos indica una leve ganancia (5%) en aquellos alumnos que se sienten más cómodos al utilizar su lóbulo izquierdo.

De esta forma se observa que no hubo cambios significativos en el grupo en cuanto a estilos de aprendizaje al mantenerse los estilos II, III, IV en los alumnos, pero hay una ligera tendencia a cambiar el estilo III que representa

un 10% más que la gráfica inicial, eso representa que dos alumnos cambiaron su preferencia. Por otro lado, la mayor concentración se encuentra en el estilo II con un 50%, según la gráfica final, lo que indica que la mitad de los estudiantes consideran importante la secuencia de la presentación del conocimiento, es por ello que se aceptaron y asimilaron bastante bien los tutores y sesiones con el sistema 4MAT. Se debe mencionar que durante el análisis se percibe que aunque hay un estilo preferente en los estudiantes, existe una tendencia a unificar los valores sobre todo en los estilos II, III y IV concluyendo con esto que el ciclo lleva a los estudiantes a desarrollar todos los estilos de aprendizaje.

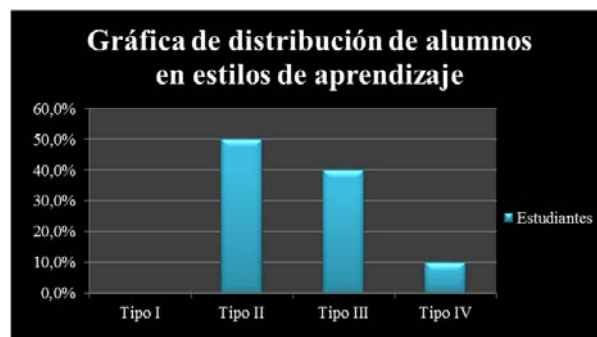


FIGURA 11. Distribución de estilos de aprendizaje al inicio del curso de los alumnos que cursaron la materia Física II.

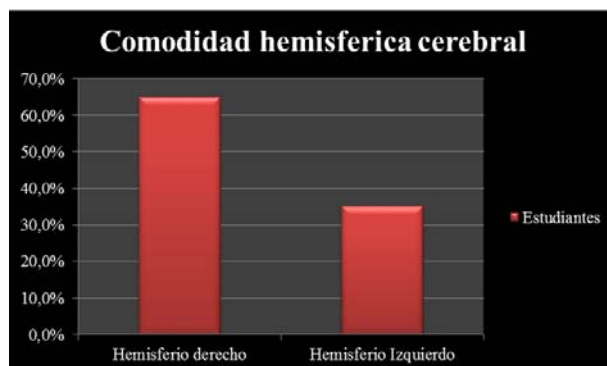


FIGURA 12. Distribución de la comodidad cerebral al final del curso de los alumnos que cursaron la materia Física II.

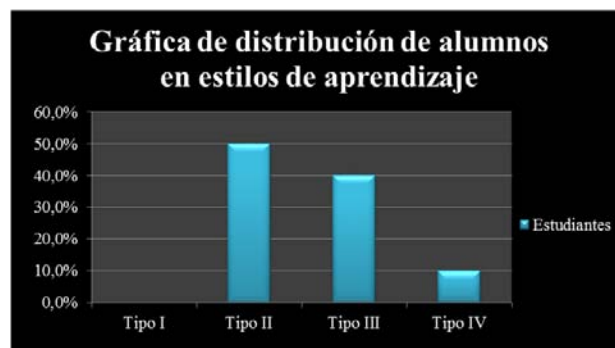


FIGURA 13. Distribución de estilos de aprendizaje al final del curso de los alumnos que cursaron la materia Física II.

Los resultados obtenidos de la aplicación en forma de test *inicial* y *final* del FCI y MBT se presentan a continuación. El factor de concentración del test *inicial* muestra que existe una concentración de respuestas de los estudiantes en las regiones LL, LM (donde los alumnos no tienen algún modelo muy bien definido en los conceptos tratados en dichas preguntas) y MM (donde muestran dos modelos bien distribuidos) y, finalmente, un punto en HH (donde el alumno está concentrado en la respuesta o modelo correcto), como se muestra en la gráfica 5.

El patrón de respuesta LL significa que la mayoría de los estudiantes no tienen preferencia por algún modelo del tema en cuestión, las respuestas están distribuidas de forma aleatoria. Si la mayoría de las respuestas están concentradas en solo dos opciones o modelos, una de las dos es la respuesta correcta, el punto en la gráfica estará en MM; si ambas respuestas son incorrectas se considerará como tipo LM.

La pregunta 12 es la única que se encuentra en la región MM, mientras que en la región HH solo está la pregunta 14, ambas corresponden al concepto de fuerza y ley de movimiento de Newton, esto se interpreta como que se trata de conceptos que los estudiantes tienen muy bien establecidos. Cabe mencionar que aproximadamente el 50% de los estudiantes cursaron previamente el curso de Física I, en el cual se implementó una secuencia en el sistema 4MAT [2].

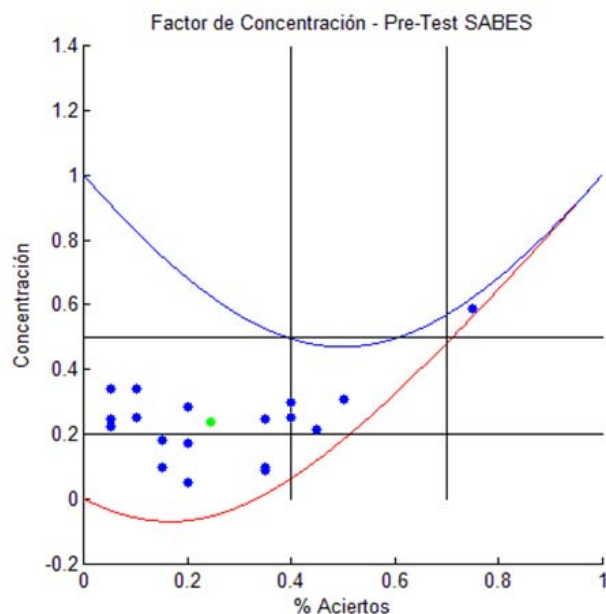


FIGURA 14. Factor de concentración del test FCI y MBT al inicio del curso de los alumnos que cursaron la materia Física II.

En la gráfica del factor de concentración para el test *final* se observa que la concentración de las repuestas de los estudiantes se encuentra en regiones MM y HH, como se muestra en la gráfica 6.

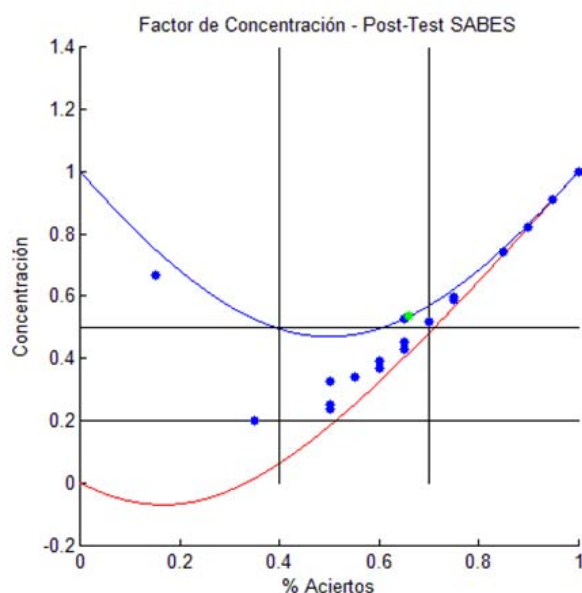


FIGURA 15. Factor de concentración del test FCI y MBT al *final* del curso de los alumnos que cursaron la materia Física II.

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se implementó una estrategia de enseñanza sobre temas de un curso de Mecánica para estudiantes de Ingeniería utilizando el sistema 4MAT, el cual considera los estilos de aprendizaje de los estudiantes. Los estilos de aprendizaje preponderantes en los estudiantes de Ingeniería fueron: II, III, IV. El estilo II, aquellos que perciben la información de manera abstracta y la procesan reflexivamente, resultó ser el más común con un 50% de los estudiantes. Sin embargo, debido a la naturaleza de la aplicación de los conocimientos adquiridos en las carreras de Ingeniería, uno habría esperado que los otros dos estilos fueran los dominantes.

Utilizar tutores inteligentes en modelos de aprendizaje mixto (b-learning) y en entornos virtuales favorece la adquisición del conocimiento ya que esta herramienta contribuye a que el alumno en ausencia de profesor tenga un soporte real al presentar el conocimiento de manera estructurada.

Los resultados del factor de concentración obtenidos con las respuestas tanto correctas como incorrectas de los exámenes pre y post implementación del sistema 4MAT y tutores inteligentes, muestran que los alumnos obtienen una ganancia conceptual bastante buena. Es decir pasan de tener dos o más modelos diferentes en cada una de las preguntas conceptuales del FCI y MBT a tener el modelo correcto una vez que han llevado la secuencia didáctica y los tutores inteligentes.

Hace falta mucho trabajo para incorporar las TIC en diversas estrategias de enseñanza que han mostrado ser eficaces para la comprensión de diversos conceptos de Física y este ha sido un esfuerzo más.

REFERENCIAS

- [1] McFarlane, A. & Sakellariou, S., The role of ICT in Science education, *Cambridge Journal of Education* **32**, 219-232 (2002).
- [2] Rosado-Guzmán, C. & Sánchez-Guzmán, D., The 4MAT system applied to a blended-learning scenario, *Lat. Am. J. Phys. Educ.* **1**, 6 (2012).
- [3] Sánchez-Guzmán, D., *Agentes Inteligentes: Diseño e Implementación para la Enseñanza de la Física*, Tesis Doctoral en Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria (2009).
- [4] Sánchez-Guzmán, D., Mora, C. & García-Salcedo, R. (2009). Intelligent agents: A Physics education opportunity in Latin-America, *Latin-American Journal of Physics Education* **3**, 11. arXiv preprint arXiv:0905.4085.
- [5] Díaz, M. H. R., & Lima, E. C., Análisis de la influencia del estilo de enseñanza del profesor en el aprendizaje de estudiantes de Física a nivel universitario. *Lat. Am. J. Phys. Educ.* **4**, 1002 (2010).
- [6] McCarthy, B. The 4MAT System Teaching to Learning Styles with Right/Left Mode Techniques. Barrington, Illinois (1987)
- [7] McCarthy, B. & McCarthy, D., *Teaching around the 4MAT® cycle: Designing instruction for diverse learners with diverse learning styles*, (Corwin Press, New York, 2005).
- [8] Kolb, A. & Kolb, D. A., Kolb's learning styles. In: *Encyclopedia of the Sciences of Learning*, Springer, New York, 2012), pp. 1698-1703.
- [9] Hestenes, D. & Wells, M., A mechanics baseline test. *The Physics teacher* **30**, 159-166 (1992).
- [10] Paviotti, G., Rossi, P. G. & Zarka, D., *Intelligent tutoring systems: An overview*, (Pensa Multimedia, Lecce, 2012).
- [11] Díaz, M. R., Aplicación del sistema 4MAT en la Enseñanza de la Física a nivel universitario, *Revista Mexicana de Física* **56**, 29-40 (2010).
- [12] Woolf, B. P., *Building intelligent interactive tutors: Student-centered strategies for revolutionizing e-learning*, (Morgan Kaufmann, Burlington, 2010).