

# Aplicação do software Maxima na criação de simulações para o Ensino de Física

EDVATIO PHYSICORVM



ISSN 1870-9095

**Ednilton S. de Oliveira**

*Faculdade de Física, Universidade Federal do Pará,  
R. Augusto Corrêa, 01 - Guamá, CEP 66075-110,  
Belém-PA, Brasil.*

**E-mail:** ednilton@ufpa.br

(Recibido el 1 de diciembre de 2023, aceptado el 25 de febrero de 2024)

## Resumo

É proposta a aplicação do software Maxima na elaboração de recursos digitais para o Ensino de Física. Por se tratar de um software livre, este sistema algébrico computacional representa uma alternativa gratuita a sistemas comumente adotados nas soluções de problemas matemáticos. A escolha deste software também se baseia no fato de o mesmo possuir um pacote, chamado Draw, o qual permite a elaboração de GIFs a partir de variáveis, fórmulas, equações, etc., introduzidos nas linhas de comando do Maxima, possibilitando a criação de simulações programadas sem a necessidade de exportar figuras para outras aplicações. O presente artigo descreve sucintamente o pacote Draw e traz alguns exemplos de animações criadas com ele e voltadas ao Ensino de Física. Tais animações, as quais simulam movimentos com aceleração constante, oscilações, ondas e movimentos em campos elétricos e magnéticos, são disponibilizadas em um material suplementar junto aos seus respectivos códigos.

**Palabras clave:** Software Maxima; Simulações em GIF; Ensino de Física.

## Abstract

It is proposed the application of Maxima software to the creation of digital resource for Physics Teaching. Once it is free software, this computational algebra system represents a free alternative to systems commonly adopted in the solutions of mathematical problems. This system choice is also based on the fact that it possesses a package, namely Draw, which allows the elaboration of animated GIFs from variables, formulas, equations, etc., in Maxima input making possible the creation of programmed simulations with no need of exporting figures to other applications. The present paper succinctly describes the Draw package and brings some examples of animations created with it and directed to Physics Teaching. Such animations, which simulate constant acceleration motions, oscillations, waves, and motions in electric and magnetic fields, are available in supplementary material along with their respective codes.

**Keywords:** Maxima Software; GIF Simulations; Physics Teaching.

## I. INTRODUÇÃO

O livro-texto é um facilitador do processo de ensino-aprendizagem, mas apresenta limitações, como o fato de representar estaticamente situações que são, muitas vezes, dinâmicas. Isto é particularmente prejudicial no Ensino de Física, por se tratar de uma disciplina que geralmente trata de sistemas dinâmicos. Não é raro, ao estudarmos por livros-texto de Física, nos depararmos com páginas inteiras de figuras, gráficos, ou ilustrações apresentando instantes diferentes de um mesmo fenômeno, o qual poderia ser melhor descrito de outras formas.

Uma das melhores soluções complementares aos livros-texto comumente utilizada pelos educadores é a experimentação. Entretanto, o custo dos materiais para elaborá-los pode representar um fator limitante aos professores e às escolas brasileiras, principalmente às públicas. Outra limitação dos experimentos é o fato de nem sempre poderem trazer situações físicas, principalmente

aquelas em níveis microscópicos ou astronômicos, para dentro de sala de aula.

Um outro complemento possível aos textos tradicionais são as simulações, as quais adquiriram muita importância em meio à pandemia de COVID-19, quando muitas aulas migraram para o formato digital. Uma das vantagens de se utilizar simulações é o fato de estas poderem ser desenvolvidas e apresentadas no computador, uma ferramenta aplicável a diversas áreas, inclusive no ensino. Portanto, por mais que o professor e a escola invistam recursos na aquisição de computadores, diferente de muitos experimentos, sua utilização não estará restrita a apenas uma situação ou disciplina. Além disso, muitos dos aplicativos e linguagens de programação necessárias para gerar simulações podem ser utilizadas gratuitamente, eximindo os educadores e as escolas de custos com software.

O presente artigo busca apresentar aos educadores de Física e Ciências uma destas soluções gratuitas para a criação de recursos digitais para o ensino: o sistema algébrico computacional (SAC) Maxima [1]. Este software apresenta

diversos recursos que podem ser aplicados na preparação de aulas de Física e Ciências, como determinação de limites, derivação, integração, solução de equações algébricas e diferenciais, criação automatizada de listas e matrizes, geração de gráficos e, especialmente, GIFs, pacotes para análises numéricas, elementos lógicos, dentre outros.

Nossa escolha do software Maxima se deu, além do fato de o sistema ser livre, portanto, disponível gratuitamente, por ele possuir um pacote, chamado *Draw*, que permite a síntese de GIFs, além da geração de gráficos, sem a necessidade de exportar figuras para outro aplicativo.<sup>1</sup>

Trabalhos anteriores mostram que o pacote *Draw* pode ser aplicado no estudo da evolução estelar [3] e na descrição de soluções da equação da difusão de calor [4]. O último trata-se de um trabalho desenvolvido por nós, no qual destacamos como alguns elementos lógicos do software Maxima aplicados na solução de problemas que demandem métodos numéricos, especificamente na solução de equações diferenciais parciais, aliados ao pacote *Draw*, podem resultar em GIFs de fenômenos avançados.

No presente artigo apresentamos algumas simulações, as quais não necessitam de uma abordagem numérica, criadas com o software Maxima e utilizadas como complemento em aulas ministradas a nível superior na Universidade Federal do Pará. Esperamos que este relato seja motivador para os educadores que buscam uma solução grátis e robusta, porém menos complexa que linguagens de programação, para a criação de simulações em GIFs que sejam aplicados às suas aulas de Física e Ciências.

## II. MOTIVAÇÃO

Acreditamos que o professor deva elaborar suas sequências didáticas considerando a realidade dos seus estudantes. Neste sentido, o material presente nas aulas, questionários, testes e textos, deve ser adaptado a cada classe, levando em conta o contexto dos estudantes. Esta é uma preocupação expressa também na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atualmente em vigor no Brasil, na qual, dentre diversas ações, se prevê:

*contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas [5].*

Apesar de haver uma infinidade de figuras e simulações disponíveis na Internet, nem sempre sua adequação à realidade do estudante é possível. Esta adequação vai além da necessidade de modificação de parâmetros e formatos, já que parte considerável destes gráficos e simulações encontra-se em outros idiomas. Seria possível aplicar gráficos, figuras e animações cujas legendas encontram-se em inglês, por exemplo, à realidade do estudante da escola pública brasileira? Ou cujas unidades estejam diferentes do Sistema Internacional, adotado no Brasil? Mesmo que recursos criados por terceiros estejam na linguagem e nas unidades

adequadas, sem poder modificar os parâmetros, o formato, e até as cores, o professor deixa de ter a liberdade necessária para apresentá-los de forma contextualizada aos seus alunos. O professor é quem tem a maior possibilidade de propor materiais que conversem com o cotidiano dos seus estudantes.

Almeida destaca a importância de o professor programar seu próprio material didático:

*Do mesmo modo que o professor é capaz de montar uma apostila sobre determinada unidade, ou escolher textos para ilustrar e aprofundar suas aulas e até produzir materiais instrucionais para revisão, fixação ou recuperação, ele poderá ser um projetista que propõe materiais a serem programados, aos quais ele pode criticar, recompor, aumentar, usar parcialmente etc. Esta capacidade de saber o que quer e de projetar o perfil de seu material é que permite ao professor se assenhorar do instrumento, utilizá-lo eficaz e criativamente [6].*

Portanto, a máxima liberdade do educador se obtém quando ele tem o conhecimento e o ferramental adequado para programar seu material didático. É neste sentido que propomos o software Maxima como uma opção para o desenvolvimento de recursos digitais, pois se trata de um SAC livre, que pode ser instalado nas plataformas mais comuns, Linux, Mac OS e Windows. Por mais que apresente problemas [7], trata-se de um software muito robusto, com alto potencial de auxiliar no preparo de aulas de Física.

Além dos relatos de como o software Maxima pode ser utilizado para gerar simulações de alguns fenômenos físicos, como já mencionado, nossa experiência em aulas do ensino superior mostra que o software pode ser aplicado para gerar simulações de diversas situações. Aqui apresentamos alguns exemplos disto analisando situações como queda livre, lançamento de projéteis, superposição de ondas, movimento harmônico simples e de partículas carregadas em campos elétricos e magnéticos uniformes.

A utilização de um novo recurso pode trazer receio aos educadores, visto que o seu tempo é limitado. Desperder tempo com uma ferramenta que se revele infrutífera é frustrante. Portanto, nosso relato tem o objetivo de motivar os educadores a testarem o software Maxima conhecendo situações de sucesso da aplicação. Além do mais, o fato de o software ser grátis possibilita que o teste da ferramenta possa se estender o quanto o educador julgar necessário, diferente de sistemas proprietários, os quais podem geralmente ser testados de forma gratuita por tempo limitado.

Outro fator que torna motivante a utilização do SAC Maxima é o fato de o mesmo possuir elementos lógicos, como *if*, *for* e *while*. Sendo assim, além de enriquecer o processo criativo do educador, estes elementos podem servir como introdução à lógica de programação para aqueles educadores que não tenham familiaridade com a mesma. Vale ressaltar ainda que o software Maxima possui vários pacotes de análise numérica, caso os educadores se deparem com problemas que demandem uma abordagem neste sentido.

Por fim, destacamos que a principal motivação é o fato de simulações fornecerem uma metodologia alternativa e mais

<sup>1</sup> O software Maxima utiliza, por padrão, o aplicativo Gnuplot [2] para gerar os gráficos.

tecnológica às aulas baseadas em quadros e livros-texto. Ao fugir da estaticidade comum no processo de ensino tradicional, testes impressos etc., o educador pode instigar o interesse e aumentar a participação dos estudantes. Além do mais, desenvolver aulas com um SAC pode ajudar a aprofundar o conhecimento e fornecer uma nova perspectiva na análise dos fenômenos físicos, revelando-se um estímulo aos próprios educadores.

### III. O SOFTWARE MAXIMA E O PACOTE DRAW

Como mencionado anteriormente, o software Maxima é um SAC com diversas funções matemáticas, incluindo operações básicas, tratamento de variáveis, listas, matrizes, gráficos, funções, inclusive especiais, análise de dados estatísticos,

pacotes algébricos e numéricos, elementos lógicos etc. Isto faz deste SAC, assim como de outros, um candidato natural para o desenvolvimento de soluções a problemas matemáticos, incluindo situações que descrevam fenômenos estudados nas aulas de Física e Ciências.

O fato de este software ser livre facilita muito sua adoção, tanto na pesquisa quanto no ensino. Concernente ao Ensino de Física e Ciências, a presença do pacote Draw estabelece um motivo a mais para a adoção do Maxima, pois este pacote permite ao utilizador programar GIFs sem a necessidade de exportar figuras para outro software. O pacote Draw também gera gráficos 2D e 3D em vários formatos, incluindo curvas e/ou superfícies de funções explícitas, implícitas, paramétricas, em coordenadas polares e esféricas, pontos, vetores etc. Na Figura 1 vemos um exemplo de geração de gráficos a partir de uma curva de função explícita utilizando o caso do movimento uniformemente variado em uma dimensão.

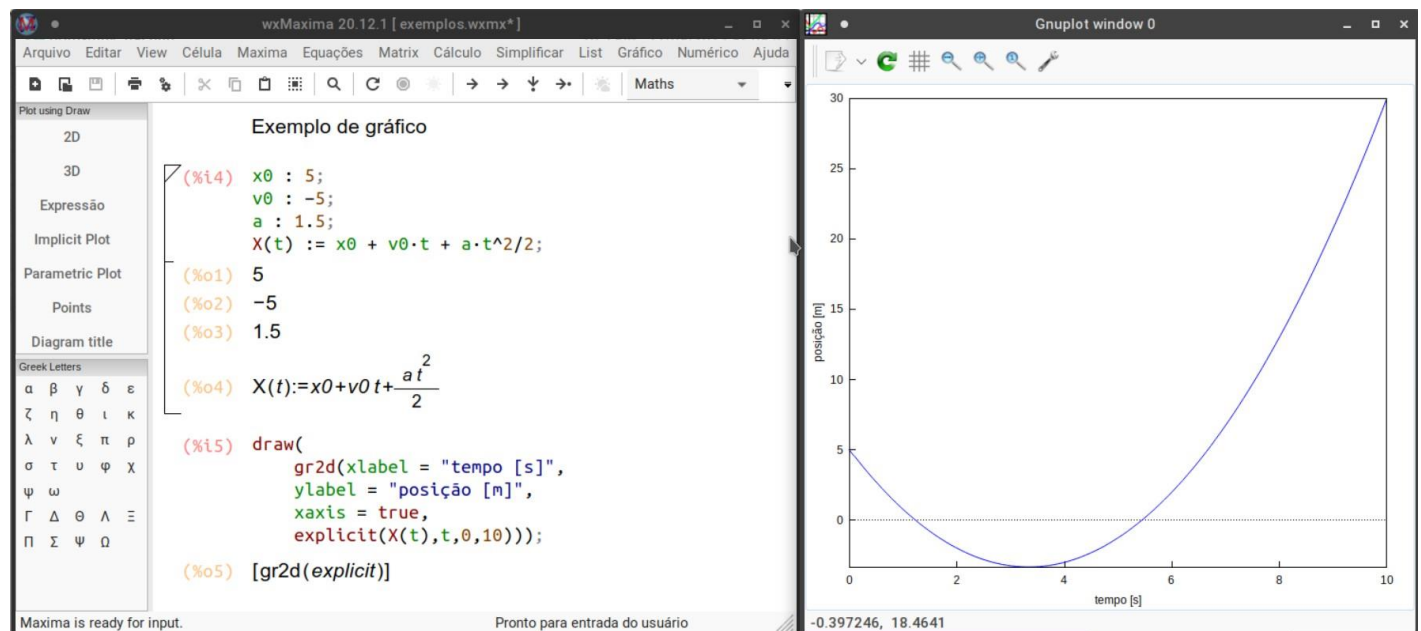


Figura 1. Exemplo da geração de gráfico com o pacote Draw no caso de um movimento retilíneo uniformemente variado.

A geração de GIFs com o pacote Draw é possível ao fornecermos uma sequência de gráficos. Esta sequência pode ser passada de forma automática ao utilizarmos o comando *makelist*, o qual tem o objetivo de automatizar a criação de listas. Na Figura 2 apresentamos um exemplo simples de como este procedimento ocorre utilizando o movimento descrito na Figura 1. O fato de os elementos nos GIFs fazerem referência a elementos matemáticos no código do Maxima possibilita que as animações representem, com precisão, a situação analisada. Além disso, os elementos lógicos e as opções que o pacote Draw disponibiliza tornam os gráficos e GIFs altamente personalizáveis, enriquecendo o processo criativo do professor, permitindo o desenvolvimento de simulações resultantes de análises avançadas, inclusive numéricas.

```
draw(file_name = "exemplo",
     terminal = 'animated_gif',
     makelist(gr2d(
         xrange = [-5,30],
         point_type = 7,
         points([[X(t),0]]),t,0,10,0.1))$
```

Figura 2. Código para criar um GIF com 101 quadros do movimento representado na Figura 1.

### III. EXEMPLOS

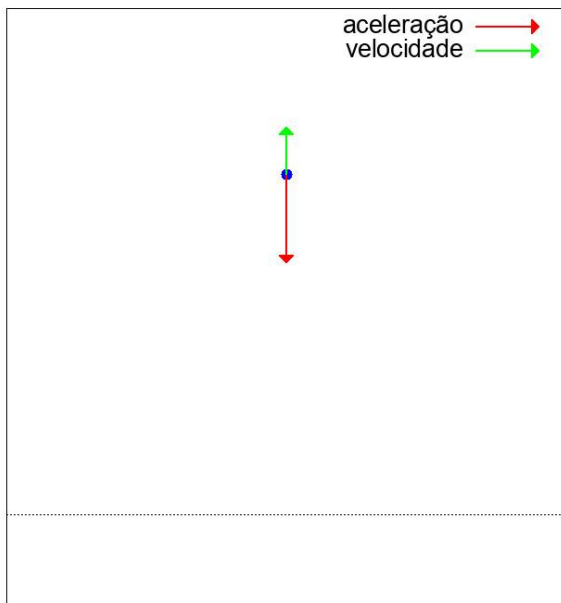
Aqui listamos alguns exemplos de GIFs que geramos com objetivo de serem apresentados em disciplinas ministradas por nós, destacando os conceitos-chaves a serem discutidos em cada caso, bem como possíveis extensões. Reiteramos que nas situações apresentadas não são necessárias soluções

numéricas. Descrevemos um exemplo deste tipo detalhadamente na referência [4].

### A. Lançamento vertical

O objetivo principal, neste caso, é mostrar os comportamentos dos vetores que representam a aceleração gravitacional e velocidade ao se descrever o movimento de um objeto lançado verticalmente próximo à superfície terrestre desconsiderando a resistência do ar [8]. Além da visualização destes vetores, o GIF facilita o entendimento do processo de inversão no sentido do vetor velocidade no ponto mais alto da trajetória, o que representa uma dificuldade extra na descrição deste movimento.

A Figura 3 mostra um quadro aleatório do GIF criado como exemplo. A animação em questão e o código do software Maxima necessário para gerá-la estão disponíveis no material suplementar [9]. Possíveis alterações no GIF são a identificação da altura máxima, representação do tempo de movimento, modificação das cores etc.



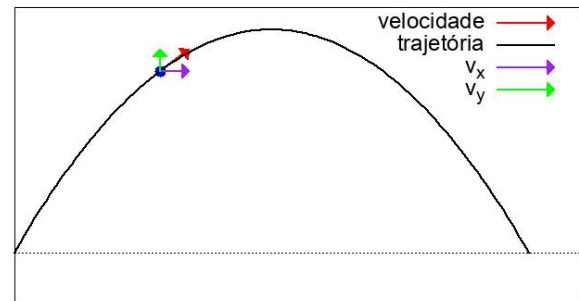
**Figura 3.** Quadro escolhido aleatoriamente do GIF que apresenta o lançamento vertical sem resistência do ar. O GIF é disponibilizado no material suplementar.

### B. Movimento balístico

No presente caso, o objetivo é mostrar a decomposição do vetor velocidade no lançamento de projéteis próximo à superfície terrestre ao se desconsiderar a resistência do ar [8]. A simulação evidencia aos estudantes, de forma dinâmica, como a componente horizontal do vetor velocidade permanece constante, enquanto a componente vertical varia de forma uniforme. A Figura 4 mostra um quadro do GIF escolhido de forma aleatória.

As alterações possíveis, no presente caso, englobam a mudança da inclinação da velocidade inicial, representação

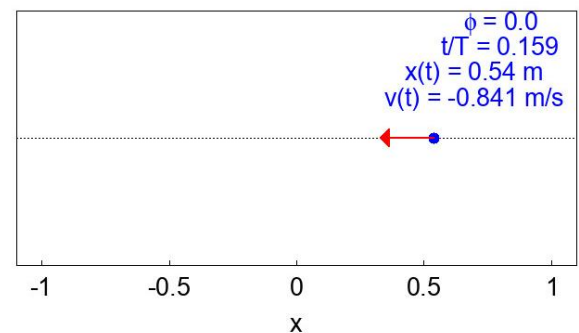
da altura máxima, do alcance horizontal, do tempo de movimento, a inclusão do vetor aceleração, dentre outras.



**Figura 4.** Quadro escolhido aleatoriamente do GIF representando o movimento balístico sem resistência do ar. O GIF em questão pode ser acessado no material suplementar.

### C. Movimento harmônico simples

Neste caso, o objetivo é exemplificar, de forma dinâmica, como se dá o movimento harmônico simples, resultado de um objeto se movendo em uma dimensão sem atrito preso a uma mola ideal [10]. Com o GIF em questão, é possível visualizar o vetor que representa a velocidade e como esta varia ao longo do movimento. Na Figura 5 mostramos um quadro da animação, que pode ser visualizada no material suplementar [9], onde também se encontra o código necessário para gerá-la. Aqui  $\phi$  representa a constante de fase do movimento e pode ser alterada. Neste caso, é possível adicionar, ainda, representações dos vetores posição e aceleração, remover ou adicionar valores das grandezas associadas ao movimento etc.



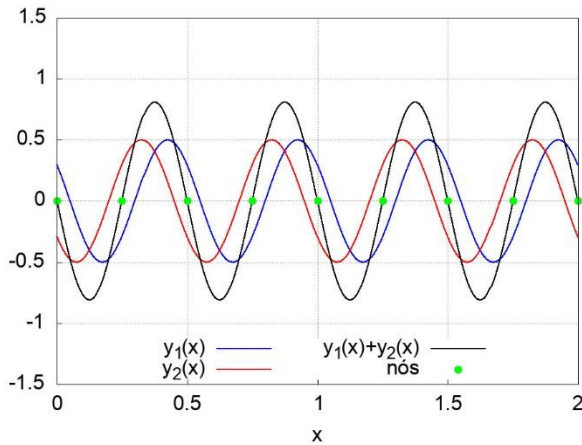
**Figura 5.** Quadro do GIF representando o movimento harmônico simples. O vetor representa a velocidade da partícula.

### D. Ondas estacionárias

Neste exemplo mostramos como duas ondas, de mesmo comprimento de onda e amplitude, se propagando em sentidos opostos em uma corda ideal, formam uma onda estacionária [10]. A vantagem deste GIF é apresentar

intuitiva e dinamicamente o princípio da superposição. Na Figura 6 mostramos um dos quadros da simulação gerada, escolhido aleatoriamente, a qual pode ser visualizada com o seu código no material suplementar [9].

O código em questão pode ser alterado para inserir ondas com diferentes parâmetros, inclusive se propagando no mesmo sentido.



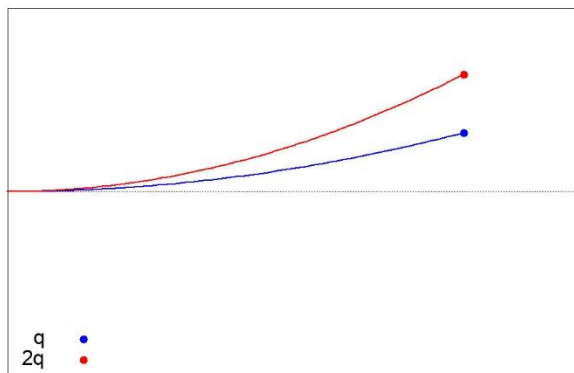
**Figura 6.** Quadro aleatório da simulação de onda estacionária mostrando as ondas componentes e a onda resultante.

### E. Deflexão em um campo elétrico

O objetivo, neste caso, é mostrar como a força elétrica aumenta com a intensidade da carga elétrica alterando os movimentos de duas partículas, de mesma massa e mesma velocidade inicial, ao serem defletidas numa região de campo elétrico uniforme [11]. Aqui desconsideramos a interação entre as partículas. Na Figura 7 apresentamos um dos quadros da simulação, que pode ser visualizada no material suplementar [9].

Várias alterações podem ser feitas na simulação, como a comparação de partículas com cargas elétricas de sinais opostos, adição da representação vetorial do campo elétrico etc.

Partículas em um campo elétrico vertical uniforme ( $v_{10} = v_{20}$ )

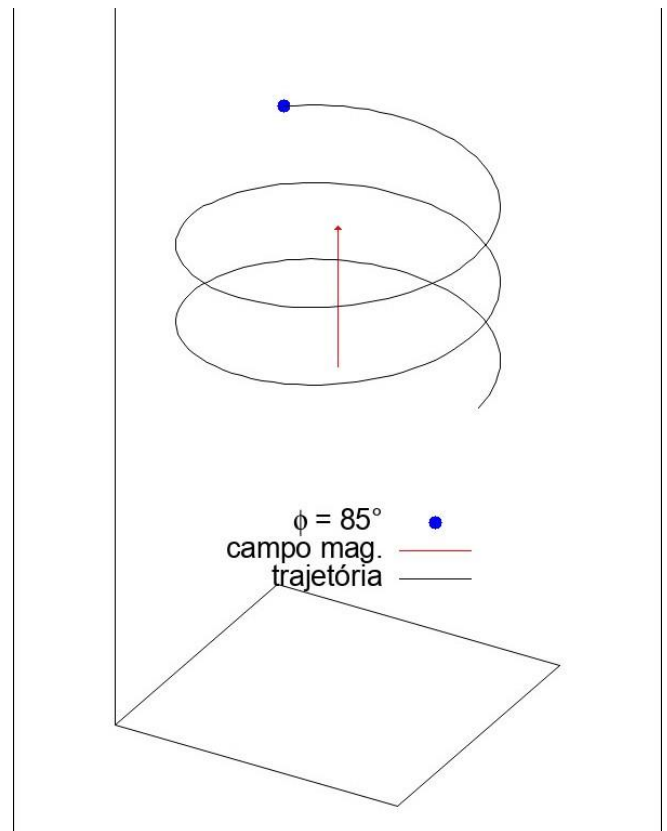


**FIGURA 7.** Partículas de mesma massa e mesma velocidade inicial incidindo horizontalmente em uma região de campo elétrico uniforme verticalmente direcionado.

### F. Movimento helicoidal

Como último exemplo, apresentamos o movimento de uma partícula carregada quando penetra em uma região de campo magnético uniforme. Dependendo do ângulo de incidência, o movimento pode ser retilíneo, circular ou helicoidal [11]. Aqui nos atemos ao movimento helicoidal. Na Figura 8 apresentamos um quadro aleatório para ilustrar a animação do movimento. Dentre os exemplos apresentados aqui, este é o único que utiliza os recursos tridimensionais do pacote Draw.

Por meio do código em questão é possível alterar o ângulo de incidência da velocidade inicial da partícula com o campo magnético, embora ângulos menores façam com que as imagens fiquem cada vez mais estreitas. Uma das funções disponíveis na versão 3D do comando *draw* é a escolha do ângulo de visão das imagens geradas.



**FIGURA 8.** Ilustração do movimento de uma partícula carregada entrando em uma região de campo magnético uniforme.

## IV. CONCLUSÕES

Apresentamos alguns exemplos de como o software Maxima pode ser utilizado para criar simulações voltadas ao Ensino de Física. Nosso objetivo não é disponibilizar GIFs para que os professores utilizem, mas convencê-los que o software Maxima é uma ferramenta muito interessante no auxílio da criação de material didático, especialmente gráficos e animações, os quais podem ser manipulados de acordo com os critérios do educador. Portanto, disponibilizamos os

códigos com as respectivas simulações no material suplementar [9] para aqueles professores que tenham interesse em testar esta ferramenta.

A elaboração de simulações programadas em um SAC é interessante para facilitar a compreensão de certos fenômenos físicos, fornecer uma alternativa às ilustrações estáticas dos livros-textos e quadros em sala de aula e tornar as aulas mais dinâmicas. Ao ter controle do código, o professor pode manipular tais simulações da forma que melhor se apliquem aos contextos dos seus estudantes, podendo ainda modificá-los durante as aulas, inseri-los em plataformas de testes digitais etc.

Outro aspecto que torna interessante a programação destes materiais é a possibilidade de melhor fixação e aprofundamento do conhecimento do professor em relação aos fenômenos estudados, uma vez que este método permite a análise de tais situações em uma nova perspectiva, mais tecnológica e, em muitos casos, mais prática. Ao incluir elementos lógicos, o estudo de SACs pode ainda servir como introdução ao estudo de linguagens de programação, as quais são mais complexas, mas que, em contrapartida, permitem a elaboração de recursos cada vez mais avançados.

Por fim, ressaltamos que os exemplos apresentados aqui são aplicados em nossas aulas na Universidade Federal do Pará. Entretanto, simulações de outros fenômenos, desenvolvidas com o software Maxima, já foram descritas em outros trabalhos como nas referências [3, 4], evidenciando que um leque considerável de situações pode ser tratado com a ferramenta proposta.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Agradeço também à Silvana Perez por discussões frutíferas e ao apoio do Programa Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física por meio do polo 37.

## REFERÊNCIAS

- [1] MAXIMA, *Maxima, A Computer Algebra System*, <<https://maxima.sourceforge.io/>>, visitado em 09 de novembro de 2023.
- [2] GNUPLOT, *Gnuplot homepage*, <<http://www.gnuplot.info/>>, visitado em 17 de novembro de 2023.
- [3] Sabino, A. C., Campos, A. M. de, Morais, D. T. de, Kaled, J. P., Gozzi, M. E. & Viscovini, R., *A utilização do software Maxima no ensino por investigação da evolução estelar utilizando simulação gráfica da fusão nuclear*, Revista Brasileira de Ensino de Física **41**, e20180118 (2019).
- [4] Oliveira, E. S. de, *Simulações de condução de calor unidimensional com o software Maxima*, Revista Brasileira de Ensino de Física **45**, e20220181 (2023).
- [5] BRASIL, *Base Nacional Comum Curricular*, MEC, Brasília (2018).
- [6] Almeida, F. J. de, *Educação e informática: os computadores na escola*, 5ª ed. (Cortez, São Paulo, 2012), p. 31.
- [7] Karjanto, N. & Husain, H. S., *Not Another Computer Algebra System: Highlighting wxMaxima in Calculus*, Mathematics **9**, 1317 (2021).
- [8] Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. *Fundamentos de Física, volume 1: Mecânica*, 10ª ed. (LTC, Rio de Janeiro, 2016).
- [9] Oliveira, E. S. de, *Simulações para o Ensino de Física com o Software Maxima*, <<https://ednilton.ufpa.br/index.php/simulacoes/25-simulacoes-para-o-ensino-de-fisica>>, visitado em 09 de novembro de 2023.
- [10] Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., *Fundamentos de Física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica*, 10ª ed. (LTC, Rio de Janeiro, 2016).
- [11] Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., *Fundamentos de Física, volume 3: Eletromagnetismo*, 10ª ed. (LTC, Rio de Janeiro, 2016).