



LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

www.lajpe.org

Volume 7

Number 3

September 2013



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network
and the Institute of Science Education



LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:

<http://www.lajpe.org>

Production and technical support

Daniel Sánchez Guzmán
dsanchez@ipn.mx
Rocío Bonilla Castelán
chio@lapen.org.mx

Latin American Journal of Physics Education is indexed in:

DOAJ

Dialnet

latindex

EBSCO
PUBLISHING

INDEX COPERNICUS
INTERNATIONAL

EDITORIAL POLICY

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to cmoral@ipn.mx or lajpe@lapen.org.mx. Further information is provided in the "Instructions to Authors" on www.lajpe.org

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: Cesar Mora, Editor in Chief, CICATA-IPN Av. Legaria 694, Col Irrigación, Del. Miguel Hidalgo, CP 11500 México D. F.

Copyright © 2011 César Eduardo Mora Ley, *Latin American Physics Education Network*. (www.lapen.org.mx)
ISSN 1870-9095

INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)
Carl Wenning, Illinois State University (USA)
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)
David Sokoloff, University of Oregon (USA)
Dean Zollman, Kansas State University (USA)
Edward Redish, University of Maryland (USA)
Elena Sassi, University of Naples (Italy)
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)
Gordon Aubrecht II, Ohio State University (USA)
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)
Jorge Valadares, Universidade Aberta de Lisboa, (Portugal)
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)
Lillian C. McDermott, University of Washington (USA)
Marisa Michelini, University of Udine (Italy)
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)
Minella Alarcón, UNESCO (France)
Orhan Karamustafaoğlu, Amasya University, (Turkey)
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)
Priscilla Laws, Dickinson College (USA)
Ton Ellermeijer, AMSTEL Institute University of Amsterdam (Netherlands)
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

EDITORIAL BOARD

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)
Manuel Reyes, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)
Mauricio Pietrocola Universidad de Sao Paulo (Brasil)
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

EDITOR-IN-CHIEF

César Mora, Instituto Politécnico Nacional (México)

ASSOCIATED EDITOR

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Volume 7, Number 3, September 2013

CONTENTS/CONTENIDO

Editorial	326-327
Papers/Artículos	
Views of solubility of pre-service science teachers İ. Afşin Kariper	328-331
The effect of modeling instruction on students' achievement in mechanical work and energy Dereje Abera, Gebregziabher Kahsay	332-340
Dynamics of a particle sliding down a smooth exponential incline A. Tan, R. Surabhi and A. Chilvery	341-344
Simple analytical description of projectile motion in a medium with quadratic drag force P. S. Chudinov, V. A. Eltyshev, Yu. A. Barykin	345-349
Articulación en la enseñanza en carreras de ingeniería: el movimiento armónico simple y las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal Viviana A. Costa, Patricia Torroba, Eugenio Devece	350-356
Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia: Uma proposta para o ensino das Ciências Espaciais a nível médio M. A. M. Souza, J. J. Rodrigues, A. R. Silva	357-362
Influência do domínio afetivo em atividades de resolução de problemas de física no ensino médio Gabriela Kaiana Ferreira, José Francisco Custódio	363-377
La analogía como estrategia de enseñanza del campo e interacción Anahí Fracaro, Francisco Javier Perales	378-390
La enseñanza de la energía en el nivel medio: una estrategia didáctica. Primera parte Teresa Perrotta, Beatriz del Rosario Follari, Carmen Lambrecht, Gilda Noemí Dima, María, EugeniaCarola	391-398
Montajes de ExD para incorporar la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli en ambientes escolares de Ingeniería Luis H. Barbosa, Cesar Mora	399-406
Utilidad de las imágenes en la anticipación de situaciones experimentales Carla Inés Maturano, Susana Beatriz Aguilar y Graciela Inés Núñez	407-417

continued/continuación

LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION
Volume 7, Number 3, September 2013

contents/contenido

Diagrama semi-cuantitativo sobre la evolución del aprendizaje de un micro-contenido físico Paco Talero, César Mora, Orlando Organista y Luis H. Barbosa	418-422
Construcción y calibración de un termómetro de alcohol para fines educativos Eduardo Martínez, José Cáceres, Andrea Lozada y Dayana Hidalgo	423-428
Prototipo didáctico para visualizar la trayectoria parabólica de un chorro de agua L. Castro-A., J. C. Campos-García, B. Manzanares Martínez, Oscar R. Gómez-A., C. Figueroa-N.	429-432
Velocidades: media, promedio e instantánea en el movimiento uniforme acelerado, algunos comentarios pedagógicos Paco Talero, Orlando Organista, Luis H. Barbosa y César Mora	433-435
El rol complementario de los dibujos en la explicitación de modelos situacionales: un estudio de caso con los estudiantes de Bachillerato sobre los movimientos José Alfonso Manjarrez, Cástulo Anselmo Alejo, Josip Slisko	436-444
Enseñanza de los conceptos relativos al movimiento rotacional mediante videos del fenómeno y medidas en tiempo real José V. Ferreira B., María M. Andrés Z.	445-450
Constelaciones Terminológicas de docentes y alumnos de la Unidad Académica de Física de la Universidad Autónoma de Zacatecas. Parte 1. Electricidad y Magnetismo J. M. Rivera-Juárez, J. Madrigal-Melchor, D. I. Tachiquin-Ramirez, A. Enciso Muñoz, J. López-Chávez	451-455
Perspectivas didácticas de una aproximación histórica a la medición y concepto de Temperatura Justo R. Pérez	456-467
Enseño de Física numa perspectiva histórica e filosófica Antonio Xavier Gil, Josefina Barrera Kalhil	468-472
Sadi Carnot, el ciclo ideal Sandra Milena Forero Díaz	473-477
Sobre las soluciones axiales de vacío y la solución de Schwarzschild J. Diaz Polanco, F. Arretche	478-482
Ondas de calor en el suelo. Aplicación de diferencias finitas usando Excel Leila M. Iannelli, Jorge A. Fiora y Salvador Gil	483-488

continued/continuación

LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION
Volume 7, Number 3, September 2013

contents/contenido

Teaching basic physics through excel spread sheets A. L. Subramaniyan	489-492
Physics in Jamaica: Some observations and recommendations Michael Ponnambalam	493-497
El método de correlación cruzada de matrices y la generación de un campo de desplazamientos para pequeñas esferas J. D. Bulnes	498-503
Phase-sensitive detection of signals with non-sinusoidal modulation: The rectangular wave modulation case and its application to the photoacoustic technique J. B. Rojas-Trigos, F. D. Brindis-López, and A. Calderón	504-510
Solvable Potentials with Supersymmetric Partners and Potential Algebra Sanjib Meyur	511-514

Views of solubility of pre-service science teachers



İ. Afşin Kariper

*Erciyes University, Faculty of Education, Department of Primary Education,
38039, Kayseri, Turkey.*

E-mail: akariper@gmail.com

(Received 20 May 2013, accepted 29 August 2013)

Abstract

The purpose of this study is to learn how the pre-service science education students understand solubility concept, how are they imagining solubility at their mind and how we can help for their understanding. The students strained imagining in their mind about matter molecules, ions and so do not understanding of solubility. Solubility is one of the themes in primary schools in Turkey. The pre-service science education students will educate primary school students. If a teacher do not know to explain a subject, he/she will not transfer own knowledge. Because of this problem, their students have misconception, erroneous learning, etc... Semi-structured interviews and written exams are used to explore students' ideas and mental models about solubility. This investigation is applied at laboratory lesson for pre-service science education students. The students' contribution was 22 male and 49 female. The implications and recommendations for pedagogy are discussed as conclusion of this paper.

Keywords: Solubility, Mental models, Pre-service science education students.

Resumen

El propósito de este estudio es conocer cómo los estudiantes de pre-servicio de educación científica comprenden el concepto de solubilidad como se imaginan la solubilidad en su mente y cómo podemos ayudar a su comprensión. Los estudiantes se mantienen en tensión en su mente mientras se imaginan las moléculas de la material, y los iones, por lo que esto no representa la comprensión de la solubilidad. La solubilidad es uno de los temas de comprensión en las escuelas primarias en Turquía. Los estudiantes de pre-servicio de educación en ciencias irán a educar a estudiantes de escuelas primarias. Si un maestro no sabe explicar el tema él/ella no va a transferir el conocimiento propio. Debido a este problema, los estudiantes captan una idea falsa de aprendizaje, etc. Las entrevistas semiestructuradas y exámenes escritos se utilizan para explorar las ideas de los estudiantes y los modelos mentales acerca de la solubilidad. Esta investigación se aplica durante el curso de laboratorio para los estudiantes de pre-servicio en educación científica. La contribución de los estudiantes fue de 22 varones y 49 mujeres. Las implicaciones y recomendaciones para la pedagogía se discuten como conclusión de este trabajo.

Palabras clave: Solubilidad, modelos mentales, estudiantes de pre-servicio en educación de ciencias.

PACS: 01.40. gb, 01. 40.Fk

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

There are many ways of gathering information about students' understandings of scientific phenomena [1, 2]. Although many methods were applied to students by science educators, but the fundamental problem is always that the students do not understand science lessons or courses. A model is a representation of a phenomenon, an object or an idea [3]. The model can only relate to some properties of the target. Some aspects of the target must be excluded from the model [4].

There are different types of models in science education. Based on the literature [5];

1. Conceptual Models
 - a) Mathematical Models
 - b) Computer Models
 - c) Physics Models

2. Mental Models

The term 'mental model' has been ascribed to the Scottish psychologist, Kenneth Craik. He mentioned that the mind constructs "small-scale models" of reality to foresee events, and to construct explanations [6]. According to Craik's view, mental models are dynamic and create representations of external world. Johnson-Laird [7] developed a theory of mental models that can explain a wide variety of phenomena in reasoning. The mental models are grounded in the way the world is represented. It is not the logical structure (such as in propositions) or some artificial constructions (such as circles standing for sets) that are represented, but rather single objects taking part in a situation and the relations among them. Of course, this very basic idea must be extended, for sets must be representable. However, the advantage of this account is that the world is represented in a simple and natural way. Johnson-

Laird showed that reasoning with mental models lead to logically valid conclusions when no limit of capacity was assumed. Also, Franco has described that mental models are psychological representations of real or imaginary situations. They occur in a person's mind as that person perceives and conceptualizes the situations happening in the world [8]. Gentner and Stevens conclude that mental models, like prior knowledge, influence our perceptions of phenomena and our understanding of information. Interactions with phenomena and representations, in turn, influence our mental models [7, 9]. The other studies, researchers have suggested that mental models are the internal representation of knowledge about the world [7, 9, 10].

The importance of mental and conceptual models can be shown in many fields, such as in physical and chemical concepts to explore complex and difficult subjects. This is the well-known that if a student don't have mental and conceptual models about an issue, he or she don't understand of this issue. Also, the students have misconceptions and don't understand of next issues.

II. WHAT IS PROBLEM AND AIM OF THIS STUDY?

Many researchers investigated understanding solubility of students. They deduced very strange. Çalık and Ayas studied misconception of mixing and solutions at grade of 7-10 [11]. They investigated preservation of mass, affect of mixed in solubility, solubility and physical changing. The students did not answer especially, natural of solubility. They understood that students understood shallow and they did not develop interrelationship between macroscopic and microscopic level. This means that students did not imagine of solubility on their mind. Kalın and Arıkil also investigated misconception in solutions [12]. Their aims at found out how undergraduate students expressed dissolution in macroscopic level and particulate level and also tried to determine their misconceptions about the topic "solutions". They wanted to student shown structure and drawing of pure matter and solutions. % 3 and 0,5 of students could be drawing geometry or formulas of molecules and besides, they retained misconceptions. Tezcan and Bilgin studied about "Affects of Laboratory Method and Other Factors on the Student Success in the Teaching of the Solvation Subject at the High Schools" [13]. They divided the students as control and experimental groups. They strived to prove student success with laboratory education in solutions and solubility subject.

Therefore, this study aims at understanding how students imagine solubility and how it affects their understanding level and what are they have misconception about solubility and solubility concepts. Moreover, the laboratory education affected their understanding level in solubility subject?

III. METHOD

22 male and 49 female students were contributed in this study. Those students are pre-service students of education faculty in *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013*

Erciyes University. Those students were taken lesson from General Chemistry I/II in first class. The general chemistry lessons were sufficient for understanding solubility subject. In addition, their high school experience was taken into account their knowledge about solubility. Because they taken solubility subject from primary school to university. Just in case, a pre-exam was applied to students and then post exam and semi-interview.

IV. RESEARCH DESIGN

A. First Step

The study was applied a laboratory class which was expelled eight hour (four + four hour). Firstly, a pre-written exam (written exam) was applied for knowledge level of students about solubility subject. The educators were assigned in this study and they exchanged the students' written exam. The determination of exam papers was averaged given points by educators. The written exam divided two which were including of solubility, solutions and their concepts (Table I) and the other was a solubility table (Table II). The questions were easy and simple terms about solubility and terms in Table I.

Table I. Subject and distribution of scores pre-written exam.

Subjects	Scores (points)
Classify of Mixings	10
Solubility	6
Solutions	2
Solubility test (in Table 2)	16
Total Score	34

We want to understanding of students' knowledge about solubility and what they known about this subject. Then, the students were given a table about which matter solvable which solvent. This was a simple solubility test, in Table II.

Table II. Solubility test of matters in solvents.

	CCl ₄	Water	Ethanol	HNO ₃
Matters Salt (Solid powder)	-	+	+	+
Sulfur (Solid powder)	+	-	-	-
Iodine (Solid grains)	+	-	+	-
Sugar (Solid powder)	-	+	+	+

In this step, students were not do this test with experimental. At this table, Salt dissolved water, ethanol and nitric acid. If the students wrote every "+" and "-", they would be given 1 point. At the totally, the students were given 16 points when they answered fully true answers. Partially solubility was

accepted in this score. We wanted that the students prospected the table II in first step. In the second step, they applied this solubility test and filled the table II, after they did solubility test in laboratory. We requested that if the students will not know anything about questions, they do not write anything in paper and in table. Because they did not take any point for lessons and didn't write their name and class.

B. Second Step

The students were applied solubility test to given table II with experimental. Tubes, tube holders, droppers and the other laboratory tools were distributed to students for applied solubility test experiment and explain step by step.

1. Please, take a little amount salt a spatula (for example 0.1 g) and put into tubes.
2. Then, Added water in tube until salt dissolved in water.
3. The water was added until end of volume of tubes.
4. Please, record your observation in table II.
5. Applied same things for other matters and solvents, try again.

The table II of first step and second step determined, separately. The students were given 16 points at this level. Then, we want to imagine dissolving of this matters and drawing empty papers. After the students drawn their figures on their mind, we did interview about their figures. Also, we asked them that diluted solution, concentrated solution and supersaturated solution and want to prepare to those solutions. All this study was applied two educators and determined did with interactively, so the educators were changing the students and exam papers, again.

V. RESULTS AND DISCUSSION

Firstly, we wondered that were students distinguished the mixings? They need to know homogenous and heterogeneous mixings, because of understanding solubility and solutions subject. They must distinguish solvable mixings and unsolvable mixings.

Our expectation that the students classified of mixings in pre-written exam that was ten points, totally; like as Table III and IV.

Table IV. Classify of mixings.

Mixings	Solid	Liquid	Gas
In solid	Alloys	Sponge	Solid foam
	Granite		
In liquid	Solutions		
	Suspensions	Emulsions	Detergent foam
In gas	Aerosols		Mixing of pure gasses

The red boxes were heterogeneous mixings, green boxes were homogenous mixing.

Table V. The student's scores, mean and standard deviation in pre-written exam and table II.

Subjects	M	SD
Classify of Mixings	5.7	1.1
Solubility and solutions	7.1	0.8
Solubility test of matters in different solvents (in Table II)	9.0	2.3
Total Score	21.8	

M is mean of students' score; SD is standard deviation of students' score.

The students obtained 5.7 point based on 10 point in classify of mixings section and the value of the 1.1 standard deviation was a little big value on 10 points. Because of this point, they were not answer about liquid-in solid, gas-in solid. The points of solubility and solutions (M: 7.1), which was based on 8 points, were higher than points of classify of mixings section. So, the standard deviation of solubility and solutions (SD: 0.8) was lower than classify of mixing sections. Nevertheless, those results showed that students had known some knowledge at intermediate level. The students taken 9 points based on 16 points on solubility test at first step. We understood that they did not have very big experience about solubility of matters when we asked at interview. However, they knew main concepts about solubility and solutions. The taken mean 21.8 points at 34 points.

TABLE VI. Determination of solubility test according to first and second step.

Step	First Step		Second Step		t	p	F
	M	SD	M	SD			
Total Score	9.0	2.5	13.4	1.7	4.33	0.005	8.99

M: Mean, SD: Standard deviation, F: F value, t: t-test

In the second step, the students were applied the solubility test and requested complete the table II. The results were very good according to first step. We determined to these results in Table V.

In the second step, the students did not make only two tests, actually, they did not decide to solvable or unsolvable of sulfur in CCl_4 , iodine in HNO_3 and sulfur in HNO_3 . The educators only shown an example relative to experiments, which was salt in water and carbon tetrachloride, they were very simple samples. Then the educators did not interfere anything, so the students decided to own decisions. According to table 5, the results shown that significant diversity occurred to the students, because of p value was lower than 0.05. According to Tezcan and Bilgin, this statistics sufficed and the students were successful with laboratory education [13]. It was true when we considered table 5. The answer was very easy at this situation? But sometimes, these statistical values did not suffice some measurements.

End of the second step, we asked some questions to the students for semi-interview. These some questions are listed at below:

- Why is the NaCl solubility in the water?
- Why is not the NaCl solubility in the CCl_4 ?
- Why is not the sulfur solubility in the water?
- Why are you deciding to solubility of sulfur to which solvent?
- What is the insolubility of sulfur to these solvents?

Then we raised the questions according to student's answers. We realized that the students well known solubility of some matters in aqua media. They answered;

- The water molecules surrounded of the salts and picked cat ions and anions when added a salt in the water. These anions scattered in the water, so this is solubility phenomena of salts in aqua media.

But they were not answer to solubility of sulfur in CCl_4 media. We asked them why sulfur was dissolving in the CCl_4 . They answered;

- The sulfur was not decomposing with ions in CCl_4 media.

We understood their misconception phenomena about solubility. Then we continued the questions, we were to be sure about this problem. The students only imagined solubility that the solubility occurred with scattered of ions of matters in a solvent. Kalın and Arıklı are to be right that the students were suffer to lack of mental concept and was not imagine solubility [12]. The students claimed that they only directed about on solubility phenomena in the aqua media. They were not known to how a matter behaved in the other Medias.

VI. CONCLUSION

We understand that the students have misconceptions about solubility. They think that the solubility is only about scattering of ions of matters and occurring. Some researchers were to emphasize these problems who are Kalın & Arıklı [12] and Çalık & Ayas [11]. The students believed that scattering of ions phenomena affected the only important role

in solubility. Also, we observed that they were not having some knowledge about solubility of matters in the other Medias. This problem occurred to understand of next issues of chemistry. For example, if a student does not understand of solubility, he or she will not prepare of a solution. This problem may be dissolve with develop to their mental and conceptual models or do with laboratory experiments very much as suggest of Tezcan & Bilgin [13] and Kariper [14].

REFERENCES

- [1] White, R. T. & Gunstone, R. F., *Probing understanding*, (Falmer Press, London, 1992).
- [2] Tunnicliffe, S. D., & Reiss, M. J., *Students' understandings about animal skeletons*, International Journal of Science Education **21**, 1187-1200 (1999).
- [3] Gilbert, J. K., Boulter, C. J. & Elmer, R., Positioning models in science education and in design and Technology education. Dordrecht, (Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 2000), pp .3-17.
- [4] Driel, F. H. V. & Verloop, N., *Teachers' knowledge of models and modeling in science*, [Electronic version] International Journal of Science Education **21**, 1144-1153 (1999).
- [5] Ornek, F., *Models in Science Education: Applications of Models in Learning and Teaching Science*, International Journal of Environmental & Science Education **3**, 35-45 (2008).
- [6] Craik, K., Nature of Explanation, (Cambridge University Press, Cambridge, 1943).
- [7] Johnson-Laird, P. N., *Mental Models*, (Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1983).
- [8] Franco, C. & Colinvax, D., Grasping mental models. (In J. K. Gilbert & C. J. Boulter (Eds.), *Developing models in Science Education Dordrecht*, (Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 2000), pp.93-118.
- [9] Gentner, D., and Stevens, A. L. (Eds.), *Mental Models*, (Erlbaum, Hillsdale, NJ, 1983).
- [10] Gilbert J. K., Boulter C., *Rutherford M. Models in explanations, part 1: horses for courses?*, Int. J. Sci. Educ. **20**, 83-97 (1998).
- [11] Çalık, M. and Ayas, A., *7-10. Sınıf Öğrencilerinin Seçilen Çözelti kavramlarıyla ilgili Anlamalarının Farklı Karışımlar Üzerinde İncelenmesi*, Gazi Üniversitesi Türk Eğitim Bilimleri Dergisi **3**, 329-349 (2005).
- [12] Kalın, B., Arıklı, G., *Misconceptions Possessed by Undergraduate Students About the Topic "Solutions"*, Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education **4**, 177-206 (2006).
- [13] Tezcan H., Bilgin E., *Affects of Laboratory Method and Other Factors on the Student Success in the Teaching of the Solvation Subject at the High Schools*, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi **3**, 175-191 (2004).
- [14] Kariper, İ., *An Investigation Into The Misconceptions, Erroneous Ideas And Limited Conception Of The Ph Concept In Pre-Service Science Teacher Education*, Chemistry Education Journal **1**, 1-8 (2011).

The effect of modeling instruction on students' achievement in mechanical work and energy

Dereje Abera¹, Gebregziabher Kahsay²

¹Department of Physics, Addis Ababa University, Ethiopia.

²Department of Physics, College of Science, Bahir Dar University, Ethiopia.

E-mail: derejedbu@yahoo.com

(Received 28 December 2012, accepted 25 June 2013)

Abstract

This study investigated the effect of modeling instruction on students' achievement in mechanical work and energy. The study was carried out on grade nine students at Ghion General Secondary and Preparatory School found in Bahir Dar town, Ethiopia. A total of 138(63 female and 75 male) grade nine students participated in the study. They were grouped randomly into control group (CG) and experimental group (EG). At the beginning of the treatment, both groups were given a pre-test to know their back ground performance. The pre-test result indicated that, the two groups were at the same performance level. The two groups were treated for two weeks independently. The CG was taught by the usual lecture method while the EG was taught by modeling instruction method by the same teacher. Finally, a post test was given for both groups and the post-test result was analyzed by *t*-test statistical analysis. The *t*-test analysis showed that, the students who were taught by modeling instruction achieved better result than those who were taught by the usual lecture method.

Keywords: Modeling instruction, lecture method, control group, experimental group, *t*-test.

Resumen

Este estudio investigó el efecto de la instrucción de modelado en los logros de los estudiantes en el trabajo mecánico y energía. El estudio se llevó a cabo con estudiantes de noveno grado en la Secundaria General en Ghion y en la Escuela Preparatoria que se encuentra en la ciudad de Bahir Dar, Etiopía. En el estudio participaron en total 138 estudiantes (63 mujeres y 75 hombres) de grado noveno. Fueron agrupados aleatoriamente en un grupo control (GC) y un grupo experimental (GE). Al comienzo del tratamiento, a ambos grupos se les dio una prueba previa para saber su rendimiento. El resultado antes de la prueba indicó que los dos grupos estaban en el mismo nivel de rendimiento. Los dos grupos fueron tratados durante dos semanas en forma independiente. El GC fue enseñado por el método habitual de clase conferencia mientras que el GE fue enseñado por el método de instrucción por modelado por el mismo profesor. Por último, se les aplicó una prueba posterior a ambos grupos y el resultado después de la prueba se analizó mediante un análisis estadístico de prueba *t*. El análisis de la prueba *t* mostró que, los alumnos que fueron enseñados por la instrucción de modelado consiguieron mejores resultados que aquellos que fueron enseñadas por el método habitual de clase conferencia.

Palabras-clave: Instrucción por Modelando, clase conferencia, grupo control, grupo experimental, prueba *t*.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

The true purpose of teaching at any level is to bring fundamental changes in the skill and potential ability that lead to the improvement of the life of the learner. Such changes could be associated with economical, cultural and political development of the individual in particular and the society in general. Learning helps to transfer cultural heritage from generation to generation. In order to achieve the desired outcomes of an educational program, special care should be taken from the beginning of the design of the curriculum to its implementation. Teachers usually teach physics in classrooms by employing the usual lecture method at high schools and higher learning institutions. This

teacher-centred method of teaching has negative impact on the students' understanding of the concepts of physics. This way of teaching doesn't consider the view of the students' to transform the concepts and improve their understanding of the subject matter. Therefore, other effective optional teaching methodology should be considered to overcome the problems and to enhance the achievement of the students on the subject matter in a simple and easy way by including different instructional methods and instructional materials to motivate the learning process. The instructional materials that are commonly used are the chalk board, text books, charts, models, posters, realia, and graphs in addition to the commonly available materials [1]. One approach that attempts to address the shortcomings of school science teaching is modeling instruction. Modeling instruction, as

stated by Wells *et al.* [2] is a student –centered approach of teaching physics that allows students to experience authentically the scientific endeavors.

Hestenes *et al.* [3] had just completed their modeling theory of instruction, pedagogy based on modeling as the central activity of physical scientists and was working with a graduate student on a precursor version of the Force Concept Inventory (FCI). After administering the FCI to his high school students, Wells *et al.* [2] became disillusioned with their understanding of physics and determined that their teaching methodology was at fault. Expanding, Karplus' [4] learning cycle into a modeling cycle, Wells *et al.* [2] incorporated computer into the classroom as a scientific tool to help students' understanding of physics. Students through an investigative context, invent basic kinematics and dynamic models including constant velocity, constant acceleration, equilibrium, constant net force and energy. Students use graphs, mathematical models, motion maps, system schema and energy bar graphs to represent these models. Furthermore, students use empirical observation as a basis to derive and validate all models and the locus of authority becomes how students interpret the physical phenomena rather than what the teacher says about it. "Such a learning atmosphere provides a context that allows students to experience the tentative, subjective and uncertain nature of scientific knowledge" [5].

Gilbert [6], suggests that, science should be redefined in the context of models, saying that "Science is a process of constructing predictive conceptual models. This definition unites both processes and product of science and identifies model building as a super ordinate process skill". Gilbert's results indicate that, while students understand that models contain errors and are human constructs that give an artificial representation of nature, students do not hold the same beliefs about scientific knowledge. By redefining science in the context of models, Gilbert argues that, students may understand better the nature of scientific knowledge. Modeling methodology approaches school science in this context [2].

When modeling instruction is used as a teaching method to effective teaching in the classrooms which invokes on students the same mental image as in the teacher, thereby making words more comprehensible or less ambiguous and providing a common starting point to get the classroom thinking along similar lines [7]. Physics can be characterized as a complex network of model interrelated by a system of theoretical principles. Models are units of structured knowledge used to represent observable patterns in physical phenomena. Accordingly, physical understanding is a complex set of modeling skills, that is, cognitive skills for making and use of models. The first target of physics teaching should therefore be to develop students modeling skills for making sense of their own experiences and evaluating information reported by others [8].

The decade (1980s') has documented serious deficiencies in traditional physics instruction. According to Hestenes [9], there is a reason to doubt that these deficiencies can be eliminated without extensive

pedagogical research and development. The modeling of physics instruction has had arguably the greatest impact on high school physics instruction of any physics education reform. In spite of this, it has had negligible national impact on physics instruction at university level. This reality begs the question, 'Why should a valuable instruction be limited to high school physics?' A number of factors have come to bear on the situation. Hestenes [9] described modeling theory in "Toward a modeling theory of physics instruction". Traditional instructions such as lecture, recitation and laboratory involve little student interaction and follow a standard textbook [10]. These standard physics texts place strong emphasis on problem solving and often rely on mathematical constructions to explain underlying physical concepts [11, 12].

Because of this emphasis on mathematics at the expense of physical concepts, little conceptual improvement occurs in the students. Many researchers have implemented reforms to address the lack of students' conceptual understanding with varying degrees of success [10, 13, 14]. Some of these reforms depart radically from the traditional paradigm of instruction while others fit within the traditional framework. Examples of this latter type of reform include microcomputer-based laboratory [15], peer interaction during lecture [13] and interactive demonstrations during lecture.

Sokoloff & Thornton [16], made more radical reforms to include the switch to a studio classroom. Studio class rooms make no distinction between lecture and laboratory and usually meet in a block of two hours every session three times a week. Students work in groups and laboratories for this type of reform typically use microcomputer-based laboratory activities. All of the reforms mentioned above share the same goal *i. e.* increasing students' achievement.

The reform efforts mentioned are built on the premise that involve students more actively in their education and will increase their conceptual understanding [2, 13, 14, 15]. These reform efforts are based on the constructivist idea that students construct knowledge through interactions with each other and the instructor [17, 18, 19]. The modeling method is one such constructivist reform [2]. Even though, all these reforms have shown significant improvement in students' conceptual understanding, still better student conceptual understanding is required.

In spite of the fact that many researchers argue that, modeling instruction is more effective than lecture method for better achievement of students', because of several factors, it is difficult to say that the result could be the same everywhere in Ethiopia. Therefore, from the Ethiopian context and the researcher's day to day observations, usage of modeling instruction makes teaching methods more easy and productive since learners participate actively in the lesson and this participation develops interest, attention, positive attitudes and motivation of the students. Therefore, the main objective of this research is to compare the relative effectiveness of modeling instruction method with that of the usual lecture method.

II. METHODOLOGY

A. Design of the Study

The research design adopted for the study was a quasi-experimental design which consisted of independent and dependent variables. The independent variable was the type of instruction while the pre-test and post-test of students' scores were the dependant variables. Furthermore, a random sampling technique (a lottery system) was employed to group the two sections into a CG and an EG.

B. Population of Study

The target population of the study includes all grade 9 students of Ghion Secondary and Preparatory School which is found in Bahir Dar town, Ethiopia. A total of 1908 students were enrolled at this school in the 2008 academic year. This 1908 grade nine students were grouped into 27 sections by the school administration. Out of the 27 sections the researcher selected two sample sections by employing simple random sampling technique or lottery system for the study. The number of students used for this study was 138 and this number is 7.23 % of the total population of the students in the school. Out of the two sample intact sections, the number of students in the CG was 66 (27 female and 39 male) and the number of students in the EG was 72 (36 female and 36 male). The two groups were grouped randomly.

C. Instruments

The researcher used two instruments to collect the necessary data for the study. These were questionnaire and test. The questionnaire was used to assess the back ground information about the sample group. It was used to measure whether there was a significance difference between the two sample groups or not before the study treatment began. The tests were used to measure the students' performance before and after the treatment. In line with this, the researcher prepared a questionnaire which consisted of 20 multiple choice items each having four alternatives. The variables that were included in the questionnaire were age, gender, mathematical background and first semester physics result.

III. DATA ANALYSIS AND RESALT

The analysis and result of this study are explained in this section. The section is divided into three parts. The first part deals with the investigation of the background variables and pre-test results. The second part focuses on the achievement of post test results and its statistical analysis. The last part deals with the findings of the study.

A. Investigation of Background Variables and Pre-test

Here all the variables except the achievements that might have on the students' performance are categorized as background variables. Since we are interested in comparing the CG (that followed the traditional lecture approach) and the EG (that followed the modeling -student centred approach) in terms of the two groups achievement, we need to make sure that, the two groups are statically the same in terms of all the background variables. As the data on background variables are categorical, a chi-square (χ^2) test is employed to check the equivalence of the two groups. In addition to the other variables, a pre-test was administered in order to check the equivalence of the two groups. A t-test analysis method was employed to check whether the two groups (CG & EG) were significantly different or not on their pre-test and post-test results. The background questionnaire was developed by the researcher, research advisor and two pedagogy instructors. The questionnaire aims at assessing the background of the sample groups regarding their gender, age, first semester physics result and previous mathematical background. The result of the background analysis is given in table I.

TABLE I. Result of background analysis of sample groups.

No	variables	$\chi^2_{calculated}$	$\chi^2_{critical}$	Level of significance
1	Gender	1.14	5.02	0.5
2	Age	1.23	5.99	0.5
3	First semester Physics test result	1.68	7.82	0.5
4	Previous mathematical background	0	5.02	0.5

As indicated in Table I, all obtained values using the background information from the questionnaire, the calculated chi-square values (χ^2_{cal}) are smaller than the critical chi-square values (χ^2_{crit}) as read from the chi-square table. All these values show that there is no significance difference between the two sample groups with respect to the background variables.

B. Test

The researcher used a test to measure grade 9 students' performance in Mechanical Work and Energy. The test consisted of 20 multiple choice items each item with four alternatives. Eleven items were taken from standardized test called Force Concept Inventory (FCI), the researcher also developed nine additional items from grade nine Physics text book and various reference books on the basis of the curriculum and syllabus of Ethiopia. Some modifications were made to FCI in order to adjust with the Ethiopian curriculum context. The twenty multiple choice items were validated by the research's advisor, two physics lecturers

from Bahir Dar University (BDU), three professional high school physics teachers and two graduate physics students at BDU. All their comments and corrections were incorporated into the final test.

C. Pilot Study

The researcher conducted a pilot study to identify the discrimination index, difficulty index, and reliability of the item. Before the pilot study was administered, the items were checked by the research’s advisor, two professional teachers in Bahir Dar Academy, one professional teacher in Fassillo General Secondary School (both schools are found in Bahir Dar town, Ethiopia), three Graduate students in BDU and one Pedagogy instructor. The items revised to meet the format of the instrument and the existence of the correct answer. The pilot study was done in Fassillo General Secondary School. Fifty-five students participated in the pilot study. They were randomly selected grade nine students who have already learned the topic. The number of items which was administered in the pilot study was twenty. After the pilot study was conducted, the number of items was reduced to fifteen based on difficulty index and discrimination index as shown in Table II.

TABLE II. Item difficulty index and item discrimination power of each item in the pilot study.

Item	Difficulty index	Discrimination power
1	0.14	0.14
2	0.50	0.28
3	0.39	0.35
4	0.12	0.70
5	0.25	0.07
6	0.39	0.29
7	0.72	0.42
8	0.85	0.70
9	0.71	0.45
10	0.71	0.29
11	0.39	0.29
12	0.50	0.57
13	0.71	0.45
14	0.07	0.14
15	0.21	-0.14
16	0.67	0.5
17	0.71	0.43
18	0.39	0.35
19	0.36	0.43
20	0.46	0.64

D. Item Analysis of Pilot Test

Item analysis helps to determine the adequacy of the items within a test as well as the adequacy of the test itself.

The results of an item analysis provide information about the difficulty of the items and the ability of the items to discriminate between higher and lower scorer students. Item analysis describes the statistical analysis which allows

measurement of the effectiveness of individual test items. It enables us to create more effective test questions and also regulates and standardized existing tests [21]. The components of item analysis are item difficulty, item discrimination and the effectiveness of a distracter. In this study, the data for the pilot study which was taken from the pilot test item administered at Fassilo General Secondary School was used to calculate the item difficulty and item discrimination.

E. Difficulty Index

Difficulty index is a measure of difficulty of each item in a given test. In case the calculation is based on difficulty index by taking the 27% of the high scoring group and 27% of the low scoring group, it will be the sum total of correct answers in the high and low scoring groups divided by the respondents. Usually, an average value between 0.3 and 0.9 difficulty index is acceptable [22]. Since it is difficult to control each item in this range, the average difficulty index was calculated and was found to be 0.45 as shown in table III.

TABLE III. Minimum, maximum and mean of difficulty index of the twenty multiple choice items in the pilot test.

Number of items	Minimum value	Maximum value	Mean
20	0.07	0.85	0.45

The difficulty of the items is calculated by using Statistical Package for Social Science (SPSS). As is shown in table III, the minimum, maximum and average difficulty index of the twenty items are found out to be 0.07, 0.85 and 0.45 respectively.

F. Discrimination Power

The discrimination power of each item indicates how well the item distinguishes between students who did well on the total test and those who did not do well. It measures the extent to which a single test item differentiates students who scored high in the test from those who did not score high. The scores are divided into three groups with the top 27% of the scores in the upper group and the bottom 27% in the lower group. The number of correct responses for an item by the low achiever group is subtracted from the number of correct responses from the item in the high achiever group. The difference between the correct numbers is divided by the number of students in either group. The process is repeated for each item. For a small group of students, an index of discrimination for an item that exceeds 0.20 is considered satisfactory. For larger groups, the index should be higher because more difference between groups would be expected. The guidelines for an acceptable level of discrimination depends upon item difficulty. For very easy or very difficult items, low discrimination levels would be

expected. Most students, regardless of ability, would get the item correct or incorrect as the case may be. For items with a difficulty level of about 70%, the discrimination should be at least 0.30. According to Worten *et al.* [23], the discrimination power items are analyzed and given in table IV.

TABLE IV. Analysis of the discrimination power value of a given item.

Index of Discrimination	Item of Evaluation
0.40 and above	Very good item
0.30 to 0.39	Good item
0.20 to 0.29	Reasonably good item
0.10 to 0.19	Marginal item usually subject to improvement
Below 0.10	Poor item to be rejected or revised

TABLE V. Minimum, maximum and mean of discrimination power of the twenty multiple choice items in the pilot test.

Number of items	Minimum value	Maximum value	Mean
20	-0.14	0.70	0.32

The discrimination of the items was calculated by using SPSS. The results in Table V, show the minimum, maximum and mean discrimination index of the twenty multiple choice items.

G. Reliability and Validity of Test

Two issues of primary importance in any testing situation are test reliability and test validity. Test reliability refers to the consistency of measurement, the extent to which the results are similar over different forms of the same instrument or occasions of data collection. Another way to conceptualize reliability is to determine the extent to which measurements are free from errors. If an instrument has few errors, it is reliable and if it has significant number of errors it is categorized as unreliable. If a test is used to compare the performance of different groups, the reliability of the instrument is particularly important [24]. There are many methods of estimating the reliability of a measuring instrument. In this study, the researcher used Cronbach Alpha method to estimate the reliability of the instrument and it was found to be 0.72. Validity refers to the degree to which a test measures that it is intended to measure or more accurately, the interpretation of test scores and inferences drawn from test scores are appropriate and adequate [23]. The items were presented to the advisor, two physics teachers in Fassilo General Secondary School and two physics graduate students from BDU to ensure face and content validity of the test.

H. Teaching Procedure

A training of two hours on teaching using modeling instructions was given to the teacher involved in this research. After the training was conducted, the teacher continued to teach the EG using modeling instruction and the CG using the usual lecture method for two consecutive weeks. According to Hestenes [8], a typical modeling cycle requires at least two weeks, the first week for model development and the second week for model deployment. Then, the two sample groups were taught the same topic on mechanical work, energy, conservation of energy, elastic potential energy by their subject teacher. Using one Physics teacher for both CG and EG helped the researcher to control the ability difference of the teacher that may affect the outcome of the research. The only independent variable between the sample groups was the method of instruction. The CG was taught by the usual lecture method. During lecture method, the teacher employed the following steps. At the beginning of the class, the teacher checked the previous homework, gave some high lights about the new topics and illustrated with some examples. Finally, the teacher gave class work and homework.

The EG guides students through modeling cycles. During the first stage of modeling cycle, students observed a new phenomenon, identified variables, planned, conducted and analyzed the topic and presented the result. After the class has reached consensus about the results, the teacher guides the students to introduce a generalized model. After this the students prepare models using a deductive process and validate models in new situations through a peer-collaboration problem solving process. This modeling cycle gives students the opportunity to interpret observations, have discourse on the model and integrate the model into their knowledge structure. The students reported to the teacher orally or in written form. Finally the teacher asked different questions from different angles to check their level of understanding and gave concluding remarks.

I. Analyses of Pre-test Results

Before the beginning of the main study, a pre-test was given to the students on a particular topic of mechanical work and energy. The items were twenty multiple choice items each item with four alternatives. However, after conducting item analysis in terms of item difficulty index, discrimination index, validity and reliability, the researcher has rejected five items and administered to the students the remaining fifteen items for the pre-test. A total of 138 students were registered in the pre-test in the two groups. Out of the 138 students, 66 were from the CG and 72 were from the EG. The researcher used a *t*-test to check whether there is a significance difference between the CG and the EG on their pre-test mean score or not. The mean score showed that the two groups did not have significance difference in their pre-test mean score with $t_{\text{calculated}} (t_{\text{cal}})$ value of -0.001 and $t_{\text{critical}} (t_{\text{crit}})$ value of 1.96 at $p=0.05$ level of significance difference with 136 degree of freedom and with two-tailed test.

Statistically, if t_{cal} is less than t_{crit} , there is no significance difference between the two sample groups [20].

TABLE VI. Mean score, standard deviation, t_{cal} , t_{crit} and degree of freedom of the pre-test result of the CG and EG.

Group	Number of students (N)	Mean score	Standard deviation (Std)	t_{cal}	t_{crit}	Degree of freedom (df)
Control	66	42.67	11.67	-0.001	1.96	136
Experimental	72	42.2	14.27			

As is shown in table VI, the achievements of students' mean score were checked by using an inferential statistical method of t-test with two-tailed t-test. As can be seen from the t-test result t_{cal} is less than t_{crit} . This implies that there was no statistically significance difference between the two groups. Therefore, the researcher showed that the CG and EG have the same background level in the pre-test result. The researcher used the pre-test results to show the change in the level of students' achievement due to the implementation of two different instructional methods, i.e. the usual lecture and modeling methods. As supportive evidence, the frequency distribution can be used to confirm the similarities between the two groups in terms of pre-test results.

TABLE VII. Frequency distribution of students' per-test scores of the CG and EG.

Score of	CG		EG	
	N	%	N	%
90-100	-	-	-	-
80-89	-	-	-	-
70-79	-	-	-	-
60-69	8	12.12	12	16.67
50-59	12	18.18	13	18.06
40-49	25	37.88	24	33.33
below 40	21	31.82	23	31.94

Table VII indicates that, the pre-test scores of the students in both groups are found to be in the range of 40-59. That is, the number of students in the two groups that lie in the range of 40-49 is nearly the same. This shows that, the two groups were at the same level of performance before the treatment began.

J. Analyses of Post-test Result

At the end of the treatment, the researcher gave a post-test for both the CG and the EG to investigate whether there is a difference in achievement or not due to the application of the modeling approach for the EG. The total number of students that took the post-test in the two groups was 129.

Out of the 129 students 62 students were from the CG and 67 were from the EG.

TABLE VIII. Mean score, standard deviation, t_{cal} , t_{crit} and degree of freedom of the post-test result of the CG and EG.

Group	N	Mean	Std	t_{cal}	t_{crit}	df
Control	62	54.67	11.20	5.465	1.96	127
Experimental	67	65.67	11.00			

As is shown in table VIII, the achievements of students' were determined using t-test. The t-test result indicates that, t_{cal} (5.465) is greater than t_{crit} (1.96) at $p=0.05$. This implies that, there was statistically significance difference between the CG and the EG. The EG who have been taught using modeling instruction approach scored better in their post-test achievement than the CG who have been taught by the usual lecture method. As supportive evidence, the frequency distribution can confirm that, the difference in achievement between the two groups in terms of the post-test result.

TABLE IX. Frequency distribution of students' post-test scores of the CG and EG.

Score of	CG		EG	
	N	%	N	%
90-100	-	-	-	-
80-89	-	-	18	26.87
70-79	4	6.45	10	14.23
60-69	26	41.94	25	37.31
50-59	11	17.74	10	19.94
40-49	17	27.42	4	5.95
below 40	4	6.45	-	-

As can be seen from table IX, the frequency distributions of the post-test scores of the CG above 85% have a range from 40-69 while the EG 78% have a range from 60-89. This implies that students that were treated by modeling instructional method (student-centred) were higher achiever than those treated by employing the usual lecture method.

K. Average Normalized Gain

The average normalized gain (g) is required to measure the relative scores of the post test % - pre test % score of the sample group and some sort of weighing function that compares the scores of students before and after the instruction was implemented.

According to Hake [25], "the average normalized gain (g) is defined as the ratio of the actual average gain (post

test% - pre test %) to the maximum possible average gain (100 % - pre test %)" and mathematically it is given by,

$$g = \frac{\text{post test\%} - \text{pre test\%}}{100\% - \text{pre test\%}},$$

where post-test % is the percentage scores after the instruction and pre-test % is the percentage scores before the instruction. The effectiveness of the instruction treatment for the CG and EG was assessed using an average gain which was calculated for each group. The post test%-pre test% and the average normalized gain is given below along with the average (mean) pre-test and post-test scores of the two sample groups.

TABLE X. Mean gain of pre-test and post-test of the CG and EG.

Group	Mean pre-test(%)	Mean post-test(%)	Mean difference in %	Gain(g)
Control	42.67	54.67	12 .00	0.209
Experimental	42.20	65.67	23.47	0.406

IV. DISCUSSION

The result of this study shows that, the performance of the two sample groups was at the same level before the main study of this research was conducted. As can be seen from table X, by analysing an inferential statistical *t*-test, the two groups (*i.e.* the CG & EG) had not significance difference in mean scores during the pre-test. The pre-test result also provided us important information about the equality of the background of the students. Thus, the pre-test mean score indicated that, the two groups were at the same level of performance before the instructional methods were employed. The result of both the post-test and average normalized gain showed that there is a significance difference in achievement between the EG and CG. Students who have been taught by modeling instructional method (*i.e.* by student –centred approach) achieved better than those who have been taught by the usual lecture method. The achievement difference between the two groups was mainly due to the way students were engaged in the learning process. In the modeling instruction, students were forced to pass through different stages of modeling cycles, from model development to model deployment. During these cycles, they acquire procedural knowledge which is usually missed in the usual lecture method. In addition to this, the group activities, group discussions and group interactions provided them an opportunity to discuss their ideas with each other freely.

The result of this study is supported by different research outputs conducted at different places with different contexts. Malcolm *et al.* [26] investigated the effectiveness of modeling instruction over traditional and inquiry methods. The result they found confirms that modeling instruction has displayed a considerable improvement over inquiry and clearly superior to traditional methods. According to their result, the modeling method produced 23% greater than inquiry and 32% greater than traditional methods. Similarly, Ibrahim *et al.* [27] also supported the idea of modeling instruction [28]. In line with the result of this study, Vesenska *et al.* [29], made a comparison between scores of students in the modeling sections and the traditional counterparts and found that on an average, the modeling section achieved higher score than the traditional method. Other researchers conducted by Hestenes [8, 9, 30] also confirmed the result of the present study in terms of students' achievement.

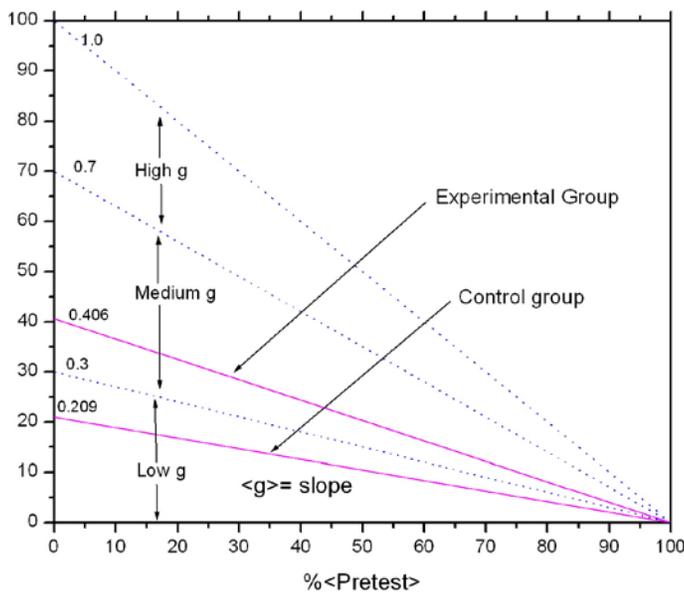


FIGURE 1. The %<Gain> versus %< pre-test> score for the CG and EG.

As is shown in table X below, the mean score and standard deviation of the control group were improved after they have been taught. Hake [25] divided the average gain value into “high-gain” score ($g \geq 0.7$), “medium-gain” score ($0.3 \leq g < 0.7$) and “low-gain” score ($g < 0.3$). Therefore, as can be seen from table X, the average gain values of the CG and EG are 0.209 and 0.406 respectively. Thus, the EG normalized average gain value (g) is in the medium score range whereas the CG normalized average gain value (g) can be classified under low score range. According to this finding, students who have been taught by the modeling method (EG) have better gain than those students who have been taught by the usual lecture method (CG). This difference in gain is observed due to the intervention of modeling instruction.

V. CONCLUSION

Physics education research should aim at solving students' difficulties in learning physics and designing appropriate methods of physics instructions. In line with this, the researcher has made a survey in order to verify whether there is a positive effect of modeling instruction to enhance students' achievement in mechanical work and energy as compared to the traditional lecture method or not. The students' achievements in both approaches has been analyzed by employing the t-test and the average normalized gain factor (g). The outcome of the analysis indicated that, students who were taught by modeling instructional approach have higher achievement than those taught by lecture method. This difference in achievement is due to the method of instruction employed. Since modeling instruction is a student-centred approach and encourages students' participation throughout the teaching-learning process, it provides the students with better chance to achieve in modeling instruction than the usual lecture method. Here, it may be vital to mention that, since the number of participants in the sample is small, there may be limitation about the generality of this study.

Based on the finding of this study, it is recommended that further research work be done with a large sample size, adopt the modeling instruction in the teaching of various topics in physics and other science subjects in different grade levels. Researchers may extend the investigation also by taking additional variables like peer instruction and problem solving skills. This may help to show the strength of student-centred method of teaching-learning process which subsequently may offer some clue for policy makers to modify the teaching-learning process for better achievement of the learners.

REFERENCES

- [1] Awotua-Efebo, E. B., *Effective Teaching: principles and Practice*, (Port Harcourt, Paragraphies, 2001).
- [2] Wells, M., Hestenes, D. & Swackhammer, G. A., *Modeling method for high school of Physics Instruction*, Am. J. Phys. **63**, 606-619 (1995).
- [3] Hestenes, D., *Modeling games in the Newtonian world*. Am. J. Phys. **60**, 732-748 (1992).
- [4] Karplus, R., *Science teaching and the development of reasoning*. Journal of Research in Teaching **14**, 169-175 (1977).
- [5] Schwartz, R.S., Lederman, N.G., & Crawford, B.A., *Developing views of nature of science in an authentic context: An explicit approach to bridging the gap between nature of science and scientific inquiry*, Sci. Educ. **88**, 610-645 (2004).
- [6] Gilbert, S.W., *Model building and a definition of science*. Journal of Research in Science Teaching **28**, 73-79 (1991).
- [7] Okwo, F.A & Ike, G.A., *Educational Technology: Conceptual issues*, (Nsua, University, Trust Publisher 1995).
- [8] Hestenes, D., *Modeling Methodology for Physics Teachers*, (Department of Physics and Astronomy, Arizona State University, Tempe, Arizona 1996).
- [9] Hestenes, D., *Towards a modeling theory of instruction*. Am. J. Phys. **5**, 440-454 (1987).
- [10] Halloun, I., *The Use of Models in Teaching Newtonian Mechanics*, Dissertation (unpublished) (Arizona State University, USA, 1984).
- [11] Clement, J., *Students Preconceptions in Physics and Galileo's Discussion of Falling Bodies*. *Problem Solving* **3**, 3-5 (1981).
- [12] Hudson, H., & Liberman, D., *The Combined Effect of Mathematics Skills and Formal Operational Reasoning on Student Performance in the General Physics Course*, Am. J. Phys. **50**, 1117-1119 (1982).
- [13] Mazur, E., *Peer Instruction*, (Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall, Inc, 1997).
- [14] Laws, P., *Calculus-based Physics without lectures*, *Physics Today* **44**, 24-31 (1991a).
- [15] Thornton, R., & Sokoloff, D., *Learning motion concepts using real-time Microcomputer-based laboratory tools*, Am. J. Phys. **58**, 858-867 (1990).
- [16] Sokoloff, D., & Thornton, R., *Using interactive lecture demonstrations to create an active learning environment*. *Physics Teacher* **35**, 340-347 (1997).
- [17] Vygotsky, L., *Thought and Language*, (Cambridge, Ma: MIT Press, 1962).
- [18] Piaget, J., *Part I, Cognitive development in children: Piaget development and learning*. *Journal of Research in Science Teaching* **2**, 176-186 (1964).
- [19] Piaget, J., *The Child's Conception of Movement and Speed*, Translated by Holloway and McKenzie, Routledge and Kegan, (London, 1970).
- [20] Yalew, E., *Self-efficacy, perceived importance, attitude and achievement among Tana Haik Comprehensive Secondary School male and female students: A path model*, *Ethiopian Journal of Education* **XI** (1), 25-54 (1995).
- [21] Kehoe, J., *Basic Item Analysis for Multiple-choice Tests*. *Practical Assessment, Research & Evaluation* **4**, 10 (1995).
- [22] Robert, L.E., *Essentials of Educational Measurement*. 3rd ed. (Prentice Hall Inc., New Jersey, 1979).
- [23] Worten, R., White, K., & Richard R., Sudeweeks, X., *Measurement and Assessment in School*, 2nd ed. (Brigham Young University, Utah, 1991).
- [24] Daniel, E., *Understanding Educational Measurement*, (USA, WMC Brown Communication Inc. 1994).
- [25] Hake, R., *Interactive-engagement versus traditional methods: A six thousand student survey of mechanics test data for introductory Physics courses*, Am. J. Phys. **66**, 64-74 (1998).
- [26] Malcolm W., *Modeling Instruction in High School Physics, Unpublished Doctoral Dissertation*, (Arizona State University, USA, 1987).

- [27] Ibrahim, H. & Hestenes D., *The Initial Knowledge State of College Physics Students*, Am. J. Phys. **53**, 1043 (1985).
- [28] Hestenes, D., & Halloun, I., *Interpreting the Force Concept Inventory: A Response to March 1995 Critique* by Huffman and Heller, The Physics Teacher **33**, 504-506 (1995).
- [29] Vesenska, J., Munoz, G., Judd F., & Key, R., *A comparison between traditional and "modeling"*

approaches to undergraduate physics instruction at two universities, J. Physics Teacher Education On-line **1**, 3-7 (2002).

[30] Hestenes, D., *Notes for Modeling Theories of Science cognition and instruction*, Proceedings of the 2006 GIREP conference: Modeling in Physics and Physics Education, (2006).



Dynamics of a particle sliding down a smooth exponential incline

A. Tan, R. Surabhi and A. Chilvery

Department of Physics, Alabama A & M University, Normal, Alabama 35762, U.S.A.

E-mail: arjun.tan@aamu.edu

(Received 9 April 2013, accepted 30 August 2013)

Abstract

Problems on motion of particles sliding down inclines of specific geometrical shapes are found in college physics curricula. This paper examines the motion of a particle sliding down a frictionless exponential incline under gravity. Dynamical variables such as velocity, acceleration and jerk vectors are calculated as functions of the vertical coordinate and hodographs of these vectors are constructed. The velocity of the particle commences as a null vector having a definite orientation and increases in magnitude until it attains a maximum limiting value and becomes horizontal. Its hodograph rotates anti-clockwise through an acute angle. The acceleration vector begins as a finite vector and ends as a null vector having a definite orientation after attaining its greatest magnitude somewhere during the early phase of the motion. It also rotates anti-clockwise, at a rate faster than the velocity vector. Finally, the jerk vector begins and ends as null vectors having definite orientations, attaining its greatest magnitude during the initial phase of the motion. It too, rotates counter-clockwise, with the fastest rate among all three vectors. This problem shares resemblances with Galileo's historical inertia experiments.

Keywords: Exponential incline, Dynamical variables, Jerk vector, Hodographs.

Resumen

En los programas de física universitaria se encuentran problemas sobre el movimiento de partículas que se deslizan por pendientes inclinadas de formas geométricas específicas. Este artículo examina el movimiento de una partícula deslizándose por una pendiente exponencial sin fricción debido a la gravedad. Las variables dinámicas tales como la velocidad, aceleración y los vectores jerk se calculan como funciones de las coordenadas verticales y hodógrafas de estos vectores. La velocidad de la partícula comienza como un vector nulo que tiene una orientación definida y aumenta en magnitud hasta que se alcanza un valor máximo que limita y se convierte en horizontal. Su hodógrafa gira hacia la izquierda a través de un ángulo agudo. El vector aceleración comienza como un vector finito y termina como un vector nulo que tiene una orientación definida después de alcanzar su mayor magnitud en algún lugar durante la fase temprana del movimiento. También gira en sentido anti horario, en una tasa más rápida que el vector de velocidad. Finalmente, el vector jerk comienza y termina como vectores nulos teniendo orientaciones definidas, alcanzando su mayor magnitud durante la fase inicial del movimiento. También, gira hacia la izquierda, con la tasa más rápida entre los tres vectores. En este problema se comparte semejanzas con experimentos inercia histórica de Galileo.

Palabras clave: Inclinación exponencial, Variables dinámicas, Vector Jerk, Hodógrafas.

PACS: 45.20.D-, 45.30.+s, 45.40.Aa, 45.50.Dd

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Problems on motion of particles sliding down inclines of specific geometrical shapes are commonly found in college physics curricula. They constitute examples of constrained motion which call for constraint conditions apart from equations of motion provided by Newton's second law. Examples are categorized as follows. (1) *A particle sliding, without friction, down an inclined plane.* This is the simplest problem which leads to a uniformly accelerated motion. (2) *A particle sliding down a frictionless hemispherical dome.* This problem asks one to find the location where the particle leaves the surface. (3) *A particle sliding down a frictionless hemispherical bowl.* This problem is equivalent to a simple

pendulum and results in periodic motion. (4) *A particle sliding, without friction, down an inverted cycloid.* This is the famous Brachistochrone problem which engaged the minds of Galileo, Newton, the Bernoulli brothers, Leibniz and L'Hospital [1]. In this paper, we study the dynamics of *a particle sliding down a frictionless exponential incline under gravity.* We examine the various dynamical variables associated with this motion, including the velocity, acceleration and jerk vectors, along with kinetic and potential energies, curvature and centripetal force, as the particle descends under gravity.

Amongst the dynamical variables, we include the *jerk*, which is the derivative of the acceleration vector with respect to time. The jerk vector has recently been studied in

projectile motion [2], Brachistochrone motion [1] and motion of a charged particle [3, 4]. We further construct hodographs of the dynamical vectors obtained in this problem. The *hodograph* is the locus of a vector drawn from a fixed point [5]. The hodographs of the velocity, acceleration and jerk vectors have been studied for projectile motion [5] and planetary motion [6].

II. THE PROBLEM

Consider the problem of a particle descending, without friction, down an exponential incline, under gravity. The equation of the incline is given by

$$y = Ae^{-\alpha x}, \tag{1}$$

where A and α are constants. The particle of mass m slides down from the top of the incline $y = A$ at time $t = 0$. The horizontal and vertical components of the velocity are:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \tag{2}$$

and

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha x} \dot{x}. \tag{3}$$

The kinetic and potential energies of the particle are:

$$T = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}m(1 + \alpha^2 A^2 e^{-2\alpha x})\dot{x}^2, \tag{4}$$

and

$$V = mgAe^{-\alpha x}, \tag{5}$$

where g is the acceleration due to gravity. From the principle of conservation of energy $T + V = T_0 + V_0$, one obtains the equation of motion in x :

$$(1 + \alpha^2 A^2 e^{-2\alpha x})\dot{x}^2 + 2gAe^{-\alpha x} = 2gA. \tag{6}$$

Eq. (6) is not readily integrable in the closed form. However, the problem simplifies immensely when rendered in terms of the vertical coordinate y . The energy equation gives the speed of the particle at any y :

$$v = \sqrt{2g(A - y)}. \tag{7}$$

If θ is the slope angle of the velocity, then

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{v_y}{v_x} = -\alpha y. \tag{8}$$

From trigonometry, we have

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2 y^2}}, \tag{9}$$

and

$$\sin\theta = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = -\frac{\alpha y}{\sqrt{1+\alpha^2 y^2}}. \tag{10}$$

Thus

$$v_x = v\cos\theta = \sqrt{\frac{2g(A-y)}{1+\alpha^2 y^2}}, \tag{11}$$

and

$$v_y = v\sin\theta = -\alpha y \sqrt{\frac{2g(A-y)}{1+\alpha^2 y^2}}. \tag{12}$$

Initially, at $y = A$, v_x and v_y are both zero, and $\theta = \tan^{-1}(-\alpha A)$. As $y \rightarrow 0$, $v_y \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow 0$, and the velocity is entirely horizontal with the limiting value $v_x \rightarrow \sqrt{2gA}$.

The x - and y - components of the acceleration vector can be calculated as follows:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{dv_x}{dy} v_y, \tag{13}$$

and

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{dv_y}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{dv_y}{dy} v_y. \tag{14}$$

Upon carrying out the differentiations, substituting and simplifying, we arrive at:

$$a_x = g\alpha y \frac{1+2\alpha^2 Ay - \alpha^2 y^2}{(1+\alpha^2 y^2)^2}, \tag{15}$$

and

$$a_y = g\alpha^2 y \frac{2A-3y-\alpha^2 y^3}{(1+\alpha^2 y^2)^2}. \tag{16}$$

If β is the slope of the acceleration vector, then

$$\beta = \tan^{-1} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1} \frac{2\alpha A - 3\alpha y - \alpha^3 y^3}{1+2\alpha^2 Ay - \alpha^2 y^2}. \tag{17}$$

At $y = A$, $a_x = g\alpha A/(1 + \alpha^2 A^2)$, $a_y = -g\alpha^2 A^2/(1 + \alpha^2 A^2)$, and $\beta = \tan^{-1}(-\alpha A)$. The acceleration vector has the same initial slope as the velocity vector, even though the former is non-zero and the latter is a null-vector. As $y \rightarrow 0$, a_x and a_y both tend to zeros and $\beta = \tan^{-1}(2\alpha A)$. Thus, even though the acceleration tends to a null-vector, it still retains a well-defined direction.

The x - and y - components of the jerk vector can be calculated as follows:

$$j_x = \frac{da_x}{dt} = \frac{da_x}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{da_x}{dy} v_y \tag{18}$$

and

$$j_y = \frac{da_y}{dt} = \frac{da_y}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{da_y}{dy} v_y \tag{19}$$

Upon carrying out the differentiations, substituting and simplifying, we arrive at:

$$j_x = -g\alpha^2 y \sqrt{2g(A-y)} \frac{1+4\alpha^2 Ay - 6\alpha^2 y^2 - 4\alpha^4 Ay^3 + \alpha^4 y^4}{(1+\alpha^2 y^2)^{7/2}}, \quad (20)$$

and

$$j_y = -2g\alpha^3 y \sqrt{2g(A-y)} \frac{A-3y-3A\alpha^2 y^2 + \alpha^2 y^3}{(1+\alpha^2 y^2)^{7/2}}. \quad (21)$$

If γ is the slope of the jerk vector, then

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{2\alpha(A-3y-3A\alpha^2 y^2 + \alpha^2 y^3)}{1+4\alpha^2 Ay - 6\alpha^2 y^2 - 4\alpha^4 Ay^3 + \alpha^4 y^4}. \quad (22)$$

At $y = A$, both j_x and j_y are zeros, but the slope of the jerk vector is $\gamma = \tan^{-1}[-4\alpha A/(1-3\alpha^2 A^2)]$. As $y \rightarrow 0$, j_x and j_y are again both zeros, but $\gamma = \tan^{-1}(2\alpha A)$. Thus the jerk is a null-vector at the beginning and end of the motion while maintaining well-defined directions.

The radius of curvature of the path R can be conveniently calculated from the equation

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}. \quad (23)$$

Here, we get

$$R = \frac{(1+\alpha^2 y^2)^{3/2}}{\alpha^2 y}. \quad (24)$$

The reciprocal of R is the curvature κ :

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{\alpha^2 y}{(1+\alpha^2 y^2)^{3/2}}. \quad (25)$$

Eq. (25) can also be obtained from the dynamical variables as [1, 2, 3, 4]:

$$\kappa = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|^3}. \quad (26)$$

The centripetal acceleration at any height y is given by:

$$\frac{v^2}{R} = v^2 \kappa = \frac{2g\alpha^2(A-y)y}{(1+\alpha^2 y^2)^{3/2}}. \quad (27)$$

Clearly, this is zero at both the beginning and end of the motion: $y = A$ and $y = 0$.

III. AN EXAMPLE

We consider an example where $A = 1$ m and $\alpha = 1$ m⁻¹. Then the initial slope of the incline is, by Eq. (8), $\theta = \tan^{-1}(-1) = -45^\circ$. The Cartesian components of the velocity, acceleration

Dynamics of a particle sliding down a smooth exponential incline and jerk vectors are, by Eqs. (11), (12), (15), (16), (18) and (19):

$$v_x = \sqrt{\frac{2g(1-y)}{1+y^2}}, \quad (28)$$

$$v_y = -y \sqrt{\frac{2g(1-y)}{1+\alpha^2}}, \quad (29)$$

$$a_x = gy \frac{1+2y-y^2}{(1+y^2)^2}, \quad (30)$$

$$a_y = gy \frac{2-3y-y^3}{(1+y^2)^2}, \quad (31)$$

$$j_x = -gy \sqrt{2g(1-y)} \frac{1+4y-6y^2-4y^3+y^4}{(1+y^2)^{7/2}}, \quad (32)$$

and

$$j_y = -2gy \sqrt{2g(1-y)} \frac{1-3y-3y^2+y^3}{(1+y^2)^{7/2}}, \quad (33)$$

with $g = 9.8$ m/s². The slope angles of the velocity, acceleration and jerk vectors are, by Eqs. (8), (17) and (22):

$$\theta = \tan^{-1}(-y), \quad (34)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{2-3y-y^3}{1+2y-y^2}, \quad (35)$$

and

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{2(1-3y-3y^2+y^3)}{1+4y-6y^2-4y^3+y^4}. \quad (36)$$

At time $t = 0$, $v_x = 0$, $v_y = 0$; $a_x = g/2$, $a_y = -g/2$; $j_x = 0$, $j_y = 0$; $\theta = \tan^{-1}(-1) = -\pi/4 = -45^\circ$; $\beta = \tan^{-1}(-1) = -\pi/4 = -45^\circ$; $\gamma = \tan^{-1}(-2) = -63.435^\circ$. As $t \rightarrow \infty$, $v_x \rightarrow \sqrt{2g} \approx 4.427$ m/s, $v_y \rightarrow 0$; $a_x \rightarrow 0$, $a_y \rightarrow 0$; $j_x \rightarrow 0$, $j_y \rightarrow 0$; $\theta \rightarrow \tan^{-1}(0) = 0^\circ$; $\beta \rightarrow \tan^{-1}(2) \approx 63.435^\circ$; and $\gamma \rightarrow \tan^{-1}(2) + \pi \approx 243.435^\circ$.

Fig. 1 shows the velocity vector and its components at selected altitudes as the particle descends under gravity on the exponential incline. The velocity vector is necessarily tangential to the incline. Also shown in the figure is the hodograph of the velocity vector. The velocity commences from zero and attains its limiting value during which the vector rotates counter-clockwise through an angle of 45° .

Fig. 2 shows the acceleration vector and its components at selected altitudes as the particle descends under gravity on the exponential incline. The initial magnitude of the acceleration vector is $g/\sqrt{2} \approx 0.707g$. It diminishes to the limiting value of zero as time progresses. Also shown in the figure is the hodograph of the acceleration vector. The vector rotates counter-clockwise through an angle of $45^\circ + 63.435^\circ$ or 108.435° . Thus it rotates faster than the velocity vector.

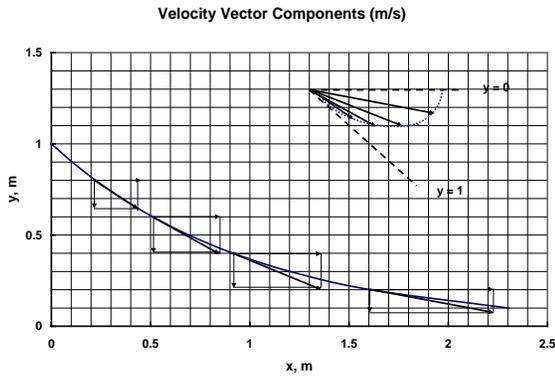


FIGURE 1. Velocity vector of the particle descending down an exponential incline under gravity and its hodograph.

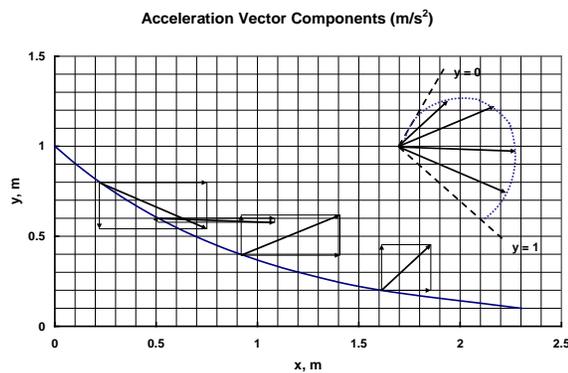


FIGURE 2. Acceleration vector of the particle descending down an exponential incline under gravity and its hodograph.

Fig. 3 shows the jerk vector and its components at selected altitudes as the particle descends under gravity on the exponential incline. The initial and limiting magnitudes of this vector are both zeros. The jerk vector attains its greatest magnitude somewhere during the initial phase of the motion. Also shown in the figure is the hodograph of the jerk vector. The jerk vector rotates counter-clockwise through an angle of 180° , which is the fastest amongst the three vectors.

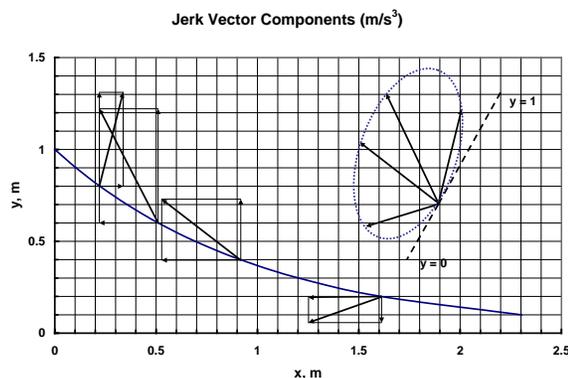


FIGURE 3. Jerk vector of the particle descending down an exponential incline under gravity and its hodograph.

VI. DISCUSSION

Galileo is said to have discovered the law of inertia from his inclined plane experiments, where he rolled marbles down inclined planks placed on a horizontal plane [7, 8]. Planks of various lengths and inclinations were used [7, 8].

Treating the marbles as solid spheres and considering their translational and rotational kinetic energies, the terminal speed of the marble is calculated to be $v = \sqrt{(10/7)gh}$, where h is the height to which one end of the plank is raised. If the marbles can be treated as particles, the terminal speed becomes $v = \sqrt{gh}$, which is exactly the same as terminal speed in the current problem of a particle sliding without friction down the exponential incline. Thus the current problem gives expression to Galileo's inertia experiment if the planks are replaced by exponential inclines and the marbles are treated as particles. Since the terminal speed is proportional to the square root of the initial elevation [7, 8], Galileo arrived at the law of inertia as a limiting case, even though he failed to furnish a categorical statement of the law, which had to wait until Newton's formulation of the laws of motion [9].

REFERENCES

- [1] cf. Tan, A., Chilvery, A. K. and Dokhanian, M., *Dynamical variables in Brachistochrone problem*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 196-200 (2012).
- [2] Tan, A. and Edwards, M. E., *The jerk vector in projectile motion*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 344-347 (2011).
- [3] Tan, A. and Dokhanian, M., *Jerk, curvature and torsion in motion of charged particle under electric and magnetic fields*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 667-670 (2011).
- [4] Tan, A. and Dokhanian, M., *Jerk, curvature and torsion in motion of charged particle under electric and magnetic fields – Part II*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 541-546 (2012).
- [5] Lamb, H., *Dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1960), pp. 75, 227.
- [6] Tan, A., *Vector hodographs in planetary motion*, Theta, **9**, 11-16 (1995).
- [7] Settle, T. B., *An experiment in history of science*, Science **133**, 19-23 (1961).
- [8] Drake, S., *Galileo's experimental confirmation of horizontal inertia: Unpublished manuscripts*, Isis **64**, 290-305 (1973).
- [9] Koyré, A., *An experiment in measurement*, Proc. Am. Philos. Soc. **97**, 222-237 (1953).



Simple analytical description of projectile motion in a medium with quadratic drag force

P. S. Chudinov, V. A. Eltyshev, Yu. A. Barykin

*Engineering Faculty, Perm State Agricultural Academy,
Perm, 614990, Russian Federation.*

E-mail: chupet@mail.ru

(Received 16 March 2013, accepted 25 August 2013)

Abstract

It is a review of the classic problem of the motion of a point mass (projectile) thrown at an angle to the horizon with allowance for the resistance of the medium. Drag force is accepted as a quadratic function of speed. A full description of the problem is ensured by the simple approximate analytical formulae. This description includes the determining of the basic parameters of the projectile motion. The motions of a baseball is presented as examples.

Keywords: Projectile, quadratic drag force, analytical formulae.

Resumen

Este es un artículo que trata una revisión del problema clásico del movimiento de un punto de masa (proyectil) arrojada en un ángulo al horizonte con una previsión de la resistencia del medio. La fuerza de arrastre es aceptada como una función cuadrática de la velocidad. Una descripción completa del problema es asegurada por las formulas analíticas aproximadas simples. Esta descripción incluye la determinación de los parámetros básicos de movimiento de proyectiles. Los movimientos de una pelota de béisbol se presentan como ejemplos.

Palabras Clave: Proyectil, fuerza de arrastre cuadrática, fórmulas analíticas.

PACS: 45.20.Da-, 45.20.da, 45.30.+s

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

The problem of the motion of a point mass (projectile) thrown at an angle to the horizon has a long history. It is one of the great classical problems. The number of works devoted to this task is immense. This task arouses interest of authors as before [1, 2, 3, 4, 5, 11, 14]. With zero air drag force, the analytic solution is well known. The trajectory of the point mass is a parabola. In situations of practical interest, such as throwing a ball, taking into account the impact of the medium the quadratic resistance law is usually used. In that case the mathematical complexity of the task strongly grows. The problem probably does not have an exact analytic solution. Therefore the attempts are being continued to construct approximate analytical solutions for this problem [6, 7, 8, 9, 10]. For this purpose, various methods are used – both traditional approaches [3, 4, 6, 13], and the modern methods [5]. Besides the description of the projectile motion with a simple approximate analytical formulae under the quadratic air resistance is of great methodological interest.

In [12, 13] comparatively simple approximate analytical formulae have been obtained to study the motion of the projectile in a medium with a quadratic drag force. The proposed analytical solution differs from other solutions by simplicity of formulae, ease of use and high accuracy. All required parameters are determined directly from the initial conditions of projectile motion - the initial velocity and angle of throwing. The proposed formulae make it possible to study the motion of a point mass in a medium with the resistance in the way it is done for the case without drag.

In this article the term “point mass” means the center of mass of a smooth spherical object of finite radius r and cross-

sectional area $S = \pi r^2$. The conditions of applicability of the quadratic resistance law are deemed to be fulfilled, *i.e.* Reynolds number Re lies within $1 \times 10^3 < Re < 2 \times 10^5$ [4]. These values correspond to the velocity of motion of a projectile, lying in the range between 0.25 m/s and 53 m/s.

The aim of the present work is to give a simple formula for the construction of the trajectory of the projectile motion with quadratic air resistance, available to senior pupils and first-year undergraduates.

II. EQUATIONS OF MOTION

Suppose that the force of gravity affects the point mass together with the force of air resistance \mathbf{R} (Fig. 1), which is proportional to the square of the velocity of the point and is directed opposite the velocity vector. For the convenience of further calculations, the drag force will be written as $R = mgkV^2$. Here m is the mass of the projectile, g is the acceleration due to gravity, k is the proportionality factor. Vector equation of the motion of the point mass has the form

$$m\mathbf{w} = m\mathbf{g} + \mathbf{R},$$

where \mathbf{w} – acceleration vector of the point mass. Differential equations of the motion, commonly used in ballistics, are as follows [15]

$$\frac{dV}{dt} = -g\sin\theta - gkV^2, \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{g\cos\theta}{V},$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta, \quad \frac{dy}{dt} = V \sin \theta. \quad (1)$$

Here V is the velocity of the point mass, θ is the angle between the tangent to the trajectory of the point mass and the horizontal, x, y are the Cartesian coordinates of the point mass, and

$$k = \frac{\rho_a c_d S}{2m.g} = \frac{1}{V_{term}^2} = const.$$

is the proportionality factor, ρ_a is the air density, c_d is the drag factor for a sphere, and S is the cross-section area of the object (Fig. 1). The first two equations of the system (1) represent the projections of the vector equation of motion for the tangent and principal normal to the trajectory, the other two are kinematic relations connecting the projections of the velocity vector point mass on the axis x, y with derivatives of the coordinates.

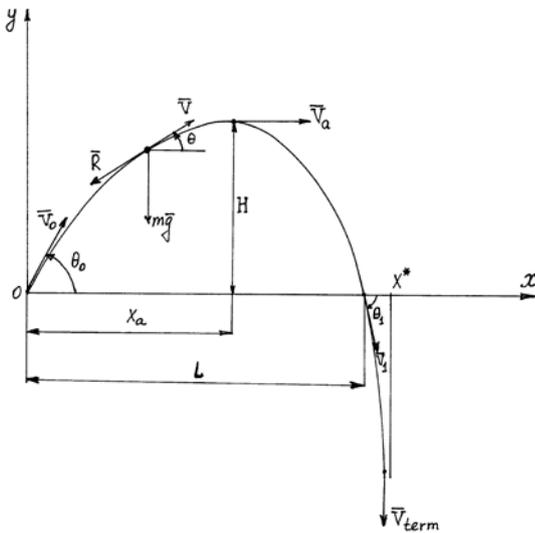


FIGURE 1. Basic motion parameters.

The well-known solution of Eqs. (1) consists of an explicit analytical dependence of the velocity on the slope angle of the trajectory and three quadratures

$$V(\theta) = \frac{V_0 \cos \theta_0}{\cos \theta \sqrt{1 + kV_0^2 \cos^2 \theta_0 (f(\theta_0) - f(\theta))}},$$

$$f(\theta) = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \ln \tan\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (2)$$

$$t = t_0 - \frac{1}{g} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V}{\cos \theta} d\theta,$$

$$x = x_0 - \frac{1}{g} \int_{\theta_0}^{\theta} V^2 d\theta,$$

$$y = y_0 - \frac{1}{g} \int_{\theta_0}^{\theta} V^2 \tan \theta d\theta. \quad (3)$$

Here V_0 and θ_0 are the initial values of the velocity and the slope of the trajectory respectively, t_0 is the initial value of the time, x_0, y_0 are the initial values of the coordinates of the point mass (usually accepted $t_0 = x_0 = y_0 = 0$). The derivation of the formulae (2) is shown in the well-known monograph [16]. The integrals on the right-hand sides of (3) cannot be expressed in terms of elementary functions. Hence, to determine the variables t, x and y we must either integrate (1) numerically or evaluate the definite integrals (3). Formulae (2) of this solution will be used later.

III. ANALYTICAL FORMULAE FOR DETERMINING THE MAIN PARAMETERS OF MOTION OF THE POINT MASS

Comparatively simple approximate analytical formulae for the main parameters of motion of the projectile are derived in [12, 13]. The four parameters correspond to the top of the trajectory, four – to the point of drop. We will give a complete summary of the formulae for the maximum height of ascent of the point mass H , motion time T , the velocity at the trajectory apex V_a , flight range L , the time of ascent t_a , the abscissa of the trajectory apex x_a , impact angle with respect to the horizontal θ_1 and the final velocity V_1 . These formulae are summarized in the right column of Table I. In the left column of this Table I are presented similar formulae of the parabolic theory for comparison.

TABLE I. Analytical formulae for the main parameters.

No drag ($R = 0$)	Quadratic drag force ($R = mgkV^2$)
$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$	$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta_0}{g(2 + kV_0^2 \sin \theta_0)}$
$T = 2 \frac{V_0 \sin \theta_0}{g} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$	$T = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$
$V_a = V_0 \cos \theta_0$	$V_a = \frac{V_0 \cos \theta_0}{\sqrt{1 + kV_0^2 (\sin \theta_0 + \cos^2 \theta_0 \ln \tan(\frac{\theta_0}{2} + \frac{\pi}{4}))}}$

$L = \frac{1}{g}V_0^2\sin 2\theta_0 = V_a T$	$L = V_a T$
$t_a = \frac{V_0\sin\theta_0}{g} = \frac{T}{2}$	$t_a = \frac{T - kHV_a}{2}$
$x_a = \frac{L}{2} = \sqrt{LH\cot\theta_0}$	$x_a = \sqrt{LH\cot\theta_0}$
$\theta_1 = -\theta_0 = -\arctan\left[\frac{LH}{(L - x_a)^2}\right]$	$\theta_1 = -\arctan\left[\frac{LH}{(L - x_a)^2}\right]$
$V_1 = V_0$	$V_1 = V(\theta_1)$

↑

These formulae enable us to calculate the basic parameters of motion of a point mass directly from the initial data V_0, θ_0 , as in the theory of parabolic motion. With zero drag ($k = 0$), the proposed formulae go over into the respective formulae of point mass parabolic motion theory. We note that the structure of the formulae for the parameters is the same at the movement with resistance and at the movement without resistance.

As an example of the use of present formulae we calculated the motion of a baseball with the following initial conditions

$$V_0 = 40 \text{ m/s}, \theta_0 = 45^\circ, k = 0.000625 \text{ s}^2/\text{m}^2, g = 9.81 \text{ m/s}^2. \quad (4)$$

TABLE II. Comparison of numerical and analytical calculations.

Parameter	Numerical value	Analytical value	Error (%)
$H, \text{ m}$	29.81	30.12	+1.0
$T, \text{ s}$	4.91	4.96	+1.0
$V_a, \text{ m/s}$	19.30	19.30	0
$L, \text{ m}$	96.07	95.68	-0.4
$t_a, \text{ s}$	2.31	2.30	-0.4
$x_a, \text{ m}$	53.02	53.68	+1.2
$\theta_1, \text{ deg}$	-57.27	-58.55	+2.2
$V_1, \text{ m/s}$	25.53	26.00	+1.8

The results of calculations are recorded in Table II. The second column shows the values of parameters obtained by numerical integration of the motion equations (1) by the fourth-order Runge-Kutta method. The third column contains the values calculated by present formulae from the Table I. The deviations from the exact values of parameters are shown in the fourth column of the Table 2. Tabulated data show that the values of basic parameters of the projectile motion (flight range L , motion time T , height H) calculated by analytical formulae differ from the exact values no more than 1%.

Fig. 2 is an interesting geometric picture for Table II. If we use motion parameters L, H, x_a to construct the ABC

triangle with the height $BD = LH$, segments $AD = x_a^2$ and $CD = (L - x_a)^2$, then in this triangle $\angle A \approx \theta_0, \angle C \approx \theta_1$. Thus, for the values $L = 96.07, H = 29.81, x_a = 53.02$ we have: $\angle A = 45.5^\circ, \angle C = 57.1^\circ$. Recall that the exact values of angles are $\angle A = 45^\circ, \angle C = 57.3^\circ$.

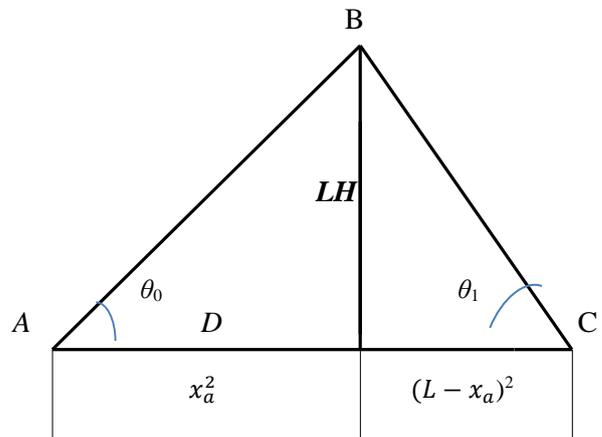


FIGURE 2. Motion parameters.

Present formulae make it possible to obtain simple approximate analytical expressions for the basic functional relationships of the problem $y(x), y(t), y(\theta), x(t), x(\theta), t(\theta)$ [12, 13].

We construct the first of these dependencies. In the absence of a drag force, the trajectory equation of a point mass is a parabola

$$y(x) = x \tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\theta_0}.$$

Using parameters H, L, x_a from the left column of Table I, this equation can be written as

$$y(x) = \frac{Hx(L-x)}{x_a^2}. \quad (5)$$

When the point mass is under a drag force, the trajectory becomes asymmetrical. The top of the trajectory is shifted toward the point of incidence. In addition, a vertical asymptote appears near the trajectory. Taking these circumstances into account, we shall construct the function $y(x)$ as [12]

$$y(x) = \frac{Hx(L-x)}{x_a^2 + (L-2x_a)x}. \quad (6)$$

The constructed dependence $y(x)$ provides the shift of the apex of the trajectory to the right and has a vertical asymptote. In the case of no drag $L = 2x_a$, relationship (6) goes over into (5).

We note the remarkable property of the formula (6). We substitute the exact values of the parameters L, H, x_a , obtained by numerical integration of the system (1), into the formula (6). Then the numerical trajectory and the analytical trajectory constructed by means of the formula

(6) are identically the same. This means that formula (6) approximate absolutely precisely projectile's trajectory which are numerically constructed with using equations (1) at any values of the initial conditions V_0, θ_0 .

Based upon Eqs. from Table I and (6) an approximate trajectory was constructed. It is shown in Fig. 3 (dashed line). The same values (4) were used for the calculations. Thick solid line in this figure is obtained by numerical integration of motion equations (1) with the aid of the 4-th order Runge-Kutta method. As it can be seen from the figure, the analytical solution (6) and a numerical solution are almost the same. Dotted line in this figure is constructed in the absence of air resistance.

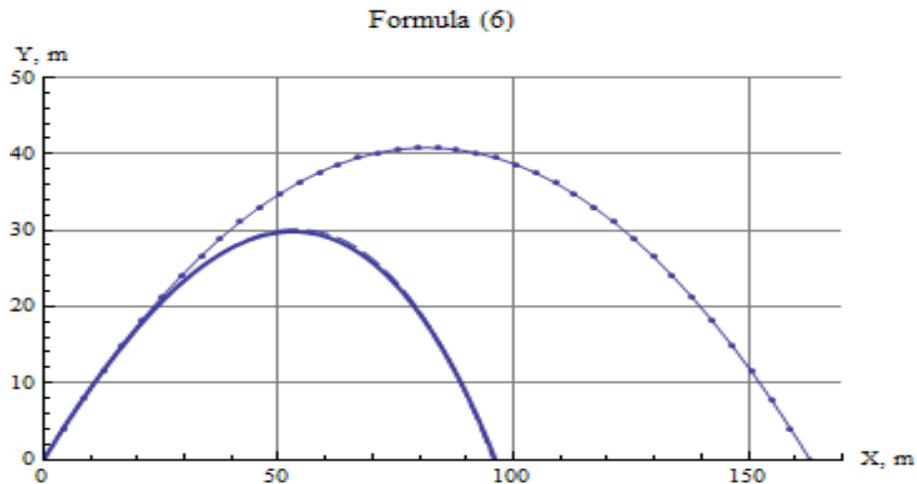


FIGURE 3. The graph of the trajectory $y = y(x)$.

Thus, simple formulae containing elementary functions are used to construct a projectile trajectory with quadratic law of air resistance. It can be implemented even on a standard calculator. Lately many authors [9, 10, 11] have used the Lambert W function to study the projectile motion with resistance. But this relatively “new” function is not available on a calculator.

For a baseball the typical values of the drag force coefficient k is about $0.0005 \div 0.0006 \text{ s}^2/\text{m}^2$ [6, 8]. We introduce the notation $p = kV_0^2$. The dimensionless parameter p has the following physical meaning - it is the ratio of air resistance to the weight of the projectile at the beginning of the movement. Formulae from the Table I have a bounded region of application. The main characteristics of the motion $H, T, V_a, L, t_a, x_a, \theta_1, V_1$ have accuracy to within 2 - 3% for values of the launch angle, for initial velocity and for the parameter p from ranges

$$0^\circ \leq \theta_0 \leq 70^\circ, 0 \leq V_0 \leq 50 \text{ m/s}, 0 \leq p \leq 1.5. \quad (7)$$

The some transformation of the proposed formulae [14] makes it possible to improve the accuracy of calculating the main parameters. Now it is possible to construct the trajectory in the entire range of launch angles and at values of the initial velocity and the parameter p

$$0^\circ \leq \theta_0 \leq 90^\circ, 0 \leq V_0 \leq 80 \text{ m/s}, 0 \leq p \leq 4.$$

IV. CONCLUSION

The proposed approach is based on the theory of the parabolic motion of the projectile. The use of analytical formulae make it possible to simplify significantly a qualitative analysis of the projectile motion with quadratic drag force. All basic parameters are described by simple analytic formulae. Moreover, numerical values of the sought variables are determined with acceptable accuracy. Thus, proposed formulae make it possible to study projectile motion with quadratic drag force even for senior pupils.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank Dr. D. V. Zitta and Dr. A. V. Fainshtein for the valuable advice for this paper.

REFERENCES

[1] Matehkolae, M. J., Basareh, A. H., *Some particular points in projectile motion*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 566-568 (2012).
 [2] Celia, A. de Sousa, *Another look at the projectile motion*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 31-38 (2012).
 [3] Tan, A. and Edwards, M. E., *The jerk vector in projectile motion*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 344-347

- (2011).
- [4] Vial, A., *Horisontal distance travelled by a mobile experiencing a quadratic drag force: normalised distance and parametrization*, Eur. J. Phys. **28**, 657-663 (2007).
- [5] Yabushita, K., Yamashita, M. and Tsuboi, K., *An analytic solution of projectile motion with the quadratic resistance law using the homotopy analysis method*, J. of Phys. A: Math. and Theor. **40**, 8403-8416 (2007).
- [6] Parker, G. W., *Projectile motion with air resistance quadratic in the speed*, Am. J. Phys. **45**, 606-610 (1977).
- [7] Erlichson, H., *Maximum projectile range with drag and lift, with particular application to golf*, Am. J. Phys. **51**, 357-362 (1983).
- [8] Tan, A., Frick, C. H. and Castillo, O., *The fly ball trajectory: an older approach revisited*, Am. J. Phys. **55**, 37-40 (1987).
- [9] Warburton, R. D. H. and Wang, J., *Analysis of asymptotic projectile motion with air resistance using the Lambert W function*, Am. J. Phys. **72**, 1404-1407 (2004).
- [10] Stewart, S.M., *Linear resisted projectile motion and the Lambert W function*, Am. J. Phys. **73**, 199-199 (2005).
- [11] Hu, H., Zhao, Y. P., Guo, Y. J. and Zheng, M. Y., *Analysis of linear resisted projectile motion using the Lambert W function*, Acta Mechanica **223**, 441-447 (2012).
- [12] Chudinov, P. S., *The motion of a heavy particle in a medium with quadratic drag force*, Int. Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation **3**, 121-129 (2002).
- [13] Chudinov, P. S., *Analytical investigation of point mass motion in midair*, Eur. J. Phys. **25**, 73 – 79 (2004).
- [14] Chudinov, P. S., *Extension of application field of analytical formulae for the computation of projectile motion in midair*, Revista Brasileira de Ensino de Física, **35**, 1310 (2013).
- [15] Okunev, B. N., *Ballistics*, (Voyenizdat, Moscow, 1943).
- [16] Timoshenko, S. and Young, D. H., *Advanced Dynamics*, (McGraw-Hill Book Company, New York, 1948).

Articulación en la enseñanza en carreras de ingeniería: el movimiento armónico simple y las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal



Viviana A. Costa^{1,2}, Patricia Torroba¹, Eugenio Devece¹

¹IMApEC, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, La Plata, Argentina.

²NIECyT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil, Argentina.

E-mail: vacosta@ing.unlp.edu.ar

(Recibido el 12 Abril 2013, aceptado el 7 de Agosto 2013)

Resumen

En este trabajo se relata una experiencia de articulación entre una asignatura de Física (Mecánica Clásica) y una de Matemática (Álgebra Lineal) en el contexto de las Ciencias Básicas en una Facultad de Ingeniería. La experiencia consistió en la participación activa de profesores de ambas disciplinas en el espacio de aula en la clase de Matemática. Los conceptos vinculados entre ambas asignaturas son los de movimiento armónico simple (MAS) desde el punto de vista de la Física, y las ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden lineal (EDO) desde la Matemática. El objetivo es el de vincular significativamente los conceptos en estudio (EDO) con los adquiridos (MAS) de modo de lograr una visión global del tema en el contexto de carreras de ingeniería. Se presentan pre-test y pos-test que permiten una primera evaluación de la actividad.

Palabras clave: Educación en ingeniería, articulación en la enseñanza, movimiento armónico simple, ecuaciones diferenciales ordinarias.

Abstract

This paper describes an experience of articulation between a subject of Physics (Classical Mechanics) and Mathematics (Linear Algebra) in Basic Sciences Courses of an Engineering Department. The experience involved the active participation of teachers from both disciplines in the classroom space of a math course. The concepts associated are simple harmonic motion (SHM) from the point of view of physics, and ordinary second order linear differential equations (ODE) from Mathematics. The aim is to significantly link the concepts under study in order to obtain an overview of the topic in the context of Engineering. We present a pre-test and a post-test to allow a first evaluation of the activity.

Keywords: Engineering education, teaching articulation, simple harmonic motion, ordinary differential equations.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Ha, 01.40.gb.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En el contexto del diseño de una experiencia compartida por dos cursos, uno de Matemática y otro de Física en una Facultad de Ingeniería, se generó la necesidad de definir el concepto asociado a la palabra *articulación*. Se asume la articulación como la necesaria continuidad, coherencia, secuenciación y gradualidad que debe existir en el proceso de enseñanza y de aprendizaje integral. Debe contemplar todos los aspectos comprometidos en el proceso: desde las estrategias didácticas, contenidos, hasta los aspectos de organización institucional, tendiente a evitar aislamientos, contradicciones y duplicaciones entre los distintos niveles.

Cuando se habla de articulación debe especificarse a qué ámbito de continuidad se está aludiendo para poder pensar

en acciones, mecanismos, actores y niveles de responsabilidad que garanticen su consecución.

Diversos tópicos son comunes a las disciplinas de Física y Matemática. Se debe a que ellas estuvieron ligadas desde siempre y los descubrimientos que se realizaban en el campo de la ciencia necesitaron del formalismo matemático para sustentarse.

El ejemplo más significativo son las ecuaciones diferenciales que sirvieron y sirven de instrumento para estudiar los cambios, analizar y predecir con un mismo cuerpo de leyes, los sistemas físicos en movimiento. En particular, el interés estaba centrado en el campo de la astronomía. Las investigaciones científicas estaban basadas metodológicamente a partir de la observación y la obtención de leyes descriptivas de los movimientos, por ejemplo, las

Leyes de Kepler. Es Newton, quien aborda el problema de los movimientos de los cuerpos celestes, desde otro punto de vista. En lugar de observar y describir, busca la causa de los movimientos y cambios de movimientos del conjunto de cuerpos. A partir del conocimiento empírico de la Ley de Gravitación Universal, el problema matemático fundamental al estudiar el movimiento de dos o más cuerpos, moviéndose cada uno bajo la acción gravitatoria de los otros es el de resolver un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

El primer éxito lo obtuvo Newton, expuesto en los Principia en el siglo XVII al demostrar que a partir de sus Tres Principios y de la Ley de Gravitación Universal se podían deducir las tres leyes planetarias de Kepler [1]. El problema de los tres cuerpos sometidos a una acción gravitatoria común fue estudiado intensamente por Euler, Laplace y Lagrange obteniendo sólo resultados parciales.

II. MARCO TEÓRICO

La investigación realizada la enmarcamos en la teoría cognitiva de aprendizaje significativo [2].

Las teorías cognitivas del aprendizaje sostienen la idea de combinar la información previa con la nueva para arribar a una comprensión más profunda. La teoría de la asimilación de Ausubel incorpora la noción del conocimiento a priori como fundamento del aprendizaje y propone que el aprendizaje significativo requiere la activación del conocimiento de estructuras existentes durante o después del estudio. Además, Ausubel destaca que para que se produzca aprendizaje significativo, el aprendiz debe querer aprender.

Una forma de propiciar el aprendizaje y en forma significativa, es atender a lo expresado por Moreira que sugiere crear situaciones de enseñanza en el aula que motiven el aprendizaje [3].

Por ello, nuestra propuesta consiste en la estrategia de articular conceptos de las disciplinas Matemática y Física, mediante la participación activa de los profesores de ambas disciplinas, involucrados en una experiencia áulica en la clase de matemática en la que se dispuso de material didáctico experimental presentado por los profesores de Física. Consideramos que ésta es una forma de motivar el aprendizaje de modo significativo.

III. ESCENARIO INSTITUCIONAL

En la Facultad de Ingeniería de la UNLP los actuales planes de estudio tienen entre otros, el objetivo de integrar las asignaturas de matemática con el resto de las áreas y materias, mejorar el rendimiento de los estudiantes en dichas asignaturas y disminuir la dificultad de éstos en recuperar los conceptos matemáticos en otros contextos. El esquema se basa en la organización de los contenidos alrededor de ejes conceptuales comunes y en la redistribución de los recursos existentes a fin de mejorar la calidad de la enseñanza impartida. Se define, un trayecto

básico de Matemática, integrado por tres materias consecutivas, dos de Cálculo Diferencial e Integral (Matemática A y B) y la tercera que incluye los contenidos básicos de Álgebra Lineal (Matemática C); y un trayecto básico de Física integrado por tres materias que son Física I, II y III (Tabla I) [4, 5].

Las asignaturas involucradas en la experiencia de articulación vertical, pertenecen al Área Básica: Física I (FI) dictada en el segundo semestre para todas las carreras y Matemática C (MC), asignatura del trayecto Matemática, correspondiente al tercer semestre de todas las carreras.

Los profesores que participan de la experiencia son los mismos investigadores.

TABLA I. Asignaturas del Área Básica.

Eje Matemático	Contenidos	Eje Físico	Contenidos	Semes_ tre
Matemática A	Derivación en una y varias variables	-----	-----	1
Matemática B	Integración en una y varias variables- Cálculo vectorial - Series numéricas	Física I (FI)	Mecánica Clásica. Introducción a la Termodinámica	2
Matemática C (MC)	Algebra Lineal- Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias	Física II	Electromagnetismo Clásico	3
Matemática D	Cálculo Avanzado	Física III	Óptica y Física Moderna	4

IV. TEMA DE ESTUDIO. EL MAS Y LAS EDO

El MAS y las EDO son temas profundamente relacionados, y en el contexto de la Facultad de Ingeniería de la UNLP se estudian en las asignaturas FI y MC (Tabla I), abordados en cada una de ellas desde su perspectiva particular en el Área Básica.

El MAS es uno de los movimientos idealizados más importante, pues constituye una buena aproximación a muchas de las oscilaciones que se dan en la naturaleza y es muy sencillo de describir matemáticamente [6].

Los conceptos involucrados en este tratamiento, resultan ser el primer nivel de entendimiento para otros sistemas más complejos que se expresan como combinación lineal del caso sencillo. Las oscilaciones juegan un papel muy importante fuera del campo de la mecánica, por ejemplo como las vibraciones de las moléculas de un sólido alrededor de su posición de equilibrio (modelo mecanicista),

los electrones en una antena emisora que oscilan rápidamente o las vibraciones de un diapasón que están generando una onda sonora. También en fenómenos biológicos aparecen las oscilaciones, por ejemplo, en la producción del sonido por las cuerdas vocales o por el movimiento de las alas de los insectos. Aunque la naturaleza de los sistemas oscilatorios pueda ser diversa, las ecuaciones que los describen presentan similitudes, razón por la cual es importante estudiar al oscilador armónico mecánico con cierto detalle [7].

A. Organización de estudio en el Área de Física

Durante el trayecto de FI y en el marco teórico de la Mecánica Newtoniana, los estudiantes abordan el estudio de sistemas físicos sometidos a fuerzas no constantes como la que describe la Ley de Hooke:

$$F = -k x, \quad (1)$$

donde, F es la fuerza ejercida por el resorte sobre un cuerpo, x la elongación o alargamiento y k la constante elástica del resorte.

El ejemplo paradigmático para tratar este tema es el de un cuerpo de masa m unido a un resorte de constante elástica k , debido a que bajo condiciones de idealidad, este sistema mecánico puro no requiere de ninguna aproximación relevante para describir un MAS (Figura 1, situación 1).

El tema se aborda a partir de la observación de distintos dispositivos como péndulos simples, de torsión, dispositivos conteniendo resortes, bandas elásticas, etc. Mediante una breve instancia de discusión entre docentes y estudiantes, se concluye que todos los dispositivos ejecutan movimientos oscilatorios y periódicos. En una segunda instancia se modela el sistema físico y su entorno, explicando todas las aproximaciones y suposiciones del mismo. Finalmente se plantea formalmente el problema en el marco teórico newtoniano. El desarrollo del Segundo Principio de Newton en particular, conduce a la ecuación diferencial lineal de segunda orden, homogénea, asociada a la dinámica del sistema:

$$x''(t) + \omega^2 x(t) = 0, \quad (2)$$

donde $x(t)$ es el apartamiento de la posición de equilibrio, t el tiempo y $\omega = \sqrt{k/m}$.

Es así como se arriba en la clase de FI a la definición del MAS. Todos los sistemas, cuya ecuación dinámica está representado por la ecuación (2) es un MAS. En algunos sistemas como el de *masa-resorte* (Figura 1, situación 1) surge directamente del desarrollo del Segundo Principio. En otros como el péndulo simple (Figura 1, situación 2) la ecuación (2) se obtiene sólo cuando el sistema es apartado un pequeño ángulo desde el punto de equilibrio. En esta última situación las ecuaciones análogas a (1) y (2) son:

$$F = -mg \text{ sen}(\theta), \quad (3)$$

$$\theta''(t) + \omega^2 \theta(t) = 0. \quad (4)$$

Es interesante destacar que en las expresiones (2) y (4) la constante ω contiene los aspectos característicos del sistema físico particular según sea el sistema físico bajo estudio (Figura 1).

La búsqueda de la solución de la ecuación (2), en FI, se ensaya a partir de correlacionar los aspectos cualitativos del sistema físico, con los conocimientos matemáticos de funciones de una variable, estudiadas en el transcurso de la asignatura Matemática A.

Las funciones periódicas y oscilatorias más sencillas que surgen son: seno y coseno. Luego a partir de las condiciones iniciales del sistema físico, se esboza la o las posibles soluciones. Cabe mencionar que los estudiantes tienen conocimientos de la correlación entre las condiciones iniciales de un sistema físico y las constantes que acompañan la evolución de la posición y la velocidad con el tiempo, por analogía con el análisis realizado sobre sistemas accionados con fuerzas constantes.

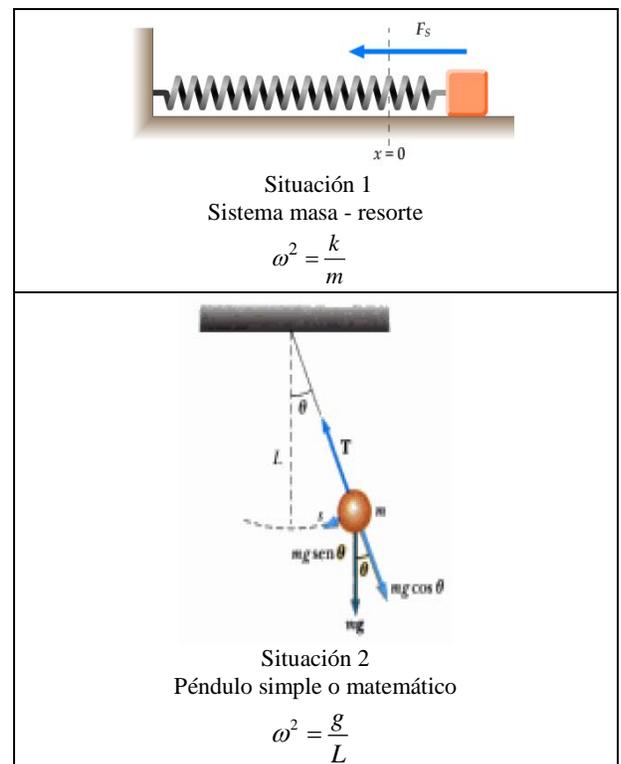


FIGURA 1. Situación 1: Sistema masa-resorte sobre una superficie ideal. Situación 2: Péndulo simple.

Las funciones matemáticas que describen dicho movimiento son [8]:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi), \quad (5)$$

derivando la expresión (5) respecto del tiempo, se obtiene la velocidad:

$$x'(t) = V_x(t) = (-A \cdot \omega) \text{sen}(\omega t + \phi). \quad (6)$$

Estas ecuaciones presentan para los estudiantes, una mayor complejidad, tanto en su interpretación física como en su uso para la resolución de problemas concretos.

Derivando la expresión (6) respecto del tiempo, se obtiene:

$$x''(t) = a(t) = (-A\omega^2) \cos(\omega t + \phi). \quad (7)$$

Con estas expresiones reemplazadas en la ecuación (2) encontramos que se verifica la ecuación dinámica del sistema. Finalmente se realiza el estudio de los aspectos energéticos de los dispositivos idealizados y se discuten los sistemas armónicos amortiguados y forzados, mostrando las ecuaciones diferenciales y las respectivas soluciones. Estos sistemas más complejos son los que más interesan a los estudiantes de ingeniería.

B. Organización de estudio en el Área de Matemática

En el tercer semestre en la asignatura MC, los alumnos abordan el estudio de las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal, desde la perspectiva matemática [9]. Utilizando conceptos del Álgebra Lineal, el alumno resuelve la ecuación diferencial lineal de segundo orden:

$$x''(t) + p(t)x'(t) + q(t)x(t) = r(t), \quad (8)$$

donde $p(t)$, $q(t)$ y $r(t)$ son funciones de la variable independiente t . La ecuación generalizada (8), representa innumerables situaciones físicas. Por ejemplo en un circuito eléctrico LCR con una fuente de alterna [10], o en un sistema masa-resorte forzado [8], la función $r(t)$ puede ser una función $\text{sen}(t)$ o $\text{cos}(t)$.

La ecuación (2) es un caso particular de la ecuación (8), con coeficientes constantes y homogénea.

En matemática, varios métodos abordan la resolución de la ecuación (2), obteniendo la forma de la solución general:

$$x(t) = c_1 \cos(\omega t) + c_2 \text{sen}(\omega t). \quad (9)$$

La función (9) es algebraicamente igual a la obtenida en (5) hallada experimentalmente en física. Se obtienen las relaciones de los pares de constantes (C_1 , C_2) y (A , ϕ) de esta forma:

$$\begin{cases} C_1 = A \cos(\phi), \\ C_2 = -A \text{sen}(\phi), \end{cases} \quad \begin{cases} A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}, \\ \phi = \arctan(-C_2 / C_1). \end{cases} \quad (10)$$

V. DISEÑO Y EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Los actores de la articulación son los alumnos de un curso de MC y los profesores de MC y FI, autores del presente

trabajo.

La experiencia se inicia en el año 2009, se replica con la implementación de diversas actividades en los años 2010, 2011 y 2012.

En lo que sigue relatamos la experiencia y resultados de *pre-test* y *post-test*, realizados a los estudiantes participantes, que nos permite realizar una primera evaluación.

A. Investigación pre-test

Durante los cursos 2010 y 2011, en la asignatura MC, antes de la realización de la experiencia se realizó a los alumnos un *pre-test*. El objetivo fue indagar cuales conceptos recordaban los alumnos del MAS estudiado en FI y si relacionaban, la solución obtenida del MAS en Física, con las soluciones analíticas encontradas para una ecuación diferencial de segundo orden en MC, ya que son presentadas con distinta notación. Las preguntas del pre-test se muestran en la Tabla II.

TABLA II. Preguntas del Pre-test sobre conceptos del MAS.

Preguntas	Pre-test
1	¿Recuerda alguna característica del Movimiento Armónico Simple (MAS)? ¿Cuáles?
2	¿Podría dar algún ejemplo de un MAS?
3	¿Recuerda la ecuación diferencial que satisface el MAS y la interpretación física de las constantes involucradas?

El *pre-test* fue anónimo. Se realizó en el espacio de aula y fue respondido por 26 alumnos en el año 2010 y por 35 alumnos en el año 2011. Las preguntas de respuesta abierta fueron analizadas en forma cuantitativa. Consideramos las categorías: no contesta, contesta mal, regular, bien y muy bien, para clasificar las respuestas en niveles de conceptualización. Los resultados se muestran en las figuras 2, 3 y 4. En los mismos se observa el porcentaje de la cantidad de alumnos según la categoría seleccionada.

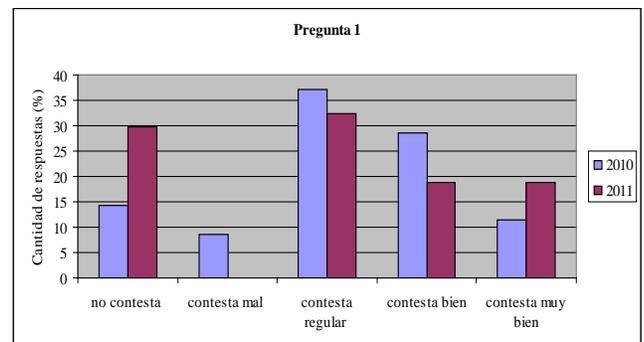


FIGURA 2. Respuestas a la pregunta 1 del pre-test. Años 2010 y 2011.

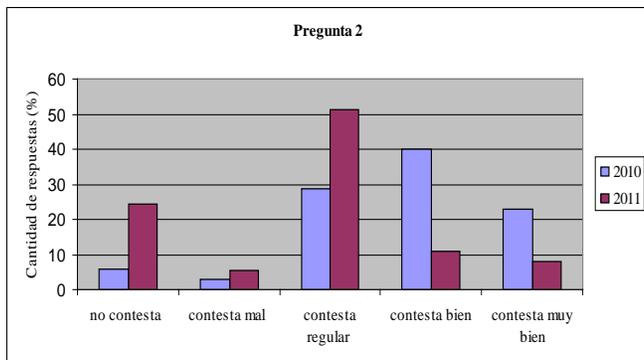


FIGURA 3. Respuestas a la pregunta 2 del pre-test. Años 2010 y 2011.

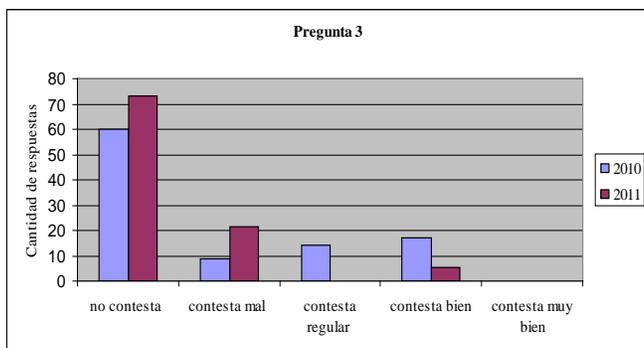


FIGURA 4. Respuestas a la pregunta 3 del pre-test. Años 2010 y 2011.

Algunas de las respuestas de los alumnos a la pregunta 1 fueron: “Velocidad máxima en el punto medio, cero en los extremos...Movimiento periódico...Fuerzas conservativas. Se conserva la energía...Tenía que ver con el seno y el coseno ...Tenía longitud de onda”.

A la pregunta 2, la mayoría de los alumnos contesta: “Péndulo... péndulo menor a 15°...resorte... resorte sin fuerzas externas”.

Un solo estudiante contestó: “Amortiguador de un automóvil”. Varios alumnos para contestar utilizaron gráficos donde dibujaron sistemas con péndulos y resortes.

En relación a la pregunta 3, en el año 2010, el 65,63 % de los estudiantes recuerda las características del MAS. El 62,85 % ejemplifica correctamente situaciones físicas que describen un MAS. El 60 %, no recuerda la ecuación diferencial que satisface el MAS ni la interpretación física de las constantes involucradas. En el año 2011 la mayoría de los alumnos no contesta esta pregunta y expresaron que no habían estudiado ese tema con profundidad en física y por eso no lo recordaban. El resto de los que contesta mal fue porque sólo escriben la expresión matemática de la solución y no interpretan las constantes involucradas en el MAS. Ningún alumno escribió la ecuación diferencial.

B. Desarrollo de la experiencia en la clase de matemática

Diversas estrategias son posibles de abordar para la implementación de una articulación. En nuestro caso, elegimos de entre otras, la participación activa de los profesores de Física, junto a los profesores de Matemática, involucrados en la experiencia. Se generó un encuentro entre todos los profesores y alumnos. Se dispuso de material didáctico experimental presentado por los profesores de FI.

Durante el encuentro, los alumnos observan los mismos dispositivos con los que el tema fue abordado en FI y asocian las expresiones matemáticas con éstos (figura 5).

Cabe destacar que simultáneamente con MC, los alumnos cursan la asignatura Física II, y surgió mucho interés cuando se trató el tema de los circuitos de corriente alterna: a) Con un inductor y un capacitor cargado, b) con un inductor, un capacitor y una resistencia y por último c) con un inductor, un capacitor, una resistencia y una fuente alterna. Se observó la analogía formal con los casos del MAS, del movimiento amortiguado, el movimiento amortiguado forzado y por último el movimiento amortiguado y forzado, arribando a la comprensión del fenómeno de resonancia.



FIGURA 5. Espacio de aula donde se realiza la experiencia. Montaje del dispositivo.

Durante el año 2011, incluimos en la clase la realización de una serie de experiencias empleando TIC. Se hizo oscilar un sistema masa-resorte y mediante el empleo de sensores de movimiento se representó la solución de la ecuación diferencial del MAS (figura 6). La toma de datos a tiempo real permitió además, contrastar los resultados experimentales con los modelos teóricos empleados en la obtención de la ecuación diferencial del MAS y dar validez a las suposiciones y aproximaciones tenidas en cuenta. Otro ejemplo analizado fue el péndulo simple y un movimiento armónico forzado. Este último movimiento se generó a partir de agregar un freno aerodinámico a un resorte como se puede ver en la figura 7.

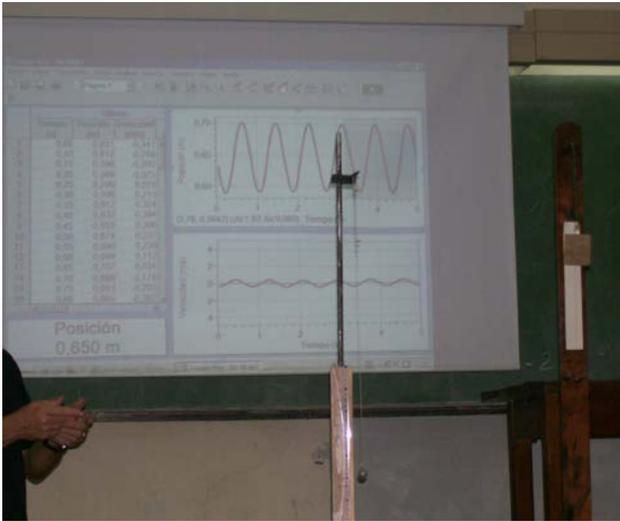


FIGURA 6. Imagen de la representación de los datos tomados por el sensor de movimiento del sistema masa-resorte.



FIGURA 7. Dispositivo presentado en la clase. Sistema masa-resorte con freno aerodinámico.

C. Respuestas y comentarios de los estudiantes al post-test realizado luego de la experiencia de articulación

Luego de la experiencia de articulación de los temas abordados, y con el objeto de validar y hacer una evaluación de la misma, es que realizamos a los alumnos participantes un *post-test*.

Las preguntas estaban orientadas a conocer su opinión acerca de si la experiencia de articulación había sido beneficiosa para ellos, y si hubiesen vinculado los temas sin la intervención de los docentes de ambas disciplinas en el

espacio del aula de matemática. Las preguntas se detallan en la Tabla III.

TABLA III. Preguntas del Post-test realizado a los estudiantes luego de realizada la experiencia de articulación.

Preguntas	Post-test
1	¿Usted hubiese vinculado las soluciones, encontradas en matemática, de la ecuación $x''(t) + \omega^2 x(t) = 0$ con la dada en Física I del Movimiento Armónico Simple (MAS) sin la intervención de los docentes? SI NO
2	¿Usted considera que la participación de los profesores de Física I en la clase de Matemática C, en esta experiencia interdisciplinaria lo ayudó a conectar los contenidos dados en ambas disciplinas?

Las respuestas a la pregunta 1, que eran respondidas por SI o por NO, se detallan en la figura 8. A la pregunta 2, los alumnos contestaron por Si o por No (figura 9) y además la mayoría de ellos expusieron comentarios.

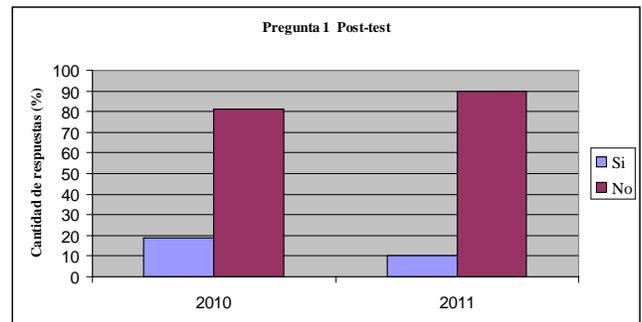


FIGURA 8. Porcentaje de alumnos que contestan por SI o NO a la pregunta 1 del post-test.

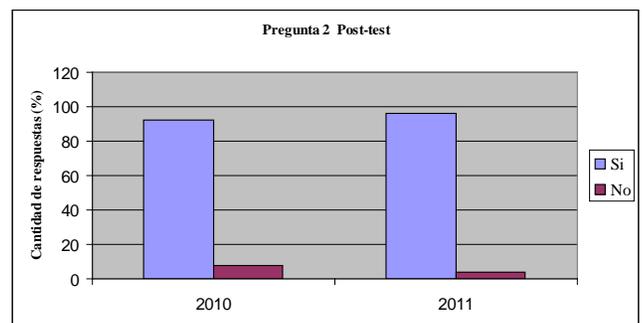


FIGURA 9. Porcentaje de alumnos que contestan por SI o NO a la pregunta 2 del post-test.

Hacemos las siguientes observaciones. Más del 80% de los estudiantes, expresó que NO hubiese vinculado las soluciones encontradas en matemática (MC) con la obtenida en física (FI). Más del 85%, contesta que SI considera que la participación de los profesores de Física I en la clase de

Matemática en esta experiencia interdisciplinaria lo ayudó a vincular los contenidos en estudio en Matemática C, Física I y Física II.

Los post-test estarían indicando la necesidad de la participación de los docentes en el proceso de vinculación entre ambas disciplinas.

Algunos comentarios a la pregunta 2, fueron: “*Si, anteriormente no veía claramente la conexión entre ambas materias, ahora me he dado cuenta de su relación, por tal razón esta experiencia me ayudo bastante en este sentido*”.....*Si, definitivamente ayudó a asimilar los contenidos y poder integrar conocimientos aplicándolo al mundo real*”...” *Si creo que ese tipo de experiencia refuerza los conocimientos matemáticos incorporados y además muestra la utilidad de las mismas en el campo físico de aplicación...Si, porque llevan conocimientos teóricos (matemáticos) a relacionarlos con los prácticos. Y así con temas de ingeniería...Me ayudó a comprender los fenómenos físicos en los sistemas masa-resorte y el péndulo....Si, porque la solución que estudiamos en física no sabíamos como se obtenía. Además recordamos los conocimientos de las dos materias y poder darle una interpretación a las soluciones de las ecuaciones diferenciales...*”.

VI. CONCLUSIONES

En el contexto de una facultad de ingeniería y con el objeto de lograr un aprendizaje significativo para los estudiantes, y teniendo en cuenta que los tiempos académicos en que se desarrollan las actividades curriculares en general son escasos, consideramos que la experiencia presentada lograría el objetivo propuesto.

Como consecuencia, los estudiantes retoman temas ya estudiados con una mirada más acabada y madura recorriendo simultáneamente conceptos físicos y su representación matemática, de manera tal, que el próximo paso de apropiación de saberes por parte de ellos, esté dirigido a la indivisibilidad física-matemática y viceversa.

Entendemos que esta experiencia de articulación, permite además, relacionar las distintas notaciones para un mismo problema en ambas disciplinas, desarrollar en los alumnos la habilidad de aplicar los conceptos adquiridos en distintos y/o nuevos contextos, generar una visión global del

tema en el contexto de carreras de ingeniería y su aplicación en el ejercicio profesional.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el marco de un Proyecto de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. “Estrategias didácticas en Ciencias Básicas. Investigación de nuevos escenarios educativos basados en TIC”. 11 / I 148.

REFERENCIAS

- [1] Boido, G., *Noticias del Planeta Tierra* (A -Z editora S. A., República Argentina, 1996).
- [2] Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H., *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, Vol. 3, (Trillas, México, 1976).
- [3] Moreira, M. A., *Aprendizaje significativo. Un concepto subyacente*. Actas del II Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo, Burgos, España (1997).
- [4] Bucari, N., Abate, S., Melgarejo A., *Un cambio en la enseñanza de las Matemáticas en las carreras de Ingeniería de la UNLP: propuesta, criterios y alcance*. Anales del IV Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería, Buenos Aires, Argentina (2004).
- [5] Bucari, N., Abate, S., Melgarejo A., *Las clases de Matemática y la construcción de un contrato didáctico diferente*, Anales de INMAT 05, Facultad de Ingeniería, UBA, Buenos Aires (2005).
- [6] Alonso, M., Finn, E. J., *Física* (Addison-Wesley Iberoamericana, S. A., Wilmington, Delaware, E.U.A. 1995).
- [7] Feynman, R., Leighton, R.-Sands, M., *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. I, Mecánica, radiación y calor, (Fondo Educativo Ineramericano, S.A., E.U.A., 1971), Capítulo 21-1.
- [8] Resnick, R., Halliday D., Krene, K., *Física* (Volumen 1, Capítulo 17, Grupo Editorial Patria, México, 2008).
- [9] Henry, R. *Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna* (Reverte, España, 2008).
- [10] Tipler, P., *Física para la ciencia y la tecnología*. (Volumen II, Reverté, España, 1999).

Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia: Uma proposta para o ensino das Ciências Espaciais a nível médio



M. A. M. Souza¹, J. J. Rodrigues², A. R. Silva³

¹Coordenação de Física, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Parnaíba, 64215-000, Parnaíba, Piauí, Brasil

²Departamento de Física, Universidade Estadual da Paraíba, Campus Araruna, 58233-000, Araruna, Paraíba, Brasil.

³Coordenação de Ciências e Humanas, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina-Central, 64000-040, Teresina, Piauí, Brasil.

E-mail: msouza.ifpi@gmail.com, msouza@ifpiparnaiba.edu.br.

(Received 17 April 2013, accepted 29 August 2013)

Resumo

Neste trabalho propomos estratégias e metodologias de ensinar tópicos de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia no Ensino Médio, através de uma Mostra Científica. A Mostra fez parte de um conjunto de ações do PIBID, programa governamental de incentivo a atividade docente, cujo foco principal é a formação docente, a melhoria do ensino nas escolas públicas, a divulgação da ciência e a formação de novos cientistas e pesquisadores. O principal desafio da atividade foi fazer a transposição didática de tópicos avançados de Física, utilizando uma linguagem acessível ao aluno, oficinas, palestras, jogos didáticos e observações astronômicas, promovendo a conexão entre as áreas de estudo e o meio que os cerca.

Palavras-chave: Astronomia, Astrofísica, Cosmologia, Ensino, PIBID.

Abstract

In this paper we propose strategies and methodologies to teach topics of Astronomy, Astrophysics and Cosmology in High School, through a Scientific Exhibition. The Exhibition was part of a set of actions PIBID, government program to encourage the teaching activity, whose main focus is teacher training, better education in public schools, dissemination of science and the training of new scientists and researchers. The main challenge of the activity was to make the didactic transposition of advanced topics in Physics, using a language accessible to students, workshops, lectures, educational games and astronomical observations, promoting the connection between study areas and their surroundings.

Keywords: Astronomy, Astrophysics, Cosmology, Education, PIBID.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb, 95.10.-a, 95.30.-k, 98.80.-k.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUÇÃO

O século XX foi marcado pelo surgimento de uma das maiores vertentes da Física, a Física moderna. Os principais avanços tecnológicos do mundo moderno se devem, em parte, ao surgimento da Mecânica Quântica e da Teoria da Relatividade que serviram de base para a descrição de uma série de fenômenos na escala atômica, nuclear e astronômica. Como exemplo temos a supercondutividade, descrita pela teoria BCS¹ (John Bardeen, Leon Cooper e John Robert Schrieffer) [1]. Temos também inúmeros

avanços na Medicina, seja do ponto de vista instrumental, para diagnóstico, por meio de aparelhos de processamento de imagem, como a Ressonância Magnética Nuclear, ou mesmo do ponto de vista clínico, através de tratamentos de radioterapia. O surgimento da Mecânica Quântica propiciou o avanço da espectroscopia e melhorou a interpretação e análise das raias espectrais emitidas pelos elementos químicos, além de servir como arcabouço teórico para outras áreas como a Astrofísica e algumas ramificações da Cosmologia.

Em contra partida, a Astronomia é considerada a mais antiga das ciências. A busca por compreender o Universo por meio de observações remonta a origem do homem, tendo seu registro mais antigo nas civilizações egípcia, assíria, babilônica e chinesa por volta de 6000 a. C, alcançou notoriedade na Grécia antiga, 600 a.C a 400 d.C, a níveis só ultrapassados no século XVI, sendo Aristóteles, Aristarco, Hiparco, Pitágoras e Ptolomeu seus maiores

¹A teoria BCS sugere que os elétrons de spin contrários, em um material no estado supercondutor, acoplam-se aos pares formando os pares de Cooper, prefigurando um estado de mais baixa energia como em um condensado de Bose-Einstein, gerando a supercondutividade. A interação capaz de sobrepor a repulsão coulombiana entre os elétrons está associada à interação dos mesmos com a rede cristalina do material, por meio do quantum de vibração da rede denominado fônon.

exponentes [2]. O seu desenvolvimento como ciência pode ser atribuído aos trabalhos de Johannes Kepler e a teoria da Gravitação Universal de Isaac Newton. A Astrofísica é uma ciência mais moderna, que visa descrever as propriedades Físicas do Universo Local (como densidade, temperatura e composição química), e dos objetos astronômicos, como estrelas e galáxias, tendo evoluído com o surgimento da Física Quântica e posteriormente da Física Nuclear [3]. Ressaltasse que não se deve confundir a Astrofísica com a Cosmologia, está última preocupasse em descrever a origem, evolução e dinâmica do Universo, tendo se estabelecido como ciência após o advento da Relatividade Geral [4], teoria esta, que serve como base para obtenção dos principais resultados e modelos atualmente aceitos pela comunidade científica, a saber, o Modelo Cosmológico Padrão, também conhecido como Big Bang².

Este trabalho tem como objetivo mostrar que alguns temas das ciências espaciais, que tratam da dinâmica e caracterização do Universo, podem ser abordados em nível conceitual no Ensino Médio. Trata-se de um esforço na busca de esclarecer fenômenos de grande importância científica e utilidade prática no mundo moderno, o que está de acordo com a proposta de Terrazzan [9], que defende a atualização do currículo de Física doravante o desenvolvimento da ciência contemporânea como necessidade de criar cidadãos conscientes capazes de transformar a realidade, e que ainda foi enfatizado por Aubrecht [10] na conferência sobre ensino de Física Moderna em Abril de 1986 no FERMILAB (Fermi National Accelerator Laboratory), Batavia, Illinois, onde foi defendida a inclusão de tópicos de pesquisa em Física no Ensino Médio. Um texto interessante sobre revisão das literaturas que tratam do tema Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio pode ser encontrado em [11].

Alguns autores têm elaborado propostas de metodologias educacionais para temas de Física Moderna no Ensino Médio, como Mecânica Quântica [12], Relatividade Restrita [13] e Física Nuclear [14]. Alguns aspectos fenomenológicos utilizando experimentos de baixo custo na determinação da constante de Planck podem ser encontrados em [15,16] e uma discussão sobre o efeito Fotoelétrico é vista em [17]. De forma geral destacamos o aspecto positivo da atividade experimental no processo ensino-aprendizagem da disciplina de Física no Ensino Médio [18]. Neste artigo, trataremos de relatar as atividades realizadas na I Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia das escolas públicas de Parnaíba, desenvolvida para os alunos da rede pública de ensino do estado do Piauí, na cidade de Parnaíba. Essas atividades foram

implementadas como parte das ações do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência). Este programa é uma iniciativa do Governo Federal que em parceria com o IFPI (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí), visa estimular, desenvolver e aperfeiçoar a prática docente a partir da atuação de alunos das licenciaturas nas escolas públicas da Educação Básica que apresentam baixo rendimento nas avaliações do MEC (Ministério da Educação).

Inicialmente, vamos discutir a motivação educacional para a proposta do ensino da fenomenologia das ciências espaciais no Ensino Médio. Depois, nas seções subsequentes, iremos abordar a metodologia utilizada para fazer a transposição didática dos conceitos envolvidos nas áreas de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia e por fim apresentaremos os resultados alcançados.

Ressalta-se que todos os experimentos desenvolvidos e apresentados na I Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia foram feitos pelos bolsistas do programa sob a supervisão e orientação dos autores deste artigo. Os experimentos foram confeccionados com material reciclável e de baixo custo, facilitando o acesso dos alunos das escolas campo a tal prática.

II. MOTIVAÇÃO EDUCACIONAL

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID), é de grande valia e importância para qualquer Instituição de Ensino Superior que ofereça cursos de Licenciatura, é uma grande oportunidade de promover o desenvolvimento da prática docente, de motivar os estudantes das licenciaturas, contribuindo para formação de profissionais capacitados e com uma mentalidade transformadora, voltada para construção e aplicação do conhecimento na sociedade tecnológica. O Subprojeto Física Parnaíba tem como principais objetivos o desenvolvimento da responsabilidade social e política da docência, articulação entre teoria e prática, valorizando o exercício docente, e a enxergar a pesquisa como princípio de formação, estimulando o uso das novas tecnologias de informação e comunicação nos processos de ensinar e aprender de forma a estabelecer ligações entre áreas do conhecimento. Principais ações do programa:

- ✓ Demonstrações de experimentos Físicos com materiais de baixo custo e fácil aquisição, que proporcionem aos estudantes a comprovação da teoria abordada em sala de aula;
- ✓ Realização de jogos, brincadeiras e gincanas com temáticas da disciplina de Física, que despertem a curiosidade dos estudantes e permitam “aprender brincando”;
- ✓ Escolha de temas transversais a serem abordados através de oficinas, dramatização, paródias, exposição de feiras, seminários e palestras;

² Termo cunhado pelo físico Fred Hoyle. A teoria surgiu a partir das observações de que o Universo está em expansão, devido ao afastamento relativo entre galáxias, fato confirmado por Edwin Hubble e que serviu para a construção dos primeiros modelos cosmológicos, baseados na Relatividade de Einstein e no modelo de Alexander Friedmann. Posteriormente, George Gamow conseguiu explicar a nucleossíntese primordial e previu a existência da Radiação Cósmica de Fundo em Microondas (RCFM) [5-7]. O modelo ganhou maior respaldo com a descoberta experimental da RCFM por Arno Penzias e Robert Wilson [8].

- ✓ Quando possível, realizar visitas a museus de ciência, exposições, usinas hidrelétricas, linhas de montagem de fábricas, frigoríficos, de forma a permitir ao aluno construir uma percepção significativa da realidade em que vive.

É ainda de fundamental importância que o Ensino de Física se volte ao desenvolvimento das competências propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM): representação e comunicação; investigação e compreensão; por fim contextualização sócio-cultural. Sendo as áreas tradicionais da Física: Mecânica, Termologia, Ótica e Eletromagnetismo traduzidas em seis temas:

1. Movimentos: variações e conservações;
2. Calor, ambiente e usos de energia;
3. Som, imagem e informação;
4. Equipamentos elétricos e telecomunicações;
5. Matéria e radiação;
6. Universo, Terra e vida.

Dentro deste contexto as ações desenvolvidas na mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia enquadram-se nas categorias 5 (Matéria e Radiação) e 6 (Universo, Terra e vida).

Embora tais conceitos tenham uma descrição quantitativa extremamente complexa, até certo ponto arraigada a uma análise empírica, é possível torná-la qualitativamente simples sem precisar recorrer a formulações matemáticas avançadas, permanecendo, entretanto, seu caráter técnico. O grande desafio foi fazer a transposição didática de tais conhecimentos de forma a torná-los inteligíveis para o aluno de Ensino Médio. Nesse ponto é de grande valia estabelecer metodologias que facilitem o aprendizado dos alunos, utilizar uma linguagem acessível, promover a conexão entre as áreas e o meio que os cerca.

III. MOSTRA DE ASTRONOMIA, ASTROFÍSICA E COSMOLOGIA

No início do terceiro trimestre de 2012 os alunos do curso de Licenciatura em Física, que são bolsistas do projeto PIBID, bem como alunos das escolas estaduais CEEP Ministro Petrônio Portella, Senador Chagas Rodrigues e Liceu Parnaibano, que integram o programa como escolas campo participaram de uma **visita técnica ao museu do Eclipse, na cidade de Sobral**³. Esta ação também marcou o início das atividades referentes a **I Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia das escolas**

³ O museu é um referencial para o mundo, sendo o único a representar a história da curvatura da Luz, comprovada em 1919. No museu estão os equipamentos utilizados pelos astrônomos ingleses, americanos e brasileiros, na época do Eclipse Total do Sol e um moderno acervo de equipamentos astronômicos, incluindo-se o mais potente telescópio do Norte e Nordeste do Brasil. Estão em exposição a luneta e as fotos originais utilizadas para comprovar a teoria de Einstein, além das fotos que registraram a presença da expedição científica em Sobral, e a edição do jornal The New York Times, que noticiou a comprovação da Teoria da Relatividade. O Museu do Eclipse está localizado estrategicamente no ponto onde foi observado o eclipse de 1919.

públicas de Parnaíba. O museu representa um marco histórico na confirmação da Teoria da Relatividade Geral do Físico Albert Einstein⁴, além de ser um forma de despertar o interesse dos estudantes das escolas campo pela ciência e ajudar a responder questionamentos a respeito da dinâmica do Universo.



FIGURA 1. Fachada do museu do Eclipse [19].



FIGURA 2. Visita ao museu do Eclipse dos alunos das escolas publicas que integram o PIBID.

No mês de Outubro foi realizada a I Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia das escolas públicas da cidade de Parnaíba-PI. O presente projeto teve como objetivo propiciar a divulgação e o acesso aos conhecimentos referentes aos fenômenos cósmicos, por meio de palestras, apresentação de banners, vídeos, oficinas e seções de observação astronômica com a utilização de um telescópio refletor de 8 polegadas⁵, além de ser uma forma de despertar o interesse, dos estudantes das escolas campo e dos visitantes do evento, pela Astronomia, Astrofísica e Cosmologia, tópicos que são investigados nos grandes centros de pesquisa.

A seguir estão listadas as atividades realizadas na Mostra, organizadas da seguinte forma: TABELA I:

⁴ A teoria da relatividade Geral geometriza o espaço, isto é, atribui às causas dos efeitos gravitacionais a curvatura do espaço tempo.

⁵ Foi utilizado um telescópio CELESTRON CPC800 XLT com GPS interno.

Palestras apresentadas. TABELA II: Lista de banners expostos no evento. TABELA III: Lista de oficinas desenvolvidas no evento e TABELA IV: Lista de jogos didáticos realizados durante o evento.

TABELA I. Palestras apresentadas.

PALESTRAS

Tópicos de Cosmologia: O Modelo Cosmológico Padrão, Inflação Cósmica e Energia escura.

Dinâmica Estelar Clássica.

Astronomia como Ciência: métodos e instrumentos de observação astronômica.



FIGURA 3. Palestra de Cosmologia ministrada pelo prof. Dr. J.J. Rodrigues, Cosmólogo da Universidade Estadual da Paraíba.

TABELA II. Lista de banners expostos no evento.

BANNERS

ASTRONOMIA

Astronomia observacional: Telescópios e Radiotelescópios.

Sistemas planetários e planetologia.

Corpos celestes: Estrelas, Planetas, cometas, asteroides.

Fenômenos astronômicos: eclipses, erupções solares, auroras boreais e austrais.

ASTROFÍSICA

Evolução estelar.

Classificação das estrelas com relação ao tamanho, brilho e índice de cor.

COSMOLOGIA

Modelos cosmológicos.

O modelo cosmológico padrão.

Energia e matéria escura.

Radiação Cósmica de Fundo em Microondas - RCFM.



FIGURA 4. Apresentação de banners pelos bolsistas do PIBID.

TABELA III. Lista de oficinas desenvolvidas no evento.

OFICINAS

Exploração espacial: Contando uma história e construindo Estações espaciais.

JatoPET.

Planetário.

Oficinas de Foguetes.

Radiotelescópio.

Montando um Espectroscópio.

Relógio de Sol.

Sistema Solar em escala.

Relógio Estelar.

Planisfério Celeste.

Simulador de Eclipses.

Alguns dos experimentos foram retirados e adaptados de sites da internet [20, 21, 22] e outros de livros texto [23, 24]. As figuras que seguem mostram alguns experimentos realizados nas oficinas e a interação dos alunos das escolas campo com os mesmos.



FIGURA 5. Estação espacial montada à direita e planetário à esquerda.



FIGURA 6. Radiotelescópio à direita e lançamento de foguetes à esquerda.

TABELA IV. Lista de jogos didáticos realizadas durante o evento.

JOGOS INTERATIVOS

Jogo interativo do cosmos.

Jogo Missões espaciais.

Jogo viagem ao sistema solar.

Banco de imagens e fotos do Museu do Eclipse.



FIGURA 7. Jogo missões espaciais à direita e o jogo viagem ao sistema solar à esquerda.

A Mostra de Física teve duração de um dia em cada escola campo. A seção de observação astronômica no IFPI foi prejudicada pelo clima na cidade de Parnaíba, sendo que esta atividade foi realizada posteriormente com as condições do clima favoráveis na data do dia 22/03/2013, no horário compreendido entre as 18:00 e 22:00 horas, onde o objetivo principal era demonstrar para os alunos a utilização de um telescópio, identificação de constelações e corpos celestes. Foram observados os planetas Saturno, seus anéis e satélites naturais, o planeta Júpiter e suas luas e o satélite natural da Terra, a Lua. Houve ainda a cobertura e divulgação da Mostra por parte de duas emissoras de TV.

V. RESULTADOS ALCANÇADOS

Diante das atividades desenvolvidas, podemos ressaltar que os resultados alcançados são significativos para a realidade local de Parnaíba assim como para formação docente dos bolsistas como futuros pesquisadores da área de ensino.

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013

A visita técnica ao Museu do Eclipse, na cidade de Sobral propiciou a divulgação científica servindo como forma de popularização da ciência, uma vez que o museu representa um marco histórico na confirmação da Teoria da Relatividade Geral, além de ter despertado o interesse dos estudantes das escolas campo pela ciência e ajudar a responder questionamentos a respeito da dinâmica do Universo, ampliando e aprimorando o conhecimento dos participantes. A montagem do banco de imagens e fotos serviu para ilustrar e mostrar para os demais estudantes, que não puderam participar da visita, a estrutura e equipamentos do Museu além dos princípios fenomenológicos do eclipse e das lentes gravitacionais.

A I Mostra de Astronomia, Astrofísica e Cosmologia das escolas públicas de Parnaíba teve como principal objetivo propiciar a divulgação e o acesso aos conhecimentos referentes aos fenômenos cósmicos, por meio de palestras, apresentação de banners, vídeos e oficinas, além de ser uma forma de despertar o interesse, dos estudantes das escolas campo e dos visitantes do evento, pela Astronomia, Astrofísica e Cosmologia. O evento também visou a formação docente através da busca por estratégias, métodos e formas de ensinar tópicos das ciências espaciais para estudantes do Ensino Médio.

A seção de observação astronômica no IFPI foi um sucesso, foi o momento que marcou os estudantes, que puderam observar pela primeira vez os corpos celestes do nosso sistema solar, foi um momento de descoberta, realização e aprendizado. De forma geral os estudantes demonstraram receptividade aos conhecimentos difundidos na Mostra reforçando o aspecto positivo desta atividade no ensino e aprendizagem dos tópicos relacionados a dinâmica e caracterização do Cosmos.

VII. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando todos os aspectos levantados neste trabalho, julgamos importante e necessária as ações do PIBID em virtude da continuidade de um processo educacional efetivo para o desenvolvimento humano e profissional dos nossos alunos licenciandos.

As vertentes mais modernas da educação defendem um ensino voltado para construção de uma mentalidade dinâmica e construtivista no aluno, e com base nesse aspecto, este trabalho explorou a possibilidade de temas que apresentam um formalismo matemático demasiadamente complexo em Física, serem trabalhados no Ensino Médio sem perda de generalidade prática, uma vez que a estrutura conceitual e filosófica dos fenômenos pode ser mantida sem recorrer a fórmulas matemáticas e sempre, na medida do possível, expondo aplicações práticas que podem ser identificadas pelo aluno no cenário científico-econômico atual. Nesse ponto, faz-se necessária a intervenção do educador como uma ponte entre o saber teórico e o conhecimento prático e contextual.

Fica como sugestão para os educadores a utilização de recursos didáticos como animações e vídeos, que hoje em dia são muito difundidos na internet, que tratem desses

assuntos. De modo geral, a ciência deve ser divulgada entre os jovens com o objetivo de despertá-los para a realidade da sociedade tecnológica, servindo como um veículo de inclusão e como forma de estímulo para formação de novos cientistas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES pelo suporte financeiro. Nosso especial agradecimento a todos os bolsistas do PIBID, aos professores Ademar Ribeiro, Josenildo Silva e Orlando Diniz pela supervisão e suporte aos licenciandos nas escolas campo. Ao professor Alexandro do Nascimento pela colaboração e ao GOA (Grupo de Astronomia Observacional) do IFPI pelo trabalho desenvolvido na seção de observação astronômica.

REFERÊNCIAS

- [1] Bardeen, J., Cooper, L. N. and Schrieffer, J. R., *Theory of Superconductivity* Phys. Rev. **108**, 1175-1204 (1957).
- [2] O Filho, K. S., Saraiva, M. F. O., *Astronomia e Astrofísica*, 2ª edição (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2004).
- [3] Bethe, H. A., *Energy production in stars*. Physical Review **55**, 434 (1939).
- [4] Einstein, A., *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*, Annalen der Physik **49**, 769 (1916).
- [5] Alpher, R. A., Beth, H. and Gamow, G., *The Origin of Chemical Elements*, Phys. Rev. **73**, 803-804 (1948).
- [6] Gamow, G., *The Origin of Elements and the Separation of Galaxies*, Physical Review **74**, 505 (1948).
- [7] Gamow, G., *The evolution of the universe*, Nature **162**, 680 (1948).
- [8] Penzias, A. A. and Wilson, R. W., *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s*, Astrophysical Journal **142**, 419 (1965).
- [9] Terrazzan, E. A., *A inserção da Física Moderna e contemporânea no ensino de Física na escola de 2º grau*, Cad. Catarinense de Ens. de Fís. **9**, 209-214 (1992).
- [10] Aubrecht, G. J., *Redesigning courses and textbooks for the twenty-first century*, American Journal of Physics **57**, 352-359 (1989).
- [11] Ostermann, F., Moreira, M. A., *Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa "Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio"*, extraído do site do Instituto de Física da UFRGS: http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol5/n1/v5_n1_a2.htm.
- [12] Greca, I. M., Moreira, M. A., Herscovitz, V. E., *Uma proposta para o Ensino de Mecânica Quântica*, Revista Brasileira de Ensino de Física **23**, 444-457 (2001).
- [13] Ostermann, F., Ricci, T. F., *Relatividade restrita no Ensino Médio: Contração de Lorentz-Fitzgerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de Física*, Cad. Brás. Ens. Fís. **19**, 176-190 (2002).
- [14] Souza, M. A. M., Dantas, J. D., *Fenomenologia Nuclear: Uma proposta conceitual para o Ensino Médio*, Cad. Bras. Ens. Fís. **27**, 136-158 (2010).
- [15] Cavalcante, M. A., Tavoraro, R. C. e Haag, R., *Experiências em Física Moderna*, Física na Escola **6**, 75-82 (2005).
- [16] Cavalcante, M. A., Haag, R., *Corpo negro e determinação experimental da constante de Planck*, Revista Brasileira de Ensino de Física **27**, 343-348 (2005).
- [17] Cavalcante, M. A., Tavoraro, R. C., Souza, F. D. e Muzinatti, J., *Uma aula sobre o efeito fotoelétrico no desenvolvimento de competências e habilidades*, Física na Escola **3**, 24-29 (2002).
- [18] de Fraga, W. B., Duarte, J. R. R., Souza, M. A. M e Silva, A. R., *Mostra experimental de Física: Uma experiência positiva no processo Ensino-Aprendizagem*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 418-422 (2012).
- [19] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Museu_do_Ec_lipse-predio.jpg.
- [20] <http://www.pontociencia.org.br/astrologia.htm>.
- [21] http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/pasta_downloads/2011/Atividade%20Pratica%20de%202011.pdf
- [22] <https://sites.google.com/site/constellatius/jogos/missoes-espaciais>.
- [23] Longhini, M. D., *Educação em Astronomia: experiências e contribuições para a prática pedagógica*, 1ª edição (Editora ATOMO, São Paulo, 2012).
- [24] Fernandes, K. C., *Construção de um radiotelescópio amador em microondas 12 GHz, dotado de um sistema automático de aquisição de dados*, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Católica de Brasília, Brasília (2007).

Influência do domínio afetivo em atividades de resolução de problemas de física no ensino médio



Gabriela Kaiana Ferreira¹, José Francisco Custódio²

¹*Colégio de Aplicação, Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Universitário Reitor João David Ferreira Lima, Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.*

²*Departamento de Física, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Universitário Reitor João David Ferreira Lima, Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.*

E-mail: gabikaiana@gmail.com

(Received 13 May 2013, accepted 29 August 2013)

Resumo

Nos últimos anos a temática da resolução de problemas tem sido amplamente investigada na área de ensino ciências e matemática em todos os níveis de instrução, todavia, pouca investigação tem sido direcionada à compreensão da influência do domínio afetivo. Nesta pesquisa pretendemos explorar duas questões principais: (1) Quais elementos do domínio afetivo influenciam diretamente o desempenho e envolvimento dos estudantes nas atividades didáticas de resolução de problemas? (2) Qual a relação entre as crenças, interesse e emoções de estudantes de física quando envolvidos nas atividades didáticas de resolução de problemas? Foram investigados um total de 27 estudantes de Física do Ensino Médio, por meio de questionários, sessões de resolução de problemas e construção de gráficos emocionais. Aprofundamos nossa investigação com 05 desses alunos, com os quais realizamos entrevistas semi-estruturadas e construímos perfis afetivos. Concluímos, principalmente, que as crenças de autoeficácia e o interesse definem em grande parte o grau de envolvimento e as emoções experimentadas pelo aluno durante a resolução de problemas, e que as experiências dos estudantes com simbolismos e representações matemáticas influenciam diretamente nas crenças que se constroem sobre sua capacidade em determinada tarefa e nas emoções desencadeadas em seu enfrentamento.

Keywords: Resolução de problemas, Domínio afetivo, Ensino de Física.

Abstract

In the recent years the issue of problem solving have been widely investigated in the science and mathematics education at all levels of teaching; however, little research has been directed at understanding the influence of the affective domain. In this work, we pretend to explore two main issues: (1) What elements of affective domain influence the engagement and performance of students in teaching activities of problem solving? (2) What the relation between students beliefs, interests and emotions in physics when engaged in teaching activities of problem solving? We investigated a total of 27 physics students from high school, through questionnaires, solving problem activities and emotional graphs. We deepen our investigation with five of those students, with whom we conducted semi-structured interviews and traced affective profile. We concluded that the self-efficacy beliefs and interest largely define the degree of engagement and the emotions experienced by the student during the solving problem. Furthermore, the experiences of students with mathematical symbolisms and representations directly influence the beliefs that they build on their ability in a given task and the emotions triggered in its resolution.

Keywords: Problem solving, Affective domain, Physics education.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Fk.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos a temática da resolução de problemas tem sido amplamente investigada na área de ensino ciências e matemática em todos os níveis de instrução [1, 2, 3]. Como boa parte das aulas de ciências e matemática é dedicada às sessões de resolução de problemas, sua importância como campo de pesquisa se justifica e representa um elemento significativo na compreensão do desenvolvimento cognitivo dos alunos [4].

Embora bastante tempo das aulas seja reservado para sessões de resolução de problemas, o que se constata é um baixo desempenho dos alunos nesse tipo de atividades, pois frequentemente não aprendem como resolver problemas, mas meramente memorizam soluções para situações que são apresentadas pelos professores como exercícios de aplicação [5, 6, 7, 8]. Nesse sentido, diversas pesquisas sinalizam que os erros dos estudantes ao resolverem problemas estão diretamente vinculados à compreensão a qual são conduzidos

a construírem de que resolver problemas é apenas uma forma de aplicação do conhecimento [9].

Procurando reverter tal situação, a literatura da área mostra extensa preocupação com a construção de heurísticas para melhorar o desempenho dos alunos em atividades didáticas de resolução de problemas. Dos trabalhos que investigaram as possíveis diferenças entre um bom e um mau solucionador de problemas, foi possível extrair recomendações de como *resolver bem* variados tipos de problemas, levando à elaboração de modelos de resolução [4, 10, 11, 12, 13, 14].

Embora estes modelos estejam baseados em perspectivas epistemológicas e pedagógicas distintas e direcionados a diferentes áreas de conhecimento, parece haver certo consenso entre os diversos autores quanto à importância de algumas etapas para o processo de resolução. Orientações sobre como proceder na resolução de uma situação problema, conforme as apresentadas nestes modelos e em outros, são, sem dúvida, fundamentais para efetuar uma boa resolução.

Ainda dentro das preocupações com a temática da resolução de problemas, algumas pesquisas se dedicaram em mostrar o papel das crenças dos professores sobre resolução de problemas [5, 15]. Por exemplo, Lopes [3] evidenciou que as justificativas para o baixo desempenho dos alunos na resolução de problemas se fundamentam, em geral, nas crenças dos professores relativamente ao que é um exercício/problema, à resolução de exercícios/problemas e ao papel do professor durante a resolução de exercícios/problemas. Custódio, Clement e Ferreira [16], constataram que os professores geralmente atribuem o fracasso das atividades de resolução de problemas à falta de habilidades de interpretação textual e matemática dos alunos. Dessas crenças, evidencia-se que a responsabilidade no êxito da resolução de problemas é toda do aluno. Ou seja, os professores não admitem que o baixo desempenho dos estudantes neste tipo de atividades, em aulas de matemática e ciências em geral, pode estar relacionado às falhas praticadas por eles próprios em seus planejamentos escolares.

Todavia, pouca investigação tem sido direcionada à compreensão da influência do domínio afetivo em atividades didáticas de resolução de problemas, em particular, na pesquisa em ensino de física. A influência do domínio afetivo na educação científica tem chamado a atenção de professores e pesquisadores, que se dedicam a explorar essa temática buscando evidenciar as implicações de elementos desse domínio na aprendizagem [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. Alsop & Watts [20] assumem a premissa que a aprendizagem é influenciada por sentimentos e emoções e, reciprocamente, sentimentos e emoções podem ser por ela influenciados. Eles desenvolvem a idéia que dependendo do *status* da relevância de um tópico, um estudante pode ter a aprendizagem estimulada ou inibida. Alsop [27] reforça a afirmativa de que as emoções têm influência significativa sobre o que acontece em sala de aula, discute a dicotomização entre razão e emoção, e caracteriza o papel geralmente negativo atribuído às emoções no processo de conhecer.

Nesse perspectiva, as poucas investigações que surgem focam a interação entre os domínios cognitivo e afetivo, *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013*

abordando a influência das crenças, das atitudes, das emoções e do interesse dos indivíduos sobre a aprendizagem, no envolvimento em atividades e no desenvolvimento ou execução de alguma tarefa.

Na resolução de problemas, Mcleod [31] e Gómez-Chacón [26] mostram que um aluno pode experimentar emoções negativas como a frustração e a tristeza ao não conseguir executar seu plano de ação frente ao problema proposto. Esses afetos negativos podem bloquear o indivíduo e levá-lo ao abandono da tarefa pelo descontrole de suas emoções. No mapeamento das emoções dos alunos resolvendo problemas de física, Ferreira e Custódio [32] e Ferreira [33] evidenciaram a estreita relação entre os afetos positivos e negativos, com o desempenho e as atitudes dos estudantes frente à resolução de um problema, implicando no sucesso ou fracasso da solução praticada.

Nesse trabalho temos como objetivo contribuir para o aprofundamento da discussão sobre a interação entre os domínios cognitivo e afetivo, bem como a implicação dessa relação para o ensino e aprendizagem de física, especialmente nas atividades de resolução de problemas. Esse artigo é parte de uma investigação mais ampla na qual exploramos a seguinte questão: Como as variáveis afetivas influenciam o envolvimento e desempenho dos estudantes nas atividades de resolução de problemas de física em sala de aula?

Concordamos com Gómez-Chacón [34] ao afirmar que os afetos formam um sistema regulador da estrutura de conhecimento do aluno, portanto, “não basta conhecer de maneira apropriada os fatos, os algoritmos e os procedimentos para garantir o sucesso nesse sujeito” (p. 24), há outros elementos envolvidos nesse processo que merecem ser explorados. Assim, a investigação da influência dos aspectos afetivos nas ADRP desenvolvidas pelos estudantes constitui um elemento vital nesse trabalho. Nesse sentido, nossa pesquisa foi orientada pelas seguintes questões:

(1) Quais elementos do domínio afetivo influenciam diretamente o desempenho e envolvimento dos estudantes nas atividades didáticas de resolução de problemas em sala de aula?

(2) Qual a relação entre as crenças, interesse e emoções de estudantes de física quando envolvidos nas atividades didáticas de resolução de problemas em sala de aula?

II. DESCRITORES BÁSICOS DO DOMÍNIO AFETIVO

Abordando a relação entre os domínios afetivo e cognitivo, Gómez-Chacón [26] explora os significados dos afetos nas atividades desenvolvidas na disciplina de matemática, apresentando elementos-chave na configuração de um marco teórico para se trabalhar a dimensão afetiva em sala de aula. De acordo com esse quadro teórico, o domínio afetivo é constituído por descritores específicos tais como as crenças, as atitudes e as emoções [26, 35, 36]. Esses elementos podem surgir a qualquer momento e em qualquer atividade realizada em sala de aula, em especial na resolução de

problemas. As **crenças** se caracterizam como o conhecimento subjetivo implícito do indivíduo baseadas na experiência que influenciam as atitudes e constituem o componente avaliativo da emoção [26]. Podem ser classificadas em termos de objetos de crenças: do aluno sobre si mesmo, sobre o professor, sobre a disciplina, entre outros [37]. Entre esses objetos de crença, se destacam as crenças do indivíduo sobre si mesmo, que se referem à visão construída pelo aluno sobre sua competência na disciplina denominadas de **autoconceito** [37] ou sua capacidade relativa a uma atividade específica denominada **autoeficácia** [38, 39].

As **atitudes** são um dos componentes referentes ao apreço, a valorização e ao interesse do indivíduo em relação ao conhecimento e à sua aprendizagem, comportando três componentes: afetivo, cognitivo e comportamental [26, 37].

As **emoções** são entendidas como respostas afetivas a um acontecimento que envolvem os sistemas psicológico, fisiológicos, cognitivo, motivacional e experiencial [26]. As emoções se manifestam após o sujeito experimentar alguma percepção ou discrepância cognitiva em relação às suas expectativas. Expectativas que são expressões das crenças dos alunos sobre si mesmo, seu papel como estudantes, entre outras crenças cruciais na estruturação da realidade social da sala de aula e que dão significado às emoções. As experiências emocionais relatadas pelos alunos estão associadas às discrepâncias cognitivas experimentadas em sala de aula, especialmente nas avaliações.

Esses três descritores básicos estão estritamente relacionados. Por serem estruturadas com base nas experiências dos indivíduos, as crenças influenciam atitudes tomadas diante das situações com as quais se depara, possuindo um conteúdo avaliativo e determinando a natureza da emoção. Experiências frequentes e relevantes com emoções negativas durante a aprendizagem de ciências podem ser fomentadoras de atitudes negativas com relação à disciplina em questão. Nessa direção, afetos positivos na sala de aula podem afetar a aprendizagem, mas nesse caso, favorecendo-a, seja aumentando o interesse do aluno com relação àquela disciplina ou promovendo o estabelecimento de vínculos afetivos com o conhecimento. O controle e o gerenciamento desses afetos determinarão, em grande parte, suas influências sobre a aprendizagem [26, 31].

O domínio afetivo é bastante complexo, apresentando uma infinidade de relações que podem ser estabelecidas entre os elementos que o compõem. Entre as variações sobre a perspectiva de domínio afetivo, DeBellis e Goldin [40] apresentam um modelo bastante interessante para o afeto tratando-o como um sistema de representações internas que trocam informações com a cognição. O modelo proposto pelos autores e todas as relações possíveis entre os elementos afetivos estão representados na figura a seguir (figura 1). Nesse modelo os autores incluem aos subdomínios das crenças, atitudes, emoções e o subdomínio dos valores, criando um modelo tetraédrico para o domínio afetivo. Os subdomínios das crenças, das atitudes e emoções, assumem as mesmas definições exploradas anteriormente, entretanto, o novo subdomínio referente aos valores inclui a moral e a ética, e “referem-se no fundo às ‘verdades pessoais’ ou compromissos cultivados pelos indivíduos” [40]. Os valores

ajudam a motivar as escolhas a longo prazo e as prioridades a curto prazo, podendo ser altamente estruturados formando um sistema de valores.

No tetraedro da figura, cada vértice representante de um subdomínio afetivo pode interagir dinamicamente com os outros vértices, representantes dos outros subdomínios. Dessa forma, atitudes, emoções, crenças e valores influenciam e são influenciados uns pelos outros. Além de interagirem em um indivíduo particular, esses subdomínios interagem com os subdomínios correspondentes de outros indivíduos. Assim, as emoções de um indivíduo interagem com as emoções de outros indivíduos, as crenças de um indivíduo interagem com as crenças de outros indivíduos, as atitudes de um indivíduo interagem com as atitudes de outros indivíduos e os valores de um indivíduo interagem com os valores de outros indivíduos. Por fim, todas essas interações são influenciadas pelas condições sociais e culturais em que a pessoa se encontra e pelos fatores contextuais externos. Atitudes, emoções, crenças e valores do indivíduo, interagem diretamente não apenas com os colegas e professores, mas também com os subdomínios correspondentes compartilhados pela cultura e sociedade.

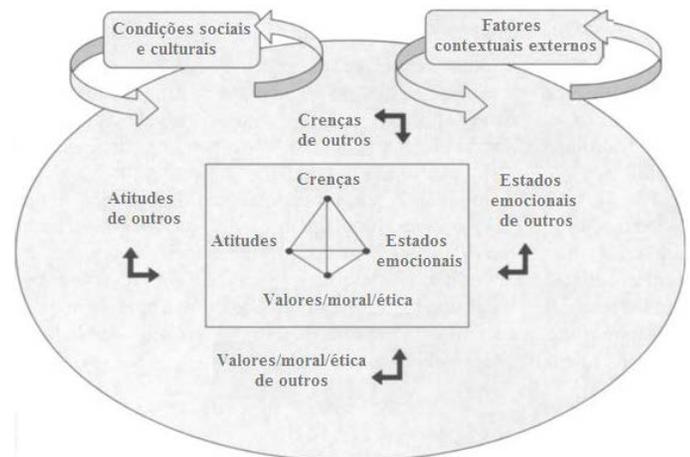


FIGURA 1. Modelo tetraédrico que descreve o domínio afetivo [39].

A literatura tem tratado o tema da resolução de problemas a partir de diversos modelos que podem ser derivados do modelo integrado de DeBellis e Goldin [40], ora evidenciando mais um conjunto de relações, ora outros. Na seção seguinte apresentamos alguns trabalhos que tratam a temática da resolução de problemas levando em conta as influências da dimensão afetiva.

II. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DOMÍNIO AFETIVO

Apesar do domínio afetivo ser um tema pouco abordado no ensino de física, na educação matemática tem ganhado seu merecido destaque. Na literatura, é possível encontrar um número razoável de resultados de pesquisas relevantes que

envolvem aspectos afetivos na resolução de problemas matemáticos em contexto de sala de aula, especialmente em situações de aprendizagem. Por exemplo, o estudo desenvolvido por Cobb, Yackel e Wood [41] nos mostra a importância de uma condução afetiva das sessões de resolução de problemas pelo professor trabalhando na contextualização social das emoções. Os autores indicam que em uma condução de aula em que o professor explicita sua crença de que interrupções e bloqueios durante a resolução de problemas são esperados e fazem parte do processo de conhecer, favorecem um aumento no nível de controle emocional e da consciência dos atos emocionais gerados nesse tipo de atividades.

Thompson e Thompson [42] investigaram como os professores utilizam as recomendações que são dadas sobre os aspectos afetivos, e como lidam com as reações dos alunos durante atividades de resolução de problemas. Os autores apontam o potencial da resolução de problemas de criar conflitos e divergências que são susceptíveis de desencadear reações afetivas em estudantes e professores. As crenças compartilhadas de que é necessário obter respostas ‘corretas’ na resolução de problemas e que há pouco valor em uma tentativa que não conduza a tal devem ser modificadas para que os alunos possam se conscientizar das reações afetivas desencadeadas pelos bloqueios e interrupções nos planos e, assim, possam gerenciar suas emoções. Assinalam ainda que a ausência total de emoções negativas entre os estudantes, como frustração e ansiedade, não precisam ser encaradas como uma indicação de um estado afetivo desejável. A questão importante consiste em saber como os alunos lidam com elas quando ocorrem e o que os leva a perseverarem em sua missão, mesmo quando isso implica algum grau de conflito.

Lester, Garfalo e Kroll [43] postulam que as falhas e o êxito na resolução de problemas em que os estudantes possuem conhecimento necessário originam-se apenas pela presença de fatores afetivos e metacognitivos que inibem a utilização apropriada desse conhecimento. Apontam ainda que o conhecimento sobre os problemas pode afetar o interesse e a autoconfiança dos alunos, e que os fatores contextuais podem afetar as crenças sobre a resolução de problemas. Assinalam que as crenças de um indivíduo sobre si mesmo, a matemática e a resolução de problemas desempenham um papel poderoso e dominante no seu comportamento na resolução de problemas.

A partir de uma perspectiva sócio-construtivista da aprendizagem e das emoções, percebida como construída pela interação dinâmica de processos cognitivos, psicológicos e motivacionais em um contexto específico, Op't Eynde, De Corte e Verschafeel [44] buscam entender a natureza desses processos e a forma como se relacionam com o comportamento dos estudantes na resolução de problemas. Nessa perspectiva, as emoções e outros processos afetivos dos estudantes são concebidos como parte integral da resolução de problemas e da aprendizagem, na qual se enfatizam duas características principais: o papel central que o processo avaliativo tem na geração da emoção e a natureza social das emoções situadas em um contexto sócio-histórico específico.

Op't Eynde, De Corte e Verschafeel [44] constatarem que muitas das emoções são frequentemente observadas em uma ordem particular. No geral, as emoções negativas estão relacionadas aos momentos em que os estudantes não conseguem resolver o problema tão fluentemente quanto esperavam, por conta da inadequação das estratégias cognitivas adotadas. A experiência emocional, em especial a negativa, pode desencadear nos estudantes um redirecionamento de seu comportamento em busca de estratégias cognitivas alternativas a fim de encontrar uma saída para o problema. Segundo os autores, somente ao experimentarem esses tipos de emoções, é que terão oportunidade de aprender a como lidar com elas.

Os autores argumentam ainda que a ocorrência de emoções negativas pode indicar que os estudantes se importam com a resolução de problemas e estão motivados a participar da atividade, e que apenas os estudantes que valorizam a busca pela resposta de um problema, estariam predispostos a se tornarem frustrados. Entretanto isso não parece garantir que o objetivo dos alunos é aprender, poderiam estar buscando atingir um bom desempenho na disciplina de matemática. Por fim, para os autores, reconhecer as emoções como pertencentes à pessoa em um contexto implica no estudo das emoções no contexto específico da sala de aula usando métodos adequados que permitam o acompanhamento dos processos de interpretação e avaliação dos estudantes momento a momento. Esse monitoramento, além de permitir aos pesquisadores acompanharem a sucessão de emoções durante um pequeno período de tempo, também evidencia a natureza altamente específica dos processos que ocorrem quando a pessoa está inserida na situação que se investiga.

DeBellis e Goldin [40] investigaram o desenvolvimento do domínio afetivo, composto pelas crenças, atitudes, emoções e valores em estudantes. Os autores concebem o afeto como um sistema de representação interna que troca informações com o sistema cognitivo, contemplando conceitos como o meta-afeto, estruturas afetivas e os constructos de integridade e intimidade matemática. Os autores evidenciam que a ocorrência das reações emocionais locais nos indivíduos tem implicações no desenvolvimento de atitudes e crenças globais com relação à matemática, assim como as atitudes e crenças exercem influência sobre as reações emocionais. Segundo os autores, o afeto tem carga de significado para o indivíduo, e uma maneira de explorar e compreender esse significado consiste em trabalhar com o meta-afeto.

Neves e Carvalho [45] afirmam que a relação afetiva estabelecida entre os estudantes e a matemática é fortemente influenciada pela relação afetiva com o professor da disciplina, e a relação de confiança estabelecida entre esses sujeitos é refletida na aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, e conseqüentemente, no desempenho dos alunos. As pesquisadoras apontam também que a relação afetiva dos alunos com a matemática é assentada essencialmente em dois pilares: as experiências anteriores dos alunos, tanto no contexto familiar, quanto com colegas de classe; e as vivências de sala de aula, incluindo as relações com os professores. As atitudes dos estudantes nas aulas de matemática, com relação às suas aprendizagens,

variam de acordo com o contexto das tarefas propostas, a orientação dessas tarefas pelo professor, o incentivo aos debates, e os desempenhos obtidos.

Neves e Carvalho [45] ressaltam que a postura participativa e atenta dos estudantes favorece a aprendizagem e estabelece uma ligação forte com a disciplina. Já os alunos passivos apenas reconhecem a importância da matemática quando ela faz falta nas situações do cotidiano.

Furinghetti e Morselli [46] buscam esclarecer a interação cognição-afeto na resolução de problemas matemáticos enfocando as emoções e as crenças dos alunos sobre si mesmo e sobre a matemática. Segundo as autoras, emoções e crenças estão relacionadas na medida em que as crenças indicam a origem de algumas das emoções experimentadas pelos estudantes. Além do mais, as crenças também podem influenciar a escolha da estratégia de resolução do problema; a expectativa com relação à estratégia escolhida, e as reações frente às dificuldades e impasses.

As autoras indicam que algumas reações afetivas, como pânico e desmotivação, não são desencadeadas apenas em alunos que tem dificuldades cognitivas na resolução de problemas matemáticos. Aspectos afetivos, como a baixa autoconfiança de um aluno na resolução de problemas, também podem ocasionar uma leitura superficial e ineficiente do enunciado do problema. Outro ponto evidenciado é que a visão de que a atividade matemática é algo centrado em um produto acabado, e não um processo de construção influenciam e modelam as reações às dificuldades e às falhas no desenvolvimento de uma tarefa. Por fim, as autoras sinalizam que, devido à complexidade do fenômeno de interação entre cognição e afeto, situações muito similares na resolução de problemas são encaradas pelos alunos de maneira muito diferente, resultando na experiência de comportamentos e afetos distintos. Entretanto, o que geralmente acontece nas salas de aulas é a classificação dessas reações simplesmente como fracasso, sem uma diferenciação e exploração adequada das sutilezas entre diferentes tipos de causas de fracassos.

Apesar da crescente preocupação de professores e pesquisadores em compreender a influência de elementos do domínio afetivo na aprendizagem da física, ainda encontramos poucos estudos sobre essa temática na literatura, em especial em contexto de sala de aula. Essa interação entre os elementos do domínio afetivo e os processos cognitivos desenvolvidos pelos estudantes no estudo de física, em particular na resolução de problemas, tem seu destaque tendo em vista a imensa carga horária das aulas de física destinada à esse tipo de atividades. Nesse sentido, desenvolvemos nosso estudo inspirados no modelo proposto por Debellis e Goldin [40] do domínio afetivo como um sistema de representações internas em interação direta com a cognição.

III. METODOLOGIA

Neste trabalho, desenvolvemos um estudo com 27 estudantes de física da terceira série do ensino médio, com idades entre

16 e 18 anos, ao longo de 52 aulas de física durante um semestre, que foram áudio e videogravadas. Nessa investigação, os estudantes responderam a um questionário motivacional, participaram de atividades de resolução de problemas com marcadores emocionais (marcadores utilizados nas redes sociais, desenhados pelos alunos junto à resolução do problema para indicar como se sentem durante a atividade) e construíram gráficos emocionais. Os problemas propostos nas sessões de resolução versavam sobre os conteúdos de eletrostática e eletrodinâmica que estavam sendo tratados nas aulas acompanhadas.

O questionário motivacional (Apêndice A), elaborado a partir de ampla revisão de literatura [26, 40, 47, 48, 49] era constituído de questões em torno dos descritores do domínio afetivo: crenças dos estudantes sobre a importância da disciplina de física e das atividades de resolução de problemas, sobre o papel do professor e sobre si mesmos; atitudes desses alunos nas resoluções de problemas; e ainda, emoções desencadeadas nos alunos enquanto envolvidos nesse tipo de atividade. O questionário, aplicado no início do ano letivo, foi importante para construirmos perfis afetivos dos estudantes. A fase de validação do questionário está descrita em Ferreira [33].

Nas atividades de resoluções de problemas tínhamos a intenção de caracterizar as variáveis afetivas quanto ao tipo, localização e intensidade com que ocorriam. Para tanto, enquanto resolviam os exercícios e problemas propostos, solicitamos aos alunos que comentassem por escrito no próprio formulário de resolução, o que sentiam, pensavam e faziam durante a resolução utilizando suas próprias palavras e os marcadores emocionais. Ainda com a finalidade de caracterizar as emoções dos estudantes e diagnosticar a interação cognição-afeto, solicitamos aos alunos que construíssem gráficos emocionais [26] (Apêndice B) traçando a variação de suas emoções no decorrer do tempo da resolução de problemas. A partir desse gráfico era possível explicitar a origem, magnitude, extensão, direção, nível de consciência e de controle das emoções. Os exercícios e problemas foram selecionados junto ao professor da disciplina e versavam sobre eletrostática e eletrodinâmica, conteúdos que consistia o plano de ensino da disciplina de física das 3ª séries investigadas.

Por fim, cinco estudantes foram selecionados para as entrevistas de acordo com sua participação e produção nas atividades de resolução de problemas. Nas entrevistas tínhamos como objetivo evidenciar os episódios afetivos que ocorriam em sala de aula, além de aprofundarmos as questões em torno dos descritores afetivos, explorando as consistências e inconsistências nas falas dos alunos. Inconsistências essas ocasionadas pelas mudanças nas crenças, objetivos ou atitudes dos alunos ao longo das aulas de física.

Nesse artigo, apresentaremos alguns resultados das reações emocionais, envolvimento e desempenho nas atividades de resolução de problemas de dois desses estudantes: Daniel e Raquel. Apresentaremos brevemente os perfis afetivos construídos com base nos questionários, nas sessões de resolução de problemas e nas entrevistas e alguns episódios afetivos de sala de aula envolvendo esses alunos. Em seguida discutiremos as relações que podem ser

estabelecidas entre os elementos do domínio afetivo desses estudantes com a aprendizagem de física, tais como a relação entre as crenças, o interesse e as emoções, e a utilização de representações simbólicas e as emoções.

IV. APRESENTAÇÃO DOS CASOS

Nesta seção apresentaremos os perfis afetivos de Raquel e Daniel e episódios afetivos durante as sessões de resolução de problemas em que é possível identificar a interação entre as variáveis afetivas e os processos cognitivos desenvolvidos pelos estudantes.

Raquel

Perfil afetivo

Raquel se considera boa solucionadora de problemas, possuindo um julgamento de autoeficácia elevado nesse tipo de atividade. Acredita que o raciocínio lógico e interpretação de texto são habilidades necessárias e fundamentais para conseguir resolver um problema de física, atribuindo à resolução de problemas a função de possibilitar o desenvolvimento de habilidades cognitivas, bem como de exercitar o reconhecimento de heurísticas de resolução. Sente-se segura resolvendo exercícios cuja solução pode ser facilmente encontrada utilizando raciocínio lógico e relaciona seus erros e falhas nas resoluções apenas às habilidades cognitivas, não atribuindo em nenhum momento suas dificuldades a fatores afetivos.

A aluna revela que seu interesse pela física varia conforme o conteúdo em estudo, o professor e seus objetivos profissionais, afirmando que esse interesse influencia seu desempenho e engajamento na resolução de problemas. Acredita que conhecer a utilidade dos conceitos estudados incentiva seu envolvimento nas aulas e nas resoluções de exercícios e problemas de física. Raquel possui objetivos escolares intrínsecos e extrínsecos, afirmando estudar física e se engajar nas atividades propostas em sala de aula, tanto com a finalidade de melhorar sua aprendizagem, quanto para obter boas notas.

Raquel acredita que o professor de física tem a função de explicar conceitos, leis e teorias, e também estabelecer relações do conhecimento físico com o cotidiano dos alunos. Na resolução de problemas, a aluna acredita que o professor é responsável por explicar os exercícios/problemas bem

como estabelecer relações entre o pensamento matemático e o pensamento físico. Para Raquel, alguns conceitos e fenômenos da física são bastante abstratos, e cabe ao professor estabelecer os limites e a validade dos fenômenos, bem como as dimensões em que o fenômeno pode ser observado. A aluna considera a resolução de problemas de física uma atividade importante desde que sejam estabelecidas relações entre os problemas e o cotidiano dos alunos.

Raquel relaciona suas experiências emocionais positivas em física com o bom desempenho nas avaliações, o sucesso na resolução de problemas interpretado como a consolidação de sua aprendizagem, a realização de atividades experimentais e a visitação a planetários, parques e museus interativos de ciências. Já suas experiências negativas estão relacionadas ao baixo desempenho nas avaliações e ao enfrentamento de representações gráficas em exercícios, problemas e textos. Raquel acredita que a exigência que faz de si mesma durante as atividades, por conta de sua autoeficácia elevada, é responsável por desencadear variações em seus estados emocionais que influenciam seu desempenho e sua atitude diante das atividades. A aluna afirma que saber gerenciar essas variações evitaria a formação de atitudes negativas com relação às atividades desenvolvidas.

Episódios afetivos

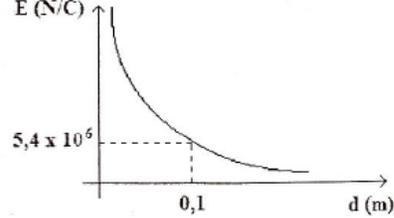
A aluna Raquel revela uma grande variação de reações emocionais durante as aulas de física, sendo grande parte delas emoções negativas devido a interrupções que experimenta nas resoluções de problemas. Geralmente, quando não consegue executar ou finalizar um plano de ação, a aluna fica bloqueada, afirmando com isso se sentir frustrada. Raquel interpreta essa situação com uma carga bastante negativa e costuma desistir da resolução sempre que fica bloqueada. Sucessivos encontros com emoções negativas nas atividades da disciplina de física são propícios à construção de uma atitude negativa, que se traduzem em frases ditas pela aluna tais como “eu odeio física”.

Um episódio afetivo que evidencia essas atitudes negativas ocorreu em uma das sessões de resolução de problemas em que a primeira questão apresentava um gráfico em seu enunciado. Esse problema exigia a manipulação e coleta de informações a partir do gráfico do campo elétrico E gerado por uma carga elétrica Q em função da distância d de um ponto P .

1) O diagrama representa a intensidade do campo elétrico, E (N/C) originado por uma carga Q , fixa, no vácuo, em função da distância à carga. Determine:

a) o valor da carga Q , que origina o campo;

b) o valor do campo elétrico situado num ponto P , a $0,6$ m da carga Q .



Marcadores emocionais	Resolução	Comentários sobre o que você sente e pensa durante a resolução.
= {	<p>a) $E = \frac{kQ}{d^2}$</p> $5,4 \times 10^6 = \frac{9,0 \times 10^9 \cdot Q}{(0,1)^2}$ $5,4 \times 10^6 \cdot 10^{-2} = 9 \times 10^9 \cdot Q$ $5,4 \times 10^4 = 9 \times 10^9 \cdot Q$ $Q = \frac{5,4 \times 10^4}{9 \times 10^9}$ <p>$Q = 0,6 \times 10^{-5} C$ $Q = 6,0 \times 10^{-6} C$</p>	
∩ ∩	<p>b) $E = \frac{kQ}{d^2}$</p> $5,4 \times 10^6 = \frac{9 \times 10^9 \cdot 6,0 \times 10^{-6}}{(0,6)^2}$	

FIGURA 2. Extrato da atividade em que a aluna Raquel desiste da resolução de problema por apresentar um gráfico em seu enunciado.

Essa sessão de resolução era composta de três problemas, e por conta da presença do gráfico e das emoções experimentadas, Raquel envolveu-se apenas no início do primeiro problema, cuja resolução é apresentada na figura abaixo. A aluna iniciou a resolução ansiosa, emoção representada pelo marcador emocional = {. Em seguida elencou o estado de desinteresse, representado pelo marcador emocional ∩ ∩. Infelizmente a aluna não fez nenhum comentário no formulário sobre o que sentia ou pensava durante a resolução de problemas, mas foi possível resgatar esses elementos na entrevista. A origem da atitude negativa em relação aos gráficos é atribuída pela própria aluna às suas primeiras experiências com a aprendizagem desse tipo de representação na disciplina de matemática ainda no ensino fundamental. Suas experiências de fracasso com gráficos no 8º ano (7ª série) contribuíram para a formação de crenças sobre esse tipo de representação na matemática, que foram sendo generalizadas pela aluna para outras disciplinas à medida que se deparava com situações semelhantes. Sucessivas experiências com os gráficos, sempre rememorando o fracasso inicial, foram responsáveis pela criação da atitude negativa frente às situações em que tem que enfrentá-lo.

No gráfico emocional construído por Raquel para essa sessão de resolução apresentado na figura a seguir, a aluna representou suas emoções inicialmente em um estado neutro declinando para estados negativos.

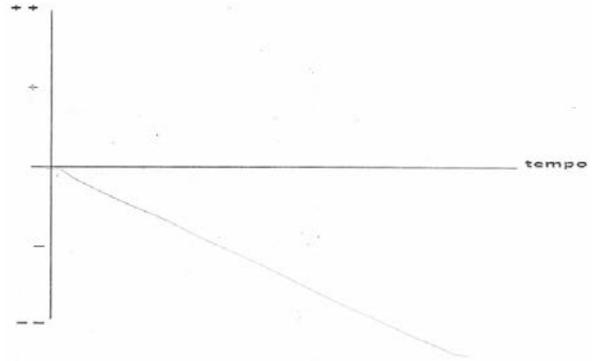


FIGURA 3. Gráfico emocional construído pela aluna para suas emoções ao longo da resolução de problemas apresentada anteriormente.

De acordo com o relato da aluna, a declinação do gráfico emocional está relacionada à presença do gráfico no problema que tentou resolver:

Raquel: Eu não gostei da questão, eu odeio gráfico.
Pesquisadora: Você odeia gráfico?
Raquel: Aham. Acho que na 7ª série [8º ano]... A gente começou a ver gráfico e eu não fui muito bem, na 7ª série em matemática. É meio que um trauma de gráfico, **eu não gosto de gráfico.**
Pesquisadora: Quando aparece o gráfico o que você pensa?
Raquel: É dá um negocio assim, é que já pergunta assim: “ah o que representa a inclinação e não sei o que?” ai eu

fico assim, aí “agora, monte um gráfico”. **Eu odeio isso, eu odeio, eu odeio o gráfico.**

Pesquisadora: Mas você nem tenta pensar em ‘dar uma chance para o gráfico’?

Raquel: Não sei, não consigo pensar dessa maneira, **não gosto de gráfico, realmente odeio.** [grifo nosso]

A afirmação de Raquel de que “eu odeio gráfico” e a atitude negativa de abandono do problema tem implicações sérias para sua aprendizagem. Esse é apenas um exemplar dos muitos problemas com representações gráficas com os quais a aluna pode se deparar, não só na disciplina de física. Abandonar a resolução de problemas é a opção encontrada pela aluna para diminuir os afetos negativos desencadeados em seu enfrentamento. No entanto essa não parece ser a melhor opção para lidar com esse tipo de bloqueio.

Daniel

Perfil afetivo

Daniel se considera um bom solucionador de problemas de física, também possuindo um julgamento de autoeficácia elevado nesse tipo de atividades. Acredita que as habilidades necessárias para conseguir resolver um problema são domínio do conteúdo e capacidade de interpretação.

O aluno revela ter interesse pela física e acredita que isso é fator essencial para se engajar nas atividades referentes à disciplina, além de exercer influência sobre seu desempenho durante a resolução de problemas e nas avaliações. Daniel também relaciona o bom desempenho nas avaliações e nas resoluções de problemas ao fato de gostar do professor e ter facilidade nas disciplinas exatas. Daniel possui objetivos escolares intrínsecos e extrínsecos, afirmando estudar física e se engajar nas atividades propostas em sala de aula, tanto com o objetivo de “aprender a interpretar e resolver situações-problema, e para entender como a física funciona”, quanto para obter aprovação escolar e em concursos vestibulares.

Daniel acredita que o professor tem papel determinante no vínculo estabelecido pelos estudantes com a disciplina de física. Para o aluno, esse vínculo, além de fator motivador para se engajar nas atividades da disciplina, é incentivo para obter um alto desempenho nas avaliações. Segundo o aluno, os professores têm expectativas sobre a performance dos estudantes, expectativas elevadas no caso de estudantes com histórico de alto desempenho acadêmico, e expectativas baixas para aqueles com histórico de baixo desempenho acadêmico. Em seu caso, um baixo desempenho nas atividades escolares decepcionaria tanto os professores, como a si mesmo, já que Daniel revela se sentir responsável em atender as expectativas criadas pelos professores.

Na resolução de problemas, o aluno acredita que a função do professor consiste em ajudar a interpretar os problemas e esclarecer dúvidas. Daniel valoriza a prática pedagógica docente e relaciona seu interesse pela disciplina com a forma com que ela é apresentada. A constante interação de Daniel com seus colegas e com o professor de física durante as aulas parece apontar a preferência do aluno a um estilo de

aprendizagem ativa. Entretanto, durante as sessões de resolução de problemas, o aluno prefere solucionar os problemas sozinho, sem interferência do professor ou de colegas.

Daniel acredita que a resolução de problemas de física é uma atividade importante para “entender os fenômenos que acontecem no nosso cotidiano”. Além de atribuir à resolução de problemas de física o papel de preparar para a realização de provas e concursos, o aluno extrapola a função dessas atividades em sala de aula, acreditando que “a importância de saber resolver um problema de física agora, é para, no futuro, também saber resolver esse problema na prática”.

O aluno atribui suas experiências emocionais positivas à obtenção de sucesso nas avaliações, descrevendo seus sentimentos nessas situações como sendo de interesse e prazer, e as experiências negativas ao baixo desempenho nas avaliações, descrevendo seu sentimento nessa situação como sendo de tristeza.

Episódios afetivos

Nas aulas de física, o aluno Daniel apresenta uma grande frequência de reações emocionais positivas, geralmente associadas ao sucesso nas resoluções de problemas. O aluno consegue desenvolver heurísticas de resolução com certa facilidade por conta de seu interesse elevado com relação à física. Sente-se satisfeito com seu desempenho e motivado a se envolver cada vez mais nas sessões de resolução de problemas, demonstrando, dessa forma, uma atitude positiva com relação a esse tipo de atividades. As raras reações emocionais negativas de Daniel na resolução de problemas ocorrem quando o aluno comete algum equívoco na solução de um problema simples, ou ainda quando solicita auxílio de algum colega ou do professor.

É possível evidenciar a interação das emoções, crenças e atitudes do aluno com o processo resolutivo durante as sessões de resolução de problemas. Em uma delas, mesmo com a orientação do professor para que os alunos resolvessem os problemas em grupos, Daniel o fez sozinho, reforçando sua preferência em trabalhar individualmente.

Nesse episódio afetivo, ocorrido na mesma sessão apresentada anteriormente para a aluna Raquel, Daniel enfrentou emoções negativas por conta de uma interrupção ainda na interpretação do problema proposto. Entretanto, diferentemente da aluna Raquel, Daniel gerenciou seus afetos, modificando seu plano de ação e redirecionando suas emoções.

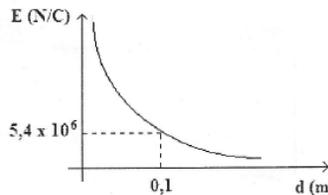
Nesse problema (resolução apresentada abaixo), o aluno utilizou os marcadores =, =, e =D representando os estados emocionais de ansiedade, alegria ou felicidade e satisfação, respectivamente. Ao lado da resolução de cada item, o aluno tece comentários que indicam as causas de seus estados emocionais.

Na entrevista Daniel atribui sua ansiedade no início do primeiro problema ao fato de, no enunciado, não estarem explícitos os dados a serem utilizados em sua resolução (trechos destacados pelas marcações em vermelho). Quando percebeu que os dados deveriam ser coletados a partir do gráfico se sentiu feliz, afirmando ter bastante facilidade em

trabalhar com esse tipo de representação (trechos destacados pelas marcações em verde e azul). A expectativa dos alunos de que os dados e informações necessárias à resolução de um problema sejam todas apresentadas em seu enunciado é bastante comum. Nesse sentido, quando há falta ou excesso de informações os alunos costumam ficar bloqueados frente

à resolução do problema, e geralmente as suas crenças de autoeficácia determinam as emoções desencadeadas e as atitudes tomadas frente à tal bloqueio. Felizmente, o aluno Daniel percebeu esse detalhe e, apesar do estado emocional negativo, resolveu o problema experimentando emoções positivas com o sucesso alcançado.

- 1) O diagrama representa a intensidade do campo elétrico, E (N/C) originado por uma carga Q , fixa, no vácuo, em função da distância à carga. Determine:
- o valor da carga Q , que origina o campo;
 - o valor do campo elétrico situado num ponto P , a $0,6 \text{ m}$ da carga Q .



Marcadores emocionais	Resolução	Comentários sobre o que você sente e pensa durante a resolução.
= { =) = D	$E = k \frac{Q}{d^2}$ $E \cdot d^2 = Q$ $Q = \frac{5,4 \times 10^6 \cdot (0,1)^2}{9 \times 10^9}$ $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $Q = 6 \mu\text{C}$	No começo eu pensei que não ia conseguir fazer e fiquei angustiado. Mas eu resolvi e fiquei feliz.
= D	$E = k \frac{Q}{d^2}$ $E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(0,6)^2}$ $E = \frac{54 \cdot 10^3}{36 \cdot 10^{-2}}$ $E = 15 \cdot 10^5 \text{ N/C}$	Nessa eu fiquei mais tranquilo e satisfeito com o resultado. (circulado)

FIGURA 4. Extrato da atividade em que o aluno Daniel experimenta a emoção negativa de ansiedade, associada ao pensamento inicial de um possível fracasso, mas que se direciona a emoções positivas, associadas ao sucesso ao longo da resolução.

Após evidenciar possuir certo controle de suas emoções no problema anterior, orientando afetos negativos à estados positivos e persistindo na resolução, Daniel passou a resolver outro problema nesta mesma sessão (resolução apresentada abaixo). Nesse problema era necessário calcular o ponto entre duas cargas Q_1 e Q_2 em que o campo elétrico resultante era nulo, exigindo assim uma abstração maior em torno da situação apresentada.

Daniel utilizou os marcadores \neq e $($ representando os estados emocionais de frustração e tristeza, respectivamente.

O aluno atribui a frustração ao fato de não conseguir escolher ou desenvolver um plano de ação adequado (trechos destacados pelas marcações em vermelho), e a tristeza ao fato de só conseguir compreender a condição inicial, em que $E_1 = E_2$, com o auxílio do professor (trechos destacados pelas marcações em marrom). Segundo o próprio aluno “Me senti frustrado, pois não sei o que fazer a partir daí [conforme marcado na resolução]. Na realidade eu nem sei se fiz a coisa certa. Triste porque só consegui entender vendo o professor fazer. Queria saber fazer por conta própria.”

- 2) Duas cargas puntiformes, $Q_1 = 4 \mu\text{C}$ e $Q_2 = 9 \mu\text{C}$, estão separadas por uma distância de 15 cm; em que ponto da reta que une essas cargas o campo elétrico resultante é nulo?

Marcadores de humor	Resolução	Comentários sobre o que você sente e pensa durante a resolução.
\neq $($	$Q_1 = 4 \mu\text{C}$ $Q_2 = 9 \mu\text{C}$ $d = 15 \text{ cm}$ $4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $9 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $15 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $E_1 = E_2$ $E_1 - E_2 = 0$ $E_1 = E_2$ $k \frac{Q_1}{d_1^2} = k \frac{Q_2}{d_2^2}$ $\frac{Q_1}{d_1^2} = \frac{Q_2}{d_2^2}$ $\frac{4}{d_1^2} = \frac{9}{(15-d_1)^2}$ $\frac{2}{d_1} = \frac{3}{15-d_1}$ $2(15-d_1) = 3d_1$ $30 - 2d_1 = 3d_1$ $30 = 5d_1$ $d_1 = 6 \text{ cm}$	Me senti frustrado pois não sei o que fazer a partir daí. (Na realidade eu nem sei se fiz a coisa certa). Triste, porque só consegui entender vendo o professor fazer. Queria saber fazer por conta própria.

FIGURA 5. Extrato da atividade em que o aluno Daniel experimenta emoções negativas associadas ao fato de não conseguir resolver o problema sem a interferência do professor.

A interrupção que causou a frustração experimentada por Daniel pode ser identificada logo no primeiro procedimento. Ao tentar encontrar os campos elétricos gerados pelas cargas Q_1 e Q_2 , o aluno demonstrou insegurança no plano de ação escolhido, desconsiderando a condição principal do problema: o campo elétrico resultante é nulo no ponto em que o somatório dos campos elétricos E_1 e E_2 gerados por cada uma das cargas Q_1 e Q_2 é zero. Além do mais, era necessário estabelecer uma relação entre as distâncias d_1 e d_2 de cada uma das cargas ao ponto indicado. Não conseguindo estabelecer outro plano de ação, Daniel solicitou orientação ao professor, o que o deixou triste por não conseguir resolver o problema por conta própria.

Nesse caso, a autoeficácia elevada de Daniel contribuiu para desencadear tanto os afetos negativos quanto para inibir alguma atitude negativa que poderia ser tomada pelo aluno, como por exemplo, o abandono do problema. Apesar das emoções negativas, o julgamento de autoeficácia elevado do aluno orientou suas atitudes em uma direção positiva, mantendo-o, dessa forma, envolvido na resolução.

No gráfico emocional construído por Daniel para essa sessão de resolução apresentado na figura a seguir, o aluno representou suas emoções inicialmente em um estado positivo (problemas 1a e 1b) declinando para estados negativos (problemas 2 e 3), em consonância com os marcadores emocionais utilizados pelo aluno ao longo da resolução apresentada anteriormente.

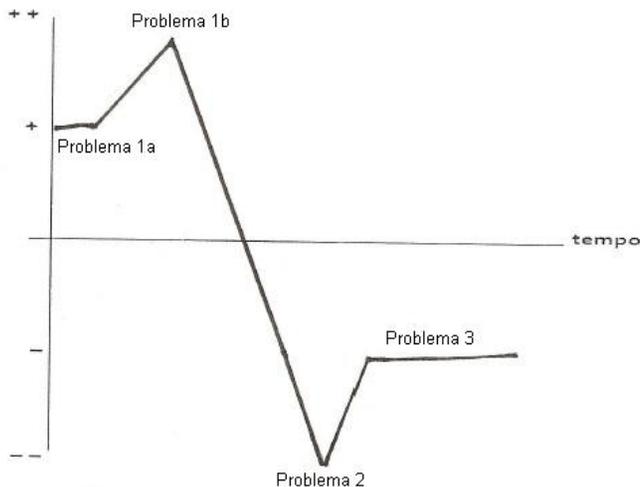


FIGURA 6. Gráfico emocional construído pelo aluno para suas emoções ao longo da resolução de problemas, problemas 1 e 2 apresentados anteriormente. O traçado para o problema 3 consta no gráfico, entretanto, optamos por não apresentá-lo.

O próprio aluno analisa seus estados emocionais dizendo que “fico meio neurótico quando eu erro as coisas, porque eu penso que eu tenho condições de entender, raciocinar e resolver o problema”. Parece-nos que as emoções negativas experimentadas por Daniel nessa sessão de resolução são decorrentes também de sua crença de autoeficácia elevada. Por se considerar um bom solucionador de problemas de

física e possuir as habilidades que considera necessárias para alcançar o sucesso na resolução, o aluno experimenta interrupções em seu plano de ação quando se depara com alguma discrepância, desencadeando assim afetos negativos. Entretanto, devido a essa crença elevada, interrupções rotineiras e comuns, como aquelas relacionadas à interpretação de unidades ou às operações com potências, não chegam a bloquear o indivíduo. Além das habilidades cognitivas, Daniel demonstra ter habilidades afetivas, sabendo gerenciar os primeiros sinais de afetos negativos em uma atividade.

Apesar desse episódio, o aluno Daniel apresenta uma grande frequência de emoções positivas. Um episódio afetivo característico dessas emoções refere-se a outra sessão de resolução, cujo enunciado do problema também envolvia representações gráficas. Nesse problema, era apresentado um gráfico relacionando os valores da diferença de potencial V em função da intensidade de corrente elétrica i que percorria um determinado resistor, medidos por um técnico eletrcista. Os alunos deveriam assinalar as proposições corretas a partir da análise do gráfico.

Nesse problema, Daniel assinalou os marcadores =) e =D representando os estados emocionais de alegria e satisfação por toda a resolução. Ao todo foram oito marcadores que evidenciaram as emoções positivas do aluno decorrentes do sucesso alcançado. Ao longo da resolução os comentários do aluno Daniel eram “Fiquei feliz e satisfeito, pois consegui resolver”.

No gráfico emocional construído por Daniel para essa sessão de resolução apresentado na figura a seguir, o aluno representou suas emoções se direcionando para estados cada vez mais positivos durante a resolução do problema.

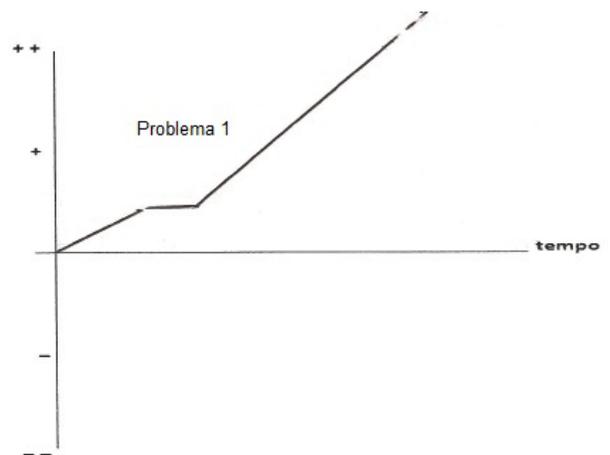


FIGURA 7. Gráfico emocional construído pelo aluno para suas emoções ao longo da resolução do problema apresentado anteriormente.

O aluno atribui suas emoções e a inclinação positiva no gráfico ao sucesso alcançado e à utilização e manuseio de representações gráficas na resolução do problema. Daniel

relata gostar de trabalhar com gráficos, afirmando sentir-se bem quando o faz:

Pesquisadora: Você gosta de trabalhar com gráfico?

Daniel: **Adoro! Gráfico para mim é a melhor parte, é o que eu mais gosto mesmo. Essa é uma das horas que eu mais me sinto bem,** quando eu olho aqui e já digo assim: “Ah, isso aqui é ôhmico, isso aqui não é!”. Ai quando faço, vou vendo, e vejo que ele [o enunciado] está dizendo exatamente isso e eu digo “Ahhh!”, é o melhor sabe, porque eu me sinto bem, e eu adoro trabalhar com gráficos. (...) Gráfico é uma coisa que eu gosto. [grifo nosso]

A atitude positiva desenvolvida por Daniel ao trabalhar com gráficos é bastante benéfica ao aluno que se sente ainda mais confiante quando se depara com esse tipo de representação na resolução de problemas. Suas reações emocionais nesse tipo de atividades são frequentemente positivas e contribuem para a adoção de uma atitude positiva na disciplina de física.

IV. DISCUSSÃO DOS CASOS

A partir dos episódios afetivos apresentados é possível perceber a influência do domínio afetivo na resolução de problemas na relação entre as crenças de autoeficácia dos alunos, seus interesses e as emoções, bem como na relação entre as representações simbólicas apresentadas nos problemas e as emoções desencadeadas no seu enfrentamento.

A. Crenças de autoeficácia, interesse pela física e emoções

As crenças de autoeficácia, definidas como o julgamento pessoal sobre a própria capacidade para organizar e executar cursos de ação para alcançar determinados objetivos, possuem função reguladora sobre o comportamento, mediando a relação cognição, emoção e motivação, possibilitando ao indivíduo controlar seus pensamentos, sentimentos e ações [39]. Com relação à aprendizagem, uma crença de autoeficácia elevada, estabelece um alto nível de motivação, que reflete em maior esforço, persistência perante dificuldades e obstáculos e propósitos consoantes com metas de aprendizagem [50]. Além disso, alunos com autoeficácia elevada, antecipam o sucesso nas tarefas, almejam alcançar objetivos acadêmicos mais elevados e possuem um alto desempenho escolar [51, 52, 53, 54, 55].

Daniel declara ter uma autoeficácia elevada na disciplina de física e em particular nas atividades de resolução de problemas. Aplica grande esforço na realização das tarefas dessa disciplina, persiste diante de dificuldades, é resiliente ao próprio fracasso, tem controle sobre o tempo de trabalho e possui desempenho acadêmico elevado. Confia nos planos de ação escolhidos para solucionar os problemas, desenvolvendo-os com bastante sucesso. Em algumas situações de bloqueios, demonstra saber lidar com as interrupções, reavaliando os planos e estratégias escolhidas

em busca de uma que seja adequada, com o objetivo de evitar o fracasso. Apresenta interesse intrínseco pela tarefa de aprendizagem da física, o que segundo ele, o motiva ainda mais a se envolver nas atividades da disciplina.

Raquel, também declara ter uma percepção de autoeficácia elevada na resolução de problemas de física, e assim como Daniel possui um desempenho elevado na disciplina de física. Entretanto o interesse de Raquel pela física e as emoções desencadeadas durante as sessões de resolução de problemas são bastante distintos. Daniel tem grande interesse pela disciplina de física e pela resolução de problemas, atribuindo a esse tipo de atividades a função de possibilitar o entendimento de fenômenos cotidianos. Já Raquel limita seu interesse a alguns conteúdos específicos da física, e atribui às atividades de resolução de problemas a função de possibilitar a aprendizagem de habilidades cognitivas, como a interpretação textual e o raciocínio lógico-matemático, bem como de exercitá-las.

Nas produções escritas de Daniel e nos marcadores emocionais utilizados pelo aluno é perceptível a frequência com que experimenta emoções positivas, sendo a mais frequente o estado de satisfação. Já a aluna Raquel experimenta uma maior frequência de emoções negativas, na maioria das vezes afirmando estar desinteressada e assustada com a resolução de problemas. O desinteresse declarado pela aluna que diz “*não tenho muito prazer estudando [física]*”, parece estar relacionado com a importância que atribui à resolução de problemas. Embora acredite que a função dessas atividades seja meramente a de exercitar habilidades cognitivas, a aluna considera importante e interessante resolver problemas quando há o estabelecimento de relações entre as questões propostas e o cotidiano a fim de explorar e esclarecer as concepções errôneas que os alunos possuem sobre os fenômenos físicos.

Apesar das tentativas do professor em contextualizar o conteúdo de eletrostática ao tratá-lo em sala de aula, tradicionalmente os exercícios/problemas referentes a esse conteúdo são essencialmente internos à física, dificultando o estabelecimento de relações entre o conhecimento físico e o mundo real. Embora Raquel apresente uma autoeficácia elevada nesse tipo de atividades, a falta de uma contextualização dos problemas parece ter sido fator determinante para o desencadeamento de afetos negativos, como o desinteresse. Parece-nos que as crenças de autoeficácia em determinado tipo de atividade, apesar de essenciais no envolvimento da aluna na tarefa [50], não é o único constructo que age no sentido de motivar a participação e o interesse nas tarefas escolares na disciplina de física. A importância atribuída pela aluna a essa atividade também foi determinante em seu nível de interesse e envolvimento. Raquel tem uma autoeficácia elevada e um bom desempenho nas avaliações e sabe desenvolver cursos de ação escolhidos na resolução de problemas, no entanto, não se interessa por essa atividade quando não percebe uma relação significativa com o mundo real.

Ressaltamos que Daniel e Raquel preferem desenvolver tarefas e atividades individualmente. Assim como Daniel declarou sua preferência em desenvolver as atividades sem auxílio ou intervenção dos colegas ou do professor, notamos

em Raquel a mesma característica, afirmando não gostar de pedir ajuda para os colegas ou para o professor nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

B. As representações simbólicas e os afetos

A utilização de representações simbólicas é frequente nos problemas de física, seja na forma de um gráfico, de uma equação, de um diagrama entre outras representações possíveis para a exposição de um problema. Nesse contexto é essencial que os alunos saibam tratar e manipular todos esses simbolismos para que resolvam com certa desenvoltura um imenso número de problemas de física presentes nos livros didáticos, apostilas e avaliações que apresentam essas representações.

Daniel, por exemplo, gosta de trabalhar com representações simbólicas matemáticas. O aluno afirma que as representações gráficas desencadeiam afetos positivos, o motivando não só a resolver os problemas de física, mas em outras situações em que aparecem nas revistas e jornais, a se engajar nas leituras relativas à sua análise. Daniel, que tem uma autoeficácia elevada, obteve sucesso na resolução dos problemas propostos em sala de aula que continham representações gráficas em seu enunciado, elencando estados emocionais positivos como representativos de seus afetos.

Todavia, Raquel não encara essas representações de maneira positiva como Daniel. A aluna, que também possui uma autoeficácia elevada na resolução de problemas, busca resolver as atividades sempre evitando equações e utilizando relações de lógica. A aluna afirma evitar utilizar as equações prontas nas resoluções de problemas, substituindo-as geralmente por relações de proporcionalidade. Além das equações, Raquel afirma não gostar da representação gráfica, por conta de sua experiência de fracasso escolar com esse tipo de representação em séries anteriores.

No extrato da aluna Raquel apresentado anteriormente, em que era necessária a análise de uma representação gráfica para a resolução do problema, as emoções experimentadas e as atitudes da aluna foram majoritariamente negativas. A aluna experimentou as emoções ansiedade, frustração, e desinteresse. Suas atitudes se revelaram a partir da conduta de evitamento do gráfico e de abandono do problema. De nossa análise, percebemos que tais atitudes negativas são opções encontradas pela aluna para diminuir as emoções negativas desencadeadas durante o enfrentamento de representações matemáticas, em especial dos gráficos. Reforçamos aqui nossa preocupação com as implicações desse tipo de atitude tomada pela aluna, já cristalizada em seu sistema de crenças por conta de suas experiências escolares, e que dificilmente sofrem mudanças.

Muitas vezes na disciplina de física, as representações simbólicas matemáticas são apresentadas como se o seu entendimento fosse claro para todos os alunos, sem uma abordagem física adequada do comportamento desses gráficos e equações. Como vimos no caso da aluna Raquel, a atitude negativa frente à representação gráfica foi construída após sucessivas experiências fracassadas, não dizendo respeito à apenas um evento isolado, mas a todo um contexto que foi a aprendizagem das representações gráficas no 8º ano

do ensino fundamental. Identificar os alunos que apresentam atitudes e emoções negativas no enfrentamento de gráficos, equações, diagramas, entre outras representações, é um primeiro passo para agir a favor da criação de atitudes positivas frente às atividades didáticas de resolução de problemas.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação realizada nos possibilitou discutir as questões propostas na introdução desse trabalho, sendo possível evidenciar as relações entre os descritores do domínio afetivo assim como propõem DeBellis e Goldin [40] na resolução de problemas de física. Primeiramente, percebemos que as crenças de auto-eficácia em um determinado tipo de atividade, embora essenciais ao envolvimento dos alunos, não consistem no único constructo que motiva o envolvimento e interesse dos alunos nas tarefas escolares de física. Os constructos de valorização e importância atribuídos pelos estudantes à uma atividade em particular ou à física também são determinantes do seu nível de interesse, de seu envolvimento e da qualidade de suas emoções [30].

Portanto, a partir dos episódios afetivos, percebemos que as crenças de autoeficácia, o interesse dos estudantes, os constructos de valorização e importância determinam o direcionamento das emoções que surgem durante as atividades didáticas de resolução de problemas, sejam elas positivas ou negativas. Além do mais, esses elementos determinam ainda o envolvimento dos alunos nas atividades. Quando intrinsecamente interessados, parecem motivados, experimentam emoções positivas e se dispõem a participar e se engajar em uma tarefa.

As crenças de autoeficácia tem origem nas experiências anteriores ou experiências vicárias [38] dos estudantes de física com relação às atividades didáticas de resolução de problemas. Como a resolução de problemas envolve, entre outras coisas, simbolismos matemáticos como gráficos, equações e tabelas, as relações que os alunos estabelecem com essas representações e a própria matematização influenciam diretamente nas crenças que se constroem sobre sua capacidade em determinada tarefa. Nesse sentido, os modos de representação, tais como gráficos e equações, também são promotores de emoções positivas ou negativas, dependendo das experiências que cada aluno teve em sua vida escolar. Portanto, seria necessário o tratamento em sala de aula destas relações para melhora do desempenho dos alunos.

Em resumo, nesse trabalho abordamos algumas das relações possíveis entre os constructos do domínio afetivo, como as crenças, emoções e atitudes, e a resolução de problemas de física. Nesse sentido, gostaríamos de reafirmar a importância de investigações que busquem a compreensão de outros aspectos, além dos destacados, da relação entre domínio afetivo e cognitivo no ensino de física. A escassez de investigações nessa perspectiva dificultam o estabelecimento de indicativos e proposições sobre como

proceder no gerenciamento dos afetos que surgem nas atividades escolares desenvolvidas pelos estudantes, seja na resolução de problemas, nas práticas de laboratório, entre outras. Acreditamos que uma maior dedicação de investigações sobre a interação afeto-cognição na física contribua para o estabelecimento de relações e proposições concretas no ambiente de sala de aula.

REFERENCES

- [1] Coronel, M. del V. and Curotto, M. M., *La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **7**, 463-479 (2008).
- [2] Vasconcelos, C.; Lopes, B., Costa, N., Marques, L. and Carrasquinho, S., *Estado da arte na resolução de problemas em Educação em Ciência*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **6**, 235-245 (2007).
- [3] Lopes, J. B., *Aprender e Ensinar Física*, (Fundação Calouste Gulbenkian e Fundação para a Ciência e Tecnologia, Lisboa, 2004), p. 430.
- [4] Pozo, J. I., *A solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender*, (Artes Médicas, Porto Alegre, RS, 1998).
- [5] Gil Pérez, D., Martínez-Torregrosa, J. and Senent Pérez, F., *El fracaso en la resolución de problemas de física: una investigación orientada por nuevos supuestos*, Enseñanza de las Ciencias **6**, 131-146 (1988).
- [6] Pozo, J. I. and Crespo, M. A. G., *Aprender y Enseñar Ciencia*, (Editora Morata, Madrid, 1998).
- [7] Peduzzi, L. O. Q., *Sobre a resolução de problemas no ensino da física*, Caderno Catarinense de Ensino de Física **14**, 229-253 (1997).
- [8] Escudero, C., *Resolución de problemas en Física: herramienta para reorganizar significados*, Caderno Catarinense de Ensino de Física **12**, 95-106 (1995).
- [9] Buteler, L., Coleoni, Y. and Gangoso, Z., *¿Qué información útil arrojan los errores de los estudiantes cuando resuelven problemas de física?: Un aporte desde la perspectiva de recursos cognitivos*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **7**, 349-365 (2008).
- [10] Costa, S. S. C. and Moreira, M. A., *Resolução de problemas IV: estratégias para resolução de problemas*, Investigações em Ensino de Ciências **1**, 105-134 (1996).
- [11] Peduzzi, L. O. Q. and Moreira, M. A., *Solução de problemas em Física: um estudo sobre o efeito de uma estratégia*, Revista Brasileira de Física **11**, 1067-1083 (1981).
- [12] Gil-Pérez, D. and Martínez-Torregrosa, J., *A model for problem solving in accordance with scientific methodology*, European Journal of Science Education **5**, 447-455 (1983).
- [13] Gil-Pérez, D., Martínez-Torregrosa, J., Ramírez, L., Carrée, A. D., Gofard, M. and Carvalho, A. M. P., *Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo*, Caderno Catarinense de Ensino de Física **9**, 7-19 (1992).
- [14] Santa, C. M. and Alvermann, D. E., *Una didáctica de las ciencias: procesos y aplicaciones*, 3rd ed. (Aique, Argentina, 1994).
- [15] Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, M. C. and Solaz-Portolés, J. J., *Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **6**, 538-561 (2007).
- [16] Custódio, J. F., Clement, L. and Ferreira, G. K., *Crenças de professores de física do ensino médio sobre atividades didáticas de resolução de problemas*, Revista Eletrónica Ensenanza de las Ciencias **11**, 225-252 (2012).
- [17] Pintrich, P. R., Marx, R. W. and Boyle, R. A., *Beyond cold conceptual change: the role of motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change*, Review of Educational Research **63**, 167-200 (1993).
- [18] Tyson, L. M., Venville, G. J., Harrison, A. G. and Treagust, D. F., *A multidimensional framework for interpreting conceptual change events in the classroom*, Science Education **81**, 387-404 (1997).
- [19] Alsop, S. and Watts, M., *Sources from Somerset Village: a model for informal learning about radiation and radioactivity*, Science Education **81**, 633-650 (1997).
- [20] Alsop, S. and Watts, M., *Facts and feelings: exploring the affective domain in the learning of physics*, Physics Education **35**, 132-138 (2000).
- [21] Villani, A. and Cabral, T. C. B., *Mudança conceitual, subjetividade e psicanálise*, Investigações em Ensino de Ciências **2**, n. 1, (1997).
- [22] Santos, F. M. T., *Afeto, emoção e motivação: uma nova agenda para a pesquisa em ensino de ciências*, Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, (Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 1997).
- [23] Santos, F. M. T. and Mortimer, E. F., *Investigando as interações afetivas nas salas de aula de Química*, Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Química, (Sociedade Brasileira de Química, Poços de Caldas, Minas Gerais, 1998).
- [24] Santos, F. M. T. and Mortimer, E. F., *How emotions shape the relationship between a chemistry teacher and her high school students*, International Journal of Science Education **25**, 1095-1110 (2003).
- [25] Pietrocola, M., *Construção e realidade: o papel do conhecimento físico no entendimento do mundo*. In Pietrocola, M. (Org.) *Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa abordagem integradora*, (Editora da UFSC, Florianópolis, 2001), pp. 9-32.
- [26] Gómez-Chacón, I. M., *Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática*, (Artmed, Porto Alegre, 2003), p. 254.
- [27] Alsop, S., *Beyond Cartesian Dualism: Encountering Affect in the Teaching and Learning of Science*, (Springer, Netherlands, 2005), p. 199.
- [28] Gök, T., *Exploring of Students' Performances, Motivation Processes and Learning Strategies in Studio Physics*, Latin American Journal of Physics Education **5**, 154-161 (2011).

- [29] Gök, T. and Silay, I., *The Effects of Problem Solving Strategies on Students' Achievement, Attitude and Motivation*, Latin American Journal of Physics Education **4**, 7-21 (2010).
- [30] Solaz-Portolés, J. J., Sanjosé, V. and Gómez, C. B., *La investigación sobre la influencia de las estrategias y la motivación en la resolución de problemas: Implicaciones para la enseñanza*, Latin American Journal of Physics Education **5**, 788-795 (2011).
- [31] Mcleod, D. B., *The role of affect in mathematical problem solving*. In Mcleod, D. B. and Adams, V. M. (Eds.) *Affect and mathematical problem solving: a new perspective* (Springer-Verlag, Nova York, 1989a), pp. 20-45.
- [32] Ferreira, G. K. and Custódio, J. F., *Influência das variáveis afetivas no envolvimento e desempenho de estudantes nas atividades de resolução de problemas de física*, Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 8., and Congreso Iberoamericano de Investigación en Enseñanza de las Ciencias, 1., (Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, Campinas, São Paulo, 2011).
- [33] Ferreira, G. K., *Investigando a influência do domínio afetivo em atividades didáticas de resolução de problemas de física no ensino médio*. Master dissertação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012, available in <<http://www.tede.ufsc.br/teses/PECT0157-D.pdf>>.
- [34] Gómez-Chacón, I. M., *La Tarea Intelectual en Matemáticas, Afecto, Meta-afecto y los Sistemas de Creencias*, Boletín de La Asociación Matemática Venezolana, v. **X**, n. 2, 225-247 (2003a).
- [35] Mcleod, D. B., *Beliefs, attitudes, and emotions: new view of affect in mathematics education*. In Mcleod, D. B. and Adams, V. M. (Eds.) *Affect and mathematical problem solving: a new perspective*, (Springer-Verlag, Nova York, 1989b), p. 245-258.
- [36] Hart, L., *Describing the affective domain: saying what we mean*. In Mcleod, D. B. and Adams, V. M. (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: a new perspective*, (Springer-Verlag, Nova York, 1989a), p. 37-45.
- [37] Mcleod, D. B., *Research on affect in mathematics education: a reconceptualization*. In: Grows, D. A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (Macmillan, NCTM, Nova York, 1992), p. 575-596.
- [38] Bandura, A., *Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change*, Psychological Review **84**, 191-215 (1977).
- [39] Bandura, A., *Self-efficacy*. In Bandura, A. *Social foundations of thought and action: a social cognitive theory* (Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, NJ, 1986).
- [40] DeBellis, V. A. and Goldin, G., *Affect and meta-affect in mathematical problem solving: a representational perspective*, Educational Studies in Mathematics **63**, 131-147 (2006).
- [41] Cobb, P., Yackel, E. and Wood, T., *Young children's emotional acts while engaged in mathematical problem solving*. In Mcleod, D. B. and Adams, V. M. (Eds.) *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (Springer-Verlag, Nova York, 1989), pp. 117-148.
- [42] Thompson, A. G. and Thompson, P. W., *Affect and problem solving in an elementary school mathematics classroom*. In Mcleod, D. B. and Adams, V. M. (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: a new perspective*, (Springer-Verlag, Nova York, 1989), pp. 162-176.
- [43] Lester, F. K., Garofalo, J. and Kroll, D. L., *Self-Confidence, Interest, Beliefs, and Metacognition: Key Influences on Problem-Solving Behavior*. In Mcleod, D. B. and Adams, V. M. (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: a new perspective*, (Springer-Verlag, Nova York, 1989), p. 75-88.
- [44] Op't Eynde, P., De Corte, E. and Verschafeel, L., "Accepting emotional complexity": *A socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom*, Educational Studies in Mathematics **63**, 193-207 (2006).
- [45] Neves, M. C. and Carvalho, C., *A importância da afetividade na aprendizagem da matemática escolar: Um estudo de caso com alunos do 8º ano*, Análise Psicológica **XXIV**, 201-205 (2006).
- [46] Furinghetti, F. and Morselli, F., *Every unsuccessful problem solver is unsuccessful in his or her own way: affective and cognitive factors in proving*, Educational Studies in Mathematics **70**, 71-90 (2009).
- [47] Baram-Tsabarj, A. and Yarden, A., *Characterizing children's spontaneous interest in science and technology*, International Journal of Science Education **27**, 803-826 (2005).
- [48] Bybbe, R. and McCrae, B., *Scientific literacy and student attitudes: perspectives from PISA 2006 science*, International Journal of Science Education **33**, 7-26 (2011).
- [49] Krapp, A. and Prenzel, M., *Research on interest in science: theories, methods, and findings*, International Journal of Science Education **33**, 27-50 (2011).
- [50] Costa, E. R. and Boruchovitch, E., *A autoeficácia e a motivação para aprender: Considerações para o desempenho escolar dos alunos*. In Azzy, R. G. and Polydoro, S. A. J. (Orgs.), *Autoeficácia em diferentes contextos* (Editora Alínea, Campinas, SP, 2006), pp. 87-109.
- [51] Pajares, F. and Valiante, G., *Self-efficacy beliefs and motivation in writing development*. In MacArthur, C. A.; Graham, S. and Fitzgerald, J., *Handbook of Writing Research*, 158-170 (2006).
- [52] Pajares, F. and Schunk, D. H., *Self-beliefs and school success: self-efficacy, self-concept and school achievement*. In Riding, R. and Rayner, S. (Orgs.), *Perception* (Ablex publishing, London, 2001), pp. 239-266.
- [53] Pajares, F. and Schunk, D. H., *The self and academic motivation: theory and research after the cognitive revolution*. In Royer, J. M. (Org.), *The Cognitive Revolution in Educational Psychology*, 165-1998 (2005).
- [54] Schunk, D. H. and Miller, S. D., *Self-efficacy and adolescent's motivation*. In Pajares, F. and Urdan, T. (Eds.), *Academic motivation of adolescents*, 29-52 (2002).
- [55] Boruchovitch, E. *A autorregulação da aprendizagem e a escolarização inicial*. In Boruchovitch, E. and Bzuneck, J.

(Orgs.), *Aprendizagem: processos psicológicos e o contexto social na escola* (Vozes, Petrópolis, 2004), pp. 55-88.

APÊNDICE A

QUESTIONÁRIO MOTIVACIONAL

1. Você se considera um bom solucionador de problemas de física?
2. Quais habilidades você julga serem necessárias para conseguir resolver corretamente um problema de física?
3. Quando você resolve problemas de física, o faz procurando melhorar sua aprendizagem, se preparar para obter boas notas, ou por outros motivos?
4. Qual o papel/função do professor nas atividades de resolução de problemas?
5. O que o professor deveria fazer para melhorar o seu desempenho na resolução de problemas de física?
6. Em sua opinião, resolver problemas de física pode ser considerado uma atividade importante? Para quê?
7. Para você, como deve ser um bom problema de física?
8. Para você, quando um problema de física passa a ser considerado de difícil resolução? Quais são as características presentes neste tipo de problema?
9. Você gosta de física? Isso influencia no seu desempenho durante a resolução de problemas?
10. Como você se sente ao resolver um problema de física durante as seguintes situações:
 - a. Em casa:
 - b. Durante as aulas:
 - c. Em prova:
 - d. Em grupo:
 - e. Em outras situações:

11. Como você se sente ao conseguir resolver um problema de física? E quando não consegue resolver?
12. Quando ocorre a sua experiência mais positiva em física? E a mais negativa? Descreva seus sentimentos nessas situações.

APÊNDICE B

GRÁFICO EMOCIONAL

1. Como você se sente depois de terminar o problema?
2. Relate brevemente por que você se sente dessa maneira.
3. Represente por meio de um gráfico em função do tempo seus sentimentos e emoções no processo de resolução desses problemas. Para a origem do eixo que representa o tempo marque se no início da resolução seu sentimento era positivo, negativo ou neutro (representado pelo ponto de origem do gráfico). Lembre-se, só você pode nos dizer como se sentia durante a resolução.



La analogía como estrategia de enseñanza del campo e interacción



Anahí Fracaro¹, Francisco Javier Perales²

¹Departamento de Física, Universidad de Mendoza, Av Boulogne Sur Mer 683, 5500, Mendoza, Argentina.

²Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad de Granada, Facultad de Ciencias de la Educación, Campus de Cartuja, 18071, Granada, España.

E-mail: anahifracaro@yahoo.com.ar

(Recibido el 16 de mayo de 2013, aceptado el 28 de Agosto de 2013)

Resumen

El artículo presenta los resultados de la aplicación de una estrategia didáctica basada en el uso de las *analogías* sobre el aprendizaje de las interacciones a distancia y del campo eléctrico, magnético y gravitatorio, vistos como un único concepto de campo, con sus similitudes y diferencias. Dicha estrategia fue aplicada en una Escuela Técnica de la República Argentina, ubicada en el nivel medio, mediante un diseño cuasiexperimental. Los resultados obtenidos muestran avances significativos en los alumnos que siguieron la estrategia señalada.

Palabras clave: Estrategia didáctica por analogías, interacciones a distancia, campo.

Abstract

The article presents the results from the application of a didactic strategy based on the use of *analogies* in learning of distance interactions and electric, magnetic and gravitational field, seen as a unique concept of field, with its similarities and differences. This strategy was applied in a technical school, located in the middle level, of the Argentina Republic by means of a quasiexperimental design. The results show significant gains in students that followed the referred strategy.

Keywords: Teaching strategy by means of analogies, distance interactions, field.

PACS: 01.40.gb, 01.40.-d

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Tanto el concepto de *campo* magnético como el de campo eléctrico y sus fuentes son cuestiones básicas, sin las cuales no se puede construir una teoría científica de fenómenos electromagnéticos. Estos, a su vez, se hallan presentes en múltiples dispositivos tecnológicos que condicionan nuestra vida diaria. Para la Física tales conceptos supusieron poner en duda la teoría mecanicista de *interacciones a distancia*, produciendo una revolución conceptual, y para la Técnica, el conocimiento de las ondas electromagnéticas fue fundamental, no solo para la construcción y funcionamiento de equipos electromagnéticos, sino también para las propias comunicaciones y el surgimiento de la nueva era de la información [1].

Por otra parte, la introducción de los conceptos de campo y de interacciones a distancia se manifiesta en los profesores como una preocupación y un desafío, dado el nivel de abstracción de los mismos, que los sitúa fuera del ámbito de la observación en la experiencia diaria. Asimismo involucra otros conceptos relevantes, tales como fuerza, carga, velocidad, corriente eléctrica y campo [2]. A pesar de esta necesidad, resultan infrecuentes los estudios

de esta naturaleza a un nivel de Educación Secundaria, ubicándose solo a nivel universitario [3].

El presente trabajo surgió a partir de la búsqueda de estrategias alternativas de enseñanza de dichos conceptos [4], centrándonos en el uso de *analogías* y *diferencias* entre los distintos campos -gravitatorios, magnéticos y eléctricos- en un proceso de ir construyendo un modelo progresivo de campo, esto es: el descubrimiento de sus fuentes, el reconocimiento de los elementos intervinientes y los fenómenos que por y en ellos se producen. Para ello se revisaron las investigaciones sobre la analogía como estrategia de enseñanza y se extrajo la metodología de enseñanza por analogías de Glynn [5, 6] como referente de esta investigación.

Se entiende por analogía el establecimiento de relaciones para comparar características semejantes entre el *análogo*, o conocimiento conocido, y el *tópico* o *blanco*, que es el nuevo contenido conceptual, procedimental o actitudinal que se pretende enseñar. Las personas usamos analogías en la vida cotidiana cuando queremos comunicar nuestras ideas sobre temas que no nos resultan familiares, recurriendo a referentes más familiares, semejantes en algunos aspectos al que queremos expresar. En el trabajo

científico, el uso de analogías ha sido un instrumento fundamental para la elaboración de nuevos conocimientos, como fue la construcción de la teoría de campo electromagnético de Maxwell, partiendo de las ideas de Coulomb, y posteriormente de Faraday [7]. En el caso particular de esta investigación, los diferentes campos son *análogos* y *blancos* al mismo tiempo ya que todos se encuentran en el mismo nivel de conocimiento por parte del estudiante. De este modo, la transferencia analógica se hace en todos los sentidos, observando cuáles son sus similitudes y diferencias, formándose un modelo general de *campo* que le permita reconocer, transferir y hacer inferencias cuando se enfrente ante un nuevo campo.

Por ello, el *objetivo general* de este trabajo busca determinar en qué grado la estrategia planteada logra formar en los alumnos un modelo de campo, de manera que pueda explicar los distintos fenómenos observados y transferirlo a otras situaciones.

II. METODOLOGÍA

Metodológicamente, la investigación responde a un diseño cuasiexperimental, con dos grupos experimentales y uno de control.

Comienza con un *Pretest* (véase como anexo), cuya aplicación tiene dos fines: indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes, de modo de ajustar la secuencia didáctica y poder contrastar, a través de un *Postest*, el nivel de conocimientos adquiridos y el avance en la construcción de modelos de interacciones a distancia y de campo. Ambos corresponden al mismo cuestionario que fue construido *ad hoc* para esta investigación.

Luego del *Pretest* se aplica una secuencia didáctica que utiliza estrategias habituales de enseñanza, dentro de la orientación constructivista, a través de un enfoque mixto: explicación del profesor, búsqueda, lectura e interpretación del material, trabajo en pequeños grupos, demostraciones experimentales, y discusión de la clase completa, exponiendo las analogías y diferencias encontradas, analizándolas y logrando el consenso grupal. Como toda herramienta didáctica, su idoneidad no está en su uso, sino en la adecuada preparación y diseño, en la elección de analogías y sus atributos [6].

Más concretamente, la secuencia didáctica fue extraída del método utilizado por Glynn [5], usando la analogía como vínculo entre el objeto o concepto conocido y el que se quiere conocer. La diferencia entre el método antes mencionado y esta investigación es -además de los conceptos involucrados y de la población participante- que cada campo (magnético, eléctrico y gravitatorio) es empleado alternativamente como blanco y como análogo, para que de la comparación de similitudes y diferencias se extraigan inferencias que lleven finalmente a un concepto general de campo, aplicable a otros tipos de campo.

Dicha secuencia, llevada a cabo con los dos grupos experimentales y que utiliza una enseñanza a través de analogías (TWA) de los conceptos de campo eléctrico,

magnético y gravitatorio, constó de los siguientes momentos:

- 1) Presentación de la estrategia didáctica por el profesor, revisando el concepto de analogía y la introducción de concepto de *blanco* y *análogo*
- 2) Introducción de los conceptos nuevos por el profesor
- 3) Lectura del material bibliográfico con guía para buscar analogías y diferencias, utilizando las relaciones indicadas
- 4) Refuerzo a través de videos
- 5) Trabajo en grupo realizando un mapeo de similitudes
- 6) Ponencia en el grupo total, orientada al establecimiento de diferencias y limitaciones de la analogía.

Después de la intervención áulica, dejando pasar tres meses, para reconocer la permanencia de los conceptos construidos (tiempo en el que se intercaló el periodo vacacional de invierno), se llevó a cabo el *Postest*.

Aunque, como hemos señalado, se trata de un diseño cuasiexperimental que, por tanto, utiliza métodos y técnicas cuantitativas, se incorporan también análisis cualitativos con objeto de no obviar la cantidad de información que se obtuvo en la investigación. Las respuestas a las preguntas abiertas del *Pretest*, las representaciones gráficas realizadas en clase por los estudiantes y las respuestas a cuestiones conceptuales, incorporadas en un trabajo de integración (trabajo de grupo), permitieron realizar una *triangulación metodológica* y neutralizar los sesgos de uno u otro método [9].

A. Población y muestra

La investigación tuvo lugar en la escuela Pablo Nogués, de la ciudad de Mendoza (Argentina), escuela media que otorga títulos profesionales, tales como Técnico Electricista y Técnico Electromecánico. En este contexto, la importancia de los conceptos de interacciones y campos, como también del cálculo y utilización de los circuitos electromagnéticos, resulta esencial para sus egresados [8].

Se eligió como población al total de alumnos de Electrotecnia de esta escuela. Esto representa cinco cursos de 22 alumnos en promedio. Se trabajó con tres de ellos, dos grupos experimentales y uno de control. En todos los casos, el tiempo de docencia fue el mismo, siguiendo en el caso del grupo de control un método expositivo, donde finalmente se daba mayor importancia al cálculo de fuerzas y de campos.

Se trata de adolescentes varones cuyas edades oscilan entre los 15 y 16 años, de clase media, media-baja y baja, distribuidos al azar desde el comienzo de clases en todos los cursos. La problemática socioeconómica del país es una variable muy importante a tener en cuenta al momento de interpretar los resultados, dado que muchos alumnos faltaron a clase en forma desmedida, o bien no tienen el incentivo familiar respecto del estudio.

La investigación fue llevada a cabo durante dos ciclos lectivos seguidos: 2010 y 2011. La primera aplicación fue

considerada Prueba Piloto, lo que permitió hacer ajustes en la Unidad Didáctica y darle validez a los resultados.

B. Instrumentos de recolección de datos

Se muestra los dos niveles de energía en cada átomo de un cristal infinito ensanchado en Los instrumentos de recolección de datos utilizados para esta investigación fueron:

- Un Pretest, para aplicarse a un grupo control y dos experimentales. Está formado por 15 preguntas abiertas, de carácter exploratorio y descriptivo. Tales preguntas son, en unos casos originales, y en otros han sido tomadas de la literatura educativa [2], [10] y [11]. Fue concebido para conocer, más allá de las concepciones alternativas de los alumnos, cuál es el punto de partida, la base sobre el cual se cimenta la construcción de nuevos conocimientos.
- Representaciones gráficas de los diferentes campos, realizadas por los alumnos.
- Trabajo Práctico de Integración de Campos (que se anexa al final del artículo), cuyas respuestas son analizadas en base al Marco Teórico y a la experiencia de los investigadores.
- Un Postest. Se trata del mismo instrumento del Pretest y el tratamiento de las respuestas es también similar.

La interpretación del Pretest se realizó de dos maneras:

- En forma cualitativa, analizando las respuestas en búsqueda de las concepciones previas de los alumnos y en el nivel científico donde se ubican, a través de un proceso flexible y dinámico, iluminado por las investigaciones que forman parte del Marco Teórico
- En forma cuantitativa, transformando el análisis de las respuestas en datos numéricos, en un proceso que consiste en darle sentido a la información recogida, para que el investigador los organice y resulten manejables [9].

Para poder interpretar el Pretest se seleccionaron cuatro contenidos fundamentales, representados en las preguntas indicadas en la Tabla I.

TABLA I. Contenidos del Pretest.

Contenidos	Número de pregunta
Interacciones	1-2-3-5-9-12
Campo	4-6-7-8-10-12- 13-15
Fuente del campo	6-8-10-11-13-14-15
Partículas intervinientes	5- 6-9-10- 13-15

Como la Educación Técnica debe otorgar competencias profesionales, cada profesor, desde su espacio curricular, debería promover capacidades que, al finalizar el ciclo, se integrarían en dichas competencias. Debido a ello, se partió de elegir las capacidades que desde Electrotecnia se deberían promover en los alumnos a través de una

La analogía como estrategia en la enseñanza de campo e interacción secuencia didáctica basada en analogías. De este modo, las respuestas al Pretest son analizadas para encontrar evidencias sobre el nivel de partida de dichas capacidades. Si bien la estrategia elegida podría desarrollar otras capacidades, como las argumentativas, para acotar la investigación se decidió delimitarlas a las tres que se muestran en la Tabla II. En dicha Tabla también se presentan las preguntas que darían información sobre las mismas.

TABLA II. Capacidades analizadas.

Capacidad	Número de pregunta
1- De utilizar las leyes de Newton para explicar un fenómeno concreto	1-2-3-5-9
2- De interpretar los fenómenos utilizando el concepto de campo	4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15
3- De reconocer situaciones analógicas y extrapolar conclusiones	(2-3)-(5-9)-(6-7)- (14-15)

Finalmente, se formularon indicadores que mostrarían que dicha capacidad es alcanzada o no. Las posibles respuestas a los indicadores se extrajeron de las categorizaciones que se obtuvieron de las respuestas dadas en la Prueba Piloto, asignándoseles un dígito además para poder luego ser procesadas, de modo que el dígito mayor indique la mayor capacidad.

Los indicadores para reconocer la *Capacidad 1* “De utilizar las leyes de Newton para explicar un fenómeno concreto”, se muestran en la Tabla III.

TABLA III. Indicadores para reconocer la *Capacidad 1* “De utilizar las leyes de Newton para explicar un fenómeno concreto”.

Indicadores	Categorías posibles
I. Utiliza las leyes de Newton	1. No contesta o lo hace en forma errónea 2. Explica con conceptos de energía o trabajo 3. Explica a través de fuerzas, en forma incorrecta o incompleta 4. Utiliza correctamente las leyes
II. Grafica adecuadamente las fuerzas	1. No grafica 2. En forma incorrecta 3. En forma parcial 4. Grafica en forma correcta
III. Reconoce las fuentes de las fuerzas	1. No 2. Sí

La *Capacidad 2* “De interpretar los fenómenos a través del concepto de campo” está desglosada en cinco indicadores, que se exponen en la Tabla IV.

TABLA IV. Indicadores para reconocer la *Capacidad 2* “De interpretar los fenómenos a través del concepto de campo”

Indicadores	Categorías posibles
I. Explica los fenómenos gravitatorios a través del concepto de campo	1. No contesta 2. La gravedad como propiedad de la Tierra 3. La interacción entre dos cuerpos 4. Explica a través del concepto de campo
II. Explica los fenómenos eléctricos a través del concepto de campo	1. No contesta 2. La electrización a través de procedimientos 3. Explica a través de fuerzas eléctricas 4. Explica a través del concepto de campo
III. Explica los fenómenos magnéticos a través del concepto de campo	1. No contesta 2. Magnetismo como atracción 3. Magnetismo como electricidad 4. Utiliza el modelo de campo
IV. Reconoce las fuentes del campo	1. No 2. En forma incorrecta 3. Sí
V. Reconoce las partículas o elementos intervinientes	1. No 2. En forma incorrecta 3. Sí

La *Capacidad 3* “Interpreta analógicamente las cuestiones y transfiere los conocimientos” es analizada según dos indicadores diferentes, complementarios, no excluyentes:

- Si realiza comparaciones en sus respuestas respecto de situaciones o fenómenos similares. (Este indicador no es excluyente debido a que, al tratarse de preguntas abiertas y al no habersele indicado al alumno que realice comparaciones, pueden o no estar en forma escrita, más allá que pueda o no haberlas utilizado).
- Triangulación de respuestas que deberían coincidir en su forma explicativa, según la Tabla II de Capacidades analizadas. En él se indican pares de preguntas cuyas respuestas se pueden responder en forma análoga.

La matriz de datos se realiza analizando pregunta por pregunta, tomando como variables los distintos indicadores. Cada una de ellas puede tener indicadores que representen a capacidades diferentes, es decir, cada respuesta puede dar evidencias de una o más capacidades. Finalmente se triangulan las respuestas, según las preguntas que aporten evidencias respecto a la capacidad que se quiere investigar, tal como se observa en la Figura 1.

III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Para el Pretest se realizó primeramente un estudio cuantitativo de las respuestas. Investigaciones que ya habían sido estudiadas, y que conforman el Marco Teórico, mostraron cómo reconocer las categorías en la que se

desglosaría cada indicador. En algunos casos se adoptó tomando en cuenta las respuestas de los alumnos a la prueba piloto (procedimiento inductivo) y, en otras, las propias categorías dadas por dichos estudios (procedimiento deductivo). Y es así, como se utilizaron como base los trabajos de Guisasola *et al.* [2], Furió y Guisasola [10] y Watts [11].

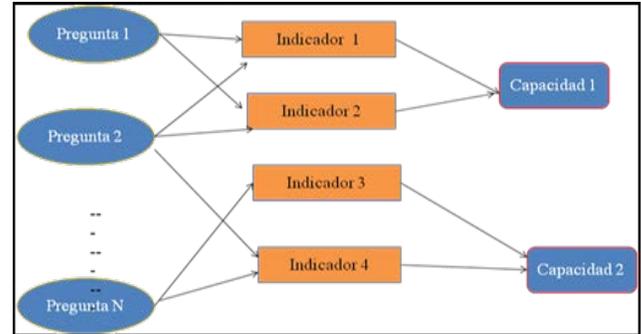


FIGURA 1. Análisis de las preguntas a través de indicadores.

Pero, además, se estudiaron algunas respuestas, en forma cualitativa, teniendo también como referencia las investigaciones mencionadas, y otras como las de Llancaqueo [12] y Martín y Solbes [1]. Esto, además de reconocer las concepciones previas, permitiría la triangulación metodológica.

A partir de los datos surgidos en la Prueba Piloto, se puso a punto la Unidad Didáctica, adecuando las actividades y agregando otras, de modo que, en el tiempo estipulado, pudieran realizarse. Se utilizó, como estrategia transversal, tal como lo indicara Glynn [6], el *método de enseñanza por analogías*.

A los resultados de dicho Test se le realizaron análisis cuantitativos a fin de observar el grado de consecución de las capacidades elegidas y la eficacia de la estrategia a través de las analogías. Para ello, se compararon las respuestas del grupo control, al que no se le aplicó la estrategia, con las de los dos grupos experimentales.

Finalmente, se hicieron análisis cualitativos complementarios, que permitieron conocer cómo imaginan y razonan los alumnos:

- De los dibujos que ellos hicieron de cómo imaginan el campo gravitatorio y eléctrico, tomando como referencia el campo magnético, que visualizaron a través de un imán y limaduras de hierro.
- De los ítems de carácter conceptual referidos a los diferentes campos, propuestos en el trabajo de integración realizado en grupo, los cuales fueron extraídos de diversas investigaciones que conforman el Marco Teórico.

A. Resumen de las concepciones previas identificadas y analizadas

Dichas concepciones se extrajeron de las respuestas al Pretest así como de los dibujos realizados por los alumnos

referidos anteriormente. A continuación, se exponen los resultados de dichos análisis:

- Los estudiantes no pueden explicar los fenómenos aplicando las leyes de la Dinámica. No reconocen el concepto de interacción.
- Confunden el concepto de *fuerza* con otros tales como velocidad, trabajo, inercia y presión.
- La gravedad es una propiedad de la Tierra, y únicamente de ella.
- La gravedad es una fuerza que cae sobre los cuerpos, diferente del peso.
- El campo gravitatorio acaba cuando termina la atmósfera.
- El magnetismo es una propiedad del imán.
- Reconocen la electrización como “*estática*”, pero no pueden explicarla. No lo hacen con el concepto de carga.
- Se explican los fenómenos eléctricos a través de procedimientos. Por ejemplo: “*al frotar el peine adquiere estática*”.
- Utilizan el concepto de campo eléctrico y magnético en forma indistinta, dado que no reconocen las fuentes.
- No existe el campo si no hay medio material que lo sustente.

B. Nivel alcanzado en las capacidades analizadas

Capacidad 1: “De utilizar las leyes de Newton para explicar los fenómenos físicos”

Esta capacidad, si bien no fue tratada desde la estrategia docente, sí fue analizada ya que era necesaria como punto de partida para la incorporación de nuevos conceptos, no solo para reconocer los conocimientos previos desde los cuales partir en la unidad didáctica y adaptarla a los mismos, sino para explorar en qué medida la estrategia influyó en dicha capacidad.

El estudio de los resultados del *Pretest* evidenció que los tres grupos, el de control y los dos grupos experimentales, presentaron características similares, mostrando que no habían recibido una enseñanza formal de las leyes de la dinámica. Confundían el concepto de fuerza con el de energía, trabajo e inercia, y no sabían representarla. Los resultados obtenidos se sintetizan así:

- Alrededor del 60% de los alumnos de los tres grupos no podrían explicar los fenómenos de interacciones, el 30 % lo podía hacer en forma parcial, y solo el 4% comprendían el fenómeno.
- En cuanto a la representación gráfica de las fuerzas intervinientes, el 65% de los estudiantes no las representó, el 25 % lo hizo en forma incorrecta (dibujó velocidades, o la gravedad como una fuerza que cae) y el 5% en forma parcial (dibujó las acciones, pero no las reacciones). Cuando dibujaron fuerzas lo hicieron con “flechas”, que podían ser curvas o rectas, que “salen” de cualquier cuerpo o “caen” sobre los cuerpos.

La analogía como estrategia en la enseñanza de campo e interacción

- Respecto de las fuentes, solo el 20% de los estudiantes identificó entre qué elementos se producen las fuerzas.

Luego de la intervención áulica, los resultados del *Postest*, mostraron que:

- Si bien los tres grupos tuvieron un comportamiento homogéneo y similar en el *Pretest*, el *Postest* mostró un mejor desarrollo de esta capacidad en los grupos experimentales.
- Alrededor del 40% de dichos alumnos pudieron utilizar las leyes de la dinámica para explicar los fenómenos, respecto del 25 % del grupo control.
- En general, los alumnos no pudieron graficar las interacciones, solo dibujaron las acciones. No obstante, el 70 % de los alumnos del grupo experimental reconoció entre qué elementos se producían las fuerzas, en comparación con el 45% del grupo control.
- Finalmente, respecto de la Capacidad 1 analizada, el grupo control tuvo la mayor cantidad de respuestas ubicadas en la mitad de escala: esto es, en una escala del 1 al 40, se ubicarían en los intervalos (13-16) y (17-20). Los grupos experimentales, en cambio, lo hicieron en los intervalos (25-28) y (29-32), tal como se observa en la Figura 2.

De los resultados anteriores, y recordando que la estrategia por analogías no fue aplicada para aprender las leyes de la dinámica, podemos inferir que el uso de dicha estrategia durante el resto de la intervención áulica influyó en la adquisición y permanencia de los conocimientos que conforman la Capacidad 1.

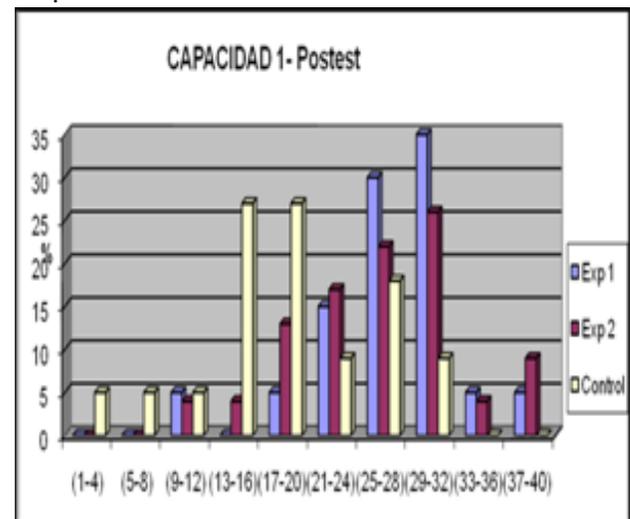


FIGURA 2. Capacidad 1: “De utilizar las leyes de Newton para explicar los fenómenos físicos”.

Capacidad 2: “De interpretar los fenómenos utilizando el concepto de campo”

Esta capacidad se analizó a través de cinco indicadores (Tabla 4). Las respuestas a las preguntas del test nos daban evidencias del nivel alcanzado de los mismos.

El *Pretest* mostró que:

- Los alumnos de los tres grupos no utilizaban el concepto de campo para explicar los fenómenos gravitatorios, eléctricos y magnéticos.
- Explicaban la gravedad como una propiedad de la Tierra y la atracción magnética como una propiedad del imán (alrededor del 33%).
- El imán atraería a otros cuerpos porque contiene cargas positivas en uno de los polos y negativas en el otro (alrededor del 15%).
- Alrededor del 50% de los alumnos no podían explicar los fenómenos gravitatorios, eléctricos o magnéticos.
- Un 40% explicaba el campo eléctrico a través de los procedimientos de electrización: por rozamiento o por contacto.
- Un 80% de los alumnos no reconocía las fuentes del campo y el mismo porcentaje no comprendía entre qué partículas se producen las interacciones.

Cabe recordar que los estudiantes no habían tenido instrucción formal en Física en los años anteriores, y dicho espacio curricular era desarrollado a la par de Electrotecnia. Por ello las respuestas fueron imprecisas, a veces representadas con una palabra, como “*estática*”, “*magnetismo*”; otras, confundiendo conceptos: “*la Tierra atrae los cuerpos porque tiene un campo magnético*”.

Comparativamente, el análisis de las respuestas al *Postest*, después de la intervención áulica aplicando la estrategia por analogías a los grupos experimentales, mostró que:

- Respecto del campo gravitatorio, los alumnos de los grupos experimentales lograron en un gran porcentaje avanzar conceptualmente, al explicar los fenómenos a través de interacciones (un incremento del 30%). En contrapartida, el grupo control obtuvo dicho aumento a favor de explicar la gravedad como propiedad de la Tierra. No obstante, solo el 8% de los alumnos de los tres grupos utilizó el concepto de campo.
- Respecto del campo eléctrico, en los tres grupos hubo un cambio conceptual positivo. En general aumentó la explicación de los procesos eléctricos por electrización, sobretodo en el grupo control, que alcanzó un 70% en ese nivel. En cambio, los grupos experimentales lograron un incremento en sus explicaciones a través de interacciones y de campo, aunque en este último caso, en un porcentaje menor.
- La explicación de los fenómenos a través del campo magnético evidenció los mayores cambios, disminuyendo drásticamente los alumnos que no explican los fenómenos y aumentando el valor en los otros niveles: a través de considerar al magnetismo como atracción, el magnetismo como electricidad y a través de campos, observándose en

este último nivel un progreso conceptual mayor en los grupos experimentales.

- Respecto de las fuentes del campo, ha habido un desplazamiento hacia un conocimiento científico. Hubo un aumento en el número de estudiantes en todos los grupos que sí reconocen las fuentes de los distintos campos, especialmente en los dos experimentales (alrededor del 30%, superior al 10% de aumento del grupo control).
- En cuanto a las partículas intervinientes, se obtuvieron resultados similares a los obtenidos para las fuentes. Es importante destacar que los grupos experimentales lograron hacerlo con éxito en el 47% y el 56% de los casos, en contraposición del grupo control, que lo logró solo el 27% de los alumnos. No obstante, existe un porcentaje superior al 20% de los alumnos de los grupos experimentales que siguen interpretando en forma errónea las partículas, como suponer que el imán provoca fuerzas magnéticas sobre cargas en reposo y fuerzas magnéticas variables sobre cargas eléctricas en movimiento.
- Además, tal como sucedió con la Capacidad 1, en la Capacidad 2 el grupo control se ubicó en la mitad de una escala del 0 al 110, en decir entre los valores 40 y 69 y los grupos experimentales entre los valores 60 y 89, tal como se observa en la Figura 3.

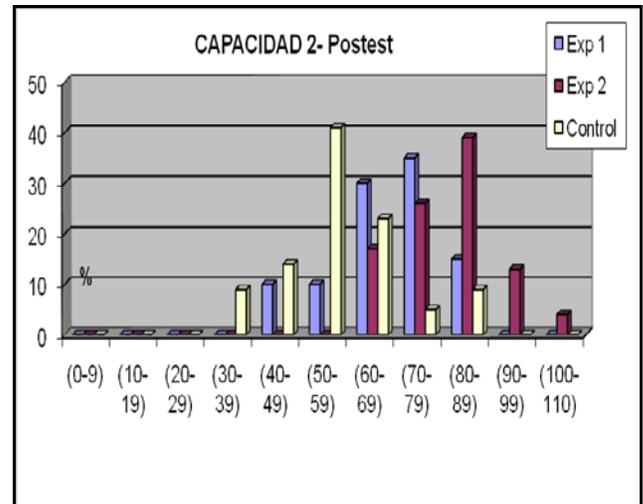


FIGURA 3. Capacidad 2: “De interpretar los fenómenos utilizando el concepto de campo”.

Por último, el análisis del Trabajo Práctico de Integración, que exhibía seis situaciones problemáticas de interpretación de campos, permitiría ratificar lo observado a través del análisis cuantitativo de las respuestas.

Las seis preguntas conceptuales que fueron extraídas de diferentes trabajos de investigación debían discutirse y contestarse en pequeños equipos de trabajo (3 o 4 alumnos), tanto en los dos grupos experimentales como en el control,

es decir, hayan o no estado expuestos a la estrategia didáctica.

Más allá de que todos los grupos coincidieron en reconocer la densidad de líneas de fuerza como el lugar de mayor o menor intensidad de campo eléctrico, solo los grupos experimentales lograron tener un acercamiento a la noción de campo. Pudieron reconocer que puede existir el campo eléctrico a pesar de no encontrarse una carga que entre en un punto del espacio de influencia, pero volvieron a confundirlo con el concepto de fuerza cuando en dicho punto entraba una carga de distinto signo que la fuente.

Respecto del campo magnético, los alumnos de los grupos experimentales pudieron reconocer como fuente del campo la carga en movimiento.

Por ello, si bien no se logró en los estudiantes crear un modelo de campo, se observa un aporte importante de la estrategia didáctica por analogías en el proceso de su formación, recordando que los modelos científicos son construcciones provisionarias y perfectibles.

Capacidad 3: “De reconocer situaciones analógicas y extrapolar conclusiones”

Esta capacidad se pudo analizar a través de la comparación de las respuestas de los tests que podían ser expresadas en forma análoga, de los ejemplos dados por los estudiantes al buscar una analogía a un campo de temperaturas y de los dibujos que representaron en forma análoga al campo generado por un imán y puesto en evidencia por limaduras de hierro. De dichos análisis podemos inferir:

El 60% aproximadamente de los alumnos de los grupos experimentales y el 40% del control pudieron contestar reconociendo que se trataban de preguntas que indagaban sobre tópicos similares. Esto no es determinante, dado que debían reconocer que había una similitud, pero muestra un crecimiento sustancial respecto de lo contestado en el Pretest, donde menos del 20% podía reconocer un fenómeno análogo.

No obstante, el análisis de los dibujos del campo eléctrico y del campo gravitatorio, luego de visualizar el generado por un imán y limaduras de hierro, mostró algunos obstáculos que impedirían una formación adecuada del concepto de campo:

- Los alumnos presentan dificultades al momento de representar lo que visualizan.
- Identifican el campo como un espacio alrededor del imán, de la carga o de la Tierra, donde estos ejercen su influencia. Dicho espacio tendría límites bien definidos, como por ejemplo, el campo gravitatorio de la Tierra finaliza al terminar la atmósfera.
- El campo necesita de un medio material que lo sustente y pueda transmitir fuerzas.

Más allá de lo expresado anteriormente, los alumnos de los grupos experimentales comenzaron a usar la analogía como estrategia para explicar situaciones similares, si bien su pobreza lingüística y conceptual restringió sus capacidades argumentativas. El razonamiento y la argumentación implican capacidades tales como relacionar datos, sacar

La analogía como estrategia en la enseñanza de campo e interacción conclusiones y usar modelos y conceptos científicos como soporte de dichas argumentaciones [13], por lo que es necesaria una construcción progresiva del modelo para un acercamiento argumentativo científico.

IV. CONCLUSIONES

Si partimos del objetivo inicial de esta investigación, de los resultados obtenidos podemos concluir que la estrategia aplicada a través de analogías, si bien no logró que los alumnos de los grupos experimentales interpretaran los fenómenos a través del concepto de campo y sus características, produjo un avance significativo en las capacidades científicas estudiadas respecto del grupo control, al cual no se le aplicó la estrategia. Ello muestra las grandes dificultades para lograr un aprendizaje significativo, en los niveles de la Educación Secundaria, de un concepto de capital importancia para entender uno de los referentes teóricos de la Física actual.

Esto siempre ha de ser afirmado para el alumnado participante en la investigación, aunque a favor de los resultados de ésta se hallan las condiciones en que se desarrolló este trabajo, nada fáciles desde el punto de vista socioeducativo. Asimismo, la forma en que se implementó la estrategia docente, que buscó reproducir situaciones de aula asumibles por la mayoría del profesorado (validez ecológica), otorgan credibilidad a los resultados.

La investigación permitió, además, conocer las ideas previas de los estudiantes respecto de las interacciones a distancia y de campos, a través del análisis cualitativo del Pretest y de los dibujos de cómo imaginan dichos campos, reconociendo en los resultados concepciones previas universales, observadas en otras investigaciones y en otros contextos.

Los resultados obtenidos apuntan algunas líneas prometedoras de actuación que, sin duda, podrían complementarse con otras estrategias, como los recursos que ofrecen las tecnologías de la información y la comunicación [14].

REFERENCIAS

- [1] Martín J. y Solbes, J., *Diseño y evaluación de una propuesta para la enseñanza del concepto de Campo en Física*, Enseñanza de las Ciencias **19**, 393-403 (2001).
- [2] Guisasaola, J., Almudí, J. M., y Ceberio, M. *Concepciones alternativas sobre el Campo Magnético Estacionario. Selección de cuestiones realizadas para su detección*, Enseñanza de las Ciencias **21**, 281-293 (2003).
- [3] Domínguez, M. E. y Moreira, M. A., *Significados atribuidos aos conceitos de campo elétrico e potencial elétrico por estudantes de Física Geral*, Revista Brasileira de Ensino de Física **10**, 67-82 (1988).

- [4] Magalhaes, W. M. S., Santos y Dias, P. M. C., *Uma Proposta para Ensinar os Conceitos de Campo Elétrico e Magnético: uma Aplicação da História da Física*, Revista Brasileira de Ensino de Física **24**, 489-496 (2002).
- [5] Glynn, S. M., *Methods and strategies: The Teaching-With-Analogies Model*, Science and Children **44**, 52-55 (2007).
- [6] Glynn, S. M., Making science concepts meaningful to students: Teaching with analogies. In S. Mikelskis-Seifert, U. Ringelband, & M. Brückmann (Eds.), *Four decades of research in science education: From curriculum development to quality improvement*, (Münster, Germany: Waxmann, 2008), pp. 113-125.
- [7] Acevedo, J. A., *El papel de las analogías en la creatividad de los científicos: la Teoría del Campo Electromagnético de Maxwell como caso paradigmático de la Historia de las Ciencias*, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias **1**, 188-205 (2004).
- [8] Fracaro, A. y Perales, F., *Diagnóstico de la Escuela Técnica en Mendoza. Una base insuficiente en Ciencias básicas*, Revista Iberoamericana de Educación **54**, 1-13 (2010).
- [9] Rodríguez, D. y Valldeoriola, J., *Metodología de la investigación*, Universitat Oberta de Catalunya en <<http://unrn.edu.ar/blogs/sede-atlantica/files/2012/03/Metodologia-de-la-Investigacion-Social.pdf>> (Consultado el 06 de Mayo de 2013).
- [10] Furió, C. y Guisasola, J., *La enseñanza del concepto de Campo Eléctrico basada en un modelo de aprendizaje como investigación orientada*, Enseñanza de las Ciencias **19**, 319-334 (2001).
- [11] Watts, M., *Gravity don't take for granted!*, Physic Education **17**, 116-121 (1982).
- [12] Llancaqueo, A., El aprendizaje del concepto de Campo en Física: conceptualización, progresividad y dominio. Tesis Doctoral. (Universidad de Burgos, España, 2006).
- [13] Henao, B. y Stipich, M., *Educación en Ciencias y argumentación: la perspectiva de Toulmin como posibles respuestas a los desafíos contemporáneos para la enseñanza de las Ciencias experimentales*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **7**, 47-62 (2008).
- [14] Benegas, J., *Tutoriales para Física Introductoria: Una experiencia exitosa de aprendizaje activo de la Física*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **1**, 32-38 (2007).

1. PRETEST

Interacciones: Campo gravitatorio, eléctrico y magnéticoAlumno:Curso:Fecha:

Lee atentamente cada consigna y trata de explicar los hechos que se describen, indicando en cada caso el fenómeno correspondiente y, realizando además, los gráficos indicados.

- 1) Cuando desea alejar un bote de la orilla, el remero empuja con el remo la tierra firme. Explica por qué si empuja en un sentido, el efecto es en el sentido contrario.

- 2) Una persona está sentada sobre una silla. Indica qué fuerza o fuerzas se ejercen sobre la persona y cuál o cuáles sobre la silla. Graficalas.

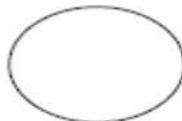
- 3) Un auto choca con un camión estacionado, cuyo peso es 3 veces mayor. Indica cómo son las fuerzas que se ejercen. Realiza un gráfico de fuerzas en los cuerpos correspondientes.

- 4) ¿Por qué cuando se suelta un objeto cae al suelo?

- 5) Dos cuerpos de masa M y $2M$ respectivamente (la segunda el doble que la primera) se hallan solos en el espacio, enfrentados a una determinada distancia. ¿Existen fuerzas entre ambas? ¿Cómo son? ¿Por qué?



M



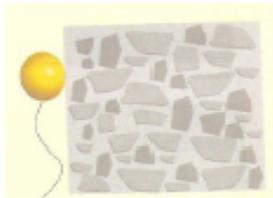
2M

6) Durante una tormenta las nubes se cargan negativamente, ¿cómo se produce, entonces el rayo?

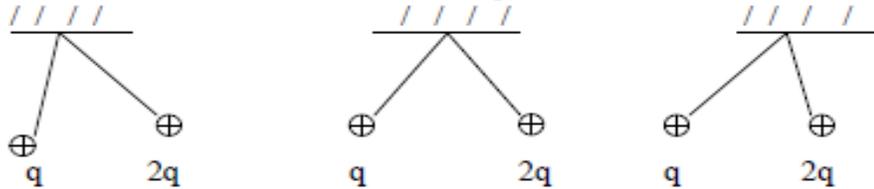
7) Mira la fotografía e intenta explicar por qué el peine atrae el pelo.



8) Un globo frotado se queda adherido a la pared. Explica qué procesos llevan a que suceda este fenómeno

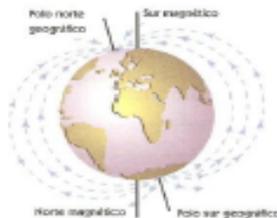


9) Dos pelotas de poliestireno de igual masa m , cargadas con cargas de igual signo, están suspendidas de un hilo una al lado de la otra. La carga de una de las pelotas es el doble de la otra. Elige el diagrama apropiado para mostrar el desplazamiento angular relativo entre ellas. Justifica tu respuesta.



Fuente: Galili 1995

10) ¿Por qué la brújula marca hacia el norte? El dibujo puede ayudarte.



11) Un imán consta de 2 polos ¿Qué sucede con ellos si corto dicho imán por la mitad? ¿se separan los polos? Explica tu respuesta.



12) ¿Qué sucede si enfrente dos imanes?, ¿por qué?



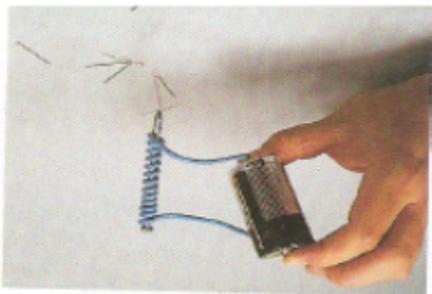
13) ¿Cómo se explica que un imán atraiga un trozo de hierro?

14) A-¿Qué pasa si coloco cerca de un imán un cuerpo cargado eléctricamente y en reposo? B- ¿Y si ese mismo cuerpo se mueve? Justifica tus respuestas

A.

B.

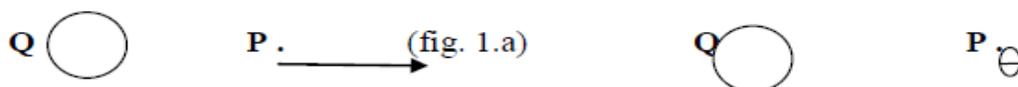
15) Si por una bobina conductora circula corriente, ésta atrae clavos o limaduras de hierro, tal como muestra la fotografía. Trata de explicar por qué los atrae.



2. Trabajo práctico de integración de Campos

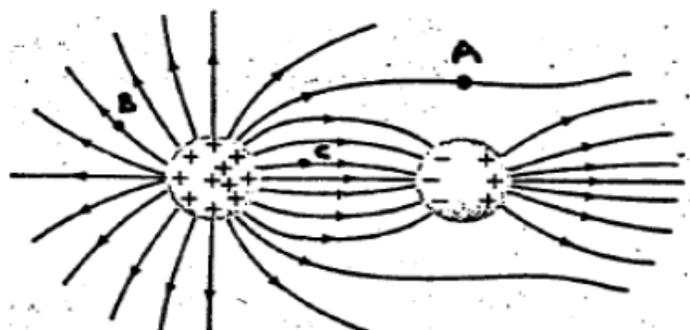
Lee atentamente cada pregunta, y responde, justificando adecuadamente cada respuesta

- En un punto P del espacio, cercano a la carga Q (fig. 1 a) se ha representado el valor de la intensidad de campo eléctrico E en ese punto. ¿Cuál sería la representación del campo eléctrico si en ese punto se ubica una carga negativa muy pequeña? Dibuja la representación del campo y explica tu contestación.



(Fuente: Furió y Guisasola, 2001)

- La figura representa las líneas de campo eléctrico correspondiente a un conductor esférico cargado cerca de un conductor esférico sin carga. Ordena los puntos A, b y C de mayor a menor intensidad, explicando el porqué.



(Fuente: Furió y Guisasola, 2001)

- Dibuja el vector intensidad de campo creado por una carga de $Q = +2C$ en el punto A en los tres casos siguientes:

- | | | | |
|----|-------------------------------|---|-----|
| a) | En A hay una carga $q = +1 C$ | Q | A . |
| b) | En A hay una carga $q = -1C$ | Q | A . |
| c) | En A no hay nada | Q | A . |

Justifica las respuestas

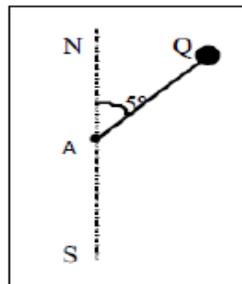
(Fuente: Martín y Solbes, 2001)

- Como ya sabes, la brújula es un buen detector de campos magnéticos, ya que en su presencia gira hasta orientarse en la dirección del mismo. Si tenemos una brújula y colocamos cerca de ella una carga en reposo, ¿girá la brújula?, ¿por qué?

5. La línea de trazos de la figura representa la dirección del campo magnético terrestre. En el punto A hay una brújula y en el punto B una partícula en reposo cargada con una carga Q positiva.

a) Dibuja sobre A una flecha que represente la orientación de la aguja de la brújula

b) Explica las razones de tu respuesta



(Fuente: Guisasola et al. 2003)

6. Un imán crea un campo magnético a su alrededor debido a:

a) Que en un imán hay una parte donde se acumula carga positiva y otra donde se acumula carga negativa

b) Que dentro del imán existen corrientes de electrones que llevan a la creación de un campo magnético

c) Otra respuesta (Si optas por esta última, explica detalladamente)

(Fuente: Guisasola et al., 2003)

La enseñanza de la energía en el nivel medio: una estrategia didáctica. Primera parte



Teresa Perrotta¹, Beatriz del Rosario Follari¹, Carmen Lambrecht¹,
Gilda Noemí Dima¹, María, EugeniaCarola²

¹Facultad de ciencias Exactas y Naturales, UNLPam, Ave. Uruguay n° 151, (6300) Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

²Colegio Secundario María Auxiliadora, Avda. Roca n° (6300) Santa Rosa, La Pampa, Argentina

E-mail: dimascari@cpenet.com.ar

(Recibido el 17 de Mayo de 2013; aceptado el 30 de Agosto de 2013)

Resumen

Basándonos en las investigaciones educativas que revisaron la manera en la que se presentan los conceptos de energía y de trabajo en la bibliografía habitual, elaboramos una estrategia didáctica tendiente a enseñar estos temas de manera integrada en la escuela media. Nuestra investigación inicia en primer año del nivel Polimodal luego de que los alumnos han estudiado las Leyes de Newton y se continúa en segundo año con calor y temperatura. Las distintas actividades propuestas se redactaron en base a la metodología del Aprendizaje Activo de la Física, partiendo de la ecuación general de conservación de la energía. Creemos que esta metodología de trabajo ayudaría a integrar los conceptos referidos a la energía dados en primer año con los tratados en segundo, favoreciendo así, una visión más amplia e integrada de la Física. En este artículo mostramos tanto el desarrollo de la experiencia en primer año de Polimodal del Colegio María Auxiliadora de Santa Rosa, La Pampa, Argentina, durante el año 2012, como los resultados alcanzados.

Palabras clave: conservación de la energía, estrategia didáctica, aprendizaje activo, nivel medio.

Abstract

Based on educational investigation regarding how the concepts of energy and work are presented in the regular bibliography, we elaborated a didactic strategy aimed at teaching these topics in an integrated manner at High School. Our investigation starts during the first year at Polimodal Level after students had studied Newton's Laws, and continues during the second year with topics such as heat and temperature. The different activities proposed were written based on the methodology known as Active Learning of Physics and taking into consideration the general equation of energy conservation. We believe that this working methodology would help to integrate concepts related to energy studied during the first and second year, thus favouring a broader and more integral view of Physics. In this article we show not only the development of the strategy employed at first year Polimodal at Colegio María Auxiliadora from Santa Rosa, La Pampa, Argentina, but also the results obtained.

Keywords: Energy conservation, didactic strategy, active learning, High School Level.

PACS: 01. 40. Fk, 01.40.gb, 01.55.+b

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza del tema energía se plantea como un desafío para quienes se desempeñan como docentes en los diferentes niveles educativos. En el lenguaje diario la palabra energía es utilizada de formas diversas en diferentes contextos que no se acercan a la definición científicamente aceptada. Es por lo tanto, necesario presentarlo a los estudiantes de una manera clara y suficientemente amplia para que puedan aplicarlo a diferentes fenómenos a lo largo de su escolaridad. Por otra parte, creemos que los conceptos deben ser tratados con rigurosidad, ya que a veces se hacen presentaciones muy generales y coloridas pero un poco difusas

Hace aproximadamente treinta años diversos autores [1, 2, 3] han manifestado que desde el punto de vista teórico es

necesario incorporar algunas ideas sobre el trabajo y la energía que surgen de un análisis detallado de los conceptos involucrados. Sin embargo, los libros de texto de uso habitual en el nivel universitario reiteran conceptos erróneos que deberían modificarse.

Arnold Arons [4] hace una síntesis de estas ideas. Pone de manifiesto algunas imprecisiones en el cálculo del trabajo y en la aplicación del teorema del trabajo y la energía cinética. Insiste en que si no se trata el tema correctamente (a veces en pos de una simplificación para la introducción del tema) se induce en los estudiantes concepciones erróneas que pueden ser un obstáculo para la comprensión de la energía y de la termodinámica. Subraya el hecho de que dicho teorema es una relación dinámica que se obtiene directamente de la Segunda Ley de Newton y no un enunciado general sobre la energía.

En el mismo artículo, Arons señala que no es correcto, para los análisis de la energía tratar un cuerpo cualquiera como una partícula. Hace notar que es erróneo calcular el trabajo de la fricción multiplicando dicha fuerza por el desplazamiento del centro de masas. Este producto suele llamarse pseudotrabajo.

Arons [4] pone de manifiesto que esta confusión está presente en los textos tradicionales de Física Universitaria [5, 6, 7, 8, 9] reproducida en las sucesivas ediciones. También en varios textos de nivel medio se encuentra esta confusión indicada anteriormente [12, 13, 14].

Luego de este artículo, Resnick *et al.* [10] replantean su texto, haciendo una nueva presentación de la energía a la vez que modifican también el orden en que se desarrollan los temas coincidiendo con la propuesta de Priscilla Laws [11]. Jewett [15, 16, 17, 18, 19] ha profundizado las ideas presentadas por Arons [4] en una serie de cinco artículos. En ellos trata detalladamente los distintos aspectos a tener en cuenta si se desea una enseñanza del tema energía clara y que pueda utilizarse en cualquier situación. Remarca la idea de que la energía es un concepto que forma parte de todos los fenómenos que estudia la Física (y también otras ciencias). Señala la gran importancia de definir claramente el sistema que se va a estudiar. La energía del sistema puede cambiar si ingresa o egresa energía a través de su frontera. A diferencia de otros autores, incorpora otros procesos de transferencia de energía además del trabajo y el calor. Esto le permite aplicar la ecuación de la energía (1) a cualquier tipo de situación:

$$\sum T = \Delta E_{\text{sistema}}, \quad (1)$$

Donde T representa la cantidad de energía transferida a través de la frontera y $\Delta E_{\text{sistema}}$ es la variación de la energía total del sistema considerado. Identifica seis formas de transferencia: trabajo, calor, materia que ingrese o salga del sistema, ondas mecánicas, radiación electromagnética y transmisión eléctrica. Los ejemplos que expone resultan convincentes y amplían considerablemente la perspectiva con la que puede presentarse la energía a nuestros estudiantes.

Atendiendo a estos hechos profundizados por otros autores [20, 21, 22], consideramos necesario un replanteo de la forma en la cual se aborda el tema en los diferentes niveles educativos. Particularmente en el presente artículo mostramos una estrategia para estudiar el tema energía de una manera integrada en la escuela media.

Habitualmente, el tratamiento que se da a la energía cuando se la enseña en el marco de la Mecánica no contempla explícitamente cambios en la energía potencial diferentes de los originados por la fuerza peso o, en el mejor de los casos, en la fuerza elástica. No suele mencionarse la posibilidad de otras clases de energía potencial derivadas de otro tipo de interacciones conservativas. Por otra parte, si se habla de situaciones donde debe tenerse en cuenta la fricción a menudo se dice que la energía mecánica “se transforma en calor”, (frase desafortunada que induce una concepción errónea en los estudiantes [4]), y se calcula el trabajo de la fuerza de fricción sin tener en cuenta que no es un cálculo correcto.

Por todo lo expuesto, se ha diseñado una estrategia de enseñanza de la energía que inicia en 1° año del nivel

Polimodal (que se convirtió en 4° del nuevo secundario) luego de que los alumnos han estudiado las Leyes de Newton y se continúa en el año siguiente con el tema calor y temperatura. Dicha estrategia forma parte de un Proyecto de Investigación del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, Argentina.

Cuando hablamos de tipos de energía consideramos que es necesario distinguir entre su concepción social y económica como recurso según la cual la energía puede ser solar, hidroeléctrica, termoeléctrica, eólica, atómica, etc. y la idea física de energía que tiene sólo dos formas principales: cinética y potencial. Es importante que los alumnos comprendan que la energía cinética proviene tanto del movimiento total (traslacional y/o rotacional del sistema) como a movimientos de partes de este cuerpo o a movimientos microscópicos de los átomos o de las moléculas que lo constituyen (energía cinética interna). Es necesario ver que la energía potencial está relacionada con el trabajo de las fuerzas conservativas e internas entre los cuerpos del sistema. Según qué interacción consideremos puede hablarse de distintas contribuciones a la energía potencial. También existe la energía potencial interna. La suma de la energía cinética y potencial internas, contribuyen a la energía interna del sistema (por ejemplo la energía debida a las fuerzas de cohesión).

Si bien estas ideas no se pueden profundizar en el primer año, es bueno que se mencionen como una apertura a los conceptos necesarios para el segundo año. Naturalmente para que esto sea posible es necesaria la colaboración de los docentes de ambos cursos que deben coordinar sus esfuerzos para lograr una continuidad conceptual y metodológica que favorezca el aprendizaje. Por otra parte, es fundamental el apoyo del Colegio que permite que se experimente desde la universidad en sus aulas.

Las actividades que se han diseñado en ambos cursos están basadas en la metodología del Aprendizaje Activo [23, 24]. En esta metodología se utiliza un ciclo de aprendizaje que procura que el estudiante reconozca sus propios pensamientos respecto de cómo funciona el mundo físico y lo confronte con los resultados de la experimentación, tanto como sea posible. Ellas utilizan los siguientes pasos: predicción (basada en las creencias del alumno), discusión entre pares en pequeños grupos, observación de la experiencia y comparación entre el resultado experimental y las predicciones. En estas estrategias el rol del profesor es el de guiar al alumno en su proceso de aprendizaje.

La tarea experimental va de la mano del resto de las actividades propuestas por el docente [25, 26, 27, 28, 29, 30]. La investigación ha mostrado que esta metodología de Aprendizaje Activo, promueve el aprendizaje de la Física [31, 32, 33].

II. METODOLOGÍA

Se presenta a continuación una reseña de las actividades llevadas a cabo en el primer y segundo año de Polimodal del

Colegio María Auxiliadora de Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

En primer año, se aborda el tema energía luego de tratar cinemática y dinámica; mientras que en segundo año los temas a estudiar son calor, temperatura, energía interna, cambio de fase y equilibrio térmico. El crédito horario, en ambos cursos, es de dos módulos semanales, de 80 minutos cada uno de ellos y la estrategia fue implementada en los años 2010, 2011 y 2012. Planificamos la tarea para ser desarrollada con los estudiantes de primer año en los meses de octubre y noviembre; dándole continuidad en segundo año con la misma muestra de alumnos.

Los datos recogidos fueron analizados sobre la base de una combinación de diseños cualitativos y cuantitativos, para poder conocer los múltiples aspectos de las concepciones de los estudiantes sobre estos temas [34, 35, 36, 37]. Para el procedimiento cuantitativo se llevó a cabo un diseño cuasi-experimental. Éste se utiliza en contextos educativos donde no es viable alterar la estructura o configuración de grupos ya formados, con lo que es difícil poder aleatorizar los sujetos [38, 39].

La eficiencia de una estrategia de enseñanza debe ser medida adecuadamente para poder realizar una evaluación de la misma y elaborar futuras reformulaciones que mejoren los puntos débiles detectados [40, 41].

Sobre esta base los instrumentos de evaluación de la estrategia fueron los siguientes:

✓ *Test sobre Trabajo y Energía*, fue tomado en primer año. Se redactó sobre la base del *Force and Motion Conceptual Evaluation (FMCE)* de Thornton y Sokoloff [42].

✓ *Test sobre Calor y Temperatura*, fue tomado en segundo año. Las preguntas fueron seleccionadas del test presentado por Lang da Silveira y Moreira [43].

✓ *Observaciones no participantes*: se recurrió a un protocolo escrito elaborado por el grupo de investigación para analizar la clase escolar desde la multirreferencialidad, teniendo en cuenta una *perspectiva social* (comunicación, liderazgo, interacción al realizar tareas, roles), *psicológica*; (conductas que se manifiestan en los grupos que afectan al desarrollo de una clase e *instrumental* (referente a la tarea y producción realizados por alumnos y docentes) [44, 45].

✓ Producciones escritas individuales y/o grupales

✓ Evaluaciones escritas individuales

Los dos primeros instrumentos fueron implementados en dos instancias: antes y al finalizar el estudio del tema correspondiente.

Con cada uno de los instrumentos pretendimos no solamente evaluar la estrategia empleada para la enseñanza, sino también obtener información acerca de la evolución de las ideas de los estudiantes respecto de los temas involucrados.

En este primer artículo mostramos el desarrollo y los resultados alcanzados con la estrategia didáctica en primer año de Polimodal, durante el ciclo lectivo 2012. Debemos aclarar que esta versión de los hechos cuenta con modificaciones hechas sobre aquellos aspectos débiles detectados con anterioridad al año 2012.

III. DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA

En primer año llevamos adelante las siguientes actividades:

A. Introducción del concepto de energía. Lectura de distintos artículos

Tomamos como punto de partida la idea social y económica de la energía para, con actividades preparadas para tal fin, llegar al concepto físico. Esto nos permitió vincular algunos contenidos estudiados en otras asignaturas (por ejemplo Geografía y Ecología) con el tema motivo de esta investigación.

Una semana antes de comenzar a con el estudio de la energía, se solicitó a los alumnos que buscaran artículos periodísticos sobre la energía. En la primera clase en grupos de cinco estudiantes cada uno, debieron analizar los artículos y dar respuesta a una serie de preguntas que apuntaban a indagar sobre la idea económica, social y física de la energía.

Una vez finalizado el trabajo grupal, se procedió a socializar las respuestas de todos los grupos, en esta instancia el docente actuó como moderador de la tarea. Respecto del concepto de energía básicamente los estudiantes escribieron que “*es lo que hace que todo funcione*”; “*es sumamente necesaria para el funcionamiento del mundo*”; “*por ejemplo la energía solar que es la que hace que se desarrolle la vida en la Tierra, y si no tuviésemos un suministro constante de la misma, no podríamos existir*”; “*es la capacidad de realizar trabajo*”.

A partir de las respuestas de los alumnos es posible comentar que tienen la idea que la energía es necesaria para el funcionamiento de las cosas y el desarrollo de la vida. Diferencian también los aspectos económicos, sociales y ambientales respecto del punto de vista de la física (como ciencia); esto se deja traslucir frases tales como: “*los físicos a partir del concepto de energía, explican el funcionamiento de la cosas*”.

Tomando como base lo dicho por los estudiantes, el docente introdujo el concepto de energía como una propiedad de los cuerpos o sistemas que le permite producir modificaciones o procesos (de cualquier naturaleza) en sí mismos o en otros cuerpos. Seguidamente presentó los conceptos de energía cinética y energía potencial.

Desde el primer momento se trató el concepto de sistema, frontera y entorno, y se estudió el trabajo como un mecanismo de transferencia de energía a través de la frontera. Se mencionaron otros tipos de transferencia de energía, entre ellos el calor, pero se aclaró que se profundizaría en esto en el próximo año. Más adelante, recurriendo a una actividad experimental, se introdujo el concepto de energía interna.

También se presentó a los alumnos la ecuación (1) y se la desarrolló como:

$$W_{ext} + Q = \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_{int}, \quad (2)$$

donde W_{ext} es el trabajo de las fuerzas externas, Q la energía transferida por calor, ΔE_c la variación de la energía cinética,

ΔE_p es la variación de la energía potencial y ΔE_{int} la variación de la energía interna.

En una primera etapa se eligió como sistema un cuerpo puntual (o que pueda considerarse como tal) en el que el único tipo de energía asociada es la cinética y como única forma de transferencia el trabajo. En ese momento se definió la energía cinética y se presentó la expresión para el cálculo del trabajo en el caso de fuerzas constantes. En la discusión de ejemplos y utilizando analogías se reforzó la idea de que el trabajo es un proceso por el cual se transfiere energía al sistema.

Como último concepto de esta etapa se consideró la potencia como la rapidez a la cual se transfiere la energía. Se la presentó como un concepto que se puede aplicar a diferentes tipos de sistemas y a distintas formas de transferencia de energía, recurriendo a ejemplos de la vida cotidiana (funcionamiento de: una lámpara, un lavarropa, una heladera, un secarropa, los ventiladores, un equipo de música, un microondas, un automóvil, etc.). Creemos que es importante que las ideas relacionadas con la energía no se circunscriban a los sistemas mecánicos y que los jóvenes tengan siempre presente que se pueden aplicar a otros fenómenos aunque ellos no puedan hacerlo todavía. Las situaciones planteadas en los ejercicios cuantitativos consideraron como única forma de transferencia de energía el trabajo, haciendo énfasis siempre en que existen otras formas de transferencias.

B. Ejercicios de lápiz y papel

Esta actividad se desarrolló resolviendo situaciones problemáticas sobre los conceptos anteriores inicialmente en el pizarrón y luego en pequeños grupos de estudiantes.

A modo de ejemplo se transcribe el siguiente problema:

“Clara y Sofía llevan cajas idénticas a un salón situado al fondo del corredor de un piso superior. Clara prefiere subir las escaleras que están en el frente y luego atravesar el corredor, Sofía en cambio va al fondo del corredor del piso de abajo y luego sube por otras escaleras. ¿Quién realiza más trabajo?”

Como puede observarse de la lectura de este problema pretendimos reforzar la idea de que el trabajo de la fuerza peso es independiente de la trayectoria elegida.

Utilizando este ejemplo se introdujo el concepto de fuerzas conservativas y no conservativas llegando a la definición de energía potencial del sistema. Se insistió con ejercicios que pusieran de relieve que los resultados de los trabajos realizados por fuerzas conservativas no dependen de la forma de la trayectoria. Se tuvieron en cuenta aspectos importantes tales como que: la energía potencial se refiere al sistema y la fuerza conservativa que hace trabajo debe ser interna, cada tipo de fuerza conservativa origina un tipo de energía potencial, la energía potencial gravitatoria debida al peso es sólo uno de ellos. Se propició una apertura hacia otros fenómenos (elástico, eléctrico, y otros) fuera de los tratados tradicionalmente en un primer curso de Física en la escuela media.

En los primeros problemas se sugirió a los alumnos elegir como sistema de estudio aquel que estuviese formado por la

Tierra y los cuerpos que están sobre ella incluyendo aire y excluir la existencia de interacciones no conservativas, por lo que no existía variación de energía interna. De esta manera en la ecuación (2) el $W_{ext} = 0$.

Se resolvieron ejemplos en el pizarrón y luego realizaron ejercicios de lápiz y papel sobre sistemas conservativos.

C. Actividad Experimental

En una clase interactiva demostrativa, se llevó a cabo una experiencia sobre la conservación de la energía. Esta estrategia está basada en la metodología del Aprendizaje Activo de la Física [24]. Se propuso como objetivo último el análisis de las transformaciones de energía para un sistema dado para lo cual se redactaron una serie de consignas tendientes a que los estudiantes identificaran qué tipo de transformaciones ocurrían en el sistema de estudio. El sistema experimental elegido fue un péndulo.

El protocolo de la guía de trabajo respetó las etapas de predicción, experimentación y contrastación, propias del Aprendizaje Activo y fue redactada por los autores de este trabajo

Para realizar las mediciones correspondientes, se empleó una computadora y un sensor de velocidad electrónico (Science Workshop; Pasco), proyectando la pantalla de la computadora mediante un cañón de proyección de manera que todos podían ver los resultados de las mediciones.

Debemos mencionar que en el año lectivo 2011 la tarea experimental se desarrolló luego de haber trabajado problemas para comprobar qué transformaciones de energía se producían a partir de la ecuación (2). Un número importante de estudiantes señaló al hacer sus predicciones que la energía potencial inicial era igual a la energía cinética en el punto más bajo de su trayectoria, sin realizar explícitamente un análisis basado en dicha ecuación. En el año 2012 se desarrolló el trabajo experimental para introducir el concepto de transformaciones de energía, sin haber resuelto ejercicios antes. En este año, también en una segunda clase, se plantearon consignas considerando el efecto de la fricción para trabajar el concepto de variación de energía interna del sistema.

De los resultados obtenidos en el año 2011, concluimos que la redacción de las consignas no era lo suficientemente clara para el grupo de alumnos, razón por la cual para el año 2012 se modificaron llegando a la versión final.

D. Problemas ricos en contexto (PRC)

Como última actividad se recurrió a problemas ricos en contexto [42]. En los mismos se relata una situación muy próxima a las vivencias diarias de los estudiantes. Debe ser motivador para el estudiante e integrador de conceptos. Su resolución requiere por parte del alumno acciones tales como: esquematizar la situación, realizar diagramas físicos y gráficas, aplicar principios básicos, resolver y por último evaluar la solución encontrada [24].

Se muestra a continuación uno de los problemas que fue redactado por las autoras de este trabajo y que se propuso para su resolución en grupos colaborativos:

“En Las Leñas, Manuel y Pablo se encuentran esquinando. Pablo se sube a un trineo en la parte más alta de la pista y se desliza hacia la parte más baja, donde el resto de sus amigos lo espera. El punto desde donde Pablo parte está 45 m más arriba que el lugar donde están sus amigos. Manuel está parado en un lugar de la pista, a 30 m de altura. En el momento en que Pablo pasa junto a él, se empuja con sus bastones y adquiere una velocidad inicial tal que llega a la parte más baja con una velocidad igual a la que tiene Pablo al llegar a ese punto. ¿Cuál fue la velocidad inicial de Manuel? (considere despreciable el rozamiento con la nieve)”

Se retomó el problema anterior considerando la variación de energía interna debido a la presencia de fuerzas no conservativas, como puede ser la fricción. El texto quedó de la siguiente manera:

“Vuelve a pensar en el trineo de Pablo deslizándose en Las Leñas. Los amigos que están abajo estiman que la velocidad del trineo al llegar a la parte más baja de la pista era 22 m/s, lo que muestra que el rozamiento no puede despreciarse. ¿Cuál fue el aumento de energía interna del trineo, Pablo y la nieve?”

III. RESULTADOS ALCANZADOS EN ESTA ESTRATEGIA

Antes de dar comienzo a la introducción del tema, se tomó el pretest sobre trabajo y energía y al finalizar la totalidad de las tareas se administró el postest (Apéndice)

Los resultados de estas dos etapas en el año 2011, permitieron realizar los ajustes necesarios para volver a aplicar la estrategia en 2012. Las respuestas al ítem III evidenciaron que no fue bien interpretado que el trabajo de una fuerza conservativa es independiente de la trayectoria elegida. Se reforzó este concepto con actividades y discusiones al respecto.

En el año 2011, no hubo un progreso destacable en las respuestas dadas sobre las transformaciones de energía cuando existe rozamiento (ítem V). Ante estos resultados se decidió reordenar las actividades de la estrategia realizando la clase interactiva experimental para introducir el concepto de transformaciones de energía.

En el año 2012 para el análisis del pre y postest se calculó la ganancia obtenida para cada ítem luego de desarrollar la unidad didáctica con sus actividades modificadas. La ganancia es una medida de la mejora obtenida en un tema determinado después de aplicar la estrategia en relación a los conocimientos previos de los alumnos [24].

$$g = \frac{\% \text{ respuestas correctas Postest} - \% \text{ respuestas correctas Pretest}}{100 - \% \text{ de respuestas correctas Pretest}}$$

En la Tabla I se presentan los resultados, en porcentajes, de respuestas correctas en el pretest y postest sobre Trabajo y Energía año 2012. El número de alumnos este año fue de 34.

TABLA I. Resultados, en porcentajes, de respuestas correctas en el pretest y postest sobre Trabajo y Energía año 2012

ítem	I (%)	II (%)	III (%)	IV (%)	V (%)
Porcentaje de respuestas correctas en pretest	18	26	21	62	18
Porcentaje de respuestas correctas en postest	44	74	21	76	79
ganancia	0,32	0,65	0	0,37	0,74

Las ganancias alcanzadas son satisfactorias en general. Esta mejora es muy evidente en el ítem V que trata de las transformaciones de energía en un caso en el que existe rozamiento. En este ítem se logró el mayor porcentaje de respuestas correctas luego de la instrucción y es el punto con menos aciertos iniciales. En este resultado puede haber influido el trabajo experimental con el péndulo, en el que se invirtieron tres clases en contraste a lo ocurrido en 2011 en que se empleó sólo una clase y no se planteó la cuestión del efecto del rozamiento.

Sin embargo siguen existiendo dificultades para comprender que el trabajo de la fuerza peso es independiente de la trayectoria. Inclusive los alumnos con más altos rendimientos académicos y mayor interés en la asignatura tienen problemas para comprender este concepto. Los numerosos ejemplos comentados y resueltos no fueron suficientes para modificar su concepción inicial. Este punto merece un análisis más profundo que permita comprender el por qué de este obstáculo y cómo puede resolverse.

Los registros de la observación del trabajo áulico mostraron que los aspectos social, psicológico e instrumental estuvieron presentes, ya que los estudiantes se expresan en un lenguaje apropiado y que discuten acalorada y entusiastamente entre ellos cuando se les pide la resolución de problemas en grupo y en las demás actividades propuestas. Particularmente durante el desarrollo del laboratorio pudimos observar que los alumnos deseaban ser protagonistas de esta tarea operando con el equipo experimental. La docente actuó realizando preguntas tendientes a orientar la discusión. Sólo una parte minoritaria de estudiantes no participó o se mantuvo indiferente.

También se observó en las clases una actitud de curiosidad cuando la docente se refería a situaciones de la vida cotidiana en la cual se deben incluir fenómenos que involucren temas de otras áreas de la Física y las relaciones con la Química y la Biología. En muchos casos presentaron otros ejemplos y se plantearon discusiones intensas e interesantes entre los alumnos y entre éstos y la docente.

Las evaluaciones reflejan que los alumnos logran comprender el concepto de sistema, su frontera y las transferencias de energía a través de ella. Un 78% aprobó, mientras que podemos mencionar que un 38%, de la totalidad de los aprobados, obtuvo la calificación máxima.

IV. CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos, creemos que la estrategia aplicada, basada en el Aprendizaje Activo de la Física, además de favorecer el aprendizaje significativo, contribuirá a que los estudiantes o jóvenes acepten con naturalidad el concepto de sistema, energía del sistema y sus variaciones por transferencia desde o hacia el exterior a través de la frontera.

Pensamos que la ecuación (2) de conservación de la energía puede ser un punto de partida y no una consecuencia a la cual se llega al final. Es crucial que el docente sea cuidadoso con el lenguaje utilizado y que sus comentarios sean siempre coherentes con esta presentación. Por ejemplo, es clave la idea respecto que el trabajo es un proceso o mecanismo y que lo que se transfiere es energía.

Por otro lado, reparamos en que el trabajo experimental ayuda a la comprensión de las transformaciones de la energía de un sistema. Se hace necesario enfrentar a los alumnos con situaciones en las que se producen otros procesos que pueden modificar la energía interna además del rozamiento. Por ejemplo, explicar los cambios de energía que se producen cuando caminamos o para que un automóvil se mueva. Estos ejemplos van a permitir transitar la evolución al tratamiento de los fenómenos térmicos con facilidad, sin los obstáculos conceptuales que se observan habitualmente.

En una segunda parte se presentará el tratamiento que se ha dado a la enseñanza de calor y temperatura en el segundo año del actual nivel polimodal con el mismo grupo de alumnos siguiendo con la misma metodología de trabajo.

Por último, estamos convencidos que la metodología propuesta ayudaría a integrar los conceptos referidos a la energía dados en primer año con los tratados en segundo, favoreciendo así, una visión más amplia e integrada de la Ciencia y de la Física en particular.

REFERENCIAS

[1] Watts, D., *Some alternative views of energy*, Physics Education **18**, 213-217 (1983).
 [2] Sherwood, B. A. y Bernard W. H. *Work and heat transfer in the presence of sliding friction*, American Journal of Physics **52**, 1001-1007 (1984).
 [3] van Huls, C. and van der Berg, E., *Teaching energy: a systems approach*, Physics Education **28**, 146-153 (1993).
 [4] Arons, A., *Development of energy Concepts in introductory physics courses*, American Journal of Physics, **67**, 1063-1067 (1999).
 [5] Young, H. D., *Physics*, (Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1992).
 [6] Tipler, P. A., Mosca, G., *Física para la Ciencia y la Tecnología. Vol. I*, (Reverté, Barcelona, 2005).
 [7] Alonso, M., Finn, E., *Física*, (Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1995).
 [8] Serway, R., *Física, Tomo I y II*, (McGraw-Hill, México, 1999).

[9] Sears, F., Freedman, M., Young, H., Zemansky, M., *Física Universitaria, Volumen I y II*, (Perason Educacion, México, 2004).
 [10] Resnick, R., Halliday, D., Krane, K., *Física, Vol. I y II*, (Compañía Editorial Continental, México, 2002).
 [11] Laws, P. W. *A New Order for Mechanics*, J. Wilson, Ed. Proceedings of the Conference on University of Minnesota, USA, Wiley, pp. 125-136 (1997).
 [12] Aristegui, R., Baredes, C., Dasso, J., Delmonte, J.I., Fernandez, D., Sobico, C., Silva, A., *Física I: Energía. Mecánica. Termodinámica. Electricidad. Ondas. Nuclear*. (Santillana, Polimodal, Buenos Aires, Argentina, 1999).
 [13] Zitzewitz, P. W., Neft, R., *Física I y Física 2: Principios y Problemas*, (Mc Graw Hill, México, 1997).
 [14] Rubinstein, J., Tignanelli, H., *Física I*. 2° edición (Estrada, 2000).
 [15] Jewett, J., *Energy and Confused Student I: Work*, The Physics Teacher **46**, 38-42 (2008).
 [16] Jewett, J., *Energy and Confused Student II: Systems*, The Physics Teacher **46**, 81-86 (2008).
 [17] Jewett, J., *Energy and Confused Student III: Language*. The Physics Teacher **46**, 149-153 (2008).
 [18] Jewett, J., *Energy and Confused Student IV: A Global Approach to Energy*, The Physics Teacher **46**, 210-217 (2008).
 [19] Jewett, J., *Energy and Confused Student V: The Energy/Momentum Approach to Problems Involving Rotating and Deformable Systems*, The Physics Teacher **46**, 269-274 (2008).
 [20] Legge, K and Petrolito, J., *The use models in problems of energy conservation*, American Journal of Physics **72**, 436- 43 (2004).
 [21] Mungan, C., *A primer on work-energy relationships for introductory physics*, The Physics Teacher **43**, 10-16 (2005).
 [22] Mungan, C., *Thermodynamics of a block sliding across a frictional surface*, The Physics Teacher **45**, 288-291 (2007).
 [23] Redish, E. F., *Teaching Physics with the Physics Suite*, (Wiley, Hoboken, N. J., 2004).
 [24] Sokoloff, D. R., Benegas, J., *Aprendizaje Activo de la Física. II Mecánica. Manual de Entrenamiento*, (Universidad Nacional de San Luis, Argentina, 2009).
 [25] Reigosa Castro, C. E., Jiménez Aleixandre, M. P., *La cultura científica en la resolución de problemas en el laboratorio*, Enseñanza de las Ciencias **18**, 275-284 (2000).
 [26] Bernardino Lopes, J., *Desarrollar conceptos de física a través del trabajo experimental: evaluación de auxiliares didácticos*, Enseñanza de las Ciencias **20**, 115-132 (2002).
 [27] Petrucci, D., Ure, J., Salomone, H., *Cómo ven los trabajos prácticos de laboratorio de física los estudiantes universitarios*, Revista Enseñanza de la Física **19**, 7-20 (2006).
 [28] Cano, M. y Cañal, P., *Las actividades prácticas, en la práctica: ¿Qué opina el profesorado?*, Alambique **47**, Didáctica de las Ciencias Experimentales, 09-22 (2006).
 [29] Reigosa Castro, C. E., Jiménez Aleixandre, M. P. *Formas de actuar de los estudiantes en el laboratorio para la fundamentación de afirmaciones y propuestas de acción*, Enseñanza de las Ciencias **29**, 23-34 (2011).

La enseñanza de la energía en el nivel medio: una estrategia didáctica. Primera parte. en cada caso. Tus respuestas ayudarán a planificar la enseñanza para otros alumnos. No es una evaluación. Gracias por contestar a conciencia.

[30] Benegas, J., Sokoloff, D., Laws, P., Zavala, G., Punte, G. Gangoso, Z., Alarcón, H., *Aprendizaje Activo De La Física. IV- Termodinámica y Fluidos. Manual De Entrenamiento*, (Universidad Nacional de San Luis, Argentina, 2011).

[31] Benegas, J., *Tutoriales para Física Introductoria: Una experiencia exitosa de Aprendizaje Activo de la Física*, Latin American J. Physics Education **I**, 32-38 (2007).

[32] Benegas, J., Villegas, M., Pérez de Landazábal, M., Otero, J y el grupo ACEM. *Resultados de la enseñanza Secundaria en Algunos Países Iberoamericanos*. Memorias en CD Décimo Quinta Reunión Nacional de Educación en Física (REF XV), trabajo 3-73, 11p. Merlo, San Luis, Argentina. ISBN: 978-987-24009-0-3 (2007).

[33] Sokoloff, D. R., Laws, P., Thornton, R. K., *Real Time Physics: active learning labs transforming the introductory laboratory*, European Journal of Physics **28**, S83-S94 (2007).

[34] Hayman, J. L., *Investigación y Educación*, (Paidós, Buenos Aires, Argentina, 1989).

[35] Taylor, S., Bodgan, R., *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*, (Paidós, España, 1996).

[36] Erickson, F., *Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza*. En Wittrock, M. C: La investigación de la enseñanza II, (Paidós/MEC, Barcelona, 1989).

[37] Arnal, J., del Rincón, D., Latorre, A., *Investigación educativa. Fundamentos y métodos*, (Labor, S.A, España, 1992).

[38] Crowl, T., *Fundamentos de la investigación educativa*. Capítulo 12, (McGraw-Hill, México, traducción de V. González, 1992).

[39] Litwin, E., *El oficio de enseñar. Condiciones de contextos*, (Paidós, Argentina, 2009).

[40] Anijovich, R., Mora, S., *Estrategia de enseñanza. Otra Mirada al quehacer en el aula*, (Aique, Argentina, 2010):

[41] Heller P. and Heller, K., *Cooperative Group Problem Solving in Physics*, (University of Minnesota, 1999).

[42] Thornton, R., Sokoloff, D., *Assessing student learning of Newton's laws: The force and Motion Conceptual Evaluation and the evaluation of active learning laboratory and lecture curricula (FMCE)*, American Journal of Physics **66**, 338-352 (1998).

[43] Lang da Silveira, F., Moreira, M. A., *Validación de un test para verificar si el alumno posee concepciones científicas sobre calor, temperatura y energía interna*. Enseñanza de las Ciencias **14**, 75-86 (1996).

[44] Souto, M., *Las formaciones grupales en la escuela*, (Paidós, Ecuador, 2000).

[45] Souto, M., *La clase escolar. Una mirada desde la didáctica de lo grupal*. En *Corrientes didácticas contemporáneas*. Camilloni y otros, (Paidós, Ecuador, 1996).

APÉNDICE A

Protocolo: test trabajo y energía

N Nombre y Apellido _____ fecha: _____

Responde **individualmente** cada una de las siguientes preguntas. Elige una (y sólo una) de las opciones presentadas

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013



I.- Una persona empuja un trineo por la ladera de una colina. Al llegar a la parte más alta, lo deja caer por la pendiente. Esta operación la realiza en dos oportunidades: en la primera el trineo desliza por la misma cuesta por la que subió (I) y en la segunda, por la otra ladera, más empinada (II). Suponga que no existe rozamiento entre el trineo y el hielo de la superficie y que la resistencia del aire se puede despreciar.

¿Cómo será la rapidez del trineo al pie de la colina cuando baja por el lado más empinado (II) en relación a cuando baja por la ladera menos empinada (I)?

A.- La rapidez al pie de la colina es mayor para la ladera más empinada (II).

B.- La rapidez al pie de la colina es igual para las dos laderas.

C.- La rapidez al pie de la colina es mayor para la ladera menos empinada (I) porque el trineo viaja una distancia mayor.

D.- No dan suficiente información como para decir cual rapidez al pie de la colina es mayor.

E.- Ninguna de estas descripciones es correcta.

II.- Compare la energía cinética (energía de movimiento) del trineo al pie de la colina. Seleccione la mejor respuesta entre las siguientes:

A.- La energía cinética al pie de la colina es mayor para la ladera más empinada (II).

B.- La energía cinética al pie de la colina es igual para las dos laderas.

C.- La energía cinética al pie de la colina es mayor para la ladera menos empinada (I) porque el trineo viaja una distancia mayor.

D.- No dan suficiente información como para decir cual energía cinética al pie de la colina es mayor.

E.- Ninguna de estas descripciones es correcta.

III.- Compare el trabajo realizado por la persona si sube el trineo por la ladera I o por la ladera II.

A.- El trabajo es mayor cuando sube por la ladera más empinada (II).

B.- El trabajo es mayor cuando sube por la ladera menos empinada (I), ya que la distancia es mayor.

C.- El trabajo realizado cuando sube por la ladera más empinada (II) es igual al trabajo hecho cuando sube por la ladera menos empinada (I).

D.- No dan suficiente información como para decir cual trabajo es mayor.

E.- Ninguna de estas descripciones es correcta.

IV.- Suponga ahora que la persona hace deslizar al trineo hacia abajo por la ladera menos empinada (I) pero que no pueda despreciarse el rozamiento. Compare la energía cinética que tiene al pie de la colina con la que tendría si no hubiera rozamiento.

A.- La energía cinética al pie de la colina es mayor para la ladera sin rozamiento.

B.- La energía cinética al pie de la colina es menor para la ladera sin rozamiento.

C.- La energía cinética al pie de la colina es igual para los dos casos.

D.- No dan suficiente información como para decir cual energía cinética es mayor.

E.- Ninguna de estas descripciones es correcta.

Describa con palabras el razonamiento empleado para responder a la pregunta 4.

V.- Si consideramos un sistema que incluya el trineo, la colina y la tierra, y el rozamiento debe tenerse en cuenta, indique la opción que considere correcta.

A.- La energía total disminuye a causa del rozamiento; la energía cinética aumenta y la potencial disminuye.

B.- La energía total no se modifica. La energía cinética y la interna aumentan y la potencial disminuye.

C.- La energía total no se modifica. La energía cinética aumenta y la potencial disminuye.

D.- La energía total disminuye. La energía cinética y la interna aumentan y la potencial disminuye.

E.- Ninguna de estas descripciones es correcta.

Describa con palabras el razonamiento empleado para responder a la pregunta 5.

Montajes de ExD para incorporar la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli en ambientes escolares de Ingeniería



Luis H. Barbosa¹, Cesar Mora²

¹*Grupo Física y Matemática, Depto. de Ciencias Naturales, Facultad de Ingeniería, Universidad Central, Cra 5 No 21-38, Bogotá, Colombia.*

²*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.*

E-mail: lhbfsica@gmail.com,

(Recibido 1 de Mayo de 2013, aceptado 25 de Agosto de 2013)

Resumen

Se han recopilado distintos montajes de experimentos discrepantes (ExD) cuyo fenómeno puede ser explicado usando como mecanismo la ley de Presión Hidrodinámica de Bernoulli (LPHB). Se esbozan los montajes y se describen los eventos relevantes que pueden ser predichos mediante esta regularidad. Adicionalmente se reporta una experiencia de aprendizaje activo donde se han usado algunos de los montajes descritos. Se describe la experiencia y se reportan resultados del coeficiente de Bao sobre una población de 63 estudiantes de muestras tomadas con el pre-test/pos-test una semana antes y después de incorporar la LPHB en una sesión de instrucción. Para tomar los datos se ha usado un test de la LPHB previamente utilizado en otros estudios. Se ha encontrado que la metodología es efectiva de acuerdo a los vectores de evolución de Bao pero con una eficiencia en tiempo de tan sólo 2 horas, esto es muy conveniente en la búsqueda de metodologías eficientes y compite con el método tradicional que como se sabe es eficiente en tiempo pero nada efectivo para incorporar temáticas de física en muchos ambientes escolares.

Palabras clave: Material didáctico, experimentos discrepantes, enseñanza de la Física.

Abstract

This article presents an interacting discrepant experiment (DeX), its physical modeling as well as its pedagogical benefits of the assembly to learn the Bernoulli's Law of Hydrodynamic Pressure. The impact of the results is presented on a population of students and the interactive engagement is measured starting from a process of dissonance to a process of consonance. The prototype has been implemented as a project in order that the student's population makes time by their own during four weeks. The evolution of the learning process is specified with the Hake's average normalized gain and the Bao's concentration factor. The Hake's gain value, above 0.5 means that the experience has turned out to be quite fruitful from a pedagogical standpoint.

Keywords: Didactic material, discrepant experiments, physics education, teaching methods.

PACS: 01.50.My, 01.40.-d, 01.40.Fk, 01.50.Pa, 01.50.Wg, 01.50-i, 01.40.gb

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Como se sabe de trabajos anteriores, la LPHB corresponde a una de las regularidades más fértiles de la naturaleza que fue advertida y modelada por Bernoulli y permite explicar un variado número de fenómenos producidos para fluidos en movimiento [1, 2, 3]. Sobre la interpretación de esta ecuación Bauman llamó la atención sobre ciertos cuidados que se deben tener a la hora de demostrarla, así como ciertos errores que se cometen a la hora de concluirla [4, 5]. Acerca de las ideas intuitivas o preconcepciones de los estudiantes sobre esta ley, se presenta un estudio sobre una población de estudiantes de ingeniería que fue usado en la construcción y validación de un test para evaluar el aprendizaje de esta

regularidad de fluidos [6]. Sin embargo, en la comunidad académica se despliega una gran controversia sobre las "misapplications" de la LPHB correspondientes a distintos fenómenos que un grupo de profesores entiende como aplicaciones de la ecuación de Bernoulli, pero que otro grupo afirma como aplicaciones no adecuadas de la LPHB [7, 8]. Por ejemplo, un grupo de profesores precisa que el vuelo de los aviones se debe a la ley de Bernoulli mientras que otro grupo precisa que es más bien debido a la segunda ley de Newton. Pero aunque se presentan una gran variedad de situaciones que pueden ser explicadas por la LPHB, en revisiones sobre el ámbito de investigación en Física educativa, no se tiene un estudio que contenga las situaciones

experimentales que puedan ser aplicaciones de la LPHB adecuadas para la clase [9, 10]. Tener un estudio de tal naturaleza, podría ser útil a la hora de presentar situaciones que permitan ejercitar y repetir la apropiación de este concepto. Por esta razón este artículo pretende reunir algunos de los montajes más representativos como aplicación de la LPHB aunque ya Walker había ilustrado algunos [11]. Como un ejemplo de uso para la clase, se muestra una experiencia donde se plantearon cerca de 10 situaciones diferentes para plantear y luego interaccionar con una población de estudiantes. El método ha mezclado un tinte de tradicional, otro de PODS [12] y mucha interacción con preguntas y respuestas. Se pretende entonces mostrar resultados de esta experiencia, lo cual resulta eficaz, pero también eficiente en tiempo de ejecución.

En lo que sigue del artículo se ilustran varias situaciones que comúnmente vislumbran un fenómeno discrepante ya que de trabajos anteriores han mostrado ser de un gran valor pedagógico para movilizar al estudiante y favorecer su aprendizaje [13, 14, 15]. Posteriormente se presenta una experiencia de uso de estos montajes en una población de 63 estudiantes de física mecánica en ambientes de ingeniería y se muestran los resultados de la evolución del aprendizaje con muestras del pre/pos-test mediante el índice de concentración de Bao [16] y finalmente se presentan las conclusiones.

II. MONTAJES, FENOMENO Y USO EN EL AULA

A continuación se presentan algunos montajes que fueron usados como aplicaciones de la ley de Bernoulli al intervenir en una población de cerca de 63 estudiantes de ingeniería de la Universidad de la Salle con edad promedio de 17 años y de clase media.

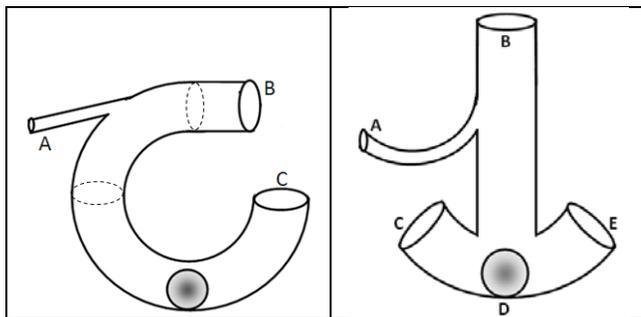


FIGURA 1. a) Soplador mágico 1. b) Soplador mágico 2. En ambos al soplar por el tubo B se debe observar que la bola en el fondo del aparato inicia el movimiento.

Los montajes de la figura 1 son invención de Barbosa y fueron usados para un estudio de incorporación de la LPHB en ambientes escolares de ingeniería [2]. El montaje de la figura (1a) ha sido construido en manguera o vidrio y fue presentando por primera vez en un congreso nacional de Física en Manizales (Colombia) en 2001. El montaje de la figura 2 fue usado en el Test-LPHB [20] en estudios durante

2008-2011 y fue presentado como un prototipo en vidrio en reunión anual de profesores de física (AAPT-2011) en San Luis Potosí. Se usó una esfera de poliestireno en D para hacer la demostración experimental durante una conferencia de cierre el domingo. Si se usa una esfera de balsa o de corcho se necesita una muy alta capacidad pulmonar para vencer el peso de la esfera. En ambos prototipos al soplar por A hace que la esfera en el fondo salga disparada hacia B. Esto resulta discrepante para la lógica de la mayoría de estudiantes.

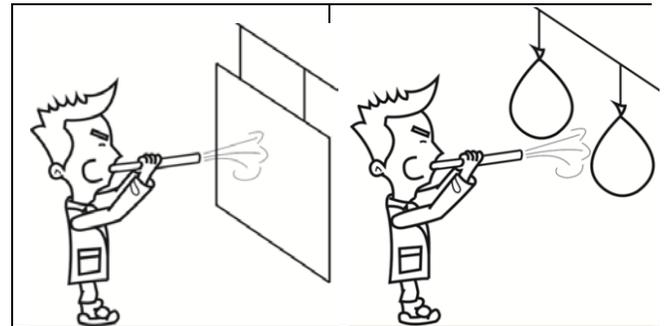


FIGURA 2. a) Soplar en frente de una hoja de papel. b) Soplar en medio de dos globos.

Este montaje es muy conocido en la comunidad académica pero resulta muy adecuado presentarlo, primero de modo que se observe que el flujo empuja una cartulina, luego se plantea el montaje de los dos globos para soplar en medio con un tubo. Si los estudiantes no lo conocen, casi siempre resulta discrepante para ellos, pues ellos predicen que los globos se separan, pero sucede que se unen.

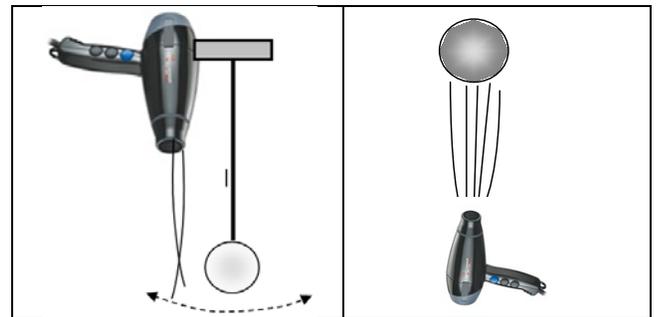


FIGURA 3. a) Bola de poliestireno atada de un hilo y atrapada al colocarla cerca de un flujo constante de aire. b) Bola flotando en un flujo constante de aire.

Tanto los montajes de la figura 3 como de la figura 4 son usados como aplicaciones de la ley de Bernoulli, sin embargo como precisa Weltner y Ingelman-Sundberg estos montajes son impactantes para el estudiante y resulta un poco complejo evidenciar la ley de Bernoulli en la comprensión del fenómeno. Respecto al montaje (3b) existe cierta polémica de si realmente es una aplicación de la LPHB, pues por un lado, es clave ponerle cuidado a la fuerza sustentadora del aire para sostener la bola, pero además es importante recordar que la bola no se sale del flujo incluso para una pequeña inclinación del flujo. Es en este fenómeno (bola no se sale del flujo), donde se puede usar a la LPHB y no para

sustentar la bola en cuyo caso sería mejor usar la segunda ley de Newton.

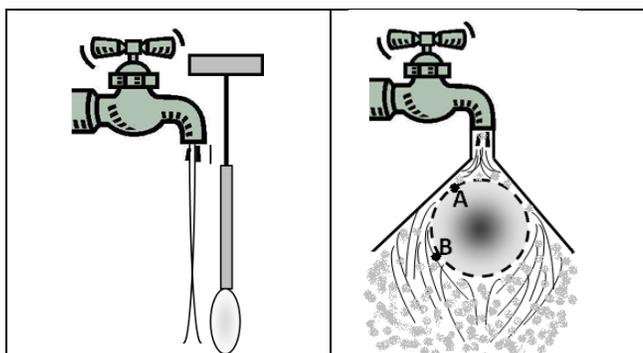


FIGURA 4. a) Cuchara cerca de un flujo continuo de agua. b) Bola de ping pong dentro de un embudo con flujo continuo de agua.

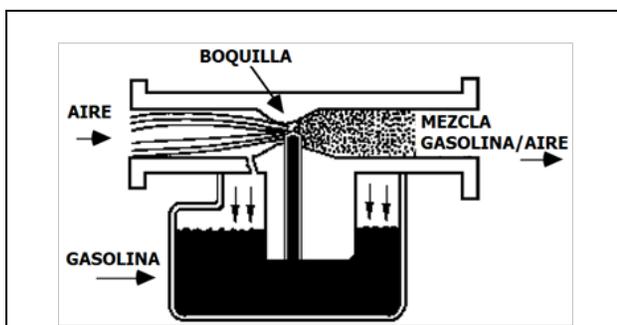


FIGURA 5. Esquema simple del carburador de un auto.

El carburador bosquejado en la figura 5 es un dispositivo que cae dentro de las aplicaciones que de la LPHB que empiezan a volverse obsoletas por el avance de la inyección electrónica en los autos pero que no por ello dejan de llamar la atención para recordar la LPHB, pues el carburador aun se usa en maquinaria agrícola (motosierras), en ciclomotores y motocicletas de baja cilindrada, en los generadores eléctricos portátiles y en los juguetes de modelismo con motor.

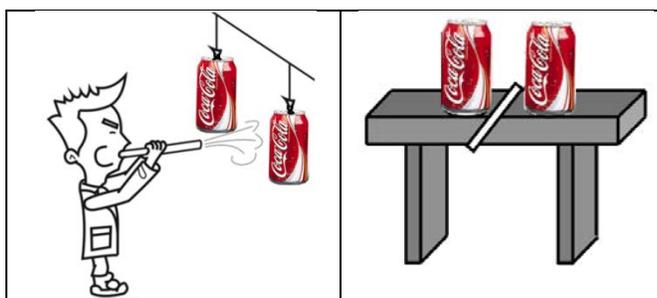


FIGURA 6. a) Botellas de plástico colgando de hilos que se juntan al soplar en medio de estas. b) Latas vacías de gaseosa muy juntas sobre una mesa se juntan si se hace incidir un flujo de aire en medio de ellas a pesar del rozamiento con la mesa.

Los dos montajes de la figura 6 aunque son muy similares permiten llamar la atención en la fuerza que hay que vencer para verlos como aplicación de la LPHB. En las botellas de plástico está la ligadura de las cuerdas que cuando al soplar

en medio de las botellas evidencian la disminución de la presión, pero en el caso de las latas sobre la mesa, para ver el fenómeno de disminución de la presión, se debe vencer la fuerza de fricción de las latas sobre la mesa. Esto último permite vislumbrar un hecho curioso cuando detrás de las latas se coloca una pared vertical muy próxima a las latas o algo lejana de ellas; cuando la pared está cerca las latas vacías, se separan cuando se sopla en medio de ellas, pero si la pared lejos, las latas se juntan.

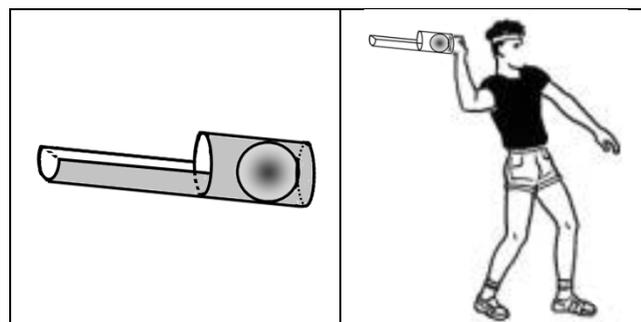


FIGURA 7. a). Lanzador de bola de poliestireno que puede construirse con un tubo de 3 pulgadas b) Al lanzar la bola no solo se impulsa sino que se le imprime rotación que origina el Tiro de chanfle por efecto Magnus.

El artefacto de la figura 7 corresponde a un tubo en semicilindro para lanzar una bola de poliestireno y permite visualizar perfectamente la desviación de la trayectoria de la bola cuando ésta rota en sentido horario o antihorario respecto a su eje y además avanza respecto al aire en reposo. Esto en el sentido común es entendido como que «la bola tiene efecto». Por ejemplo, en el tenis, beisbol o el llamado «tiro de chanfle» de Roberto Carlos. En física es llamado el efecto Magnus, pero de nuevo la LPHB ayuda a comprender el fenómeno cuando se compara la rapidez del aire que arrastra la bola por la rotación y la rapidez del aire por el avance de la bola en una determinada dirección. Este ejemplo particularmente no puede ser explicado solo con Bernoulli ya que la explicación requiere llamar la atención sobre la fricción o viscosidad al fluido.

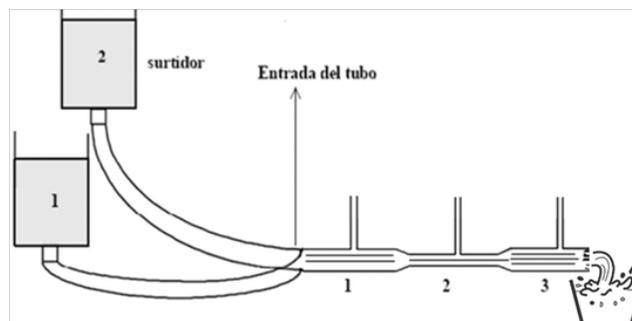


FIGURA 8. a). Tubos verticales con tubo horizontal comunicante que cambia la sección transversal de área para cambiar velocidad de flujo y por ende la presión que hace cambiar el nivel de fluido en los tubos verticales.

El montaje de la figura 8 permite llamar la atención para la relación entre la ecuación de continuidad y la ecuación de

Bernoulli ya que por un lado la velocidad del fluido cambia al reducirse la sección transversal de área del tubo horizontal y esto aumenta la velocidad que a la vez origina disminución de la presión en el fluido y por tanto nivel del fluido en el tubo vertical disminuye.

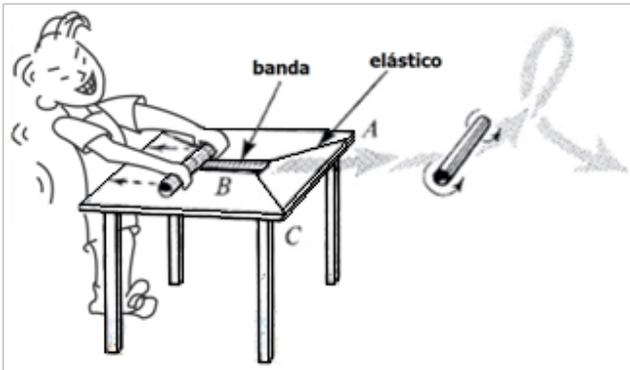


FIGURA 9. Lanzar objetos con superficies y que rotan sobre su eje principal.

En el montaje de la figura 9 la idea es lanzar el cilindro con una banda pero además hacerlo rotar sobre su eje. Sin rotación el cilindro debería trazar una trayectoria parabólica en su recorrido, pero con rotación alrededor de su eje principal el cilindro traza una trayectoria de zigzag. Con cierta complejidad, en este caso de nuevo la ley de Bernoulli es la herramienta conceptual para acercarse a la comprensión del fenómeno.

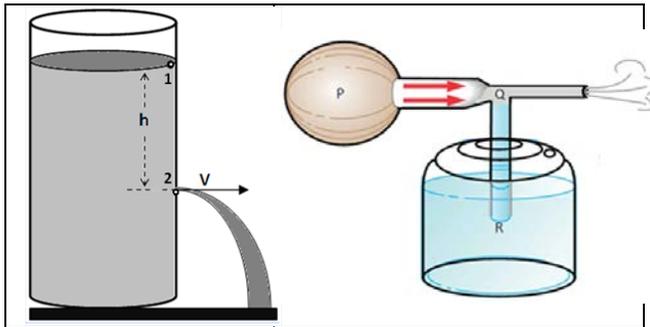


FIGURA 10. a) Montaje para deducir la ecuación de Torricelli como un caso particular de la ley de Bernoulli. b) Atomizador o vaporizador.

En el montaje de la figura 10 al aplicar la ecuación de Bernoulli entre el punto 1 y 2 del tanque se debe suponer que la rapidez en «1» es aproximadamente cero y que además la presión tanto en «1» como en «2» es atmosférica. Entonces se puede deducir que la velocidad del flujo es

$$\sqrt{2gh} . \quad (1)$$

Asimismo, con la ley de Bernoulli se puede explicar como el flujo en el tanque del atomizador o vaporizador, sube y es dispersado en muchas gotas. La explicación es que cuando se mueve el émbolo o se comprime la bomba en P se genera un flujo cuya alta velocidad en el nodo de conexión con el

tubo vertical hace que la presión disminuya y por tanto el flujo suba desde R hasta Q. Esta explicación también tiene contradictores en la red pero algunos profesores reconocidos como Walter Lewin aun la usan para explicar el fenómeno.

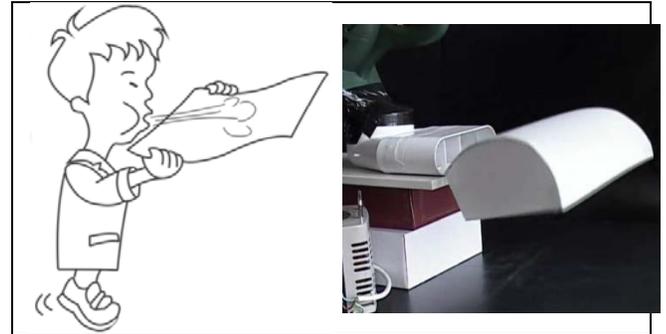


FIGURA 11. a) Soplar por encima de hoja b) Soplar por encima de estructura curva, efecto cohanda.

Soplar por encima de la hoja es una situación común para evidenciar la regularidad de Bernoulli (ver figura 11). Se puede construir una estructura con cartulina que tenga una superficie curva y mediante una sopladora incidir con un flujo de aire por encima de tal superficie; el efecto es que la superficie se levanta y aunque este montaje lo usan para ilustrar el efecto Coanda, no hay una gran brecha conceptual explicar mediante la regularidad de Bernoulli.

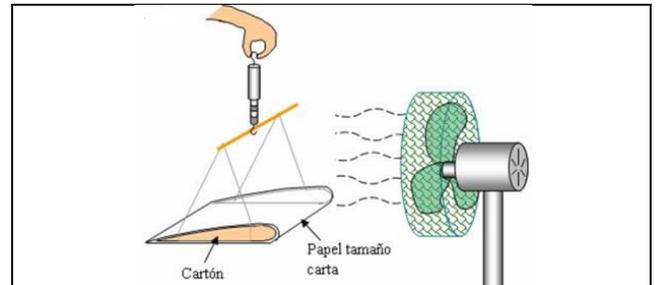


FIGURA 12. Estructura semejante a un ala de avión sujeta a un dinamómetro.

El montaje de la figura 12 ilustra un descenso en el sensor de fuerza cuando se hace incidir un flujo de aire con el ventilador en la estructura. Quizás puede contribuir a esclarecer sobre aquella polémica internacional de que la LPHB no es suficiente para explicar el ascenso de los aviones.

En la figura 13 se muestran dos maquetas donde el aire incide una casa y una edificación. Como el aire pasa rápidamente baja enormemente la presión y puede tener efectos nefastos sobre la construcción. Este hecho de la naturaleza debe ser tenido en cuenta por el ingeniero a la hora de diseñar y construir, por ejemplo, para determinar una medida de la influencia de la edificación cuando la estructura se balancea (ver figura 13b) o cuando el viento incide sobre el techo de la casa (ver figura 13a).

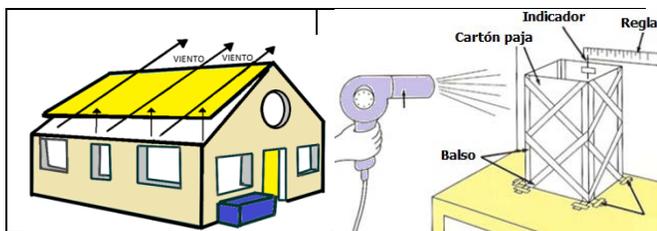


FIGURA 13. a).Techo casa b) Maqueta de un edificio para mostrar influencia sobre la fachada cuando un flujo de aire incide de lado sobre la edificación.

El montaje de la figura 14 posee cuatro tubos verticales unidos a un tubo horizontal con fluido coloreado y que está libre a la atmósfera. En algunos de los tubos verticales se ha colocado una pestaña con superficie ya sea plana, cóncava, convexa o nada. Cuando se hace incidir un flujo horizontal sobre cada pestaña se espera que el aire al pasar rápidamente disminuya la presión y por tanto el nivel del fluido suba respecto a uno inicial.

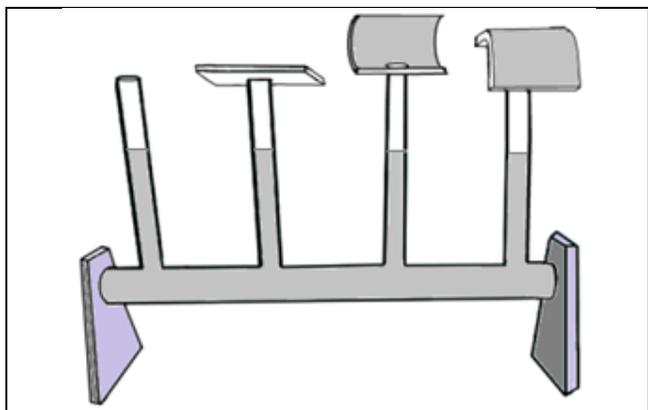


FIGURA 14. Tubos verticales libres a la atmósfera con distintas superficies y soplar horizontalmente en cada una de ellas.

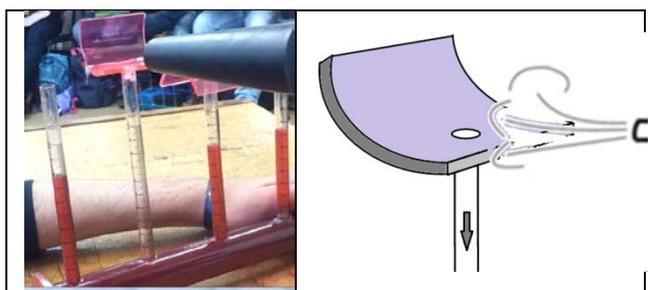


FIGURA 15. a) El flujo de la sopladora en vez de disminuir la presión según Bernoulli, la aumenta y en este caso el nivel del fluido desciende. b) Esquema de la pestaña que hace descender el nivel del fluido y que a pesar de ser curva, no lo puede predecir la ley de Bernoulli.

Lo que se observa es que efectivamente en el tubo con pestaña convexa, el nivel asciende ya que la presión disminuye, pero en el caso del tubo con pestaña cóncava, el nivel desciende, es decir la presión aumenta, contrario a lo que predice la LPHB. Este hecho parece que se debe a que en tal pestaña, se forma una turbulencia de fluido y entonces el aire se direcciona hacia abajo empujando y aumentando la presión lo cual sería explicado de acuerdo a la segunda ley de Newton. Ahora bien, cuando se hace incidir un fuerte flujo en el tubo sin pestaña el nivel asciende y en el caso con pestaña plana, el nivel desciende. Es decir la LPHB se queda corta a la hora de predecir en algunas de estas situaciones. Este experimento tiene un fino detalle y es que el fluido de la sopladora debe incidir horizontal, es decir, perpendicular al tubo vertical. Si el flujo se inclina ligeramente hacia arriba, el nivel asciende y pareciera que el flujo succiona el aire del tubo vertical y por ende hace ascender del tubo vertical.

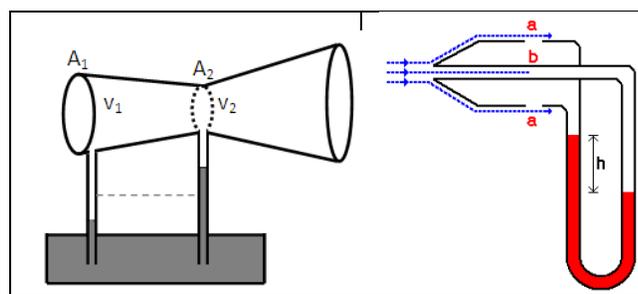


FIGURA 16. a) Tubo de Venturi. b) El Tubo de Pitot.

La figura 16a muestra un esquema del tubo de Venturi que sirve para medir la velocidad de un fluido en una tubería a partir de la diferencia de presión. La figura 16b corresponde a un esquema del tubo de Pitot y sirve para medir velocidad de un flujo mediante la diferencia de presión estática y dinámica en una línea de corriente.

El prototipo de la figura 17 es llamado al rotor de Flettner y ha sido usado para impulsar navíos. Se puede construir con un carrito de tres o cuatro ruedas con baja fricción en los ejes y un cilindro liviano en el eje de un motor de eléctrico sobre el carrito. Como se observa en la figura la idea es que el cilindro sobre el carrito rote ya sea horario o antihorario. Cuando sobre éste el cilindro rotante se hace incidir un flujo aire lateral o de lado (figura 17b), se origina un movimiento horizontal del carrito hacia adelante o hacia atrás.

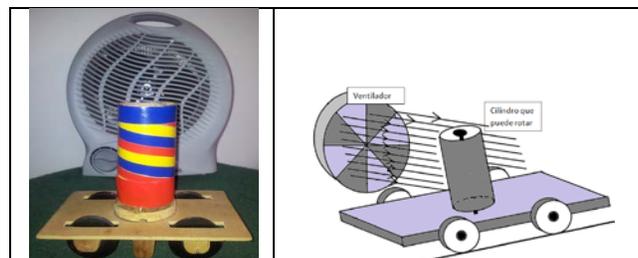


FIGURA 17. a). Rotor de Flettner. b) Carrito de juguete con cilindro rotante que puede avanzar por incidencia de flujo de aire desde una ventilador.

Aunque este es un caso del efecto Magnus se puede elaborar una explicación simple con la relación de velocidad-presión de la LPHB. De acuerdo a la figura 17, el cilindro que rota en sentido antihorario sobre el carrito recibe aire perpendicular que incide por ambos lados. Por la rotación del cilindro se arrastra aire en el borde de modo que la velocidad del aire en el lado izquierdo del cilindro es mayor, mientras que la del lado derecho es menor. En consecuencia, se presenta una diferencia de presión de derecha a izquierda sobre el cilindro y el carrito va hacia izquierda. Dicho de otra manera, se observa que ya que el aire va más rápido en el lado izquierdo del cilindro, ahí la presión disminuye, por tanto, hacia ese lado avanza el carrito.

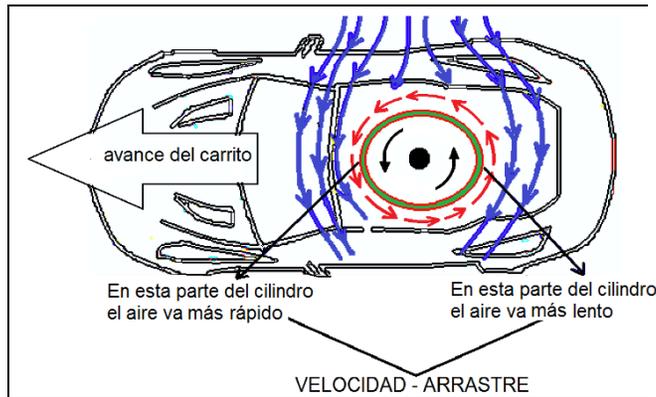


FIGURA 17. Vista del carrito-cilindro desde el techo.

III. MARCO TEORICO

A. Ecuación de Bernoulli para fluidos en movimiento

Para un fluido estacionario, no viscoso, irrotacional e incompresible se cumple que para dos puntos de una línea de corriente la suma de las presiones estática, cinética y gravitacional, es un valor constante que se expresa como,

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2. \quad (2)$$

Si se condiciona para un fluido horizontal, el término gravitacional desaparece y la ecuación queda,

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = cte. \quad (3)$$

La ecuación (2) de Bernoulli expresa aquella relación de variación inversa entre velocidad y la presión para una línea de corriente de un fluido ideal, pues se observa que para que la suma de los dos términos sea constante, cuando la rapidez aumenta, la presión debe disminuir y viceversa, así se compensan y de ese modo la suma siempre da un valor constante. Bauman hace una excelente interpretación de esta

ecuación y llama la atención sobre algunos errores que se cometen en la interpretación [4].

B. El coeficiente de Bao

Es un indicador que da cuenta de la concentración de respuestas de una población de estudiantes cuando se enfrentan a una situación de pregunta frente a un test. Un valor bajo de puntaje con un valor bajo de concentración corresponde a que la población responde al azar, un nivel medio de puntaje y concentración media puede implicar que la población posee un modelo correcto y uno incorrecto para responder [16].

$$C = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1} x \left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n n_i^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{m}} \right). \quad (4)$$

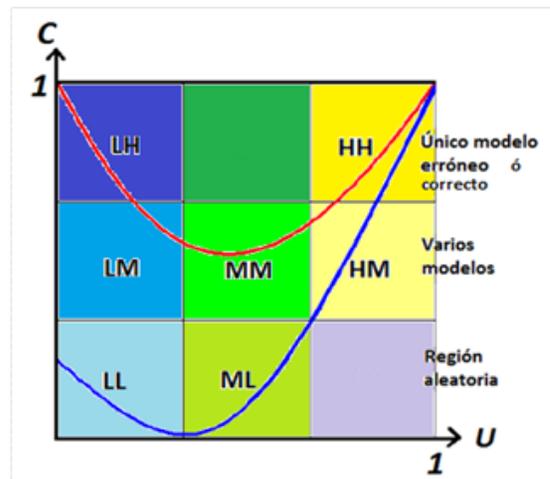


FIGURA 18. Gráfico topológico de regiones de Bao que determina tendencias de pensamiento de una población.

En este caso m corresponde al número de opciones o respuestas del ítem, n_i corresponde al número de elecciones correctas de la población encuestada frente a una pregunta ó ítem y N el número de estudiantes de la población. El gráfico de la figura 18 ilustra esta idea. Además se pueden trazar flechas desde los datos para contestaciones desde el pre-test hasta los datos para contestaciones del pos-test. Es son los denominados vectores de evolución de Bao que pueden dar una idea tanto numérica como geométrica de que tanto evolucionó el aprendizaje de una población determinada frente a un tema.

IV. CASO ESPECIAL CON 63 ESTUDIANTES

A. Metodología

Una semana antes de presentar el tema de fluidos se aplica el test-LPHB [20]. Luego, previo a la semana de actuación, se

avanza hasta el tema de conceptos básicos de Hidrostática y se deja planteada la ecuación de Bernoulli. Se sugiere que se va a dar una clase especial en la siguiente sesión sobre el último resultado. Se comienza recordando la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli. Se informa de lo importante de esta regularidad para explicar fenómenos.

El día de inicio la clase se comienza con un ejemplo precisando que la idea es predecir mediante uso de la LPHB sobre la situación presentada:

1. Primera situación es con el soplador de la figura 1. Se plantea, y en cuestión de segundos se hace una encuesta verbal. Se hace el experimento y en vez de que discutan, se explica haciendo uso de la LPHB. Se usa el prototipo y se usa el tablero. Se plantea la ecuación para un tramo del soplador. (15 minutos)
2. Segunda situación se planteo con el tubo de Venturi y se preguntó de nuevo a algunos estudiantes. Como caso especial se observa que si contesta el estudiante que entre la población tiene reputación de más sabio entonces todos se adhieren a la respuesta de El sin reflexionar.
3. Se plantean varias situaciones (tres mas) pero se acuerda con la población que antes de contestar, permitan al profesor elegir el estudiante que debería contestar. En este caso aun después de varias situaciones, un 40% de la población aun presenta incertidumbre y se equivoca.
4. Para este momento ya van cerca de 5 situaciones estudiadas, por lo menos en la fenomenología. Ahora se plantea una situación del tanque de agua y se deduce la ecuación para velocidad del agua de Torricelli en el punto 2 del tanque.
5. Se plantean otras situaciones y se sigue preguntando para que usen como herramienta de predicción la LPHB. Se estudiaron 14 situaciones distintas para usar siempre esta regularidad como mecanismo de explicación y predicción, en cada caso se hizo síntesis.
6. La última situación usada fue la soplar con un tubo en medio de dos globos. Controlando la respuesta comenzando por el que menos ha mostrado desempeño, incluso es esta quinceava situación un 20% no predice el fenómeno correctamente, pero se explica y con un par de globos sacados del bolsillo se comprueba con el experimento. Para este momento ya quedan menos de 10 minutos para acabar la clase.
7. Finalmente se termina la clase pero se recalca de lo importante de esta regularidad para ser tenida en cuenta a la hora de diseñar techos de casa, fachadas de edificios y que incluso sirve para explicar la voz. Se precisa que este tema se evaluará en el examen final.
8. La semana siguiente se aplica el test-LPHB junto a un examen de 10 puntos conceptuales de examen final con la indicación de que aquel estudiante que tenga un mínimo 8 repuestas buenas del test de 12, será premiado con decimas en el puntaje del examen final.

Es importante enfatizar que se podría avanzar en muchas situaciones si se dispone de tecnología para mostrar videos

cortos, recoger la información en cada encuesta y se dispone de experimentos sencillos para accionar.

B. Resultados

De acuerdo a información del pre-test, del pos-test y a partir de ecuación (4) se obtiene la gráfica de la figura 19 y la tabla 1. Se observa que la mayoría de preguntas pasan de la zona de azar (bajo puntaje y baja concentración) a la zona de dos modelos o un solo modelo de pensamiento (puntaje medio y superior e índice medio u alto).

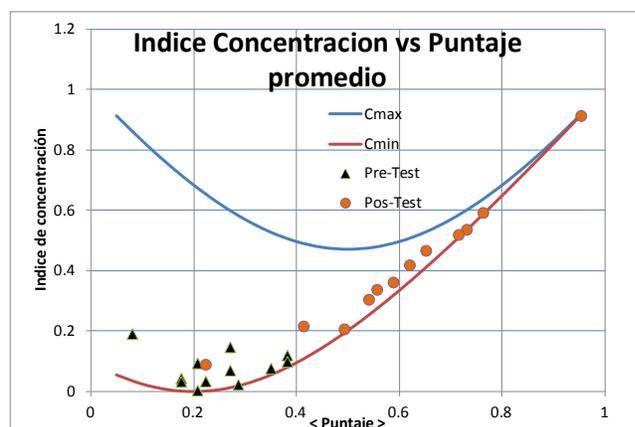


FIGURA 19. Evolución de pensamiento para población de 63 estudiantes de acuerdo a Test-LPHB.

TABLA I. Valores de concentración C y puntaje promedio <p> para test-LPHB antes de la instrucción y luego de la instrucción.

#	Pre-Test		#	Pos-Test	
	<p>	C		<p>	C
1	0.349	0.079	1	0.540	0.307
2	0.079	0.194	2	0.492	0.209
3	0.206	0.097	3	0.651	0.469
4	0.270	0.150	4	0.730	0.539
5	0.270	0.073	5	0.587	0.364
6	0.175	0.046	6	0.952	0.915
7	0.222	0.036	7	0.413	0.219
8	0.286	0.026	8	0.762	0.594
9	0.175	0.036	9	0.714	0.521
10	0.381	0.123	10	0.222	0.092
11	0.381	0.102	11	0.556	0.340
12	0.206	0.006	12	0.619	0.421

Para trazar los vectores de evolución de Bao es clave observar los valores para cada pregunta y cómo cambian desde pre-test hasta pos-test. Es importante observar que justo la pregunta 10 no sufre ningún cambio. Al analizar la pregunta 10, parece que fue mal comprendida por la población. Por entrevista posterior con estudiantes se encontró que había confusión con la redacción y la figura de esa pregunta del test-LPHB. La tabla 1 permite precisar los vectores de evolución de Bao para cada pregunta del test-

LPHB. La primera columna corresponde al valor de inicio y la segunda columna al valor final del vector.

V. CONCLUSIONES

Se ha presentado una colección de posibles experiencias que pueden ser usadas para incorporar la ley de Bernoulli para fluidos en movimiento. Los montajes ilustrados generalmente presentan un fenómeno discrepante para el observador que nunca ha hecho reflexión sobre la regularidad de la LPHB. Esta discrepancia que originan estos montajes permite un escenario no solo cautivante sino de mucha actividad para movilizar al estudiante hacia una eficaz aprehensión del concepto que subyace a la regularidad de Bernoulli.

Como un caso especial se presentan resultados sobre una población de estudiantes en la cual se ha monitoreado su aprendizaje mediante el índice de concentración de Bao y sus vectores de evolución para cada una de las preguntas del test-LPHB. Se ha encontrado que una metodología interactiva usando algunas de estos montajes es muy eficiente al producir un cambio positivo por ir de la zona de respuestas al azar de Bao a la zona de un modelo correcto según el gráfico de la figura 17. Lo interesante de esta experiencia es el uso eficiente del tiempo ya que se ha usado sólo un tiempo de dos horas previa demostración de la ley. Esto puede ser muy útil a la hora de competir con el método tradicional el cual es eficiente en tiempo pero no efectivo para producir cambios conceptuales en los estudiantes.

La idea de este estudio es llamar la atención de que la acción de generar varias prácticas del mismo fenómeno, es decir de repetir la reflexión de la regularidad para distintos experimentos o eventos es de gran valor pedagógico para asimilar eficazmente un concepto. Esto se valida en este caso al presentar varios experimentos cuya característica común es que se pueden explicar con la misma ley en una población de estudiantes de ingeniería. Repetir sin aburrir requiere de este tipo de prácticas y es una acción efectiva para originar aprendizaje.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a la Dra. Leonor Hernández de Ciencias Naturales de la U. Central por la gestión en descarga de tiempo en el semestre para culminar este artículo.

REFERENCIAS

- [1] Barbosa L. H., Mora C., Talero P. y Organista O., *El Soplador mágico: un experimento discrepante en el aprendizaje de la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli*. RBEF **33**, 4309 (2011).
- [2] Barbosa L. H., *The magic blower as a didactic element in learning the Bernoulli's law of hydrodynamic pressure in*

- engineering students*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 133-138 (2012).
- [3] Guillen, M., *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo*, (Drokerz Impresiones, de bolsillo, México, 2010).
- [4] Bauman, R. and Schwaneberg, R., *Interpretation of Bernoulli's equation*, The physics Teacher **32**, 478-488 (1994). <http://dx.doi.org/10.1119/1.2344087>
- [5] Bauman, R. P., *An alternative derivation of Bernoulli's principle*, Am. J. Phys. **68**, 288-289 (2000), <http://dx.doi.org/10.1119/1.19423>.
- [6] Barbosa, L. H., *Metodología PODS con experimentos discrepantes para el aprendizaje de la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli*, Enviado 04 abril de 2012 a RBEF, en revisión.
- [7]. Weltner, K., and Ingelman-Sundberg, M., *Misinterpretations of Bernoulli's Law*, <http://plato.if.usp.br/2-2007/fep0111d/Bernoulli.pdf> Consultado el 3 de febrero de 2011.
- [8] Recktenwald G., Edwards R., Howe D. and Faulkner J., *A simple experiment to expose misconceptions about the Bernoulli's equation*. ASME Conference Proceedings, 43802, 151-160 (2009). http://eet.cecs.pdx.edu/pubs/pdf/2009_IMECE2009-10964_suddenExpansion.pdf
- [9] Mcdermott, L. and Redish, E., *Resource Letter: PER-1: Physics Education Research*, Am. J. Phys. **67**, 755-767 (1999), <http://dx.doi.org/10.1119/1.19122>, Consultado el 30 de diciembre de 2010.
- [10] Davis, J. A. and Eaton, B. G., *Resource Letter PhD-1: Physics demonstrations*, Am. J. Phys. **47**, 835-289 (1979), <http://dx.doi.org/10.1119/1.11625>
- [11] Walker, J., *Física recreativa: La feria ambulante de la física*, (Noriega Editores, México, 2000).
- [12] Sokoloff, D. and Thornton R., *Active Learning in Introductory Physics*, (J. Wiley and Sons, Oregon, 2004).
- [13] Barbosa, L. H., *Los Experimentos Discrepantes en el aprendizaje activo de la física*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **2**, 246-252 (2008).
- [14] Barbosa, L. H. y Mora C., *Los ExD como una herramienta pedagógica en la enseñanza de la Física*. Colombiana de Física **42**, 11-15 (2010).
- [15] Festinger, L., *A theory of cognitive dissonance*, (Stanford University Press, Stanford, CA., 1957).
- [16] Bao, L. and Redish, E., *Concentration analysis: A quantitative assessment of student states*, Am. J. Phys. **69**, S45-S53 (2001),
- [17] Efecto Venturi. Flujo y aplicaciones de Venturi http://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Venturi
- [18] LHBFISICA, Web page of Luis H. Barbosa, <http://sites.google.com/site/lhbfsica/>, Consultada el 30 de enero de 2012.
- [19] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J., *Fundamentals of Physics*, Vol. 1, 7th Ed. (John Wiley & Sons, USA, 2005). <http://www.compadre.org/per/items/Load.cfm?ID=2662>.
- [20] Barbosa, L. H., *Construcción, validación y calibración de un instrumento de medida del aprendizaje: test de ley de Bernoulli*. Enviado a la Rev. Educ. en Ingeniería. 04/2013.

Utilidad de las imágenes en la anticipación de situaciones experimentales



Carla Inés Maturano, Susana Beatriz Aguilar y Graciela Inés Núñez
Instituto de Investigaciones en Educación en las Ciencias Experimentales.
Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes. Universidad Nacional de San Juan.
Av. I. de La Roza 230 oeste. San Juan. Argentina. 5400. Tel: 54-264-4228422.

E-mail: cmatur@ffha.unsj.edu.ar

(Recibido el 3 Junio 2013, aceptado el 29 de Agosto de 2013)

Resumen

Pretendemos indagar las habilidades de los estudiantes para relacionar magnitudes físicas a partir de un dibujo figurativo con signos. Este representa un aparato que permitiría realizar experimentos con gases para analizar sus propiedades. Esperamos que los estudiantes relacionen las magnitudes que pueden medirse con los instrumentos y otros elementos que constituyen la imagen con el fin de idear situaciones experimentales que pudieran realizarse con el aparato. Los resultados muestran algunas dificultades referidas al manejo de las magnitudes involucradas y a la factibilidad de los experimentos en función del aparato graficado. Destacamos algunas potencialidades de la utilización de la imagen para el manejo de variables y la anticipación de situaciones experimentales.

Palabras clave: Imagen, gas ideal, experimentos.

Abstract

We aim at investigating the students' abilities to relate physical quantities from a figurative drawing with signs. This drawing represents a device that would allow to do experiments with gases in order to analyze its properties. We expect students to relate the quantities that can be measured with the instruments with other components of the image in order to plan experimental situations which may be made with the device. The results show some difficulties related to the management of the quantities involved and the feasibility of carrying out the experiments with the device drawn. We highlight some potentialities for image use to deal with variables and with the anticipation of experimental situations.

Keywords: Image, ideal gas, experiments.

PACS: 01.40.gb; 01.50.Pa; 05.70.Ce

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Numerosos estudios reportan la falta de experimentación en las aulas de Ciencias lo que impactaría en la formación de los estudiantes en varios planos: conceptual, en la medida en que muchos fenómenos se aprenderían totalmente desvinculados del contexto real en que se producen; procedimental, ya que los estudiantes no se apropiarían de los métodos con que la Ciencia accede a los algunos conocimientos y actitudinal, al favorecer una concepción parcial de la actividad científica [1, 2, 3, 4]. Sin embargo, aunque para algunos temas es adecuada y necesaria la experimentación, esto no ocurre siempre, aún cuando los contenidos involucren magnitudes medibles en un experimento. Los factores que podrían hacer que el docente tome la decisión de optar por sustituir el trabajo en el laboratorio por otras actividades en el aula se relacionarían con la inexistencia de material, la poca probabilidad de llegar a resultados convincentes a partir del instrumental

disponible, la peligrosidad de la manipulación de ciertos elementos para el grupo de alumnos, entre otros.

En el caso que nos ocupa en esta investigación, referida al aprendizaje de contenidos relacionados con la ecuación de estado del gas ideal, las presiones con que es necesario experimentar para acercarnos al comportamiento del gas ideal a partir de un gas real requerirían una manipulación experimental tan compleja que sería imposible de realizar con los aparatos disponibles en la mayoría de los laboratorios de escuela o universidad.

Del análisis de la bibliografía más utilizada por los investigadores en enseñanza de las Ciencias, hemos observado que el uso de las representaciones gráficas referidas a situaciones experimentales para la identificación de variables, es un ámbito poco estudiado. En este trabajo, hemos seleccionado de un libro de texto una representación gráfica que muestra un dispositivo que se utiliza como evidencia experimental para encontrar la ecuación de estado del gas ideal. A partir de la observación de esta imagen proponemos actividades que implican la propuesta de

1 situaciones experimentales factibles de realizar con el
2 mismo. Esto requiere, además de un dominio acabado de
3 algunos conceptos, la capacidad de aplicación en contextos
4 o situaciones experimentales determinadas [5]. Involucran,
5 por lo tanto, acciones tales como las define Piaget [6],
6 entendidas no sólo como actuación material sino sobre todo
7 del pensamiento. En este contexto, poder diseñar situaciones
8 experimentales a partir de la imagen es un desafío por la
9 complejidad de los procesos que deben poner en juego los
10 estudiantes en la realización de estas actividades.

14 II. MARCO TEÓRICO

16 A. La experimentación en jóvenes y adultos: 17 posibilidades y limitaciones del pensamiento formal

19 Las habilidades cognitivas necesarias para la
20 experimentación resultaron de gran interés a la hora de
21 pensar en la comprensión de los conceptos y la adquisición
22 de procedimientos para el desarrollo tanto del pensamiento
23 como del método científico en los estudiantes. El
24 pensamiento formal parecía ser una condición indispensable
25 para el aprendizaje de las Ciencias y la resolución de
26 problemas complejos.

27 Es ampliamente reconocido el aporte de Jean Piaget
28 respecto al desarrollo cognitivo desde la primera infancia a
29 la adultez. Sin pretender adentrarnos en la descripción de los
30 estadios de pensamiento, nos proponemos mostrar algunas
31 características del pensamiento formal. Este último estadio,
32 denominado 'de las operaciones formales', corresponde a
33 los adolescentes a partir de los 15 años y a la edad adulta. El
34 autor identifica una serie de destrezas que tienen especial
35 relación con procesos de pensamiento frecuentes en el
36 aprendizaje de las Ciencias y con contenidos vinculados con
37 situaciones experimentales.

38 Sin caer en un reduccionismo, destacamos las
39 características que Carretero [7] sintetiza para este estadio:

40 - La capacidad de abstracción y comprensión de nociones
41 complejas. El adolescente se desprende de los datos
42 concretos y relaciona las variables que intervienen en una
43 situación.

44 - La anticipación de lo posible sobre lo real. El joven es
45 capaz de prever todas las posibilidades de combinación y
46 relación entre los elementos de un problema, despegándose
47 de los datos concretos.

48 - El razonamiento hipotético deductivo. Puede anticipar
49 hipótesis sobre los hechos, someterlas a prueba mediante la
50 experimentación y llegar a conclusiones. En este proceso, se
51 destaca la capacidad para controlar variables, manteniendo
52 constante todas, menos una.

53 - El pensamiento proposicional. El lenguaje es el
54 instrumento fundamental para expresar su representación de
55 lo posible. Es mediante el lenguaje que puede representar
56 las abstracciones a las que puede llegar. Por ello, es
57 necesario un uso exhaustivo de los términos, así como las
58 proposiciones que muestran las relaciones entre conceptos.

59 Los resultados de las investigaciones postpiagetanas han
60 planteado algunas dudas sobre el carácter formal descripto

61 en este estadio. En los últimos tiempos, esta caracterización
62 ha recibido numerosas críticas vinculadas a su validez
63 universal, la dificultad relativa de las tareas formales, la
64 falta de consideración del contenido de esas tareas y los
65 resultados obtenidos por las diferentes franjas etarias:
66 preadolescentes, adolescentes, jóvenes y adultos [7]. Una
67 serie de factores condicionan el desempeño de adolescentes
68 y adultos en relación a las tareas formales, algunos de ellos
69 provienen de los sujetos, otros de la actividad misma, o bien
70 se relacionan con el contenido abordado.

71 En los últimos tiempos, se ha pasado de considerar el
72 pensamiento formal como una herramienta potentísima que
73 bastaría casi para abordar cualquier tarea, a una concepción
74 según la cual es posible actuar a nivel formal en
75 determinadas tareas y a nivel mucho más concreto en otras.
76 Pozo y Carretero [8] llamaron a este problema "la crisis de
77 la omnipotencia lógica". El pensamiento formal ni siquiera
78 sería un pensamiento en el sentido de una estructura de
79 conjunto sino, más bien, una colección de estrategias o
80 esquemas que no se adquieren unitariamente y que, por
81 supuesto, no son totalmente formales. Se ha pasado de un
82 énfasis casi exclusivo en el desarrollo de determinadas
83 capacidades de razonamiento formal a prestar de nuevo
84 atención a los contenidos concretos. Ahora sabemos que el
85 pensamiento formal es, probablemente, una condición
86 necesaria para acceder al conocimiento, pero no es una
87 condición suficiente [9]. Está comprobado, además, que las
88 ideas previas de los individuos interfieren en el desempeño
89 esperado para el pensamiento formal.

92 B. Aprender Ciencias: una conjunción de habilidades 93 para la construcción del conocimiento científico

95 En los estudios actuales se pone el énfasis en el desarrollo
96 de "habilidades para el conocimiento científico" en los
97 jóvenes y adultos [10]. Por lo tanto, se puede pensar en el
98 desarrollo de procedimientos que permitan acceder a formas
99 científicas de llegar al conocimiento. Al respecto Pozo [11]
100 afirma que se deben enseñar esos procedimientos no de
101 forma general sino desde los conocimientos específicos de
102 cada disciplina. Es decir que los procedimientos no se
103 pueden separar de los contenidos a aprender.

104 Zabala [12] reafirma la necesidad de realizar actividades
105 que articulen tanto la teoría y la práctica como los conceptos
106 y los procedimientos para lograr aprendizajes efectivos en el
107 aula de Ciencias. El autor define los contenidos
108 procedimentales como un conjunto de 'saberes hacer' que
109 implican destrezas, habilidades, estrategias y técnicas, se
110 presentan como un conjunto de acciones ordenadas y están
111 dirigidas a un fin específico. Duggan y Gott [13] consideran
112 que el conocimiento procedimental se vincula a la capacidad
113 para dar solución a problemas a partir de las propias
114 experiencias, sin ayuda del profesor. En este sentido,
115 necesitan poseer habilidades y 'conceptos de evidencias', es
116 decir, todos aquellos conocimientos que se encuentran
117 relacionados con los datos obtenidos, las variables y sus
118 relaciones con la realidad, la recolección de datos, el
119 análisis e interpretación de los mismos, etc.

1 Algunas investigaciones sobre el proceso de razonamiento
2 científico se han dedicado al desarrollo de la estrategia del
3 control de variables. Comúnmente, los fenómenos
4 científicos comprenden la interacción de múltiples variables
5 cuya influencia sobre otras debe ser identificada. Por esto, el
6 control de variables es una estrategia fundamental a tener en
7 cuenta en un experimento: la influencia de algunas variables
8 debe mantenerse constante para que el efecto en una
9 variable determinada pueda ser identificado. Pero incluso la
10 propia realización de este objetivo va más allá de dominar la
11 técnica del control de variables. Identificar y examinar el
12 efecto de una sola variable a la vez es un desafío y
13 contribuye al éxito en la experimentación [10].

14 Sin embargo, aun cuando la estrategia de controlar las
15 variables se realiza con éxito, lo que importa en el mundo
16 real de las Ciencias es atender a las múltiples variables que
17 están presentes en un experimento científico. Éstas
18 coexisten y muchas de ellas influyen en los resultados del
19 experimento. La tarea del científico es tener en cuenta los
20 efectos pertinentes de las múltiples variables para predecir
21 cómo afectarán en forma conjunta el resultado. En esta
22 tarea, el razonamiento científico sería multivariable [14].
23 Esto no siempre es logrado por los estudiantes. Kuhn [15]
24 propone una primera fase de identificación de las variables
25 que permita generar acciones a seguir y promover
26 inferencias acertadas. Esta fase inicial otorgaría significado
27 y dirección a las tareas siguientes. La autora considera que
28 la cuestión del control de variables no es lo único
29 importante en el desarrollo del razonamiento científico, la
30 complejidad de la tarea y la falta de familiaridad con los
31 efectos de las variables individuales también podrían influir
32 en el desempeño de los estudiantes.

34 C. El uso de las imágenes en la identificación de 35 variables y el diseño de experimentos por anticipación

37 En la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Naturales
38 se acude con frecuencia a diversos recursos simbólicos
39 mediante sistemas de representación externa como
40 enunciados, diagramas, ilustraciones, gráficas cartesianas,
41 ecuaciones, etc. En ellas, los estímulos visuales, textuales
42 y/o gráficos son significantes que dotan de sentido al objeto
43 representado. Las actividades de observación de dibujos e
44 imágenes estáticas y en movimiento en las que se realizan
45 procedimientos de comparación, inferencias, recuperación o
46 transferencia, favorecen la manipulación de la información
47 seleccionada del entorno para conectarla a los significados
48 que ya posee el estudiante y así contribuir a los aprendizajes
49 [16].

50 En los contextos reales de aprendizaje, muchas veces se
51 trabaja con los experimentos que proponen los libros de
52 texto y las imágenes que los representan, donde “las
53 evidencias experimentales planteadas pretenden mostrar
54 ‘verdades científicas’ mediante falsas situaciones
55 experimentales que sustituyen de un modo sucedáneo al
56 trabajo práctico (...)” [17]. En otros casos, las explicaciones
57 del docente, utilizando textos y/o gráficos, pretenden
58 reemplazar el trabajo experimental y dan por supuesta la
59 comprensión del tema.

Utilidad de las imágenes en la anticipación de situaciones experimentales

60 Jiménez Valladares y Perales Palacios [17] indagaron sobre
61 el uso de la evidencia experimental a través de la imagen y
62 cómo influye el escaso conocimiento, sobre las
63 posibilidades reales de la representación gráfica, que “unido
64 a un didactismo excesivo, aunque bien intencionado, puede
65 dar lugar a un producto de dudosa calidad educativa”. Las
66 imágenes que se utilizan con esta intención presentan a
67 modo de evidencias, las interpretaciones de la teoría que se
68 trata de demostrar, por medio de la persuasión. Aunque sus
69 estudios se refieren al uso de las ilustraciones en libros de
70 texto, es interesante destacar que según estos autores el
71 exceso de la argumentación visual en los textos, a veces
72 resulta “abusiva, ambigua o errónea”.

73 Pensamos, que es necesario profundizar en las
74 habilidades que ponen en juego los sujetos frente a las
75 imágenes científicas y en los procedimientos intelectuales
76 puestos de manifiesto cuando predicen experimentos
77 científicos a través de imágenes utilizadas como evidencia
78 experimental. Para ello, podría pedírseles a los estudiantes
79 que anticipen las variables intervinientes y el diseño de
80 experimentos a partir de la observación de una imagen de
81 este tipo. En esta acción intervendrían tanto las ideas previas
82 de los sujetos como sus habilidades de pensamiento, que
83 involucran tanto conceptos como procedimientos y
84 actitudes.

88 III. METODOLOGÍA

90 En el presente trabajo pretendemos indagar las habilidades
91 de los estudiantes para relacionar magnitudes físicas a partir
92 de un dibujo figurativo con signos. Para esto diseñamos y
93 aplicamos un instrumento para la propuesta de experimentos
94 que podrían realizarse con el dispositivo presentado en la
95 imagen. Un dibujo figurativo con signos (acompañado de
96 etiquetas) es aquel en el que predomina la representación
97 orgánica, mostrando los objetos mediante la imitación de la
98 realidad. En la figura seleccionada las etiquetas son
99 nominativas, es decir que presentan letras o palabras que
100 identifican algunos elementos de la imagen [18]. Las
101 actividades propuestas forman parte de la aplicación de un
102 instrumento que incluye, inicialmente, la conversión de los
103 elementos observados en la imagen al lenguaje escrito
104 mediante una descripción [19].

105 El dibujo figurativo utilizado (Cuadro 1) está sacado del
106 libro de Física para alumnos universitarios de Resnick,
107 Halliday y Krane [20]. En el texto el dibujo se utiliza como
108 evidencia experimental ya que a partir de éste el autor
109 deduce las leyes de Avogadro, de Boyle y de Charles - Gay
110 Lussac usando una serie de suposiciones que explican el
111 procedimiento general de experimentación a través de
112 variaciones de las propiedades macroscópicas del gas. La
113 imagen se acompaña en el texto con gráficas cartesianas que
114 muestran puntos supuestamente experimentales que difieren
115 del comportamiento del gas ideal hipotético. Así, la imagen
116 es utilizada como instrumento de persuasión para convencer
117 de la posibilidad de llegar a la ecuación de estado del gas
118 ideal combinando las leyes ya mencionadas, obtenidas a

1 partir de experimentos supuestamente realizados con el
 2 dispositivo.
 3 La figura se extrajo de su contexto original,
 4 despojándola del texto escrito con el que se relaciona en la
 5 fuente y se insertó en la prueba diseñada donde se propone a
 6 los estudiantes preguntas de respuesta abierta (Cuadro 1).

7
 8

Actividades	
El aparato que se muestra en la figura puede utilizarse para experimentar con gases. ¿Qué magnitudes piensas que se pueden medir utilizando este dispositivo?	
¿Qué experimentos realizarías con este aparato?	

9
 10
 11

CUADRO 1. Instrumento diseñado para la investigación.

12 Hemos seleccionado en esta investigación: la observación
 13 de un dispositivo que permitiría realizar experimentos, la
 14 identificación de las variables, la relación entre ellas con el
 15 fin de proponer el diseño de experimentos supuestos que
 16 puedan realizarse a partir de ese dispositivo. Los estudiantes
 17 deben proponer experimentos concretos factibles de realizar
 18 con el dispositivo en los cuales busquen indagar alguna
 19 característica de las magnitudes involucradas y/o relación
 20 física entre ellas.

21 Esta investigación tiene carácter exploratorio y
 22 descriptivo. La muestra seleccionada incluye grupos de
 23 estudiantes universitarios de diferente formación académica
 24 relacionada con las Ciencias Naturales, que cursan distintas
 25 carreras en una universidad estatal de la Provincia de San
 26 Juan (Argentina). Los grupos son pequeños ya que
 27 corresponden a carreras poco numerosas, debiéndose aplicar
 28 esta experiencia durante dos años consecutivos para obtener
 29 los resultados que se presentan en este trabajo. Los detalles
 30 de cada muestra se indican en el Cuadro 2.

31 La realización de las actividades se ha llevado a cabo en
 32 clases de Ciencias, en forma escrita e individual e involucra
 33 contenidos del currículum de la asignatura correspondiente.
 34 La aplicación se llevó a cabo antes de trabajar en las clases
 35 los contenidos referidos a la ecuación de estado de un gas
 36 ideal, al nivel de la formación básica de las carreras de
 37 Ciencias.

38

Muestra	N	Descripción	
1	12	Primer Año de Profesorado en Química y Profesorado en Física (2007).	Esta muestra representa la situación inicial de estudiantes universitarios en carreras de Ciencias. Sus conocimientos previos están vinculados a los contenidos abordados durante la educación secundaria.
2	12	Tercer Año de Profesorado en Química (2007-2008)	Esta muestra representa la situación de estudiantes universitarios avanzados en carreras de formación docente en Ciencias con conocimientos previos de Química General y experiencia en prácticas de laboratorio.
3	15	Tercer Año de Licenciatura en Geofísica y Licenciatura en Astronomía (2007-2008)	Esta muestra representa la situación de estudiantes universitarios avanzados en carreras de Ciencias con diferente formación en Química General (dependiendo de la carrera y formación de secundario individual) y sin experiencia en prácticas de laboratorio a nivel universitario.

39
 40
 41
 42

CUADRO 2. Descripción de la muestra.

43 **IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

44
 45 Para analizar los resultados, proponemos categorías de
 46 análisis en que podrían encuadrarse los experimentos
 47 elaborados por los estudiantes. En primer lugar, hacemos
 48 un estudio sobre la cantidad de experimentos en los
 49 diferentes niveles y finalmente, realizamos un análisis de
 50 tales experimentos incorporando ejemplos.
 51

63

52 **A. Respuestas esperadas y categorías de análisis en la**
 53 **propuesta de experimentos posibles de realizar con el**
 54 **dispositivo**

55 Para analizar los experimentos propuestos por los
 56 estudiantes usamos las siguientes categorías ordenadas en
 57 niveles según la complejidad de las vinculaciones entre las
 58 magnitudes físicas. Si bien la factibilidad de los
 59 experimentos ha sido tenida en cuenta, el ordenamiento de
 60 las categorías obedece a grados de apropiación creciente
 61 del manejo de variables, como se indica en el Cuadro 3.

62

Nivel	Denominación <i>El estudiante...</i>	Descripción <i>En esta categoría se incluyen los casos donde el estudiante...</i>
1	Busca observar cualitativamente algún proceso que involucra una variable.	-Propone experiencias muy generales o cualitativas que implican el manejo de una variable. -Nombra un proceso físico que involucra una variable sin especificar el procedimiento de medición correspondiente.
2	Busca realizar mediciones sobre una o más variables en una misma situación física.	-Propone mediciones involucrando una o más variables pero no las relaciona entre sí.
3	Busca la relación entre dos variables mediante procedimientos inadecuados.	-Averigua una relación entre muchas variables simultáneamente (no controla adecuadamente las variables). -Indaga una relación entre dos variables pero el análisis propuesto es cualitativo. -Investiga una relación entre dos variables con especificaciones confusas, incompletas o erróneas (por ejemplo, confundiendo las variables independiente y dependiente).
4	Busca la relación entre dos variables desconociendo las posibilidades y limitaciones reales del dispositivo.	-Investiga una relación entre dos variables válida para estudiar las propiedades de los gases, pero cuya experimentación no podría realizarse con el dispositivo mostrado en la imagen por limitaciones propias del aparato vinculadas a la manipulación independiente de algunos parámetros.
5	Busca comprobar experimentalmente una ecuación o ley física conocida.	-Propone realizar mediciones correspondientes a dos variables en una misma situación física para calcular alguna otra magnitud física que se define a partir de ellas. -Propone medir dos o más variables y vincularlas aplicando alguna relación conocida entre ellas (leyes de los gases, ecuación de estado de un gas ideal, etc.)
6	Busca experimentalmente la relación entre dos variables.	-Propone un experimento controlado que relaciona dos variables para averiguar la correlación entre ellas. -Averigua una relación entre dos variables controlando las restantes, e identificando en forma correcta la variable independiente y la dependiente. -Investiga una relación entre dos variables sin especificar otras condiciones (no indica qué magnitudes deben mantenerse constantes). En este caso no hay elementos en la respuesta que nos puedan mostrar un manejo inadecuado de las variables.

CUADRO 3. Categorías propuestas para el análisis de los experimentos.

1
2
3

4 **V. RESULTADOS OBTENIDOS**

5
6 **A. Propuesta de experimentos posibles de realizar con el dispositivo**

7
8
9 **Cantidad de experimentos propuestos por nivel**

10 La cantidad de experimentos propuestos por los
11 estudiantes varía dependiendo de la muestra y del nivel. En
12 el Gráfico 1 presentamos la cantidad de experimentos en
13 función del nivel para cada una de las muestras por
14 separado.

15

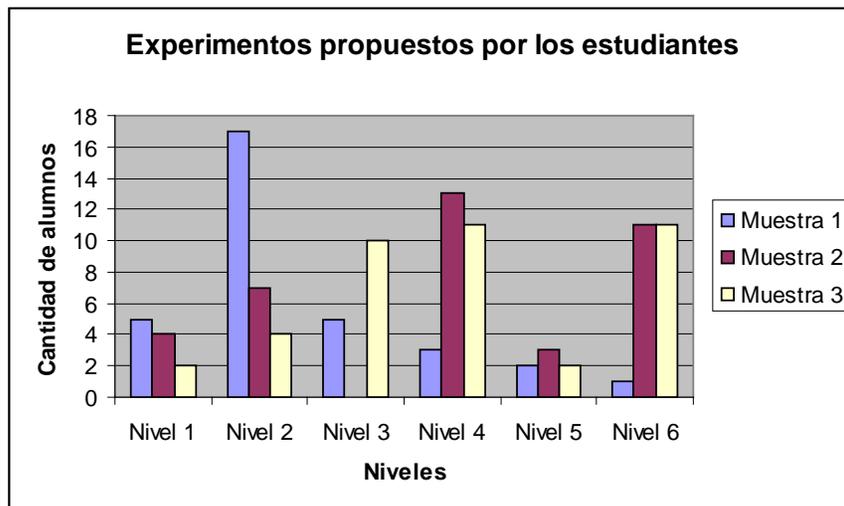
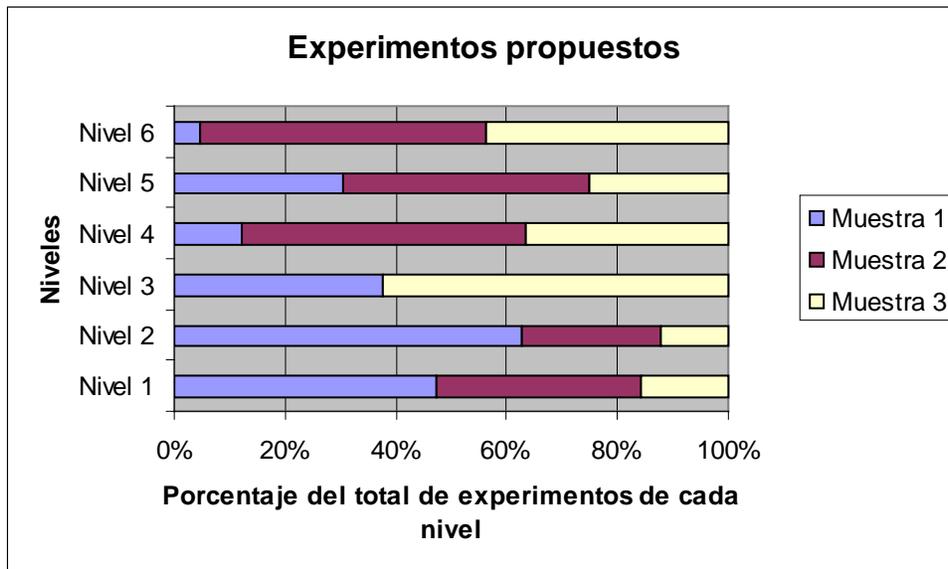


GRÁFICO 1. Experimentos propuestos en función del nivel para cada muestra.

16
17
18

1 Del análisis de este gráfico surgen las siguientes
 2 reflexiones:
 3 - **Muestra 1:** Proponen experimentos en todos los
 4 niveles con predominancia del Nivel 2, lo cual indica
 5 que **la actividad experimental se asocia**
 6 **principalmente con la medición de una cantidad**
 7 **física**, seguida por los experimentos cualitativos
 8 (Nivel 1) e intentos inadecuados de relacionar
 9 variables entre sí (Nivel 3). Los niveles 5 y 6
 10 generalmente no son alcanzados por ellos.
 11 - **Muestra 2:** En este caso la distribución de la cantidad
 12 de experimentos no aparece centrada en un valor
 13 como en el caso anterior sino que **surgen valores**
 14 **significativos para los experimentos propuestos sin**
 15 **tener en cuenta las posibilidades y limitaciones**
 16 **reales del dispositivo** (Nivel 4) y **los experimentos**
 17 **controlados** (Nivel 6). Es necesario destacar además
 18 la presencia de experimentos cualitativos o de una
 19 medición (niveles 1 y 2). Destacamos la ausencia de

20 experimentos de Nivel 3 y la presencia de
 21 experimentos de Nivel 5 que puede justificarse en el
 22 conocimiento previo de las leyes de los gases
 23 abordadas en el primer año de la carrera a la que estos
 24 estudiantes pertenecen.
 25 - **Muestra 3:** En este caso se destacan los experimentos
 26 en los niveles 3, 4 y 6, lo que muestra que **intentan**
 27 **relacionar las variables entre sí aunque sólo**
 28 **algunos lo logren y otros lo hagan en forma**
 29 **inadecuada desde lo procedimental o desde las**
 30 **posibilidades del dispositivo**. Son menores que en la
 31 Muestra 2 la cantidad de experimentos propuestos
 32 para los restantes niveles.
 33 Para hacer un análisis detallado de lo que ocurre en cada
 34 uno de los niveles hemos graficado cómo se distribuyen
 35 según la muestra, tomando como total la cantidad de
 36 experimentos por nivel. Obtuvimos así el Gráfico 2 que
 37 nos permite comparar para cada nivel las respuestas de los
 38 estudiantes de cada muestra.
 39



40 **GRÁFICO 2.** Distribución de experimentos para cada muestra tomando como total la cantidad de experimentos por nivel.

41
42

43 Del análisis de los resultados graficados surgen las
 44 siguientes reflexiones:
 45 **Nivel 1:** Considerar que experimentar es observar
 46 cualitativamente algún fenómeno físico es común en los
 47 tres grupos con predominancia de la Muestra 1. En el caso
 48 de la Muestra 2, la formación docente de estos estudiantes
 49 puede haberlos llevado a proponer experimentos
 50 cualitativos que se enseñan como adecuados para varios
 51 niveles educativos y como objetivo de la actividad
 52 experimental en variadas circunstancias.
 53 **Nivel 2:** En la Muestra 1 predominan los experimentos
 54 propuestos para medir una variable superando el 60% de
 55 experimentos de este nivel. Las muestras 2 y 3 aportan
 56 porcentajes menores.
 57 **Nivel 3:** Los estudiantes de las muestras 1 y 3 (con menor
 58 cantidad de conocimientos previos sobre el tema en
 59 general) hacen intentos de relacionar las variables pero no
 60 logran hacerlo adecuadamente. Los de la Muestra 2 no

61 formulan experimentos en esta categoría mostrando que
 62 superaron este nivel o no logran alcanzarlo aún.
 63 **Nivel 4:** Los estudiantes de mayor formación académica
 64 (muestras 2 y 3), que intentan formular relaciones entre las
 65 variables terminan tropezando con las limitaciones del
 66 aparato. Las respuestas obtenidas en este nivel pueden
 67 haberse originado en la formulación de experimentos a
 68 partir de la combinación de las relaciones matemáticas
 69 posibles entre las variables identificadas (conocimiento
 70 ampliamente adquirido en su formación universitaria), sin
 71 sujetar sus propuestas al dispositivo que se presenta en la
 72 imagen.
 73 **Nivel 5:** Notamos un comportamiento semejante en todos
 74 los grupos, predominando levemente la Muestra 2 con
 75 mayor conocimiento previo de las leyes de los gases.
 76 **Nivel 6:** Las respuestas de las muestras 2 y 3 son
 77 semejantes y superan ampliamente a la contribución en
 78 este nivel de las respuestas de la Muestra 1. Casi
 79 exclusivamente los estudiantes de mayor formación

1 académica lograron proponer experimentos en que se
2 relacionen adecuadamente las variables a través de
3 procedimientos compatibles con las posibilidades y
4 limitaciones del dispositivo presentado en la imagen.

5
6 **Análisis de los experimentos propuestos**

7 Del análisis de los experimentos propuestos en cada nivel
8 surgen algunos ejemplos de respuestas que merecen ser
9 destacados:

10 **Nivel 1: El estudiante busca observar cualitativamente
11 algún proceso que involucra una variable**

12 - Propone experiencias muy generales o cualitativas que
13 implican el manejo de una variable: “Someter un gas a una
14 temperatura determinada y estudiar su comportamiento”
15 (1-4).

16 - Nombra un proceso físico que involucra una variable sin
17 especificar el procedimiento de medición correspondiente:
18 “Compresión gaseosa” (2-8). En este caso la variable a
19 observar sería el volumen del gas pero no se indica con
20 qué se relacionará y qué mediciones habría que realizar.
21 En otros casos, involucran procesos en los que no
22 solamente intervienen gases como el estudiante que

23 propone “Calentar el líquido y convertirlo en gaseoso” (1-
24 7) para observar cualitativamente el cambio de estado del
25 sistema en estudio.

26 **Nivel 2: El estudiante busca realizar mediciones sobre
27 una o más variables en una misma situación física.**

28 - Propone mediciones involucrando una o más variables
29 pero no las relaciona entre sí: “Averiguaría la presión que
30 hay a una cierta temperatura” (1-5). Para el caso de
31 muchas variables, un estudiante propone: “Mediríamos la
32 presión, temperatura y volumen de los gases” (1-1).

33 Circunscribiéndonos a esta categoría, cuando corresponde
34 a respuestas en las que el estudiante selecciona una sola
35 variable para realizar la medición o cálculo, nos interesa
36 analizar cuál es la variable que elige entre todas las
37 posibles. Con ese objetivo construimos el Gráfico 3 donde
38 se observa que los estudiantes de menor edad (Muestra 1)
39 que centran su atención en una sola variable a medir, lo
40 hacen en mayor medida en la temperatura que se mide
41 directamente a partir del termómetro, seguida del volumen
42 y la presión. Aunque esta tendencia también aparece en los
43 otros grupos, la predominancia de la temperatura se diluye
44 especialmente si nos referimos a la Muestra 3.

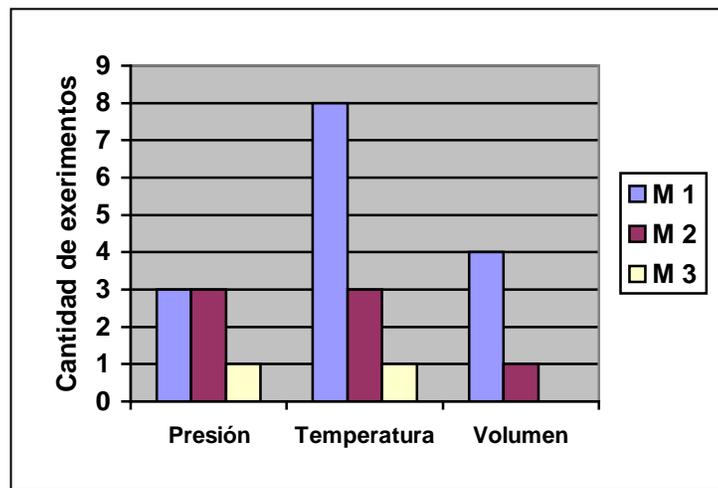


GRÁFICO 3. Cantidad de experimentos que involucran una variable en cada muestra.

66 **Nivel 3: El estudiante busca la relación entre dos
67 variables mediante procedimientos inadecuados.**

68 - Averigua una relación entre muchas variables
69 simultáneamente (no controla adecuadamente las variables):
70 Maneja tres variables simultáneamente como en el caso de
71 “Con N constante varío la presión para variar la temperatura
72 y el volumen” (3-11). Mayor cantidad de variables
73 intervienen en la respuesta de (1-11) que afirma “Mediría el
74 volumen de cada gas a temperatura y presión distinta”, en
75 que varía el tipo de gas, la temperatura y la presión
76 simultáneamente para medir el volumen ocupado por el gas.

77 - Indaga una relación entre dos variables pero el análisis
78 propuesto es cualitativo: “Ejercer presión a distintas
79 temperaturas y analizar el comportamiento de sus partículas”
80 (1-4), no especificando qué se entiende por comportamiento.

81 - Investiga una relación entre dos variables con
82 especificaciones:

83 - confusas: “Podríamos aplicar una fuerza mayor sobre el
84 émbolo. Con esto esperaríamos una disminución en el
85 volumen seguida de un aumento de presión” (3-2). No indica
86 que la temperatura y el tipo y cantidad de gas deben
87 mantenerse constantes. De acuerdo al orden en que redacta,
88 la disminución del volumen es una consecuencia del
89 aumento en la presión y no al revés.

90 - incompletas: “Medir la presión de distintos gases” (3-4).
91 Varía en este caso la presión y el tipo de gas sin indicar qué
92 haría con el resto de las variables.

93 - erróneas: Dentro de esta subcategoría incluimos aquellos
94 experimentos en que el estudiante:

95 - Confunde las variables independiente y dependiente:
96 Algunos estudiantes consideran que para estudiar la relación

1 entre el volumen y la presión deberán manejar externamente
2 el volumen y así notará efectos en la presión. En el
3 dispositivo presentado esto ocurre al revés, variando la
4 presión podrán analizar las variaciones en el volumen. Una
5 respuesta que muestra este inconveniente propone: “Estudiar
6 un cambio de presión frente a un cambio de volumen” (3-
7 10).

8 - Confunde las relaciones causa-efecto: El estudiante (1-10)
9 expresa “Puedo aumentar el número de moles aumentando el
10 volumen del gas.” En este caso propone analizar la
11 dependencia entre n y V . Aunque el análisis propuesto
12 parece ser cualitativo, confunde las relaciones causa-efecto
13 pues en realidad al aumentar el número de moles aumenta V
14 y no al revés. Por otra parte, puede variar el volumen del gas
15 aunque se mantuviera constante el número de moles del
16 sistema.

17 Cuando nos detenemos a analizar respuestas teniendo en
18 cuenta el manejo de variables notamos muchas dificultades,
19 pero surgen algunas contradicciones que llaman a reflexionar
20 sobre la auténtica adquisición de esta habilidad. Así por
21 ejemplo, el alumno 3-9 expresa textualmente: “Variando
22 cualquier magnitud manteniendo a las demás constantes
23 excepto una, se puede determinar la relación entre pares de
24 variables.” Este enunciado indicaría conocimiento por parte
25 del estudiante acerca del procedimiento a seguir para
26 diagramar correctamente un experimento. Sin embargo, el
27 mismo alumno afirma en otra respuesta que propone: “A
28 volumen constante variaría la temperatura para ver la
29 variación de h y medir (la relación) entre temperatura y
30 presión se ve si afecta al volumen.”, mostrando cuáles son
31 las limitaciones prácticas para concretar lo que afirma en
32 forma teórica: si decide mantener constante el volumen no
33 puede esperar variaciones de h ni tampoco operar
34 simultáneamente sobre la temperatura y la presión para
35 estudiar cómo afectan al volumen.

36 **Nivel 4: El estudiante busca la relación entre dos**
37 **variables desconociendo las posibilidades y limitaciones**
38 **reales del dispositivo.**

39 El aparato permite manejar externamente la cantidad de gas
40 (y el tipo de gas), la presión y la temperatura (regulando la
41 temperatura del depósito térmico). Cualquiera de estas
42 magnitudes podría convertirse en variable independiente en
43 un experimento. Sin embargo, el volumen no puede
44 manejarse de este modo, convirtiéndose en una variable
45 dependiente de las anteriores. No se pueden realizar cambios
46 en la presión ejercida por el émbolo mediante
47 modificaciones internas en el sistema. La presión no puede
48 ser variable dependiente en este caso, surgiendo algunas
49 dificultades relacionadas con la factibilidad. Algunos
50 estudiantes consideraron a la presión ejercida por el émbolo
51 como una magnitud dependiente de la temperatura del gas
52 cuando se mantiene fijo el volumen y no como una variable
53 que depende exclusivamente de cambios externos en el
54 sistema.

55 Los errores hallados en los experimentos de esta
56 categoría podrían deberse a que han combinado
57 matemáticamente las variables que saben de antemano que

58 influyen en esta situación física (por sus conocimientos
59 previos sobre el tema) y no han reparado que se pide
60 proponer experimentos a partir de un dispositivo
61 experimental determinado. Las respuestas en esta categoría
62 muestran que el estudiante:

63 - Investiga una relación entre dos variables válida para
64 estudiar las propiedades de los gases, pero cuya
65 experimentación no podría realizarse con el dispositivo
66 mostrado en la imagen por limitaciones propias del aparato
67 vinculadas a la manipulación independiente de algunos
68 parámetros. Esto puede deberse a varias razones, entre las
69 cuales podemos destacar:

70 - Propone probar una relación teórica entre la presión y su
71 interpretación microscópica que no puede experimentarse
72 en forma directa: “La presión la podemos medir de acuerdo
73 a la fuerza que ejercen los gases contra las paredes del
74 interior del cilindro al estar comprimidos” (1-2).

75 - Propone utilizar el aparato como medidor de presión: el
76 estudiante (3-3) propone “Medir Δp al aumentar el peso”.

77 - Propone variar la presión a partir de cambios internos del
78 sistema: el estudiante expresa “Mediría la presión que
79 ejerce cada gas a distinta temperatura” (1-11). En este caso
80 varía la temperatura para estudiar la presión. No se puede
81 medir la presión de este modo con este aparato si la
82 temperatura es la variable independiente.

83 - Propone variar el volumen a partir de cambios realizados
84 en el entorno: el estudiante indica que “Dejaría $p=cte$
85 aumentaría volumen para ver qué pasa con la temperatura”
86 (2-6). El volumen del sistema no se puede aumentar con
87 una acción del entorno. La variable independiente aquí
88 debería ser la temperatura y no el volumen.

89 - Propone trabajar a volumen constante variando otras
90 condiciones como la presión o la temperatura. Por ejemplo
91 (3-1) expresa que estudiaría la “variación de presión al
92 variar la temperatura a volumen constante.”

93 **Nivel 5: El estudiante busca comprobar**
94 **experimentalmente una ecuación o ley física conocida.**

95 En algunos casos la descripción del experimento anticipa los
96 resultados esperados, lo cual manifiesta que algunos
97 estudiantes tienen conocimientos previos sobre el tema como
98 ocurre cuando:

99 -Propone realizar mediciones correspondientes a dos
100 variables en una misma situación física para calcular alguna
101 otra magnitud física que se define a partir de ellas. Por
102 ejemplo, la densidad como propone (1-2) expresando: “La
103 densidad la podemos encontrar de acuerdo a la cantidad de
104 masa que tenga el líquido o gas dividida en el volumen”.

105 -Propone medir dos o más variables y vincularlas aplicando
106 alguna relación conocida entre ellas (leyes de los gases,
107 ecuación de estado de un gas ideal, etc.). En todos los casos
108 esta relación aparece implícita como en: “Determinar el
109 volumen final de un gas a una temperatura constante a una
110 presión 1 y luego a una presión 2 (partiendo de un volumen
111 conocido)” (2-3) donde propone usar la ley de Boyle para
112 calcular un volumen desconocido. También ocurre esto
113 cuando se explicita el comportamiento esperado de alguna

1 magnitud al variar otra como en: “Con p y N constantes
2 aumento la temperatura para aumentar el volumen” (3-11).
3 Cabe destacar que la relación a verificar en algunos casos se
4 formula en forma incorrecta como ocurre con (1-2) que
5 indica que mediría “El volumen de un gas que a medida que
6 aumentamos la temperatura éste disminuye” cuando la
7 experiencia cotidiana muestra que la relación entre dichas
8 variables es de proporcionalidad directa.

9 En otros casos, la vinculación aparece en forma
10 incompleta como (3-11) que expresa que pretende:
11 “Determinar la cantidad de partículas en el interior del
12 recipiente con p y T” omitiendo el cálculo del volumen que
13 intervendría si desea aplicar la ecuación de estado del gas
14 ideal.

15 Nivel 6: El estudiante busca experimentalmente la 16 relación entre dos variables.

17 - Propone un experimento controlado que relaciona dos
18 variables para averiguar la correlación entre ellas. “T=cte.
19 (isotérmico) vería cómo es la relación de p y V.” (2-5) donde
20 el estudiante muestra no sólo manejar las variables sino
21 también conocimiento científico previo sobre el tema.

22 - Averigua una relación entre dos variables, controlando las
23 restantes, e identificando en forma correcta la variable
24 independiente y la dependiente. “...podría ver si se produce
25 variación del volumen manteniendo la temperatura y
26 variando el peso de la placa” (2-1). En otro caso se hace
27 alusión directa a las magnitudes que mediría como (3-7) que
28 expresa: “Estudiaría el cambio en h y por lo tanto en
29 volumen con la variación de M (por lo tanto, presión)”.

30 - Investiga una relación entre dos variables sin especificar
31 otras condiciones (no indica qué magnitudes deben
32 mantenerse constantes). No hay elementos en la respuesta
33 que nos puedan mostrar un manejo inadecuado de las
34 variables. Por ejemplo, (1-9) indica “... sería ver cuánto
35 varía el volumen cuanto más aumenta la presión.” En otros
36 casos, las respuestas son más detalladas pero no completan
37 los pasos procedimentales a tener en cuenta para realizar el
38 experimento, como: “Abrir la válvula de alimentación de gas
39 para que ingrese al recinto. Observar si se expande el pistón,
40 previo haber ingresado calor por la parte de abajo. Medir
41 diferentes temperaturas. Medir el Δh de expansión o
42 compresión” (2-7). Mide la dependencia del volumen con la
43 temperatura sin indicar qué hace con la presión y si cierra
44 antes la válvula de alimentación. También proponen
45 experimentos que no se relacionan con la ecuación de estado
46 sino con otros experimentos posibles de realizar con el
47 aparato como “Influencia de la presión en el punto de
48 ebullición” (2-8).

49 En las respuestas de esta categoría aparecen algunas
50 consideraciones sobre la presión interna del gas que se
51 distingue de la presión externa ejercida por el émbolo cuyo
52 peso se indica en la imagen, cuestión que en las categorías
53 restantes sustenta numerosas dificultades. Así el alumno (3-
54 4) expresa: “Podríamos aumentar la temperatura esperando
55 un incremento en la presión interna y por lo tanto un
56 aumento de volumen.”

Utilidad de las imágenes en la anticipación de situaciones experimentales

57 Cabe destacar un grupo de respuestas de un alumno que
58 muestran un manejo de variables sustentado en
59 conocimientos teóricos sobre el tema que trascienden las
60 posibilidades del aparato y la necesidad de manejar las
61 variables de a pares. En este caso se propone dejar constante
62 el volumen de gas y realizar variaciones alternadas de
63 cantidad de gas, temperatura y/o presión para obtenerlo.
64 Algunos ejemplos son: “Si disminuyo la temperatura, para
65 mantener constante el volumen incorporo más gas” y “Si
66 aumento la presión, para mantener constante el volumen
67 aumento la temperatura” (3-14).

68 A continuación incluimos algunos ejemplos de **dificultades
69 conceptuales** que en general podemos destacar en las
70 respuestas de algunos estudiantes:

71 - utilizan indistintamente los términos medir y calcular. Por
72 ejemplo consideran que miden el volumen ocupado por el
73 gas (1-2), cuando en realidad puede calcularse a partir de
74 datos obtenidos a partir de mediciones. También, para el
75 caso de la temperatura, usan el vocablo “tomar” para
76 indicar que se mide la temperatura, tal como suele
77 utilizarse en el lenguaje cotidiano (1-5).

78 - Utilizan verbos que muestran falta de distinción entre las
79 propiedades de las magnitudes que caracterizan el estado
80 del sistema. Por ejemplo: “la temperatura que ejerce el
81 gas” (1-5).

82 - Expresan ideas sustentadas en concepciones alternativas
83 respecto de la materia. Por ejemplo, (2-2) afirma que
84 mediría “La variación de moles al comprimir un gas.” Esta
85 idea se sustenta en considerar que la cantidad de materia
86 depende del volumen. Otra idea errónea se relaciona con el
87 concepto de densidad en la respuesta en que el alumno
88 expresa “Aumentando la presión podría verificar la
89 relación entre densidad y volumen $\delta=m/V=cte.$ ” (2-9).
90 Aumentando la presión cambiará el volumen y no la masa
91 del sistema. En este caso varía la densidad y no se
92 mantendrá constante como propone el estudiante que
93 quiere verificar.

97 VI. CONCLUSIONES

98 A partir de la observación y análisis que realizaron
99 estudiantes universitarios de un dibujo figurativo con signos,
100 hemos podido observar:

102 a) en relación con el manejo de variables y el diseño de 103 experimentos por anticipación:

104 - hay graves dificultades para el manejo adecuado de las
105 variables. Muy pocos han logrado realizar operaciones
106 características del pensamiento formal.

107 - la mayoría de los diseños experimentales formulados
108 por los estudiantes presentan dificultades para investigar
109 las relaciones entre las magnitudes físicas intervinientes
110 en posibles experimentos a realizar con el dispositivo
111 presentado en la imagen. Sin embargo, se inclinan a
112 proponer mediciones sencillas o formular en muchos

1 casos, en forma incorrecta o incompleta, relaciones
2 causales entre dos magnitudes.
3 - el nivel que caracteriza a los experimentos
4 predominantes en cada muestra depende de la formación
5 académica de los estudiantes. No hay una noción
6 unánime entre los alumnos de las carreras de Ciencias
7 sobre qué se entiende por un experimento científico. No
8 es lo mismo lo que entienden en su mayoría por
9 experimento los estudiantes de menor formación que en
10 las otras muestras.
11 **b) en relación con el nivel de pensamiento:** los
12 estudiantes de las muestras, que podríamos ubicar entre
13 las franjas etarias jóvenes-adultos, no muestran en su
14 mayoría un desempeño ajustado a los parámetros
15 tradicionales del pensamiento formal en tareas
16 relacionadas con el manejo de variables y el diseño de
17 actividades experimentales. Los estudios actuales
18 afirman que el rendimiento en este estadio (formal) está
19 vinculado al contenido, la complejidad de la tarea y las
20 características de los sujetos y sus habilidades de
21 pensamiento. En este sentido, nuestro estudio muestra
22 que las dificultades podrían asociarse al contenido, ya
23 que se aborda una situación no visible a simple vista,
24 como las moléculas de un gas y que pretende ser
25 interpretada desde un modelo. Por otra parte, la tarea
26 propuesta que comprende la interpretación de un dibujo
27 figurativo y la anticipación en el diseño de experimentos
28 es de una complejidad considerable. Los resultados
29 obtenidos respecto a la variedad de respuestas, las
30 contradicciones y los saltos cualitativos, nos llevan a
31 pensar que el uso de las imágenes colabora en mostrar
32 cómo el rendimiento de los estudiantes no es universal y
33 que los conocimientos previos inciden fuertemente en
34 sus respuestas.
35 **c) en relación con las ideas previas respecto a la**
36 **experimentación y a los fenómenos físicos**
37 **relacionados con el contenido al que alude el dibujo**
38 **figurativo:** en este análisis aparecen diferencias entre
39 los estudiantes ya que algunos no tienen en claro qué
40 observar porque no entienden el aparato, no saben para
41 qué se puede usar, etc. pero otros sí saben qué observar
42 y a partir de esto realizan predicciones (que a veces
43 hacen explícitas en los experimentos que proponen).
44 **d) en relación con la manipulación de la situación**
45 **experimental:** detectamos dificultades en algunos
46 estudiantes que parecen capaces de predecir qué quieren
47 ver, pero no adaptan sus diseños al dispositivo que les
48 presentamos, entonces su propuesta experimental no
49 puede ser considerada válida.
50 **e) en relación con la variedad de respuestas:** mediante el
51 análisis cualitativo de las respuestas notamos la cantidad
52 y diversidad de experimentos que pueden ofrecer los
53 estudiantes ante la imagen y la posibilidad de su
54 utilización como instrumento de indagación de sus
55 conocimientos previos.
56 Estos resultados podrían justificar el escaso conocimiento de
57 los conceptos y los procedimientos relacionados con

58 situaciones experimentales que se observa cotidianamente en
59 las aulas universitarias, en las que muchas veces los docentes
60 damos por conocidos los contenidos y adquiridas las
61 habilidades involucradas en esta tarea.
62

63 VII. REFLEXIONES FINALES

64 Las actividades propuestas a los estudiantes en esta
65 experiencia nos han permitido identificar habilidades y
66 dificultades en relación con el razonamiento científico a
67 partir de la observación de una imagen propuesta en la
68 bibliografía como evidencia experimental. Al mismo tiempo,
69 ha servido para prever qué tipo de propuestas de esta índole
70 podrían permitir al docente promover el desarrollo de formas
71 científicas de llegar al conocimiento, ejercitar la
72 identificación de los efectos de las variables en una situación
73 física, promover la generación de inferencias y favorecer la
74 expresión de formas de recoger datos para acceder al
75 conocimiento.
76 De este modo, concluimos afirmando que la imagen usada
77 como evidencia experimental en el libro de texto no genera
78 por sí sola en los estudiantes las interpretaciones que se
79 buscan por simple persuasión. Es necesario que el docente
80 intervenga explícitamente proponiendo tareas de
81 reconocimiento, razonamiento y reflexión a partir de ellas.
82
83
84
85
86

87 REFERENCIAS

- 88
89 [1] Hodson, D., *Hacia un enfoque más crítico del trabajo de*
90 *laboratorio*, Enseñanza de las Ciencias **12**, 299-313 (1994).
91 [2] Izquierdo, M.; Sanmartí, N. y Espinet, M.,
92 *Fundamentación y diseño de las prácticas escolares de*
93 *ciencias experimentales*, Enseñanza de las Ciencias **17**, 45-
94 59 (1999).
95 [3] Borges, A. T., *Novos rumos para o laboratório escolar*
96 *de ciências*, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **19**, 291-
97 313 (2002).
98 [4] Fernandes, M. M. y Silva, M. H. S., *O trabalho*
99 *experimental de investigação: das expectativas dos alunos*
100 *às potencialidades no desenvolvimento de competências*,
101 *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências* **4**,
102 45-58 (2004).
103 [5] Campanario, J. M., *La Enseñanza de las Ciencias en*
104 *Preguntas y Respuestas*, (Universidad de Alcalá, España,
105 2002).
106 [6] Piaget, J., *Biología y conocimiento*, (Siglo XXI, México,
107 1969).
108 [7] Carretero, M., *Constructivismo y Educación*, (Editorial
109 Paidós, Buenos Aires, 2009).
110 [8] Pozo, J. I. y Carretero, M., *Del pensamiento formal a las*
111 *concepciones espontáneas: ¿Qué cambia en la enseñanza de*
112 *la ciencia?*, Infancia y aprendizaje **38**, 35-52 (1987).
113 [9] Pozo, I. y Gómez Crespo, M. A., *¿Qué es lo que hace*
114 *difícil la comprensión de la ciencia?. Algunas explicaciones*

1 y propuestas para la enseñanza. En: Del Carmen, L. (Coord)
2 *La Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias de la*
3 *Naturaleza en la Educación Secundaria*, (ICE/Honsori,
4 Barcelona, 1997).
5 [10] Kuhn, D. y Dean Jr, D., *Is Developing Scientific*
6 *Thinking All About Learning to Control Variables?*,
7 *Psychological Science* **1**, 866-870 (2005).
8 [11] Pozo Municio, J. I., *Aprendices y maestros. La nueva*
9 *cultura del aprendizaje*, (Alianza Editorial, Madrid, 1998).
10 [12] Zabala, A. (Coord), *Cómo trabajar los contenidos*
11 *procedimentales en el aula*, (Graó, España, 2000).
12 [13] Duggan, S. y Gott, R., *The place of investigations in*
13 *practical work in the UK National Curriculum for Science*,
14 *International Journal Science Education* **17**, 137-147 (1995).
15 [14] Kuhn, D., Iordanou, K., Pease, M. y Wirkala, C.,
16 *Beyond control of variables: What needs to develop to*
17 *achieve skilled scientific thinking?*, *Cognitive Development*
18 **23**, 435-451 (2008).
19 [15] Kuhn, D., *Reasoning about multiple variables: Control*
20 *of variables is not the only challenge*, *Science Education*,
41

Utilidad de las imágenes en la anticipación de situaciones experimentales
21 DOI 10.1002/sce20214, 710-726. Published online 21 May
22 2007 in Wiley InterScience
23 <[http://eblog.cersp.com/UploadFiles/2007/12-](http://eblog.cersp.com/UploadFiles/2007/12-23/1223908013.pdf)
24 [23/1223908013.pdf](http://eblog.cersp.com/UploadFiles/2007/12-23/1223908013.pdf)>. Consultado el 03 de junio de 2013.
25 [16] Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palme, M. y
26 Pérez, M., *Estrategias de enseñanza y aprendizaje.*
27 *Formación del profesorado y aplicación en la escuela*,
28 (Editorial Grao, Barcelona, 2006).
29 [17] Jiménez Valladares, J. y Perales Palacios, F., La
30 evidencia experimental a través de la imagen de los libros de
31 texto de Física y Química, *REEC* **1**, 2 (2002).
32 [18] Perales, F. y Jiménez, J., *Las ilustraciones en la*
33 *enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de libros de*
34 *texto*, *Enseñanza de las Ciencias* **20**, 369-386 (2002).
35 [19] Maturano, C., Aguilar, S. y Núñez, G., *Conversión de*
36 *imágenes al lenguaje escrito: un desafío para el estudiante*
37 *de Ciencias Naturales*, *Revista Eureka de Enseñanza y*
38 *Divulgación en Ciencias* **6**, 63-78 (2009).
39 [20] Resnick, R., Halliday, D. y Krane, K., *Física, vol. 1.*
40 (C.E.C.S.A., México, 1999).

Construcción y calibración de un termómetro de alcohol para fines educativos



Eduardo Martínez^{1,2}, José Cáceres^{1,2}, Andrea Lozada² y Dayana Hidalgo²

¹*Centro de Investigaciones Agrícolas, Biológicas, Educativas y Sociales, Núcleo Universitario "Rafael Rangel", Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.*

²*Departamento de Física y Matemática, Núcleo Universitario "Rafael Rangel", Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.*

E-mail: emartin@ula.ve y caceres@ula.ve

(Recibido el 13 de Junio de 2013, aceptado el 25 de Septiembre de 2013)

Resumen

En este trabajo se realizó un estudio sobre el diseño y calibración de un termómetro de alcohol para fines educativos, construido por medio de materiales sencillos y fáciles de obtener por los estudiantes. Su importancia es que permite comprender el Principio de Dilatación de un Líquido ante los cambios de temperatura, explicar la Ley Cero de la Termodinámica por medio del equilibrio térmico, así como también dos procesos de transmisión de calor los cuales son la conducción y la convección. Este resultado se obtuvo por medio de un gráfico adecuado de la temperatura en función de altura, la ecuación lineal de calibración del termómetro diseñado: $T(^{\circ}\text{C})=0,21(^{\circ}\text{C}/\text{cm})h+29,9^{\circ}\text{C}$, donde h es la altura. Ante el problema didáctico de ¿cómo un docente puede contribuir en el proceso de enseñanza de los estudiantes de la materia Termodinámica?, se desarrolló una metodología de enseñanza utilizando mapas conceptuales y V de Gowin en el marco del aprendizaje Significativo-Constructivista.

Palabras clave: Termómetro, Ley cero de la termodinámica, Aprendizaje Significativo-Constructivista.

Abstract

In this paper was performed a study concerning desing and calibration an alcohol thermometer for educational purposes, built by through simple materials and easy to get by the students. Its importance is to allow understand the Expansion Principle of a Liquid by changes the temperature, to explain the Zeroth Law of Thermodynamic by through thermal equilibrium, as well as also two heat transfer processes which are conduction and convention. This result was obtained by through a graphic suitable the temperature as a function of height, the calibration linear equation of the designed thermometer: $T(^{\circ}\text{C})=0,21(^{\circ}\text{C}/\text{cm})h+29,9^{\circ}\text{C}$, where h is the height. To the problem of didactic How can a docent contribute in the teaching process by students of the Thermodynamic subject ninety-five?, developed a teaching methodology using concept maps and Gowin' V under the Significant-Constructivist learning.

Keywords: Thermometer, Zeroth Law of Thermodynamic, Significant-Constructivist learning.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb, 07.20.Dt.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En la presente investigación se propone la construcción y calibración de un equipo que pueda medir temperaturas. En el caso particular un Termómetro de Alcohol, el cual puede ser elaborado con materiales sencillos y de fácil accesibilidad por parte de los estudiantes de la materia de Termodinámica de la carrera de la licenciatura de educación en Física y Matemática del NURR-ULA. La idea surge de la necesidad de motivar e incentivar el proceso de aprendizaje de los alumnos al construir ellos mismos el termómetro alejándose de conocimiento reproductivos y consiguiendo un aprendizaje significativo. Para la innovación de las prácticas educativas. Los recursos a usar

serán el mapa conceptual y la V de Gowin permitiendo así el aprendizaje significativo-constructivista de los estudiantes. Se parte de que el conocimiento no es solamente descubierto sino construido por cada persona, de acuerdo a Guerrero [1].

Con la ejecución de dicha investigación los estudiantes conocerán cómo se puede calibrar, diseñar, desarrollar sus principios y leyes básicas de funcionamiento, además de comprobar la relación lineal de la temperatura con una propiedad física termométrica, pero no observando solamente el funcionamiento de un termómetro ya construido, sino construyéndolo.

En el uso cotidiano, como por ejemplo en el caso industrial el diseño y construcción de termómetro es importantes para solucionar problemas técnicos y de costo,

los autores Hoyos y Hurtado [2], debido a los altos costos de los termómetros disponibles, para altas temperaturas o para uso industrial, propusieron un nuevo modelo de un termómetro de fluido para altas temperaturas para ser usado en la pequeña y mediana industria.

Los *objetivos* a desarrollar en este trabajo son: Proponer en el marco del Aprendizaje Significativo-Constructivista, la construcción del conocimiento, mapas conceptuales y la V de Gowin para que los estudiantes comprendan ¿Por qué y cómo funciona un termómetro?; entender el proceso de dilatación de un líquido ante los cambios de temperatura, así como los procesos de transmisión de calor involucrado y aplicar la Ley Cero de la Termodinámica.

II. TEORÍA

Un *termómetro*, es un instrumento que permite medir la temperatura de otros sistemas, cuando está en *equilibrio térmico*, y esto se da cuando dos cuerpos a distintas temperaturas se ponen en contacto, igualando sus temperaturas, esto se basa en el efecto que un cambio de temperatura produce en algunas propiedades físicas observables y medibles. Dos sistemas a diferentes temperaturas puestos en contacto térmico tienden a igualar sus temperaturas. Entre las propiedades físicas en las que se basan los termómetros destaca la dilatación de los gases, la presión, la dilatación de una columna de mercurio, la resistencia eléctrica de algún metal, la variación de la fuerza electromotriz de contacto entre dos metales, la deformación de una lámina metálica, entre otras. Para construir y diseñar un termómetro se define una escala de temperaturas por medio de la siguiente expresión,

$$T(x) = ax + b. \quad (1)$$

Donde x es una propiedad física termométrica, a es la pendiente y b el punto de corte.

Son muchos los tipos de termómetros, podemos mencionar los siguientes:

Termómetro de líquido, suelen ser de vidrio sellado. La temperatura se obtiene de observar una escala sobre el termómetro este al interactuar con un cuerpo y llegar al equilibrio térmico sucederá el proceso de dilatación del líquido y de esta manera medir la temperatura a través de la escala. La escala más usada para la medición de temperatura suele ser la Celsius (grados centígrados °C), también se puede visualizar en grados Fahrenheit (°F).

El *Termómetro de Gas a Volumen constante*, en este termómetro la propiedad física termométrica es la presión, ya que esta varía linealmente con la temperatura. Siendo muy utilizado para la calibración de otros termómetros, por la exactitud en sus medidas [3].

Y *Termómetro de Resistencia*, la existencia de materiales en el cual su resistencia cambia linealmente con la temperatura, es aprovechada para la construcción de termómetros. Este termómetro difiere de los anteriores en que su mecanismo tiene que ser necesariamente eléctrico.

Para su funcionamiento se utilizan las relaciones, indirectas, entre las propiedades físicas y eléctricas, es decir, la Temperatura y la ley de Ohm, para ciertos metales [3].

En esta investigación consideramos la *Expansión Térmica de Líquidos y Sólidos*, aprovechando que el volumen del alcohol varía linealmente con la temperatura. Siendo la variación de volumen de la sustancia proporcional a la variación de temperaturas para el caso de temperaturas menores a los 100 °C [4].

La expansión térmica está presente en la mayoría de las sustancias solo que difiere de la velocidad de expansión, como por ejemplo el mercurio líquido y el alcohol, donde la expansión de este último ocurre más lenta que la del mercurio líquido. También es necesario considerar *La Ley Cero de la Termodinámica*, que dice: si un cuerpo A está en equilibrio térmico con un cuerpo B y un cuerpo C también está en equilibrio térmico con el cuerpo B, entonces los cuerpos A y C están en equilibrio térmico [5].

Además, se debe mencionar que en la medición de temperatura se suceden los dos tipos de transferencia de calor: *convección*, proceso de movilidad de partículas en los gases y líquidos debido a cambios en la temperatura y *Conducción*, proceso que se da cuando la temperatura del sólido no es uniforme.

La técnica utilizada para el aprendizaje en la elaboración de un termómetro de alcohol son los Mapas Conceptuales, Guerrero [1] los define como:

“... una presentación visual que contiene un resumen esquemático de la estructura cognoscitiva del individuo sobre un aspecto determinado. Dicha estructura consiste en un conjunto de conceptos relacionados y ordenados de una manera jerárquica”.

De acuerdo a esto, el mapa conceptual permite la secuencia lógica de los conceptos, en nuestro caso particular, conceptos Físicos relacionados con Termodinámica. Teniendo como idea principal la adquisición y construcción de conocimientos en la Física, fortaleciendo el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Otro recurso utilizado es la *V de Gowin*, con la finalidad de que los estudiantes aprendan a aprender. Consiste en un diagrama en forma de V, en el que se representa de manera visual la estructura del conocimiento. Aprendemos sobre ellos construyendo preguntas en base a conceptos y teorías (organizados previamente) que explican el comportamiento de fenómenos [1].

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Para construir el termómetro diseñado se utilizaron materiales sencillos y económicos, como una botella de refresco de vidrio, una papeleta de colorante vegetal, plastilina, alcohol absoluto, pitillo de plástico y corcho (Figura 1). Entre los equipo usados para mediciones tenemos un termómetro con una apreciación de 0,2 °C, una regla y una cinta métrica con una apreciación de 0,1 cm, vernier con una apreciación 0,005 cm, cronómetro digital con una apreciación de 0,01s.



FIGURA 1. Materiales y equipo utilizado.

En la construcción del termómetro se utilizó aproximadamente una cuarta parte del volumen del envase en alcohol absoluto con una pequeña cantidad de colorante vegetal para poder distinguir los niveles de dilatación del termómetro, un corcho de forma cilíndrica con un pequeño agujero en el centro donde colocamos el cilindro hueco de plástico (pitillo) para mantenerlo fijo y por último se sella con una plastilina.

El diámetro interno del pitillo se mide con un vernier, realizando 5 medidas y obteniendo su promedio.

$$D = (0,440 \pm 0,005) \text{cm.} \quad (2)$$

Luego se instalo el equipo para calibrar el termómetro de acuerdo con la Figura 2, para lo cual se utilizo un soporte universal, una regla graduada, un termómetro patrón y una cubeta con agua, a la cual se le añadió previamente agua caliente y cuando el termómetro diseñado alcanzo su máximo de dilatación, se deajo enfriar el sistema y se comenzó a realizar las medidas de temperatura con el termómetro patrón y la altura del cilindro hueco de plástico (pitillo) debido a que el termómetro diseñado reaccionaba más lento al proceso de transferencia de calor, se utilizó intervalos de aproximadamente dos minutos (Tabla I), en donde se calculó el volumen utilizando la siguiente ecuación,

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4}. \quad (3)$$

Donde D es el diámetro y h la altura del cilindro.

Y la expresión para el error absoluto del volumen

$$\Delta V = \frac{\pi D h}{2} \Delta D + \frac{\pi D^2}{4} \Delta h. \quad (4)$$



FIGURA 2. Montaje experimental.

IV. RESULTADOS

Se desarrollo el Mapa Conceptual para la representación grafica del conocimiento necesario en la construcción del termómetro de alcohol, esto permite impulsar al estudiante a involucrarse con los conceptos de termodinámica y a que “aprendan a aprender” de acuerdo con [6], también se elabora la V de Gowin recurso que se utilizo en la creación del termómetro. Además, se obtienen los gráficos de la temperatura en función de la altura del nivel de alcohol (Figura 3) y la Temperatura en función del volumen del alcohol contenido en el pitillo (Figura 4), en ambas figuras se muestra la naturaleza lineal de ambas relaciones. Para esto se utilizan los datos de la Tabla I, estos gráficos fueron obtenidos utilizando el Software libre *qtiplot* [4], que permite la visualización y análisis de datos científicos, determinando las siguientes ecuaciones de calibración:

$$T(^{\circ}C) = 0,21 \left(\frac{^{\circ}C}{\text{cm}} \right) h + 29,9^{\circ}C. \quad (5)$$

Donde, la pendiente $a = (0,210 \pm 0,009) ^{\circ}C / \text{cm}$ con un error porcentual de 0,004 % y el punto de corte $b = (29,9 \pm 0,1) ^{\circ}C$, con error porcentual a es de un 0,3%.

$$T(^{\circ}C) = 1,38 \left(\frac{^{\circ}C}{\text{cm}^3} \right) V + 29,9^{\circ}C. \quad (6)$$

Donde, la pendiente $a = (1,38 \pm 0,06) ^{\circ}C / \text{cm}^3$ con un error porcentual de 0,04% y el punto de corte $b = (29,9 \pm 0,1) ^{\circ}C$ con un error porcentual del 0,3 %.

Los errores absolutos y porcentuales de la pendiente y el punto de corte tienen una precisión aceptable de acuerdo con los instrumentos utilizados.

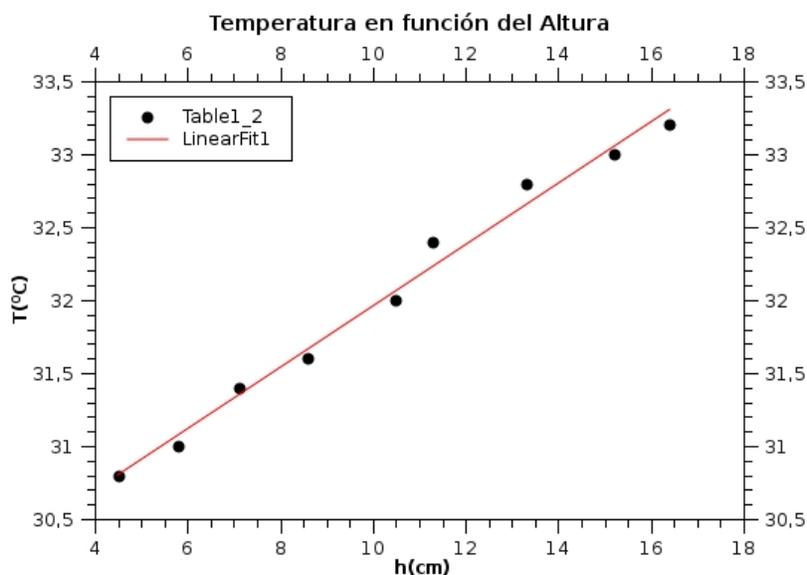


FIGURA 3. Temperatura (T) vs altura del nivel de alcohol (h), la línea representa el ajuste de la Ec. (1).

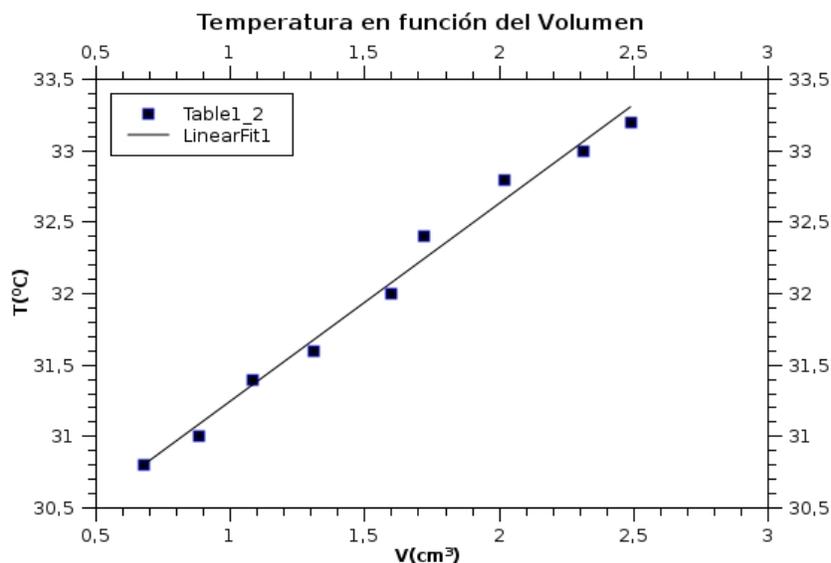


FIGURA 4. Temperatura (T) vs volumen del alcohol contenido en el pitillo (V), la línea representa el ajuste de la Ec. (1).

TABLA I. Medidas de la temperatura (T), altura (h) y el volumen (V) con sus respectivos errores absolutos.

$(T \pm 0,2) \text{ } ^\circ\text{C}$	$(h \pm 0,1) \text{ cm}$	$V(\text{cm}^3)$	$\Delta V (\text{cm}^3) \square$
33,2	16,4	2,49	0,02
33,0	15,4	2,31	0,07
32,8	13,3	2,02	0,02
32,4	11,3	1,72	0,02
32,0	10,5	1,60	0,05
31,6	8,6	1,31	0,04
31,4	7,1	1,08	0,04
31,0	5,8	0,88	0,04
30,8	4,5	0,68	0,03

V. CONCLUSIONES

Se consiguió que las expresiones matemáticas (5) y (6) entre temperatura en función de altura y temperatura en función del volumen son lineales como es predicho por la termodinámica.

Observamos que el termómetro diseñado con alcohol absoluto se dilata mucho más lento que el termómetro patrón de mercurio, esto se atribuye a que la transferencia de calor a través de los procesos de conducción y convección, son distintas debido a las dimensiones de los termómetros en donde las del diseñado son mucho mayor a las del termómetro patrón. Además que estas sustancias difieren en el coeficiente de dilatación donde la del mercurio es aproximadamente el doble de la del alcohol [3].

REFERENCIAS

Se cumplió con el objetivo que los estudiantes lograran recrear por medio del experimento el funcionamiento del Termómetro, lo que les facilitó elaborar un mapa conceptual (Figura 5) y una V de Gowin (Figura 6); logrando centrar su atención en la comprensión y organización de las Leyes de la Termodinámica.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Centro de Investigaciones Agrícolas, Biológicas, Educativas y Sociales del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad de Los Andes, por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo.

[1] Guerrero, L., *Estrategias para un aprendizaje significativo-constructivista*, Enseñanza **15**, 29-50 (1997).
 [2] Hoyos, M., Hurtado, A., *Nuevo modelo para un termómetro de alta temperatura*, Scientia Et Technica **X**, Núm. 26, 97-102 (2004), Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.
 [3] Raymond, S. y Robert, J., *Física Vol. 1*. (McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V., México, 2002).
 [4] Ion Vasilief, Qtiplot, versión 0.9.8. (2004-2010). <http://soft.proindependent.com/qtiplot.html>, Consultado el 06 de Agosto de 2012.
 [5] Figueroa, D., *Fluidos y Termodinámica*, (Colson Editorial S. A., Caracas, 2001).
 [6] Cadenas, I., *Mapa Conceptuales y La Estructuración del Saber. Una Experiencia en el Área de Educación para el Trabajo*, Educere **17**, 9-27 (2002).

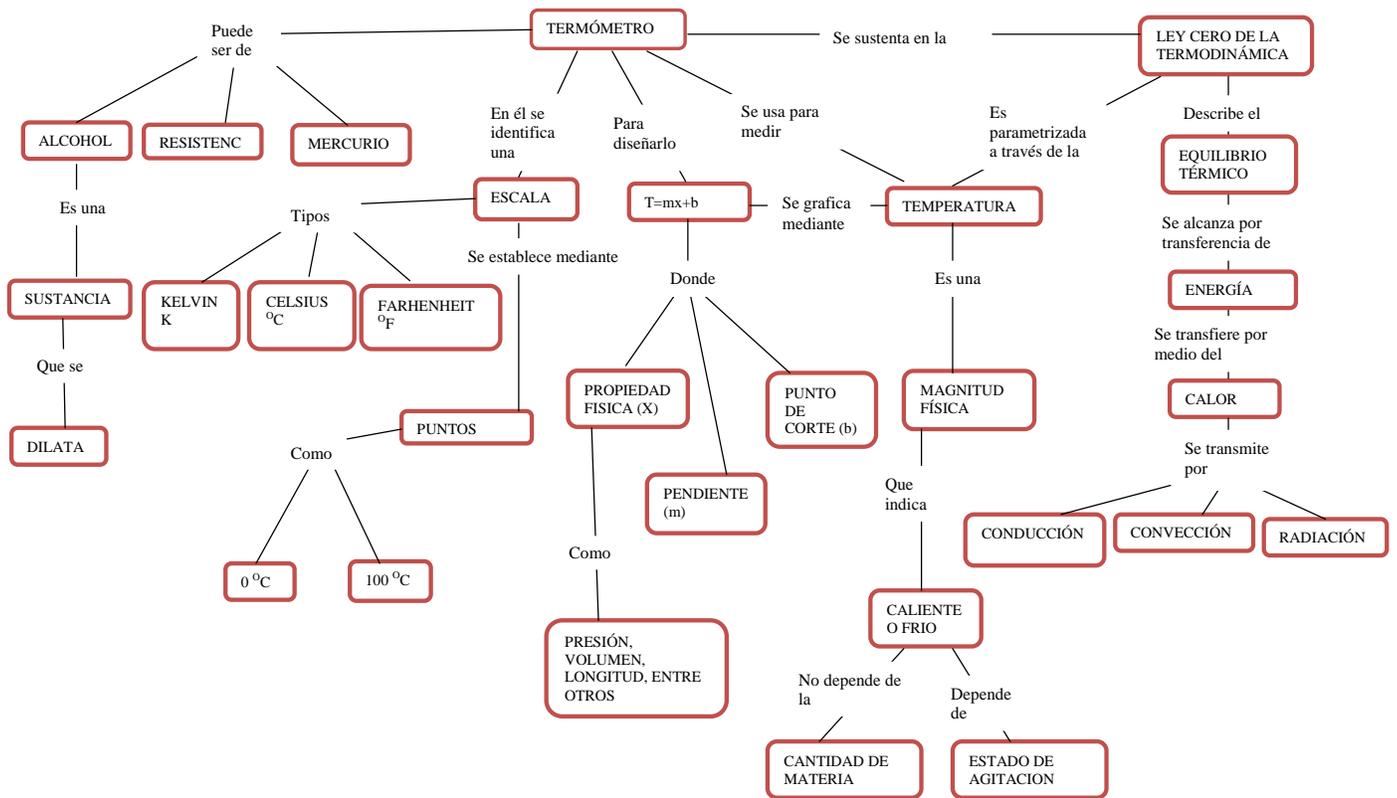


FIGURA 5. Mapa conceptual del Termómetro.

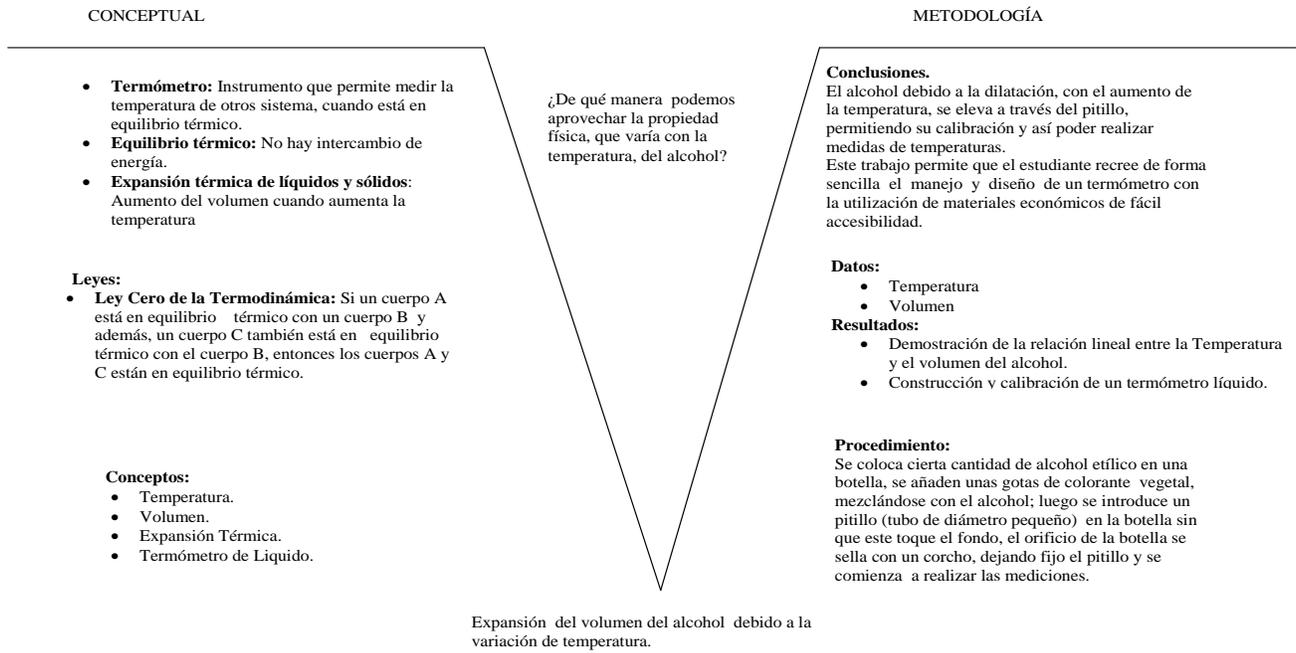


FIGURA 6. V Gowin de la pregunta ¿De qué manera podemos aprovechar la propiedad física, que varía con la temperatura, del alcohol?

Prototipo didáctico para visualizar la trayectoria parabólica de un chorro de agua



L. Castro-A.¹, J. C. Campos-García², B. Manzanares Martínez¹,
Oscar R Gomez-A¹, C. Figueroa-N.³

¹Departamento de Física Matemáticas e Ingeniería, Unidad Sur, Universidad de Sonora,
Blvd. Lázaro Cárdenas No. 100 Col Francisco Villa. Navojoa Sonora, México.

²Departamento de Física Matemáticas e Ingeniería, Universidad de Sonora, Campus Cajeme,
Blvd. Bordo Nuevo s/n, Antiguo Ejido Providencia, Cd. Obregón, Sonora, México.

³Departamento de Ingeniería Industrial Universidad de Sonora Unidad Regional Centro
Blvd. Luis Encinas y Rosales S/N Col. Centro Hermosillo Sonora, México.

E-mail: lcastro@navojoa.uson.mx

(Recibido el 1 de Abril de 2013; aceptado el 30 de Agosto de 2013)

Resumen

En el presente trabajo, se desarrolla el funcionamiento de un prototipo educativo que facilita la tarea de enseñanza de la física del movimiento con trayectoria parabólica. A través de este diseño, se muestra en forma cualitativa y cuantitativa el trazado del movimiento de un chorro de agua. Al efectuar esta práctica, se obtienen resultados de la posición del proyectil, y de forma indirecta se calcula la velocidad inicial del mismo.

Palabras clave: Ayuda Educativa, Experimentos Demostrativos y Aparatos, Balística, Proyectiles, Cohetes.

Abstract

In the present work its show the elaboration of the educational prototype, which, helps at the task of teaching of the physical of the movement of the parabolic shot. Through of this design, it is possible to show qualitatively and quantitative the layout of the movement of the jet of water. In making this practice, are obtained results of the position of the jet and lat of indirect way is calculated the initial velocity of thereof.

Keywords: Educational Aids, Demonstration Experiments and Apparatus, Ballistics, Projectiles, Rockets.

PACS: 01.50.-i, 01.50.My, 45.40.Gj

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La cinemática del movimiento bidimensional es una de las áreas particulares de la mecánica clásica [1, 2], que los profesores de nivel licenciatura no pueden omitir en la enseñanza de física, por razones de relevancia en cuanto a la física contenida en el fenómeno y a las potencialidades de sus aplicaciones. Sin embargo, los métodos didácticos teóricos, los cuales son algo variados en la enseñanza del movimiento circular y parabólico, a veces resultan insuficientes para la comprensión óptima del fenómeno por parte del estudiante. Una metodología que ya ha sido incluida para la asimilación complementaria de los conceptos físicos que involucran, por ejemplo, al movimiento de proyectiles, resulta ser la construcción de diversos prototipos que ayuden a visualizar el movimiento de proyectiles, por ejemplo, en la literatura aparecen algunos [3, 4].

En el presente trabajo, se desarrolla un prototipo educativo del tiro parabólico, el cual surge durante el curso de Física General para Ingenieros. En la segunda sección, se

describen los aspectos teóricos de la cinemática del tiro parabólico. En la tercera sección, se lleva a cabo una descripción detallada del prototipo. En la cuarta sección, se muestran los resultados de mediciones de la posición del proyectil de agua usando dicho prototipo. En la última sección, se discuten los resultados y se establece la conclusión final del trabajo.

II. ECUACIONES DEL TIRO PARABÓLICO

A continuación, se muestran las ecuaciones que describen la cinemática del movimiento en tiro parabólico, las cuales son descritas en todo curso inicial de física de nivel medio y superior. Estas ecuaciones son fundamentales en la resolución de problemas de esta rama tan importante de la mecánica clásica.

En la literatura estándar de nivel Licenciatura (ver por ejemplo: [2]), es común encontrar las ecuaciones cinemáticas del tiro parabólico en la siguiente forma [1]:

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t - \frac{1}{2} \vec{g} t^2, \quad (1)$$

que relaciona el vector posición del proyectil en función del tiempo.

La ecuación de la velocidad del proyectil es dada por

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i - \vec{g} t, \quad (2)$$

obtenida de la definición de aceleración, y relaciona a las velocidades inicial y final entre dos puntos del trayecto.

El alcance máximo horizontal es otro de los parámetros muy recurridos para usar en la solución de problemas de este tipo

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}, \quad (3)$$

donde v_i es la magnitud de la velocidad inicial con la que sale el proyectil, y θ_i es su ángulo de lanzamiento.

La altura máxima del proyectil se obtiene por

$$h = \frac{v_i^2 (\sin \theta_i)^2}{2g}, \quad (4)$$

donde v_i y θ_i fueron ya definidos. La expresión para la posición vertical en función de la posición horizontal $y(x)$ se obtiene por

$$y(x) = (\tan \theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}\right)x^2. \quad (5)$$

III. DESCRIPCIÓN DEL PROTOTIPO

Este trabajo promueve la construcción de un prototipo de madera de $n \times m$ metros de frente y k metros de espesor, su elaboración se lleva a cabo en una carpintería y es de bajo costo estando así al alcance de cualquier Laboratorio o centro educativo.

El procedimiento para construir el prototipo es el siguiente:

- Se pegan dos cintas métricas graduadas en dos orillas perpendiculares de una pantalla de madera ($94 \times 66 \text{ cm}$) para tener las referencias para los ejes x - y .
- Haciendo uso de la cinta métrica y el metro, se dibuja una cuadrícula en la pizarra blanca haciendo uso de los pinceles.
- Se fija un depósito rectangular debajo de la pantalla, con el cual, se recoge el fluido (agua).
- Se instala la bomba dentro del depósito y una manguera que conduzca un flujo de agua en forma paralela al plano x - y de la pantalla.
- Se coloca un transportador en el origen (punto de referencia) para medir el ángulo de salida del chorro de agua.

El resultado de este procedimiento se observa en la Figura 1. En este aparato, se ha colocado una puerta de vidrio como protección, donde se dibujan los trayectos del chorro de agua con los plumones, además, de que se realizan otros acabados para darle buena apariencia al aparato.

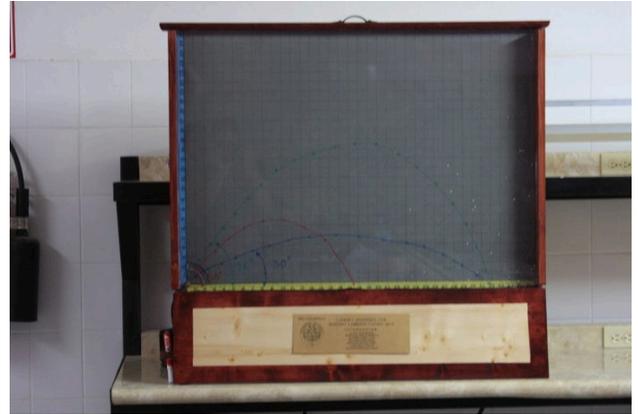


FIGURA 1. Prototipo del tiro parabólico ya conformado. Sobre la puerta de vidrio, se visualiza el trazado de diferentes trayectos del chorro de agua, que corresponden a diferentes ángulos de salida desde la manguera ubicada en la esquina inferior izquierda, entre la pizarra cuadrículada y la puerta de vidrio.

IV. FUNCIONAMIENTO Y OBTENCIÓN DE RESULTADOS

Para dar inicio al experimento, se ajusta la salida metálica (mediante perilla colocada en la parte posterior) a un ángulo de salida correspondiente a θ_0 , en seguida, se enciende el motor, el cual; sirve para impulsar el flujo de agua del depósito a través de la manguera y así lograr generar la trayectoria parabólica, como se ha presentado ya en la Figura 1, después se usa un marcador para pizarrón blanco para anotar varios puntos de la trayectoria del chorro de agua sobre la puerta de vidrio frontal.

Ejemplificando el funcionamiento del prototipo con un ángulo de tiro de $\theta = 40^\circ$. Se activa el botón que enciende el motor de la bomba, produciéndose el flujo inicial de agua, el cual describe una trayectoria parabólica. Y así, mediante un marcador de pizarrón blanco se anotan varios puntos de la trayectoria sobre la pantalla de vidrio del frente, tal y como se observa en la Figura 1.

Se obtienen las coordenadas (x, y) de cada punto de la trayectoria y se muestran en la Tabla I. Se grafican los datos y se ajustan a una curva, como se muestra en la Figura 2. El punto máximo de la curva de ajuste es $y_{max} = 18.24 \text{ cm}$, tomando este valor como la altura máxima. A partir de la ecuación de la cinemática $v_{y_{max}}^2 = v_{y_0}^2 - 2g(y_{max} - y_0)$, dado que en el punto más alto $v_{y_{max}} = 0 \text{ m/s}$ y que $y_0 = 0 \text{ m}$, podemos calcular que $v_{y_0} = 189.17 \text{ cm/s}$. Dado que el ángulo de tiro es de 40° , se obtiene que $v_0 = \frac{v_{y_0}}{\sin \theta} = \frac{189.17 \text{ cm/s}}{\sin 40} = 294.30 \text{ cm/s}$.

La cinemática define que la trayectoria parabólica seguida por un objeto saliendo del origen, sigue la ecuación (5). Con el graficador se obtiene que los datos experimentales se ajusten a la curva $y(x) = 0.8398x - 0.00967m^{-1}x^2$. Dado que $\tan 40^\circ = 0.839$, se observa que el primer parámetro de ajuste concuerda bien con lo esperado. Igualando el segundo parámetro de ajuste $\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} = 0.009671m^{-1}$, utilizando el ángulo de 40° y la velocidad inicial obtenida en el paso 5, se tiene que el valor experimental de $g = 983.08cm/s$. Este valor para la aceleración de la gravedad difiere solo 0.2% del valor que se utiliza comúnmente en los cursos de física de nivel medio y superior.

TABLA I. Mediciones (x, y) obtenidas de la trayectoria parabólica dibujada por el chorro de agua con un ángulo de salida por la manguera es de $\theta_i = 40^\circ$.

Medición	x(pulgadas)	y(pulgadas)	x(cm)	y(cm)
1	1.2	1	3.048	2.54
2	3.8	3	9.652	7.62
3	7	5	17.78	12.7
4	10	6	25.4	15.24
5	13	6.8	33.02	15.272
6	16	7.3	40.64	18.542
7	21	6.5	53.34	16.51
8	26	5	66.04	12.7
9	30	3	76.2	7.62
10	34.5	0	87.63	0

En las columnas de la Tabla I, se registran las coordenadas (x, y) tanto en pulgadas como en centímetros del chorro de agua al momento de ir dibujando la trayectoria parabólica en su plano de movimiento. En dicha tabla, se observan algunos datos de interés que el trayecto mismo proyecta, por ejemplo, en la medición 6 se registra la altura máxima alcanzada por el proyectil de agua, la cual, resulta ser de 18.542 cm. También, se registra a través de la medición 10, que el alcance horizontal máximo fue de 87.63cm.

Una vez terminado el registro de mediciones en la Tabla I, se realiza una gráfica x-y (ver Figura 2) de las coordenadas del movimiento parabólico del chorro de agua. La gráfica muestra, también, en color rojo, un ajuste parabólico de la trayectoria.

V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se describe el funcionamiento de un prototipo de movimiento parabólico, el cual fue construido durante el curso de Física General para Ingenieros.

El experimento llevado a cabo, usando dicho dispositivo arroja resultados de las coordenadas del trayecto del proyectil de agua, las cuales, posteriormente fueron tabuladas y graficadas. Ahora, otra información relevante que se obtiene al echar andar el prototipo, es, la altura máxima que alcanzó el proyectil, el cual, resulto ser de $y = 18.542\text{ cm}$. También, el alcance máximo horizontal $x =$

87.63 cm. Sin embargo, esta información experimental resultado de la descripción del tiro parabólico, ayuda a obtener de manera indirecta, el valor de la rapidez inicial v_i con que sale el chorro de agua. Esto se logra, con ayuda de cualquiera de las cantidades (3) y (4) (alcance horizontal máximo y altura máxima, respectivamente), resultando que $v_i = 2.966\text{ m/s}$.

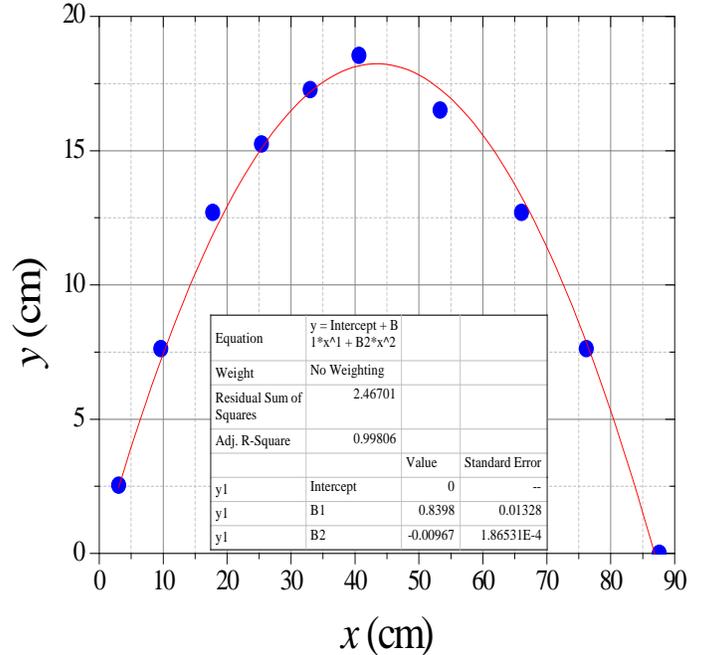


FIGURA 2. Gráfica de las coordenadas seguidas por el chorro de agua para un ángulo de inclinación de la manguera de 40° .

Es interesante notar que este prototipo sirve para realizar otro tipo de actividades educativas, por ejemplo, por las mismas características del diseño de este prototipo, se pudiera realizar un experimento que involucre el concepto de Gasto o Caudal, el cual, involucra a la sección transversal de una manguera o tubo, velocidades de salida y volumen del fluido usado en el diseño.

Por último, es importante resaltar, que los materiales requeridos para construir el prototipo de tiro parabólico son fáciles de conseguir, económicos y su construcción es relativamente sencilla. Con el dispositivo, pueden ilustrarse conceptos relacionados con el tiro parabólico a todos los niveles, desde explicaciones cualitativas a preescolares en ferias de Ciencias hasta prácticas cuantitativas a nivel universitario. Consideramos que este prototipo puede formar parte del acervo de prototipos de cualquier institución educativa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad de Sonora por su apoyo para la construcción y proyección de este prototipo en eventos regionales y nacionales.

REFERENCIAS

- [1] Serway, R. and Beichner, R. *Physics for Scientists and Engineers*, Second Ed. (Brooks/Cole, USA, 2008).
- [2] Young, H. and Freedman, R. *Física Universitaria*, Decimosegunda Edición (Pearson Educación, México 2009).
- [3] Goff, J. and Liyanage, C., *Projectile Motion Gets the Hose*, Phys. Teach. **49**, 432 (2011).
- [4] Kagan, D., *An Inexpensive Mechanical Model for Projectile Motion*, Phys. Teach. **49**, 265 (2011).

Velocidades: media, promedio e instantánea en el movimiento uniforme acelerado, algunos comentarios pedagógicos



Paco Talero^{1,2}, Orlando Organista¹, Luis H. Barbosa¹ y César Mora²

¹Grupo Física y Matemática, Depto. de Ciencias Naturales, Universidad Central, Bogotá Colombia

²Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.

E-mail: ptalerol@ucentral.edu.co

(Recibido el 3 de Junio de 2013, aceptado el 11 de Septiembre de 2013)

Resumen

Se llama la atención al hecho de que en un movimiento uniforme acelerado la velocidad instantánea evaluada en un tiempo promedio $t_p = 0.5(t_1 + t_2)$ es igual a las velocidades medias y promedio referidas a los tiempos t_1 y t_2 . Se ilustran las razones y se usan los resultados hallados para proponer una estrategia pedagógica que permita abordar el estudio del movimiento uniforme acelerado como una extensión natural del movimiento uniforme rectilíneo.

Palabras clave: Velocidad media, velocidad promedio, velocidad instantánea.

Abstract

We show that in a uniform accelerated motion the instantaneous velocity evaluated in an average time $t_p = 0.5(t_1 + t_2)$ is equal to the average velocity and to the median velocity in the times t_1 and t_2 . We illustrate the reasons and we use these results to propose a teaching strategy to tackle the study of uniformly accelerated motion as a natural extension of rectilinear uniform motion.

Keywords: Instantaneous velocity, mean velocity, average velocity.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.50.Kw.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En cursos introductorios de ciencias e ingeniería es común el estudio del movimiento rectilíneo con aceleración constante (MUA), así como tema obligado en cursos preuniversitarios y de bachiller. Las investigaciones que indagan por el aprendizaje exitoso de este tema reportan desde hace casi treinta años y en diversas partes del mundo, que los estudiantes tienen serias dificultades al estudiar el MUA, especialmente cuando se aborda desde el punto de vista gráfico. Las principales falencias observadas son: la efectiva operatividad matemática; la adecuada narración de una situación representada gráficamente; la lectura correcta de gráficos simples y la adecuada identificación e interpretación de áreas y pendientes [1, 2, 3].

Un aspecto pedagógico importante en el estudio MUA, esencialmente por su sencillez matemática, es el análisis de las relaciones y diferencias entre las velocidades media, promedio e instantánea; así como su uso en la transposición didáctica de la cinemática unidimensional [4]. Pero, pese a la gran cantidad de textos que abordan el tema suele no presentarse o presentarse a la ligera [5, 6, 7, 8, 9], desaprovechando de esta manera la riqueza pedagógica que

la relación entre estos conceptos ofrece a la hora de discutir alternativas pedagógicas de aula [4].

En este trabajo se muestra que para una partícula con un MUA la velocidad media es igual a la velocidad promedio y a su vez estas velocidades son iguales a la velocidad instantánea evaluada en el promedio de los tiempos extremos donde se calculan tanto la velocidad media como la velocidad promedio. Con base en estas relaciones se propone una estrategia pedagógica para estudiar el MUA sin el formalismo del cálculo diferencial y extendiendo la idea del movimiento uniforme rectilíneo (MUR).

El trabajo está organizado de manera siguiente: en la sección (2) se revisa la definición de las velocidades media, promedio e instantánea y se muestran sus relaciones; en la sección (3) se plantea una propuesta pedagógica que permite abordar el MUA como una extensión natural del MUR y en la sección (4) se presentan las conclusiones.

II. VELOCIDAD MEDIA, PROMEDIO E INSTANTÁNEA

Desde el punto de vista de la cinemática unidimensional se entiende por partícula un cuerpo cuya forma y composición

Paco Talero, Orlando Organista, Luis H. Barbosa y César Mora interna no afectan de manera significativa la descripción de su movimiento [10, 11]. Así, se parte de la hipótesis fundamental de que se conoce, por razones teóricas o experimentales, ya sea la posición $x(t)$, la velocidad $v(t)$ o la aceleración $a(t)$ instantáneas de tal partícula como funciones de tiempo.

Para el caso particular de MUA con aceleración a se tienen las expresiones ampliamente conocidas para la posición y la velocidad instantáneas

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \quad (1)$$

Y

$$v(t) = v_0 + a t. \quad (2)$$

La velocidad media v_m entre un tiempo t_1 y un tiempo t_2 se define como

$$v_m = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (3)$$

Al reemplazar (1) en (3) se encuentra

$$v_m = v_0 + a t_p, \quad (4)$$

con

$$t_p = \frac{t_2 + t_1}{2}. \quad (5)$$

Esto significa que la velocidad media entre los tiempos t_1 y t_2 es igual a la velocidad instantánea evaluada en t_p , es decir

$$v_m = v(t). \quad (6)$$

La velocidad promedio v_p entre los tiempos t_1 y t_2 se define como la semisuma de las velocidades instantáneas $v(t_2)$ y $v(t_1)$ [4]. Así

$$v_p = \frac{v(t_2) + v(t_1)}{2}. \quad (7)$$

En particular cuando $t_1=0$, y $t_2=t$, $v(t_1)=v_0$ y $v(t_2)=v$ se obtiene

$$v_p = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad (8)$$

lo que permite calcular el desplazamiento Δx como el área del trapecio en la gráfica de velocidad contra tiempo mostrada en la Fig.1, quedando el desplazamiento dado por $\Delta x = v_p t$.

Al reemplazar (2) en (7) se obtiene:

$$v_p = v_0 + a t_p. \quad (9)$$

Nótese como (9) implica que la velocidad promedio es igual a la velocidad media y además son iguales a la velocidad instantánea evaluada en t_p . Nótese además, que estos resultados son consecuencia directa de los teoremas de valor medio para derivadas e integrales.

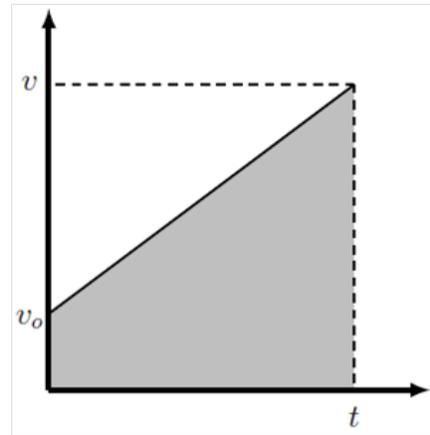


FIGURA 1. Desplazamiento y velocidad promedio para el MUA.

III. EL MUA: UNA EXTENSIÓN NATURAL DEL MUR

La ventaja pedagógica del uso de la velocidad promedio radica en el hecho de que el desplazamiento realizado por una partícula entre los tiempos t_1 y t_2 donde tiene velocidades instantáneas $v(t_1)$ y $v(t_2)$ respectivamente, es igual al desplazamiento realizado por una partícula que se mueve con velocidad promedio entre estos mismos tiempos. Esta afirmación se observa al comparar las gráficas de las figuras Fig.1 y Fig.2 donde se ha tomado $t_1=0$, $t_2=t$, $v(t_1)=v_0$ y $v(t_2)=v$, que es un caso típico abordado en cursos elementales.

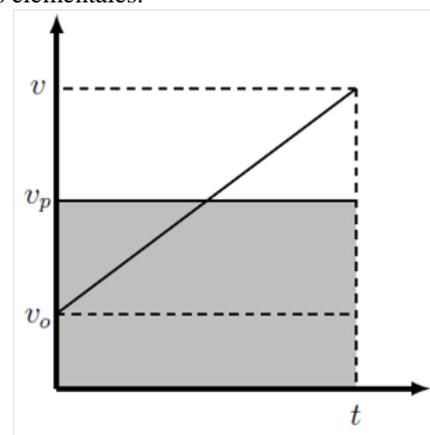


FIGURA 2. Igualdad de desplazamientos en MUA y MUR.

Ahora nótese que, de acuerdo con lo anterior, la ecuación (1) se puede escribir como

$$x = x_o + v_p t, \quad (10)$$

lo que se interpreta como la posición de la partícula en un tiempo t . Resulta entonces clara la analogía con la función de posición contra tiempo de un MUR.

La propuesta pedagógica para estudiar el MUA a partir de una extensión natural del MUR, surge del hecho de que es posible iniciar el estudio del MUR afirmando que se trata del movimiento de una partícula que recorre distancias iguales en tiempos iguales, lo que implica

$$x = x_o + v_o t, \quad (11)$$

que es análoga a (10).

Entonces el MUA se puede entender como un movimiento en el cual la partícula en estudio cambia velocidades iguales en tiempos iguales, permitiendo así visualizar el aumento de velocidad o su disminución en cada instante y dando sentido físico a la velocidad promedio. Cabe anotar que referentes concretos que permiten visualizar el cambio de velocidad con el transcurso del tiempo son los “velocímetros” de los autos o motocicletas.

También puede tomarse como ejemplo el caso de la caída libre. Desde una cierta altura se deja caer una partícula, si se toma un sistema de referencia positivo hacia abajo se le puede plantear al estudiante como punto de partida de la discusión académica que la velocidad aumenta cada segundo en $10m/s$, en lugar de decirle que la magnitud de la aceleración es constante y de aproximadamente $10m/s^2$. Luego se entra a analizar la proporcionalidad que esta afirmación implica junto con las posibles velocidades promedio y sus respectivos desplazamientos. La tabla I presenta algunos valores de velocidad instantánea, promedio y desplazamiento producida por este método.

TABLA I. Ejemplo sobre caída libre.

$t(s)$	$v(m/s)$	$v_p(m/s)$	$\Delta x(m)$
0,0	0,0	0,0	0,0
0,25	2,5	1,25	0,31
0,5	5	2,5	1,25
0,75	7,5	3,75	2,81
1,0	10,0	5,0	5,0

Esto permite entender que una partícula A provista de un MUA que aumentó su velocidad instantánea desde v_0 hasta v en un tiempo t comparada con otra partícula B provista de un MUR que mantiene su velocidad v_p durante todo el tiempo t , tienen el mismo desplazamiento y que esto se debe a que A se mueve más lento que B antes de v_p , igual que B justo en t_p y más rápido que B para tiempos mayores que t_p . En otras palabras, el desplazamiento sufrido durante un tiempo t por una partícula provista de un MUA es igual

al desplazamiento sufrido por una partícula en MUR con velocidad v_p durante el mismo tiempo, ver Fig.2.

III. CONCLUSIONES

Se presentó una alternativa para abordar el estudio del MUA mediante una extensión del MUR, donde se hace uso exclusivo de cantidades directamente proporcionales. Esto se logró gracias a que se pudo demostrar que la velocidad promedio es igual a la velocidad media y que además estas velocidades son iguales a la velocidad instantánea evaluada en el tiempo promedio. Lo que implica la analogía: en MUR la partícula realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales y su correspondiente MUA la partícula cambia velocidades iguales en tiempos iguales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Facultad de Ingeniería y al Departamento de Ciencias Naturales de la Universidad Central por el tiempo y los recursos asignados al proyecto de investigación: Un modelo de enseñanza de la física mediante videos de experimentos Discrepantes realizado durante el año 2013. También agradecen al CICATA del IPN en México D.F por su continua colaboración.

REFERENCIAS

- [1] Trowbridge, D. E., McDermott, L. C., *Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension*, Am. J. Phys. **48**,1020-1028 (1980).
- [2] Trowbridge, D. E., McDermott, L. C., *Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension*, Am. J. Phys. **49**,242-253 (1981).
- [3] Beichner, R., *Testing student interpretation of kinematics graphs*, Am. J. Phys. **62**,750- 762 (1994).
- [4] Arons, A. B., *Evolución de los conceptos de la física*, Ed., (Trillas, México, D.C., 1970).
- [5] Alonso, M. y Finn, E., *Física Mecánica Vol. I.*, (Adison-wesley, USA, 1967).
- [6] Serway, R. A. y Jewett Jr, J. W., *Física para Ciencias e ingenierías*, (Thomson, México D. F., 2011).
- [7] Lea, S.L y Burke, J. R., *Física La naturaleza de las cosas Vol. I.*, (Thomson, México, 2001).
- [8] Resnick, D., Halliday, D. y Krane, K., *Física Vol. I*, Ed. (Compañía Editorial continental, México, 2001).
- [9] Young, H. D., Freedman, R. A. y Ford, A. L., *Física Universitaria Vol. I.*, (Addison-Wesley, México, 2009).
- [10] Landau, L. y Lifshitz, E. *Mecánica curso de Física Teórica Vol. I.*, (Reverté S. A., España, 1976).
- [11] Talero, P., *El movimiento unidimensional en gráficas*, (Editorial Universidad Central, Bogotá, D. C., 2012).
- [12] Stewart, J., *Calculus Séptima Edición*, (Brooks Cole, México, D. F., 2012).

El rol complementario de los dibujos en la explicitación de modelos situacionales: un estudio de caso con los estudiantes de Bachillerato sobre los movimientos



José Alfonso Manjarrez¹, Cástulo Anselmo Alejo², Josip Slisko³

¹Universidad Autónoma de Sinaloa, Preparatoria "La Cruz". Ángel Flores y Pedro Infante, CP 82700, La Cruz, Elota, Sinaloa, México.

²Centro de Ciencias de Sinaloa. Av. de las Américas 2771 Nte., Culiacán, Sinaloa, México, CP 80010.

³Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Apartado Postal 1152 Puebla, Pue. CP 72000, México.

E-mail: jamanjarrezmeza@hotmail.com

(Recibido el 25 de Junio de 2013, aceptado el 29 de Septiembre de 2013)

Resumen

Este trabajo está sustentado en el modelo de construcción-integración para la comprensión de Kintsch. Los resultados de esta investigación nos muestran que la elaboración de dibujos es una forma de representación concreta que complementa al lenguaje verbal para representar los modelos situacionales acerca del movimiento de objetos en estudiantes de Bachillerato. También se encontró que la elaboración de dibujos, adicionalmente a su función comunicativa, sirve como herramienta de apoyo a los procesos de pensamiento, promoviendo la metacognición y la autoevaluación. Este estudio también confirma la existencia de concepciones alternativas encontradas anteriormente. Los dibujos facilitan el análisis y la interpretación de estas concepciones alternativas.

Palabras clave: Ideas previas de los estudiantes de Bachillerato, aprendizaje conceptual de la Mecánica, elaboración de dibujos, modelo situacional

Abstract

This work is supported by the construction-integration model for understanding from Kintsch. The results of this research show that the production of drawings is a concrete representation that complements the verbal language to represent situational models about the movement of objects in high school students. It was found that the preparation of drawings, in addition to its communicative function, serves as a tool to support thinking processes, promoting metacognition and self-assessment. This study also confirms the existence of alternative conceptions found previously. The drawings facilitate the analysis and interpretation of these alternative conceptions

Keywords: High school students' preconceptions, Mechanics conceptual learning, making drawings, situational model.

PACS: 01.40 -d; 01.40.Fk; 01.40.ek.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

El modelo de Kintsch [1, 2] establece que existen tres niveles en los procesos de lectura: el superficial (denominado *código de superficie*), que consiste en una lectura mecánica, sin comprensión, en una decodificación de los signos escritos en lenguaje oral. Otro nivel es la *base textual*, en la que el lector entiende las ideas del texto en sí mismo. Un tercer nivel es el de los *modelos situacionales*, en el cual el lector elabora una representación mental del texto, integrándolo con sus conocimientos previos [1]. En este último nivel, el sujeto, mediante inferencias, ha desactivado la información irrelevante e inconsistente, y ha reforzado los elementos apropiados contextualmente,

seleccionando la respuesta correcta de entre los resultados generados.

En el caso de este trabajo investigativo, el problema no es la comprensión de un extenso texto expositivo, sino una descripción breve de una situación relativamente sencilla. Pero a pesar de la brevedad de la descripción y la sencillez de la situación, el estudiante tiene que crear su modelo situacional. El dibujo que los estudiantes elaboran posteriormente a la verbalización, ayuda a tener una mejor idea acerca de tal modelo situacional.

Coleoni *et al.* [3] analizaron las resoluciones escritas de un problema de física, correspondientes a alumnos de nivel medio, participantes de una Olimpiada de Física. El estudio lo realizaron sobre la base de desarrollos teóricos que tienen en cuenta características propias de la

comprensión de textos de enunciados de problemas científicos. Tipificaron algunos errores encontrados vinculándolos a fallos en diferentes niveles del proceso de representación. Propusieron una categorización que sugiere la posibilidad de reinterpretar algunos errores cometidos por alumnos de física ante la actividad de resolución de problemas.

Consideran estos autores que el proceso de resolución de problemas comienza en la lectura del enunciado, resultando de interés avanzar en la descripción de ciertos aspectos de las representaciones que genera un resolutor. En el caso de los enunciados de un problema de física, entre los conocimientos previos que el lector debe poner en juego para construir su modelo situacional se encuentran los correspondientes a la disciplina, generalmente expresados mediante relaciones formales.

Al leer un enunciado de un problema de física, la posibilidad de un sujeto de construir un modelo situacional que represente el evento en términos cotidianos, u otro que involucre las relaciones formales de manera estructural, dependerá del conjunto de esquemas disponibles (calidad y cantidad) y de las estrategias de recuperación. En el primer caso, la representación habilitará al sujeto a realizar solamente predicciones de tipo cualitativo, posiblemente involucrando concepciones alternativas. En cambio, en el segundo, el sujeto tendrá posibilidades de realizar predicciones tanto cuantitativas como cualitativas y habrá generado un “modelo de problema”. El modelo de problema no contiene necesariamente datos numéricos, pero habilita incorporarlos.

Los constructos base de texto y modelo de problema se refieren a representaciones dinámicas, que son continuamente modificadas durante este proceso de resolución del problema. En trabajos realizados sobre la comprensión de textos científicos, se ha observado que los sujetos realizan modificaciones sobre las representaciones de un texto, de forma que son capaces de agregar inferencias o de suprimir información del propio texto. Resulta plausible suponer que tales mecanismos de control de la comprensión puedan tener lugar también durante el proceso de resolución de un problema. Si bien el modelado de este complejo proceso dinámico –interjuego entre representaciones e inferencias, moduladas por mecanismos metacognitivos- resultaron fuera del balance de este estudio, algunos resultados se interpretaron como señales de fallos en el control que el sujeto tiene sobre su propia comprensión.

Por otra parte, en investigaciones realizadas en diferentes ámbitos y con distintos objetivos, se ha utilizado la elaboración de dibujos como fuente de la información acerca de los esquemas de los sujetos. Galagovsky y Bekerman [4], por ejemplo, llevaron a cabo una indagación con estudiantes de Bachillerato (de entre 15 y 17 años de edad). La investigación consistió en realizar una serie de 10 experimentos sencillos (sobre el tema “disoluciones” en la asignatura Química) para que luego los estudiantes explicaran lo ocurrido, organizando textos y dibujos. Encontraron que algunas de sus respuestas erróneas en los dibujos que elaboraron son resultado de un deficiente

procesamiento de la información de los lenguajes de la Química (verbal, gráfico, etc.), generando obstáculos epistemológicos.

Por su parte, Stipcich, Moreira y Caballero [5] investigaron las representaciones mentales que estudiantes preuniversitarios, a punto de ingresar en la Universidad, emplean para otorgar significado al concepto de interacción (gravitatoria, eléctrica y magnética). Les pidieron a los sujetos entrevistados que respondieran de forma escrita y mediante esquemas o dibujos, a algunas situaciones en las que se involucra la interacción entre cuerpos. Algunos de sus resultados fueron que sus dibujos se vinculan de diferente manera al texto escrito. En algunos casos, el texto se constituye en una explicación que detalla el esquema, en otras, en cambio, se trata de dos lenguajes totalmente autónomos.

En el campo de la Astronomía, Grande *et al.* [6] desarrollaron un trabajo con el propósito de conocer las representaciones que sobre el Universo presentaban un grupo de 66 estudiantes de primer año (12-13 años) de una escuela secundaria privada de la ciudad de Mar del Plata. Para la recolección de los datos se solicitó que realizaran un dibujo y que colocaran las referencias. Sus resultados mostraron que el modelo predominante es el heliocéntrico seguido por el modelo acéntrico siendo el geocéntrico el de menor porcentaje.

Por su parte, Gil y Martínez [7] exploraron e interpretaron las ideas de estudiantes de Magisterio acerca de los movimientos de la Tierra y de la Luna y sus consecuencias, utilizando sus representaciones gráficas y los textos que las acompañan. Las conclusiones a las que arribaron fueron: hay una falta de comprensión del modelo Sol-Tierra-Luna; los estudiantes tienen severas dificultades en expresarse mediante dibujos; hay que evitar el refuerzo del carácter de entretenimiento que tienen las imágenes, procurando que las tareas de análisis y elaboración de las mismas en la escuela no se asocien siempre a lo lúdico; el alumnado debe desarrollar sus propias destrezas icónicas para explicar los conceptos y que se deben emplear también imágenes, siempre que sea posible, en tareas de evaluación.

En el terreno de la Geología, Lillo [8] analizó los errores conceptuales a partir de las expresiones gráficas de los estudiantes, encontrando que la detección de las concepciones erróneas de los dibujos de los alumnos nos permite tener evidencia de que algunos conceptos erróneos podrían pasar inadvertidos al interpretar sólo sus expresiones verbales (orales o escritas).

En el ámbito de la educación ambiental, Arto [9] estudió las representaciones sociales de cambio climático (CC) y el deterioro de la capa de ozono en 809 estudiantes de Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria de Galicia, España, empleando para ello una metodología de investigación basada en el dibujo y el texto libre.

En el campo de investigación sobre las ideas sobre el ambiente Torres-Nerio, Domínguez-Cortinas, van't Hooft, Díaz-Barriga y Cubillas-Tejeda [10] utilizaron el dibujo como una herramienta para conocer la percepción de los niños sobre la exposición a riesgos ambientales en una comunidad rural-indígena y en una comunidad urbano-

marginada. Los resultados obtenidos indicaron que los niños perciben la mayoría de las problemáticas ambientales detectadas con anterioridad por el grupo de investigación encabezado por esta investigadora y se encontraron diferencias por comunidad.

Las anteriores investigaciones son una muestra de la gran variedad de ámbitos en los que se ha recurrido a la elaboración de dibujos como instrumento para recoger la información de los sujetos.

II. LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN, EL METODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS Y LA MUESTRA ESTUDIANTIL

Un problema concreto de la práctica docente, más allá de que los esquemas de los estudiantes sean erróneos desde el punto de la Física, es que no son capaces de comunicar verbalmente sus ideas acerca del movimiento de los objetos. Por tanto, es relevante preguntarse:

¿Hasta dónde algunas de las ideas previas que encontramos en los estudiantes -entendidas como esquemas arraigados, que no coinciden con el punto de vista científico- son realmente tales, y no deficientes verbalizaciones o dibujos mal elaborados, originados no por poseer esquemas incorrectos, sino por la carencia de competencias lingüísticas adecuadas o de un buen nivel de inteligencia espacial para representar adecuadamente mediante palabras o dibujos sus esquemas?

Lo que nos interesa en este trabajo es indagar:

¿Qué relaciones existen entre el lenguaje verbal y los dibujos que utilizan los estudiantes de Bachillerato en la explicitación de sus esquemas sobre el movimiento de los objetos?

Este trabajo es de corte cualitativo. Para acopiar la información, aplicamos entrevistas semi-estructuradas, presentando algunos problemas verbales físicos de tipo abierto sobre el movimiento de objetos, en diferentes contextos situacionales, que difieren con respecto a la intensidad del campo gravitacional y la presencia o ausencia de las fuerzas de fricción. Les solicitamos a los estudiantes que elaboraran dibujos, además de sus descripciones y explicaciones verbales. Los estudiantes investigados fueron 28 estudiantes de primer grado (15-16 años de edad) del nivel Bachillerato, que estaban matriculados en la escuela Preparatoria “La Cruz”, de la Universidad Autónoma de Sinaloa, México. En ese grado, no habían tomado ningún curso de Física en preparatoria, sólo los cursos que llevaron en el nivel Secundaria.

III. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este apartado presentamos y analizamos algunas de las respuestas verbales y sus correspondientes dibujos, en cada una de las situaciones.

A. Modelos situacionales de movimiento en un contexto cotidiano

Los problemas-verbales físicos que se les plantearon a los estudiantes, en los casos de lanzamiento horizontal e inclinado, en un contexto cotidiano fueron:

- a) “Supón que tienes una piedra en la mano y la lanzas de forma horizontal/inclinada. ¿Qué pasa con la piedra?” y
- b) “Supón que al estar girando de forma horizontal una piedra atada a una cuerda, se rompe ésta. ¿Qué pasa con la piedra?”

Desde la mecánica newtoniana se establece que cuando un objeto es lanzado horizontalmente o de forma inclinada, describe una trayectoria prácticamente parabólica. Se dice que “prácticamente” ya que existe una muy pequeña influencia de la fuerza de fricción de la atmósfera. Su velocidad tiene, en los dos casos, una componente horizontal constante durante todo el movimiento y una componente vertical, que va cambiando en proporción lineal con respecto al tiempo transcurrido (en el lanzamiento horizontal va aumentando conforme cae el cuerpo, y en el inclinado disminuye cuando sube, hasta ser nula, y posteriormente aumenta conforme cae).

Con respecto al movimiento circular, la mecánica clásica lo describe de la siguiente manera: cuando la cuerda se rompe, si observamos el movimiento desde un plano vertical, el objeto se movería de la misma manera que en un lanzamiento horizontal.

Si observamos desde un plano horizontal, veríamos una trayectoria recta tangencial a la trayectoria circular que tiene la piedra antes de que se rompa la cuerda. Las fuerzas que actúan en estas situaciones son la fuerza de fricción debida a la atmósfera y la fuerza de gravedad, considerando en el movimiento circular un instante posterior al que se rompe la cuerda.

En adelante se mostrarán algunos ejemplos de descripciones y explicaciones proporcionadas por los estudiantes así como sus correspondientes dibujos. Para el lanzamiento horizontal en un contexto cotidiano, tenemos el siguiente ejemplo:

Estudiante 27: “Cae [...] porque aquí en la Tierra sí hay fuerza de gravedad y el peso hace que caiga.”

La proposición verbal construida para resolver el problema en la parte descriptiva (“cae”) podría interpretarse en el sentido de que el objeto se mueve verticalmente hacia abajo desde la posición desde donde se lanza, o pudiera dársele alguna otra interpretación. Sin embargo, al analizar el modelo de situación que construye este estudiante mediante su dibujo (Figura 1), notamos que no existe una plena complementariedad entre ambos tipos de representación.

El dibujo aclara mejor sus ideas, complementando lo que dice con palabras. El modelo de situación en el dibujo es mucho más preciso y amplio: el objeto se desplaza un tramo horizontal y, abruptamente, cae verticalmente.

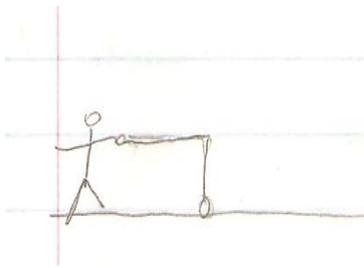


FIGURA 1. La trayectoria horizontal que se vuelve vertical.

En el formato verbal, su atención se centra en la parte vertical del movimiento, descuidando los demás aspectos del movimiento, mientras que en el dibujo describe más integralmente el movimiento. En este ejemplo, la función del dibujo es completar los vacíos dejados por el lenguaje verbal. Podemos mencionar que este estudiante no posee la idea de independencia entre las componentes horizontal y vertical de la velocidad, por lo que dibuja un tramo horizontal y un tramo vertical [11].

Es claro que el modelo situacional construido por este estudiante -como ocurre con todos los modelos situacionales de los estudiantes presentados aquí- no concuerda con la mecánica newtoniana. Se observa aquí la concepción alternativa en la que no se considera a las componentes horizontal y vertical del movimiento como independientes, sino que primero se manifiesta el movimiento horizontal y después el movimiento vertical. En la historia de la Física esta idea persistió muchos siglos y fue muy difícil modificarla por la teoría newtoniana. Lo interesante es que se sigue detectando todavía en muchos estudiantes. No es fortuito que esto ocurra, sino que existen elementos epistemológicos que es necesario comprender para diseñar estrategias didácticas para acercar esas concepciones alternativas a las que se sustentan desde la comunidad científica.

En lo que se refiere al lanzamiento inclinado hacia arriba en un contexto cotidiano, un ejemplo es el siguiente:

Estudiante 13: “Avanza y luego cae en línea recta.”

Al estar observando su propio dibujo, y dando detalles verbales de su descripción, este estudiante corrigió la parte de la trayectoria vertical hacia abajo, sustituyéndola por una línea curva, manifestando lo siguiente:

Estudiante 13: “¡Ah! O a la mejor puede que caiga también así, como en curva.”

Su dibujo (que incluye las dos variantes) quedó como sigue (Figura 2):

La forma proposicional de la primera respuesta verbal es ambigua, ya que la proposición “avanza” admite varias interpretaciones, al no indicar la dirección ni el sentido del movimiento. Su dibujo delinea una primera parte del movimiento, en forma de trayectoria recta inclinada hacia arriba. La siguiente proposición “y luego cae en línea recta” está mejor definida y concuerda con su dibujo.

Advertimos que este estudiante no tiene una total certidumbre en sus afirmaciones, sino que considera las dos variantes (que caiga verticalmente hacia abajo o que se

mueva en línea curva) como eventos que tienen la misma posibilidad de ocurrir. En estas dos acciones - aparentemente tan similares- de dibujar o una línea vertical hacia abajo o una línea curva, están implícitos diferentes procesos mentales -como inferencias, entre otros- que los sujetos realizan al elaborar sus modelos de situación; se apoyan en sus conocimientos y experiencias acerca de las situaciones físicas planteadas, en sus conocimientos sobre el lenguaje (verbal y visual) y sobre la Física como disciplina científica para formular sus modelos de situación.

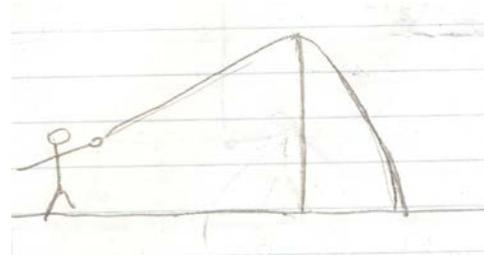


FIGURA 2. La trayectoria inicial y corregida.

En este ejemplo se revela claramente el hecho, ya planteado por Kintsch [1, 2], de que los sujetos, al resolver un problema, activan y desactivan permanentemente “nodos” de conocimientos, emitiendo diferentes hipótesis, hasta encontrar la que es pertinente y correcta -desde su particular punto de vista- en la situación contextual dada.

Este es un ejemplo ilustrativo también de cómo, al momento de dibujar el movimiento de objetos, los estudiantes tienen la oportunidad, debido al mayor tiempo de procesamiento de la información, de reconsiderar sus descripciones y explicaciones, originándose procesos metacognitivos. Algunos estudiantes más también llevaron a cabo estos procesos de metacognición en el transcurso de las entrevistas en esta investigación.

También se observa la concepción alternativa de la no independencia de las componentes del movimiento, aunque en este estudiante el primer tramo es inclinado y el otro tiende a ser vertical; además, se observa que está en proceso de poseer un esquema que se acerca más a lo que plantea la teoría newtoniana, ya que corrige un poco su dibujo dándole una forma cuasiparabólica.

En cuanto al movimiento circular en un contexto cotidiano, tenemos como ejemplo el siguiente caso:

Estudiante 7: “[La piedra se mueve] por la fuerza que le estamos aplicando a los movimientos de la mano. La piedra se desplazaría por el aire. [...] Dependiendo de la fuerza con que la piedra se haya roto [sic] en ese momento, la piedra seguiría avanzando hasta caer en el suelo. Cuando va a caer, es cuando se terminó su fuerza, y por eso es que cae.”

Analizando sus proposiciones verbales, encontramos que son muy ambiguas. Por ejemplo: “la piedra se desplazaría por el aire” no precisa la dirección del movimiento, ni su sentido. Así mismo, “la piedra seguiría avanzando hasta caer en el suelo” no especifica de qué forma concreta es ese avance y esa caída.

Su dibujo (Figura 3) aumenta la nitidez de su modelo situacional, que consiste en que el objeto se mueve un primer tramo en la misma trayectoria circular que tenía antes de que se rompiera la cuerda y, posteriormente, va cayendo describiendo una trayectoria curva hasta hacerse vertical.

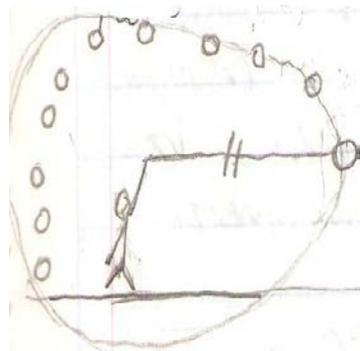


FIGURA 3. La trayectoria circular con un tramo vertical.

Este estudiante posee la concepción alternativa de “inercia circular” [12] entendido como la idea de que el objeto que se mueve circularmente, se seguirá moviendo con esa misma trayectoria, aunque desaparezca la fuerza que causa ese tipo de movimiento, en este caso, la tensión de la cuerda. También en su respuesta: “Cuando va a caer, es cuando se terminó su fuerza, y por eso es que cae” se encuentra la concepción alternativa de transmisión de fuerza, es decir, considerar que la fuerza se transmite al objeto y que se agota como si fuera un “combustible” [13, 14].

En ciertas situaciones de movimiento, como en este caso, sería importante pedirles a los estudiantes que elaboraran dibujos pensando en diferentes sistemas de referencia, por ejemplo en un plano horizontal y en uno vertical, con el fin de ilustrar mejor sus modelos situacionales, disminuyendo la posibilidad de caer en ambigüedades. Pero estas competencias comunicativas mediante dibujos con diferentes sistemas de referencia deben ser enseñadas y aprendidas, no son espontáneas ni automáticas. Esto tiene relación con el desarrollo de su inteligencia espacial y visual.

B. Situaciones de movimiento en un contexto hipotético en el que no existe la atmósfera de la Tierra

Los problemas-verbales que se les plantearon a los estudiantes aquí fueron:

a) “Supón que tienes una piedra en la mano, en la Tierra sin atmósfera, y la lanzas de forma horizontal/inclinada. ¿Qué pasa con la piedra?”

b) “Supón que en la Tierra sin atmósfera, al estar girando de forma horizontal una piedra atada a una cuerda, se rompe ésta. ¿Qué pasa con la piedra?”

La descripción, desde la mecánica newtoniana, del movimiento de un objeto lanzado horizontal y de forma

inclinada, en un contexto físico de planeta Tierra sin atmósfera es semejante al descrito en el apartado anterior para un contexto cotidiano, nada más quitándole la palabra “aproximadamente”, ya que, al no haber atmósfera, no hay fuerza de fricción provocada por ella.

En cuanto al movimiento circular en este contexto físico, la mecánica clásica lo describe de la siguiente manera: Cuando la cuerda se rompe, si observamos el movimiento desde un plano vertical, el objeto se movería de la misma manera que en un lanzamiento horizontal, tal como ya lo describimos en el contexto anterior, pero sin el término “aproximadamente”.

Si observamos desde un plano horizontal, veríamos una trayectoria recta tangencial a la trayectoria circular que tiene la piedra antes de romperse la cuerda. La única fuerza que actúa en estas situaciones es la fuerza de gravedad, considerando en el movimiento circular un instante posterior al que se rompe la cuerda.

Un ejemplo de descripción y explicación, así como el dibujo correspondiente, para el lanzamiento horizontal en un contexto sin atmósfera fue:

Estudiante 11: “Al no haber atmósfera, no hay fuerza de gravedad [...] [La piedra] siguiera flotando.”

Vemos que la proposición verbal “siguiera flotando” es muy indefinida, ya que se puede interpretar de diversas formas. Podemos entenderlo como que el objeto se queda en la misma posición desde donde se lanzó, o pudiéramos pensar que asciende verticalmente, o de forma inclinada, o en cualquier otra dirección o sentido.

No obstante, con su dibujo, este estudiante define mejor su descripción, complementándola. Su modelo situacional (Figura 4) es que el objeto se mueve en la misma dirección y sentido en que fue lanzado, es decir, horizontalmente. Aparece la concepción alternativa de que “si no hay atmósfera, no hay fuerza de gravedad” [15].

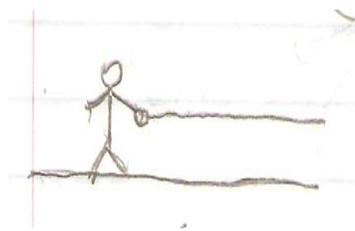


FIGURA 4. La trayectoria horizontal como descripción complementaria de la “flotación”.

Ahora analicemos algunas respuestas y dibujos para el lanzamiento inclinado en un contexto sin atmósfera:

Estudiante 5: “La aviento con una velocidad rápida, disminuye al momento, y ahí se queda como paralizada.”

Este estudiante no explicita la trayectoria que lleva el objeto, solo habla de la velocidad. Sin embargo, el dibujo es complementario al respecto (Figura 5):

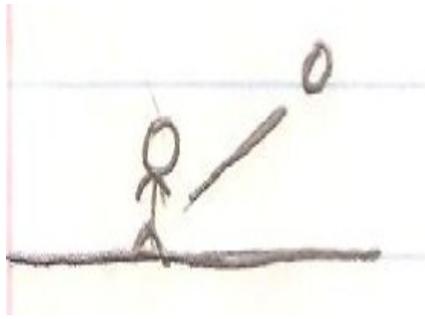


FIGURA 5. La trayectoria recta en dirección de la velocidad inicial.

Cabe recordar que en el lenguaje científico formal gráfico de la Física se utilizan líneas rectas o curvas para representar trayectorias. Asimismo, para representar gráficamente distancias recorridas, se emplea el recurso de dibujar el móvil sucesivamente, con una determinada separación. Para representar velocidades se emplean vectores -mediante flechas-. Este recurso gráfico no fue utilizado por ninguno de los estudiantes entrevistados. Para representar rapidez, a lo que se recurre también en el lenguaje de la Física es a dibujar el móvil sucesivamente con una determinada separación, pero forzosamente se tiene que indicar verbalmente que el intervalo de tiempo es el mismo entre una posición y otra del objeto.

El objeto se dibuja a una misma distancia, si se quiere representar rapidez constante, o a diferentes distancias, si lo que se requiere es representar cambios en la rapidez. Sería conveniente diseñar una forma gráfica aunque sea informal, adicional a los vectores, para simbolizar velocidades, y utilizarla en los dibujos para la enseñanza y el aprendizaje de la mecánica newtoniana.

La respuesta de este estudiante, en el sentido de que la “velocidad rápida, disminuye al momento, y ahí se queda como paralizada” tiene implícita la concepción alternativa de que “si no hay atmósfera no hay fuerza de gravedad”.

Continuando con los ejemplos de respuestas y dibujos para el lanzamiento inclinado en un contexto sin atmósfera, tenemos lo siguiente:

Estudiante 13: “Pues sería igual pero aquí sería curva; yo creo hasta que se va hacia arriba.”

Al decir “sería igual” se refiere a la descripción que realizó del lanzamiento inclinado pero en un contexto cotidiano (ver dibujo más arriba). Podríamos pensar que la descripción sería exactamente igual que en este contexto, pero sus palabras posteriores y su dibujo (Figura 6) nos revelan que no es así. Aún así, las proposiciones verbales que construyó no son suficientes para describir claramente su representación mental, tal y como lo demuestra el dibujo que elaboró, ya que traza una trayectoria curva cóncava hacia arriba. En la respuesta: “yo creo hasta que se va hacia arriba” está también implícita la concepción alternativa de que “si no hay atmósfera no hay fuerza de gravedad”

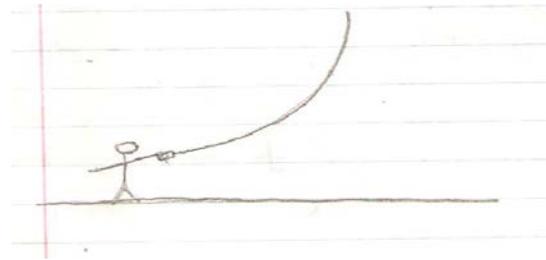


FIGURA 6. La trayectoria rectilínea que posteriormente se curva hacia arriba.

Los resultados hasta aquí abordados, nos permiten percatarnos de que, al explorar los esquemas de los estudiantes, es necesario que no nos conformemos con sus primeras proposiciones verbales, sino que es prudente darles tiempo para reflexionar, para que puedan construir modelos de situación más ricos y pertinentes al contexto de la situación abordada en el problema, en concordancia con lo que manifiesta Kintsch [1, 2]. Incluso, al elaborar sus dibujos, es conveniente, por estos mismos motivos, pedirles que reflexionen un poco más en su primer dibujo, para que, eventualmente, encuentren contradicciones o incoherencias en sus modelos de situación.

Una respuesta sobre el movimiento circular, considerando que no existe la atmósfera, fue la siguiente:

Estudiante 7: “La piedra avanzaría por un lado, hasta que se termine su fuerza y se quedaría flotando.”

La proposición verbal “La piedra avanzaría por un lado” es muy ambigua. ¿Qué significa “por un lado”? Este estudiante lo sabe, pero quien escucha su afirmación no podría representarse la idea que él tiene. Si inspeccionamos su dibujo (Figura 7), nos damos cuenta con una mayor claridad cómo es su representación mental.

Su modelo de situación consiste en que el objeto se mueve en la misma trayectoria circular que poseía antes de romperse la cuerda y que se queda flotando. Al responder “hasta que se termine su fuerza” nos permite considerar que posee también la concepción alternativa de “la fuerza como combustible”.

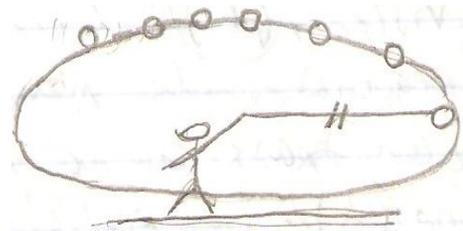


Figura 7. La trayectoria circular completa después de romperse la cuerda.

C. Dibujos y respuestas verbales en situaciones hipotéticas de contexto lunar

Las preguntas-problema en este apartado fueron las siguientes:

a) Supón que estás parado en la Luna. Tienes una piedra en la mano y la lanzas de forma (horizontal/ inclinada). ¿Qué pasa con la piedra?

b) Supón que estás parado en la Luna. Al estar girando de forma horizontal una piedra atada a una cuerda, se rompe ésta. ¿Qué pasa con la piedra?

En lo que concierne a este contexto, la mecánica clásica establece que la trayectoria sería la misma que en un contexto de planeta Tierra sin atmósfera, solo que la aceleración sería menor, debido a que en la Luna la fuerza de gravedad es menor.

Algunos ejemplos de explicaciones verbales y dibujos proporcionados por los estudiantes para la situación de lanzamiento horizontal, en un contexto físico hipotético lunar, fueron las siguientes.

Estudiante 16: “Se elevaría para arriba porque hay gravedad en la Luna y no puede estar en un lugar así. Directamente la piedra no se iría de forma horizontal, sino hacia arriba.”

La proposición “Se elevaría para arriba” no define la posición desde la cual se elevaría. Y su proposición: “Directamente la piedra no se iría de forma horizontal, sino hacia arriba” se puede interpretar como que el objeto se elevaría desde la posición desde la cual se lanza, sin moverse ninguna distancia horizontal.

Sin embargo, el dibujo (Figura 8) nos especifica que la piedra sí se mueve una determinada distancia horizontal y, después, de manera repentina, asciende verticalmente.

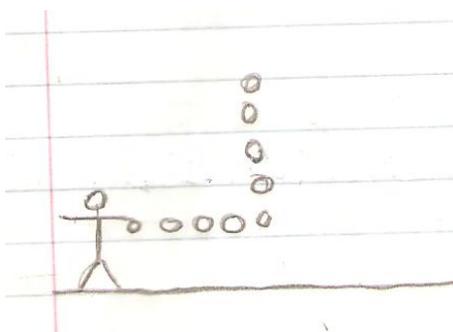


FIGURA 8. La trayectoria horizontal que se vuelve vertical.

Estudiante 24: “Se va a caer.”

La mínima verbalización del modelo situacional “se va a caer” podría comprenderse como que la piedra caería verticalmente desde la posición desde donde se lanzó, pero su dibujo (Figura 9) proporciona una explicitación complementaria según que la piedra se mueve un tramo horizontal y, abruptamente, cae verticalmente.

Es notable que, cuando el modelo situacional que poseen los estudiantes sobre el movimiento del objeto posee una parte en que el objeto cae o sube, en sus proposiciones verbales se manifiesta una fuerte concentración de su atención en esa caída o ascenso, desatendiendo las otras partes del movimiento, como se manifiesta en este ejemplo y en otros más.

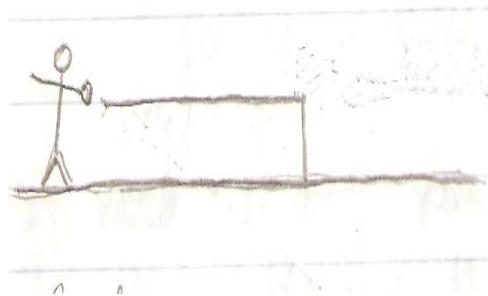


FIGURA 9. La trayectoria horizontal que se vuelve vertical en el contexto lunar.

En lo referente al lanzamiento inclinado en un contexto hipotético lunar, una respuesta verbal y su dibujo (Figura 10) eran:

Estudiante 24: “Pues se iría así y de ahí para arriba.”

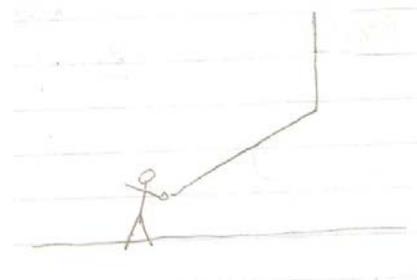


FIGURA 10. Trayectoria inclinada que se vuelve vertical.

Al expresarse este estudiante también empleó sus manos para describir el movimiento. Este es un ejemplo de cómo algunos estudiantes recurren al lenguaje gestual como forma de representación concreta complementaria para apoyar sus descripciones y explicaciones, lo que ocasiona que descuiden sus proposiciones verbales.

Con respecto al movimiento circular, en un contexto hipotético lunar, tenemos como ejemplo la siguiente verbalización del modelo situacional:

Estudiante 4: “Va a salir volando a... va a recorrer una distancia. Puede que salga de la superficie lunar y avance un poco en el espacio o puede que caiga en una parte de la Luna. Depende de la velocidad que lleva la piedra.”

Sus proposiciones verbales “Va a salir volando a... va a recorrer una distancia” dejan mucho que desear en cuanto a su claridad respecto a la trayectoria del objeto y otros elementos descriptivos del movimiento del objeto. Se nota inseguridad en sus aseveraciones.

Su dibujo (Figura 11) complementa bastante su descripción. La trayectoria del objeto la representa mediante líneas discontinuas y revela que el movimiento sería en la dirección de la cuerda en el momento de rompimiento.

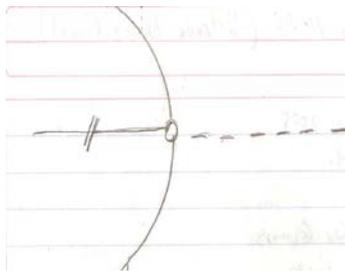


FIGURA 11. La trayectoria de la piedra después del rompimiento de la cuerda.

Obviamente, ese estudiante no sostiene ni la idea científica ni la concepción alternativa de la “inercia circular”. Sin embargo, no define como sería el “avance” del objeto o su posible caída.

IV. CONCLUSIONES

Tal parece que las personas creemos inconscientemente que los demás están pensando e interpretando lo mismo que nosotros cuando les comunicamos algo, por lo que no cuidamos la precisión y claridad del lenguaje verbal. Por tanto, cuando describimos y explicamos el movimiento de los objetos, utilizamos un lenguaje verbal confuso, impreciso, poco detallado y superficial, y después nos asombra que no se nos entienda lo que decimos.

El dibujo puede jugar el papel de precisar y aclarar a los demás nuestras representaciones mentales. Tenemos que tener siempre presente que nuestros pensamientos no son transparentes para los demás; con frecuencia, las ideas que expresamos en las situaciones escolares son confusas, poco definidas, superficiales y, a veces, erróneas desde el punto de vista científico, no porque nuestros modelos mentales sean incorrectos científicamente -lo cual ocurre también muy a menudo- sino porque no cuidamos la precisión en nuestra comunicación verbal, convirtiéndonos en una fuente de ideas incorrectas. Muy probablemente esta es una de las razones para que, incluso los alumnos destacados académicamente, no aprendan la Física como pretendemos.

Deberíamos preguntarnos constantemente:

¿Qué nos están entendiendo los estudiantes cuando les explicamos los conceptos, las leyes y las teorías científicas?
¿Qué se están representando mentalmente cuando les describimos y explicamos, por ejemplo, el movimiento de los objetos, desde la teoría de la mecánica newtoniana?

Por todas estas razones, debemos promover las competencias comunicativas en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias, que nos lleven a lograr la habilidad -tanto los profesores como los estudiantes- de utilizar un lenguaje con características científicas: objetivo, breve, claro, preciso, ordenado, sencillo y con estilo impersonal [16].

Las distintas formas de representación concreta del modelo situacional son complementarias por deficiencia. Por su propia naturaleza, ninguna forma es suficiente para expresar todos los elementos de un modelo situacional. Por

esta razón, en la ciencia se utilizan distintas formas de representación -lenguaje verbal, matemático, gráfico, entre otros- para explicitar de manera más clara los conceptos, leyes y teorías científicas que se construyen.

Los resultados de este trabajo ilustran la necesidad de que en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las ciencias se utilicen diversas formas de representación (lenguaje verbal, dibujos, esquemas, maquetas, prototipos, entre otros) que jueguen un rol complementario en la construcción de los modelos situacionales por parte de los estudiantes, y que favorezcan y estimulen el desarrollo y aprendizaje de competencias comunicativas.

La elaboración de dibujos es una herramienta didáctica muy útil en el aprendizaje y la enseñanza de la Física y de las demás ciencias. Cuando los estudiantes elaboran dibujos complementan el lenguaje verbal, detallan, amplían y profundizan sus descripciones y explicaciones sobre el movimiento de los objetos.

El dibujo se asemeja más a la escritura que al lenguaje oral. Cuando dibujamos, plasmamos de una manera concreta nuestras ideas, lo que nos permite convertirlas en objeto de nuestro pensamiento, propiciando una mayor toma de conciencia sobre lo que explicitamos y la detección de ciertos errores, deficiencias o contradicciones en nuestras ideas, si las comparamos con las que sustenta la comunidad científica; es decir, eventualmente se llevan a cabo procesos metacognitivos.

La elaboración de dibujos no sólo cumple una función comunicativa, sino que también son un apoyo para los procesos de pensamiento, ya que, una vez realizados, son útiles como instrumento de heteroevaluación, coevaluación y autoevaluación.

Si a los estudiantes se les proporciona tiempo suficiente para procesar la información, elaboran modelos situacionales mucho más ricos y realizan mejores inferencias en sus procesos de comprensión. Por esta razón, pensamos que la falta de correspondencia entre lo que los estudiantes expresan verbalmente y lo que dibujan se debe -al menos en parte- a que, al dibujar, se les está dando más tiempo para reflexionar, lo que no ocurre cuando se les pide una respuesta oral, que tiene que ser inmediata. Por lo tanto, la clase de inferencias que las personas realizan, y la manera en que construyen un modelo situacional, depende fundamentalmente de la cantidad de procesamiento. Si hay tiempo y está motivada, la gente construye modelos de situación ricos; pero esto es un proceso creativo que exige esfuerzo, no es un tipo de activación automática.

Los resultados de este trabajo son preocupantes porque nos muestran que muchos estudiantes no son capaces ni siquiera de describir adecuadamente los movimientos que observamos cotidianamente, menos explicarlos desde el punto de vista newtoniano. Este estudio también confirma la existencia de ciertas concepciones alternativas encontradas anteriormente: la idea de no independencia de las componentes horizontal y vertical del movimiento; “inercia circular”; “si no hay atmósfera, no hay fuerza de gravedad”; y la fuerza como “combustible”. Los dibujos facilitan el análisis y la interpretación de estas concepciones alternativas.

No obstante, este no es un problema reciente, sino que en la historia de la Física se registra lo difícil que fue para los mismos científicos describir y explicar adecuadamente los fenómenos de movimiento. Por esta razón, es prioritario seguir investigando todos los factores que intervienen en el aprendizaje de la mecánica newtoniana para avanzar en el reto permanente de mejorar los procesos instructivos y educativos en todas sus facetas.

REFERENCIAS

- [1] Kintsch, W., *The Role of Knowledge in Discourse Comprehension: A Construction-Integration Model*, *Psychological Review* **2**, 163-182 (1988).
- [2] Kintsch, W., *The Construction-Integration Model of Text Comprehension and Its Implications for Instruction*. In R.B. Ruddell, & Unrau, N. J. (Eds.), *Theoretical Models and Processes of Reading*, (International Reading Association, Newark, DE, 2004), pp. 1270-1328.
- [3] Coleoni *et al.*, *La construcción de la representación en la resolución de un problema de física*, *Investigações em Ensino de Ciências* **3**, 285-298 (2001).
- [4] Galagovsky, L. y Bekerman, D., *La química y sus lenguajes: un aporte para interpretar errores de los estudiantes*, *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* **3**, 952-975 (2009).
- [5] Stipcich, M., Moreira, M. y Caballero C., *Una interpretación de las opiniones de ingresantes a la universidad sobre la noción de interacción*, *Revista Electrónica de Enseñanza de las ciencias* **1**, 1-31 (2004).
- [6] Grande, E., Charrier, M. y Vilanova, S., *Las representaciones de los alumnos de secundaria sobre el universo*, II Jornadas de Enseñanza e Investigación en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, 28 al 30 de Octubre de 2009, La Plata. Un espacio para la reflexión y el intercambio de experiencias. (2009). Disponible en: http://www.fuentesmemoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.604/ev.604.pdf. [Consultado en Julio de 2012].
- [7] Gil, M. J. y Martínez, M. B., *El modelo Sol-Tierra-Luna en el lenguaje iconográfico de estudiantes de Magisterio*, *Enseñanza de las ciencias* **2**, 153-166 (2005).
- [8] Lillo, J., *Análisis de errores conceptuales en Geología a partir de las expresiones gráficas de los estudiantes*, *Enseñanza de las ciencias* **1**, 39-44 (1994).
- [9] Arto Blanco, M. El cambio climático narrado por alumnos de educación primaria y secundaria: propuesta de análisis para dibujos y textos. En: *Investigar para avanzar en Educación Ambiental*. Serie educación ambiental. Organismo Autónomo Parques Nacionales. Ministerio de Medio Ambiente y Medio Rural y Marino, pp. 11-29, (2009).
- [10] Torres-Nerio, R., Domínguez-Cortinas, G., Van't Hooft, A., Díaz-Barriga Martínez, F. y Cubillas-Tejeda, A. C., *Análisis de la percepción de la exposición a riesgos ambientales para la salud, en dos poblaciones infantiles, mediante la elaboración de dibujos*, *Salud Colectiva* **1**, 65-81 (2010).
- [11] Pozo, J. I. y Gómez Crespo, M. A., *Aprender y enseñar ciencia. Del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*, (Ediciones Morata, España, 2000).
- [12] Covián, E. y Celemín M., *Diez años de evaluación de la enseñanza-aprendizaje de la Mecánica de Newton en escuelas de Ingeniería españolas. Rendimiento académico y presencia de preconcepciones*, *Enseñanza de las ciencias* **1**, 23-42 (2008).
- [13] Bliss, J., Ogborn, J. y Whitelock, D., *Secondary school pupils' commonsense theories of motion*, *International Journal of Science Education* **3**, 261-272 (1989).
- [14] Viennot, L., *Spontaneous Reasoning in Elementary Dynamics*, *European Journal of Science Education* **2**, 205-221 (1979).
- [15] Alís, J. C., *El problema de las concepciones alternativas en la actualidad (parte I). Análisis sobre las causas que la originan y/o mantienen*, *Revista Eureka sobre Enseñanza y divulgación de las Ciencias* **2**, 183-208 (2005).
- [16] De la Vega, F. C., *La comunicación científica*, (Instituto Politécnico Nacional, México, 1997).

Enseñanza de los conceptos relativos al movimiento rotacional mediante videos del fenómeno y medidas en tiempo real



José V. Ferreira B.¹, María M. Andrés Z.²

¹Departamento de Formación General y Ciencias Básicas, Universidad Simón Bolívar, Sede Litoral, Camurí Grande, Parroquia Naiguatá, Estado Vargas, Venezuela.

²Departamento de Matemática y Física, UPEL –Instituto Pedagógico de Caracas, Urbanización El Paraíso, Caracas, Venezuela.

E-mail: ferreiraj@usb.ve

(Recibido el 19 de Junio de 2013; aceptado el 25 de Septiembre de 2013)

Resumen

El estudio propone el uso y comparación de programas de computación para el análisis de videos de fenómenos experimentales e instrumentos de medida en tiempo real para la enseñanza de la física, en el marco de una visión conceptual-epistemológica del trabajo de laboratorio. En este caso se estudio el movimiento rotacional, utilizando dos programas de medición sobre video y análisis: VideoPoint y Tracker; y un equipo de medidas en tiempo real: Vernier y el programa Logger Pro. La implementación simultanea de estos métodos de medición y análisis permitió evaluar la confiabilidad de los datos obtenidos. Los resultados estuvieron dentro del rango de valores esperados. Esto es importante ya que confiere versatilidad a los diseños dentro de la actividad experimental. Además, los videos obtenidos permiten estudiar estos fenómenos en ambientes educativos que carecen de laboratorio y equipos.

Palabras clave: Diseño experimental, medidas en tiempo real, medición sobre videos, movimiento rotacional.

Abstract

The study proposes the use and comparison of software for video analysis of experimental phenomena and measuring in real time to the teaching of physics in the context of a conceptual-epistemological view of the laboratory work. In this case the rotational motion that was analyzed using two measurement programs on video and analysis: VideoPoint and Tracker, and real-time measurement equipment: Vernier and Logger Pro program. The simultaneous implementation of these methods of measurement and analysis, allowed us to evaluate the reliability of the data. The results were within the experimental activity. In addition, the videos obtained allow to just have a computer, studying these phenomena in educational settings that lack laboratory.

Keywords: Experimental design, real-time measurement, measurement in videos, rotational motion.

PACS: 07.05.-t, 45.40.Bb, 01.50.Pa

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de Información y Comunicación cada día están más accesibles en el ambiente educativo; permiten, al menos en el caso de Venezuela, subsanar la carencia de laboratorios de física equipados, lo que lleva a reflexionar sobre nuevas formas de enseñar la física, en particular, en el contexto experimental.

En este sentido, cobra importancia la elaboración de trabajos experimentales más versátiles, y con cambios en cuanto a su propósito y a sus procedimientos. En este trabajo presentamos una propuesta con un experimento referido al movimiento rotacional.

Desde una perspectiva conceptual-epistemológica [1, 2], en cuanto al propósito pedagógico, en este trabajo se espera que el estudiante emplee y reaprenda los conceptos básicos

de los modelos relacionados con el fenómeno, además de adquirir conocimientos sobre nuevas formas de adquisición de datos experimentales y manejo de errores.

Otro propósito del trabajo es aportar variantes didácticas a experimentos de laboratorio educativo, que les sean útiles a otros docentes.

Con el fin mostrar la conservación del momento angular en un sistema compuesto por un disco que gira libremente, sobre el cual se deja caer otro disco, se realizó un montaje referido en varios trabajos previos [3].

Para la captura de los datos en tiempo real se utilizaron los sensores de Vernier [4] y el programa Logger Pro [5]. La medición sobre los videos del experimento, se hizo mediante dos programas de medición y análisis de videos del experimento, uno comercial, VideoPoint [6], y otro libre, Tracker [7].

II. DISEÑO EXPERIMENTAL

Para este diseño experimental se ensambló un montaje que denominamos: “sistema disco sobre disco”.

En este montaje se tiene un disco macizo de masa M y de radio R , cuya cuerda inextensible y de masa despreciable está atada por un extremo al eje de radio r en la parte inferior y enrollada con varias vueltas. La cuerda pasa a través de una polea hasta llegar a una masa m suspendida. Cuando la masa m se deja caer, la cuerda se desenrolla y el disco 1 comienza a girar. Una vez que la masa m cae una altura h , se libera la cuerda del eje, y el disco 1 sigue girando. Luego de cierto tiempo se deja caer sobre el disco 1, un segundo disco (de masa semejante a la del primer disco) tal que ambos continúan acoplados, girando alrededor del eje. (Ver figuras 1a y 1b).

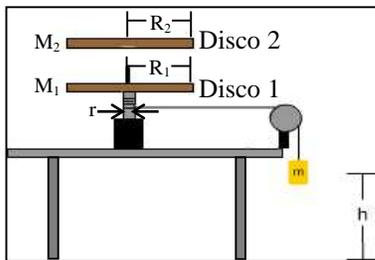


FIGURA 1a. Descripción del sistema. El esquema muestra la masa m que cae una altura h , mediante la cuerda atada al eje de giro del primer disco, disco 1, y la posición del disco 2, antes de caer.

El experimento puede separarse en dos fases, la primera comprende desde que se deja caer la masa m hasta que la cuerda se libera del eje de giro, y la segunda fase, desde que el primer disco gira libremente alrededor de su eje, hasta cierto tiempo después de que se dejó caer el disco 2 sobre él y, ambos acoplados giran alrededor del mismo eje.

Este experimento de laboratorio permite estudiar el momento angular L de un disco 1 que gira alrededor de un eje fijo mediante una masa colgante que cae, y además, el efecto que tiene sobre el sistema el modificar la masa del disco, mediante un segundo disco que cae sobre el primero.

A. Análisis físico

En la primera parte se considera un disco macizo de masa M y de radio R , el cual gira debido a una cuerda inextensible y de masa despreciable atada y enrollada al eje del disco; esta a su vez pasa a través de una polea sin roce y masa despreciable, para terminar atada en su otro extremo a una masa m que cuelga.

Cuando se suelta la masa m , la cuerda empieza a desenrollarse. Mediante un análisis newtoniano tenemos:

$$T - mg = -ma, \quad (1)$$

La cuerda produce un torque τ respecto del eje de giro que se puede expresar como

$$\tau = Tr, \quad (2)$$

entonces, si se sustituye la tensión T en esta ec. 2 se tiene:

$$\tau = (mg - ma)r. \quad (3)$$

Como el torque puede expresarse en función del momento de inercia I y la aceleración angular α :

$$\tau = I\alpha. \quad (4)$$

Dado que la aceleración tangencial equivale a: $a_t = r\alpha$, y en este caso, corresponde a la aceleración a de la ec. 3, entonces:

$$I\alpha = (mg - mr\alpha)r,$$

$$I = \frac{mgr - m\alpha r^2}{\alpha}, \quad (5)$$

$$I = \frac{mgr}{\alpha} - mr^2.$$

Esta aceleración angular α será la que proporcionará la velocidad angular ω_i al disco una vez que se suelte la masa m , ($T = 0$). Así, el primer disco queda girando libremente alrededor de su eje con una velocidad angular constante ω_i (asumiendo roce despreciable) Entonces, el momento angular del sistema de dos discos, antes de caer el disco 2, queda expresado como:

$$L_i = I_i\omega_i. \quad (6)$$

Con el disco 1 girando con una velocidad angular ω_i , se deja caer el segundo disco sobre el primero, cuando están uno sobre el otro, tal que ambos giran con una velocidad angular ω_f . El momento angular final será:

$$L_f = I_1\omega_f + I_2\omega_f,$$

$$L_f = (I_1 + I_2)\omega_f,$$

$$I_f = I_1 + I_2, \quad (7)$$

$$L_f = I_f\omega_f.$$

Este análisis permite plantear dos objetivos específicos para el experimento:

1. Determinar el momento angular del disco antes de la colisión y su variación con la masa m que cae.

2. Determinar el momento angular de los dos discos acoplados después de la colisión.

Las variables para cada objetivo son:

Objetivo 1

Variable independiente: La masa m que cuelga de la cuerda.

Variable dependiente: La velocidad angular (ω) del disco 1.

Variables a controlar: La cuerda debe satisfacer las condiciones de ser inextensible y de masa despreciable; el

lugar desde donde cae la masa m ; la polea debe satisfacer la condición de ser de masa despreciable y sin roce.

Hipótesis 1: Si se deja caer la masa m desde cierta altura, el disco 1 ligado a una masa que cae, aumentará su velocidad angular ω hasta un valor ω_i , cuando la cuerda se libera del eje de giro.

Objetivo 2

Variable independiente: El tiempo en el que el disco 1 realiza N vueltas.

Variable dependiente: La velocidad angular ω del sistema de dos discos después de la colisión.

Variables a controlar: La masa y el radio de los discos; la posición desde donde cae el segundo disco.

Hipótesis 2: Si se deja caer un disco sobre otro que está girando, incrementando la masa del sistema, ambos discos acoplados deberían girar con una velocidad angular menor a la que tenía el primer disco cuando rotaba solo, tal que se conserve el momento angular del sistema.

B. Procedimiento experimental

En primer lugar, se ató una cuerda al eje de giro de un disco de masa M y radio R , a la cual se le dieron 5 vueltas varias vueltas alrededor del eje de giro. Luego se hizo pasar por una polea, para colgar del otro extremo una masa m . Con el fin de accionar el dispositivo, se soltó la masa m , esto permitió que al desenrollarse la cuerda del eje, comenzara a girar el disco 1, produciendo en él una aceleración angular; en el instante en que la cuerda perdió contacto con el eje de giro, el disco 1 alcanzó una velocidad angular ω_0 (ver figura 1a y 1b) que se mantiene por un tiempo razonable.

El disco 1 girando con una velocidad angular ω_i , se dejó girar 5 vueltas antes de dejar caer el segundo disco; los dos discos acoplados continuaron girando, se dejó dar 5 vueltas antes de detener los equipos de medición.

C. Recolección de datos

La metodología de medición empleada en este caso fue una en tiempo real y otra diferida a través de videos. Para la grabación se colocó la cámara de manera que captara el movimiento desde el plano superior de los discos, esto con la finalidad de apreciar unas marcas colocadas en la periferia sobre cada disco. Se colocó un par de reglas ortogonales, para usar como referencia de la escala al medir sobre el video.

Las mediciones sobre los videos se realizaron mediante dos programas de medición y análisis de video (VideoPoint y Tracker).

El otro método de medición fue mediante una fotocpuerta Vernier® y el programa de captura de datos en tiempo real Logger Pro. La fotocpuerta era interrumpida por una cinta colocada en el borde del disco 1 al girar, así registraba el tiempo de cada vuelta que daba el disco.

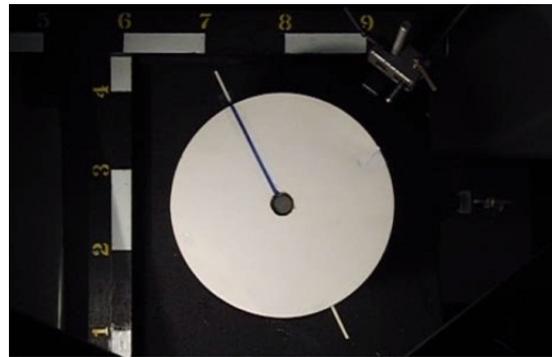


FIGURA 1b. Imagen real del sistema. Vista superior del montaje, con el disco 2 sobre el disco 1. Las reglas usadas para ajustar la escala de las mediciones con los programas de análisis de video.

III. RESULTADOS

En la tabla siguiente se resumen las condiciones iniciales del sistema:

TABLA I. Condiciones iniciales del sistema.

Objeto	Dimensión
Disco 1	$M_1 = (0,5800 \pm 0,0001) \text{ kg}$ $R_1 = (0,127 \pm 0,001) \text{ m}$
Disco 2	$M_2 = (0,5645 \pm 0,0001) \text{ kg}$ $R_2 = (0,127 \pm 0,001) \text{ m}$
Radio del eje	$r = (5,00 \times 10^{-3} \pm 0,05 \times 10^{-3}) \text{ m}$
Masa m	$m = (0,0500 \pm 0,0001) \text{ kg}$

A. Determinación del momento angular inicial (Antes de caer el disco 2)

Se calculó el momento de inercia del primer disco:

$$I = \frac{1}{2} MR^2, \quad (8)$$

$$I = \frac{1}{2} (0,58 \text{ kg}) (0,127 \text{ m})^2 = 4,68 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

El error de esta medida:

$$\Delta I = \left| \frac{\partial I}{\partial M} \right| \Delta M + \left| \frac{\partial I}{\partial R} \right| \Delta R,$$

$$\Delta I = \frac{1}{2} R^2 \Delta M + MR \Delta R,$$

$$\Delta I = 7,45 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2,$$

$$I = (4,68 \times 10^{-3} \pm 0,08 \times 10^{-5}) \text{ kgm}^2.$$

B. Resultados con el VideoPoint

Con los datos obtenidos mediante el VideoPoint, se obtuvo la siguiente gráfica:

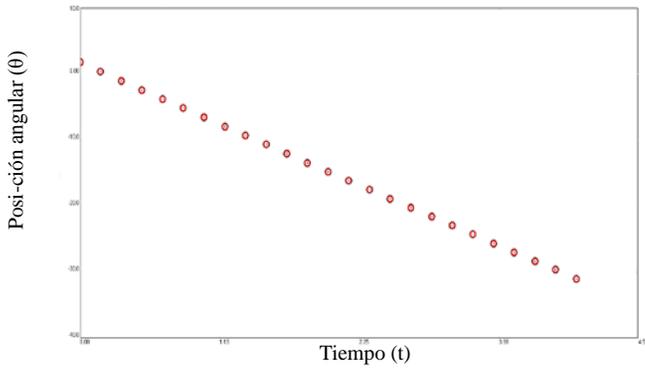


FIGURA 2. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el VideoPoint, antes de caer el segundo disco.

La función obtenida de la anterior fue:

$$\theta = -8,19 t + 1,61$$

El módulo de la pendiente de esta ecuación lineal corresponde a la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{VideoPoint}} = 8,19 \text{ rad/s}$$

cuyo error resulta:

$$\Delta\omega_{\text{VideoPoint}} = 0,06 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{VideoPoint}} = (8,19 \pm 0,06) \text{ rad/s}$$

Así, el momento angular inicial es:

$$L_i = (4,68 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2) (8,192 \text{ rad/s}) = 0,038 \text{ kgm}^2/\text{s},$$

$$L_i = 0,038 \text{ kgm}^2/\text{s}.$$

Para calcular el error del momento angular inicial se procedió de la siguiente manera:

$$\Delta L = \left| \frac{\partial L}{\partial I} \right| \Delta I + \left| \frac{\partial L}{\partial \omega} \right| \Delta \omega,$$

$$\Delta L = \omega \Delta I + I \Delta \omega, \tag{9}$$

$$\Delta L = 9 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{VideoPoint}} = (0,038 \pm 9 \times 10^{-4}) \text{ kgm}^2/\text{s}$$

C. Resultados con el Tracker

Utilizando el Tracker para el mismo video, y siguiendo la misma metodología utilizada con el programa VideoPoint, se obtuvo la siguiente gráfica:

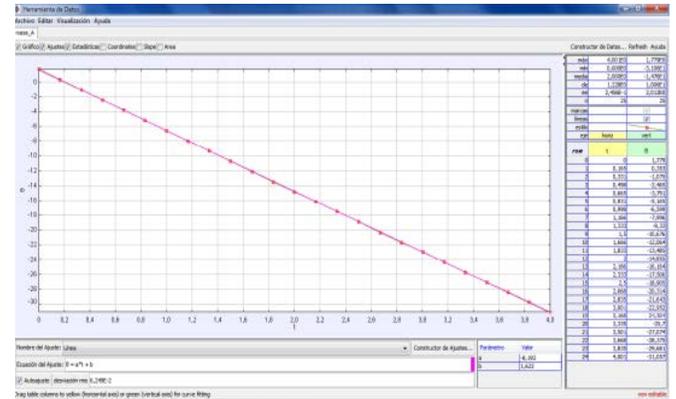


FIGURA 3. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el Tracker, antes de caer el segundo disco.

La función obtenida de graficar la posición angular con respecto al tiempo fue:

$$\theta = -8,192t + 1,622. \tag{10}$$

El módulo de la pendiente de la ecuación de la recta obtenida corresponde a la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{Tracker}} = 8,192 \text{ rad/s}. \tag{11}$$

El error en la pendiente resultó:

$$\Delta\omega_{\text{Tracker}} = 0,06 \text{ rad/s}, \tag{12}$$

$$\omega_{\text{Tracker}} = (8,19 \pm 0,06) \text{ rad/s}. \tag{13}$$

El momento angular inicial:

$$L_{\text{Tracker}} = (0,038 \pm 9 \times 10^{-4}) \text{ kgm}^2/\text{s}. \tag{14}$$

D. Resultados con el Logger Pro

En este caso, por la forma en que la fotoc compuerta capturó los datos, se obtuvo una gráfica de la velocidad angular del sistema con respecto al tiempo, en la cual se identifican tres etapas: antes (1), durante (2) y después (3) del acoplamiento de los dos discos.

Para el cálculo del momento angular inicial se promediaron los valores de la velocidad angular ubicados en el intervalo 1, el resultado obtenido fue:

$$\omega_{\text{LoggerPro}} = (8,17 \pm 0,17) \text{ rad/s}. \tag{15}$$

El momento angular inicial:

$$L_{\text{Fotocompuerta}} = (0,038 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (16)$$

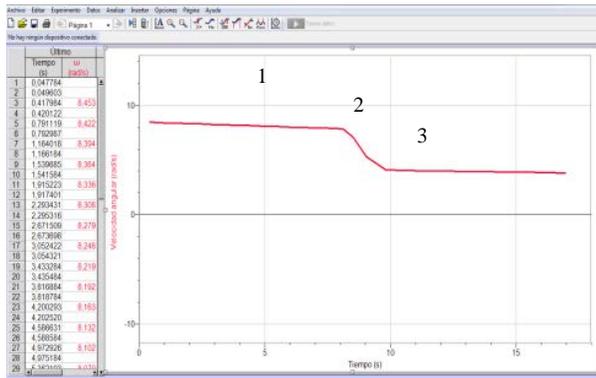


FIGURA 4. Gráfica la velocidad angular con respecto al tiempo en Logger Pro. Los tres momentos indicados son: (1) antes de caer el segundo disco, (2) al momento de chocar los discos, (3) después de caer el segundo disco.

E. Determinación del momento angular final

La metodología utilizada para esta parte será semejante a la anterior, siendo el momento de inercia del sistema:

$$I_f = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2, \quad (17)$$

$$I_f = \frac{1}{2} (0,58 \text{ kg}) (0,127 \text{ m})^2 + \frac{1}{2} (0,56 \text{ kg}) (0,127 \text{ m})^2 = 9,19 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2.$$

El resultado con su incerteza resulta:

$$I = (9,2 \times 10^{-3} \pm 0,0002) \text{ kgm}^2. \quad (18)$$

Se analizó el video correspondiente a esta fase y se obtuvo con los datos obtenidos a través del VideoPoint, el siguiente gráfico:

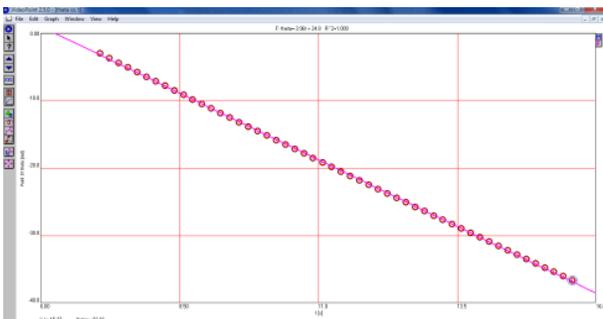


FIGURA 5. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el VideoPoint, después de caer el segundo disco.

La función obtenida de graficar la posición angular con respecto al tiempo fue:

$$\theta = -3,96t + 24,8. \quad (19)$$

El valor de la pendiente de la ecuación de la recta obtenida es la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{VideoPoint}} = (3,96 \pm 0,09) \text{ rad/s}. \quad (20)$$

El momento angular inicial es:

$$L_{\text{FinalVideoPoint}} = (0,036 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (21)$$

Utilizando el Tracker para el mismo video se obtuvieron los datos cuya gráfica se presenta en la figura 6. La función obtenida de graficar la posición angular con respecto al tiempo fue:

$$\theta = -3,966t + 24,886. \quad (22)$$

El modulo de la pendiente de la ecuación de la recta obtenida es la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{Tracker}} = (3,958 \pm 0,098) \text{ rad/s}. \quad (23)$$

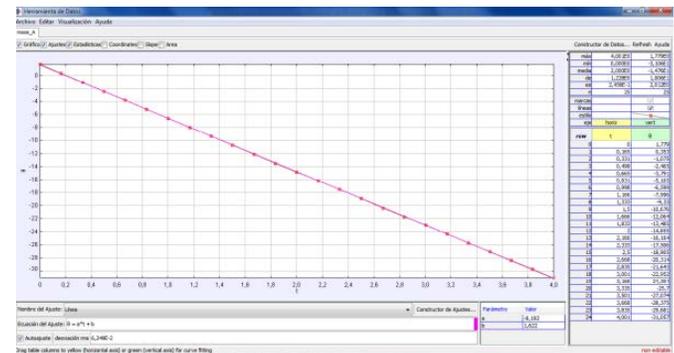


FIGURA 6. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el Tracker, después de caer el segundo disco.

El momento angular final resultó:

$$L_{\text{FinalTracker}} = (0,037 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (24)$$

Los resultados al medir con la fotocompuerta y el Logger Pro, en esta segunda fase, considerando el promedio de los valores de la velocidad angular ubicados en intervalo 3 (Ver figura 4) para el cálculo del momento angular final son:

$$\omega = (3,94 \pm 0,07) \text{ rad/s}. \quad (25)$$

El momento angular final:

$$L_{\text{FinalFotocompuerta}} = (0,037 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (26)$$

En la tabla siguiente se resumen los resultados obtenidos para el momento angular inicial y final con los tres metodos de recolección de datos.

TABLA I. Resultados obtenidos para el momento angular.

Método medición	$L_i (\pm 0,001) (\text{kgm}^2/\text{s})$	$L_f (\pm 0,001) (\text{kgm}^2/\text{s})$
VideoPoint	0,038	0,036
Tracker	0,038	0,037
Logger Pro	0,038	0,037

IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como se puede observar en el cuadro anterior, entre los resultados obtenidos con los tres métodos la discrepancia está dentro del rango de error. Además, se puede concluir que el momento angular inicial resultó igual al momento angular final, por esto se puede decir que el momento angular se conserva, tal como se espera según el modelo teórico.

V. CONCLUSIÓN

En este experimento se obtienen resultados consistentes con el modelo teórico asumido, por lo que resulta adecuado para dar cuenta de esta relación. Sin embargo, su montaje requiere de bastante ajuste para lograr tales resultados. Al momento de tomar los videos de estos u otros experimentos, es importante realizar un buen diseño en el cual se minimicen los errores sistemáticos, y así, obtener con ellos medidas confiables.

Por otra parte, los programas utilizados para la medición y el análisis de videos, mostraron ser pertinentes, ya que al ser contrastados los datos obtenidos por estos, encontramos similitud entre ellos, así como, con respecto a las medidas en tiempo real. Esto es una gran ventaja en el ámbito educativo, ya que cuando los estudiantes tienen pocas horas para las actividades experimentales pueden hacer uso de los videos para este trabajo.

Además, en instituciones donde no cuentan con los recursos para realizar actividades de laboratorio de física, esa

es una alternativa para realizar el trabajo experimental. El acceso a una computadora es cada vez común, los estudiantes pueden aprender a realizar medidas experimentales sobre los videos y, con excepción del montaje del experimento, pueden desarrollar todas las actividades propias de un trabajo experimenta (analizar el problema, identificar de los modelos físicos, analizar del diseño experimental, medir sobre videos, analizar e interpretar los resultados, generar conclusiones) así lograr aprendizaje sobre la actividad experimental y complementar su concepción acerca de los modelos teóricos.

REFERENCIAS

- [1] Andrés, Ma. M., Pesa, M. y Meneses, J., Desarrollo Conceptual acerca de Ondas Mecánicas en un Laboratorio guiado por el Modelo MATLaF, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **5**, 260-288 (2006).
- [2] Andrés, Ma. M., Visión acerca de la actividad experimental construida en cursos de laboratorio desde un campo conceptual, en, Otero, R., Elichiribehety, I. y Fanaro, Ma. A. (comp) *Actas del ICIECyM - II ENEM*. 1a ed. (Tandil: Uni. Nac. Centro Prov. Bs. Aires, 2011), E-Book. ISBN 978-950-658-284-5.
- [3] PHY 141 Lab 6 - Angular Momentum. Stony Brook University.
<http://www.ic.sunysb.edu/Class/phy141md/doku.php?id=phy141:labs:lab6>
Consultado el 5 de julio de 2011
- [4] Sensor de movimiento Vernier ® Order Code MD-BTD.
<http://www.vernier.com/products/software/lp/>
- [5] Programa de captura de datos Vernier ® Logger Pro 3.
<http://www.vernier.com/products/software/lp/>
- [6] Nombre oficial del programa con la version, y la empresa de sus derechos. (Busca en mi tesis doctoral)
- [7] Tracker 4.05 Copyright © 2011 Douglas Brown
<http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>

Perspectivas didácticas de una aproximación histórica a la medición y concepto de Temperatura



Justo R. Pérez

Departamento de Física Fundamental y Experimental Electrónica y Sistemas, Facultad de Física, Avenida Astrofísico Francisco Sánchez, 38205 La Laguna, Tenerife, España.

E-mail: juperez@ull.es

(Recibido el 10 de Junio de 2013, aceptado el 25 de Septiembre de 2013)

Resumen

En el presente trabajo se realiza una breve descripción de la evolución histórica de la termometría resaltando los experimentos que se realizaron en su momento para diseñar los instrumentos, establecer los puntos fijos o calibrar las escalas. La reproducción de los mismos en el entorno del aula o el trabajo en casa es sugerida como un buen elemento motivador de la Física Experimental tanto en la Educación Secundaria como en los primeros años de la formación Universitaria.

Palabras clave: Termodinámica, Historia de la Física, Física Educativa.

Abstract

In this work it is presented a brief description of the historical evolution of the thermometry focussing the attention in the experiments that were made in order to design the instruments, to state the fixed points as well as to calibrate the scales. The reproduction of those experiments in the classroom or homework is suggested as a good element of motivation about the Experimental Physics as well as in the Secondary School as in the first years of the University graduate studies.

Keywords: Thermodynamics, History of Physics, Physics Education.

PACS: 01.65.+g, 01.40.Fk, 05.70.-

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La historia de la termometría es una materia que está bastante bien documentada en la bibliografía, existiendo un amplio número de artículos y textos dedicados a la misma.

Así un detallado estudio de los primeros termoscopios desarrollados a finales del siglo XVI y primera parte del XVII es llevada a cabo por F. Sherwood Taylor [1] discutiendo las aportaciones de Galileo, Santorio, Fludd y Drebbel a quienes sitúa como candidatos al mérito de ser considerados como inventores del termómetro. Los detalles de los primeros termómetros de la escuela florentina así como un análisis de lo que podemos denominar la primera serie de medidas realizada por encargo de los Medici entre 1654 y 1750 es estudiada por D. Camufo et al. [2]. Por otra parte L. D. Patterson [3] estudia con detalle los termómetros y técnicas desarrolladas en el entorno de la Royal Society inglesa en el periodo 1663-1768 y en especial las contribuciones de Hooke, Halley y Römer entre otros. Un estudio global de las pioneras aportaciones desde finales del 1500 a 1750 es llevado a cabo en una detallada monografía por H. Carrington Bolton [4]. Las técnicas utilizadas por Newton son analizadas por U. Grigull [5] y A. French [6]. Las aportaciones de Fahrenheit comparativas a sus predecesores y a las posteriores de

Kelvin son tratadas por R. J. Soulen [7] y R. Romer [8]. Una detallada discusión de los puntos fijos y las técnicas de calibración es llevada a cabo por C. Boyer [9]. Las contribuciones de Celsius y sus sucesores en el observatorio de Upsala son descritas por O. Beckmann [10]. La evolución de las leyes de los gases, básicas en la termometría de gas, con las contribuciones de Amontons, Charles, Dalton y Gay Lussac, es revisada cuidadosamente por W. J. Lyons [11].

Una visión general de la evolución de la termometría es realizada por M. Barnett [12], D. Fenby [13] y J. Wisniak [14]. A su vez un amplio estudio de la evolución histórica de la termometría es llevado a cabo en las monografías de W. E. Knowles [15] y H. Chang [16]. Un repaso didáctico de los nombres propios que contribuyeron en algún sentido al desarrollo de la termometría, incluida la etapa más reciente, es llevado a cabo por S. Velasco *et al.* [17] y la evolución de las escalas termométricas hasta hoy día es discutida por J. Pellicer *et al.* [18].

En relación a la época más reciente, un detalle de los desarrollos del siglo XX así como de los distintos pasos llevados a cabo en la determinación de los puntos fijos de la escala práctica actual ha sido publicado por L. Guilder [19] y J. A. Hall [20].

Por otra parte, los pasos conceptuales llevados a cabo por Carnot, Joule, Thomson, y Clausius para el establecimiento de la temperatura termodinámica se encuentran discutidos con detalle en las monografías de D. S. L. Cardwell [21] y C. Truesdell [22], así como en los artículos de W. Crooper [23] y J. de Boer [24]. Una contextualización en el desarrollo de la Termodinámica con un enfoque de utilidad didáctica es llevado a cabo por J. Pérez [25].

La descripción de los instrumentos utilizados o la evolución de las escalas termométricas suelen ser los temas más recurrentes y mejor analizados. Sin embargo, en paralelo a esta evolución se desarrollaron una larga serie de experimentos, muchos de los cuales serían hoy día fácilmente reproducibles en un contexto docente, y que involucran aspectos no del todo bien tratados de la enseñanza de la Física y de la Termodinámica en particular.

Si bien el valor pedagógico de los experimentos en Física está fuera de toda duda, el tiempo necesario para la preparación y ejecución de los experimentos, el coste del material, y las dificultades de llevarlos a cabo en aulas con grupos numerosos de alumnos, hacen que, lamentablemente, en la mayoría de las ocasiones la Física Experimental sea relegada a un segundo plano.

Sin embargo, los experimentos en torno a la medida de la temperatura tienen la ventaja de que son familiares a los estudiantes, pueden ser realizados con un equipamiento de bajo coste y se prestan a ser organizados fácilmente en proyectos para ser encomendados como trabajo en casa.

Así pues, en el presente trabajo se hará un repaso histórico de la termometría, analizando tanto los instrumentos desarrollados como la evolución del concepto de temperatura con un énfasis especial en los experimentos o el descubrimiento de fenómenos relacionados con las variaciones termométricas que fueron realizados en su momento y que pudieran ser reproducibles hoy día en un contexto docente. En la discusión final se incorpora un amplio abanico de ideas que pudiera ser aprovechado por los docentes en casi todos los niveles educativos.

II. LOS PRIMEROS TERMOSCOPIOS

Si bien el concepto de frío y calor es tan antiguo como el ser humano, el crédito para la primera utilización de un instrumento para medir el “grado de frío o calor” de un cuerpo se atribuye a Galileo (1564-1642), si bien más que por sus propios escritos por las referencias al mismo realizadas entre otros por el veneciano Gianfrancesco Sagredo (1571-1620) discípulo suyo en Padua y con el que mantuvo una intensa correspondencia, honrándole, tras su muerte con uno de los personajes de sus famosos Diálogos.

El aparato utilizado en sus demostraciones por Galileo es descrito como una ampolla de vidrio como del tamaño de un huevo de gallina con un tubo fino y largo, la cual se pone en contacto con el cuerpo que se quiere medir y luego se invierte sobre un recipiente con agua. La mayor o menor

altura de la columna de agua en el tubo era tomada como una medida del mayor grado de calor o frío del cuerpo.

Con este instrumento, Sagredo comprueba sorprendido que en el invierno el aire puede estar más frío que la nieve misma, y de la misma manera una mezcla de sal y nieve puede estar mucho más fría que esta última.

Si bien estas observaciones son en primera instancia cualitativas, Sagredo cuantifica sus mediciones en una escala en la que asume que el instrumento inmerso en la nieve marca 100 grados, mientras que en el calor más alto del verano marca 360, lo cual es interpretado como la primera propuesta de utilizar una calibración con dos puntos fijos.

Si bien parece fuera de toda duda que Galileo realizara demostraciones con su instrumento incluso antes de 1600 no se tiene certeza de una fecha exacta que pudiéramos fijar como su invención.

Para muchos autores el mérito de la invención del termómetro debe ser atribuido (o al menos compartido) al italiano Santorio Santorio (1561-1636) el cual, utilizando el mismo diseño que Galileo pero posiblemente de forma independiente a éste, (Santorio atribuye haber tomado la idea de los experimentos de Herón de Alejandría realizados en el siglo I dc) interpreta para su instrumento un uso tanto meteorológico como médico estableciendo que:

...Disponemos de un instrumento con el cual no sólo puede medirse el calor y el frío del aire sino también los grados de calor y frío de todas las partes del cuerpo, como hemos mostrado a nuestros estudiantes de Padua enseñándoles su uso...

Santorio hace una descripción detallada del instrumento y su uso médico en la obra *Comentaria in artem medicinale Galenis* de 1612. Asimismo, también hace una propuesta de fijar dos extremos en el instrumento los cuales sitúa poniendo éste en contacto con nieve y con la llama de una vela respectivamente.

Hemos de señalar que ya en la antigüedad griega, Galeno (129-201) había reparado en la relación del estado de salud con el calor del cuerpo. De hecho para éste tanto el estado de salud o enfermedad como el propio carácter de una persona dependía de las distintas proporciones de las cuatro cualidades: calor, frío, humedad y sequedad. Nótese la similitud de los términos temperamento y temperatura, así como el significado de temperar como el de apaciguar o conseguir equilibrio. Así pues cada persona tenía un estado neutro, (ni frío ni caliente) como el estado normal, pero este estado era dependiente de la persona.

La medida de este estado neutro es sugerida por Galeno como la mezcla de iguales proporciones del cuerpo más caliente (agua hirviendo) con el más frío (nieve), lo cual parece más un razonamiento teórico que una medida realmente práctica.

Las sustancias que permiten curar a una persona están dotadas de estas cualidades, de calor y frío y por lo tanto sirven para restituir el estado normal de una persona. Galeno establece cuatro escalas por lo que una sustancia

Justo R. Pérez

puede tener calor o frío en primera, segunda tercera o cuarta escala.

Esta creencia permaneció durante muchos años y así en 1578 Johannes Haslerus en su *Logistica Medica* establece una tabla dividiendo cada etapa en la escala de Galeno en tres partes y relacionando la misma con los grados del cuadrante terrestre. Así, según Haslerus, una persona que vivía en las proximidades del trópico debía tener un estado neutro de calor mayor que una persona que vivía en el norte de Europa. Los medicamentos debían ser pues mezclados atendiendo a la latitud.

Un detalle interesante de la utilización del termómetro médico por Santorio es el de que éste medía la variación de la altura en la columna de agua durante un intervalo de tiempo fijado por diez oscilaciones de un péndulo (pulsilogium). Por tanto su medición no dependía sólo de la temperatura (en sentido actual) sino de la velocidad con que se alcanza la misma. Debido a que en un paciente con fiebre la circulación periférica aumenta, el método de Santorio resultaba particularmente eficaz para distinguirlo.

Otro experimento interesante realizado por Santorio es la comparación de la medida realizada con su termómetro cuando es sometido a la acción directa del sol, y cuando es sometido a la acción directa de la Luna. Lo curioso es que la relación entre ambos según Santorio es de 120 a 10. Si bien es verdad que la iluminación de la Luna tiene un efecto térmico, éste es muy pequeño como para ser detectado con el instrumental de Santorio, por lo que posiblemente debió estar observando, sin reparar en ello, la presencia de su propio cuerpo.

En lo que se refiere a la utilización del término termómetro, Giuseppe Biancani (1566-1624) utiliza el término termoscopio en su obra *Sphaera Mundi* de 1617, mientras que la palabra termómetro aparece registrada por primera vez en 1626 en la obra *Recreation mathématique* publicada en los países bajos por el Jesuita Jean Leurechon (c. 1591-1670), que escribía bajo el seudónimo de H. Van Etten.

Dispositivos similares a los utilizados por Galileo y Santorio fueron desarrollados por el galés Robert Fludd (1574-1637) quien se inspiró en los experimentos de Filón de Bizancio, y el holandés Cornelius Drebbel (1572-1633) quien centró más la atención en las oscilaciones diarias del "termoscopio" que él interpretó relacionadas con las mareas.

III. LOS INICIOS DE LA TERMOMETRÍA

Otto von Guericke (1602-1686), el inventor de la primera bomba de vacío, construyó en torno a 1660 un termómetro formado por una esfera de bronce a la que se acopla un tubo en forma de U. La dilatación del aire contenido en la esfera se visualiza insertando un líquido en el tubo, (se utilizó alcohol porque no se congela con la nieve) sobre el que flotaba un corcho atado a una cuerda la cual permitía acoplar un indicador.

El propósito de Guericke era el de determinar los días más calurosos y más fríos del año tratando de encontrar la

clave del ciclo que (según Guericke) debería regular las temperaturas de la superficie terrestre.

Hemos de mencionar que pronto se hizo notar que las lecturas del termoscopio de Galileo dependían asimismo de la presión atmosférica. El concepto de presión atmosférica iniciado con el experimento de Torricelli (1608-1647), está ya bien establecido por Blaise Pascal (1623-1662), para quien no resulta ajeno el hecho de que las lecturas del termoscopio dependen también de la lectura barométrica.

En los dispositivos mencionados, la variable termométrica o sensible con la temperatura es el volumen del aire encerrado en un recipiente. La invención del ampliamente utilizado posteriormente, termómetro de expansión de líquido es atribuida a Fernando II de Médici (1602-1686) Gran Duque de Toscana, y su desarrollo a la Academia del Cimento fundada por éste. Bajo su encargo se realizaron diversos diseños utilizando la dilatación del alcohol destilado (espíritu de vino) como sustancia termométrica.

Hemos de señalar que el termómetro de líquido, tal como hoy es conocido no fue el único instrumento realizado en el entorno de la Academia. Otra alternativa que puede aún encontrarse en algunas tiendas (y comúnmente conocido como termómetro de Galileo si bien algunos autores lo atribuyen a Torricelli) es la de un recipiente alargado lleno de alcohol en el que flotan varias bolas de vidrio sujetas a diversos pesos. Las diferentes bolas se hunden o flotan según la temperatura hace variar la densidad del líquido, por lo que regulando éstas convenientemente se puede tener una indicación cuantitativa de lo caluroso o fresco del día.

De igual manera una bola con un agujero en su parte inferior inmersa en el líquido flota a mayor o menor nivel según la temperatura dilate o contraiga el aire que contiene, en un experimento similar al buzo cartesiano descrito por René Descartes (1596-1650).

El primer registro documentado de temperatura utilizando un termómetro de líquido tal como hoy lo conocemos es de 1654 y numerosos experimentos utilizando el mismo así como la forma de construirlo aparecen descritos en la obra *Saggi di naturali esperienze fatte nell'Accademia del Cimento* publicada en 1666.

Si bien la escala utilizada puede considerarse arbitraria y depende del fabricante se establece que el termómetro no debe bajar de 20 grados cuando se introduce en nieve ni pasar de 80 cuando es expuesto al sol en mitad del verano.

El instrumento se divulga en poco tiempo por Italia y Europa, siendo utilizado en el Observatorio de París a partir de 1658 y en Inglaterra de la mano de Robert Boyle (1627-1691) en torno a 1661, el cual contó con la mano habilidosa de Robert Hooke (1635-1703) para su construcción sirviéndole de gran ayuda en la preparación de sus *New Experiments and Observations Touching Cold*. Es el propio Robert Hooke quien en su *Micrographia* (1664) propone tomar una escala en la que el punto de congelación del agua es tomado como cero y cada división de la misma corresponde a 1/1000 del volumen del bulbo el cual es elegido con unas dimensiones adecuadas a las del tubo.

Es de notar que Hooke tomaba como referencia el punto en el que comienza a formarse hielo en la superficie del agua asumiendo que la temperatura en el mismo es uniforme. William Croune (1647-1684) puso en discusión este hecho poniendo en evidencia la expansión anómala del agua que hace que la temperatura del fondo del recipiente sea unos grados mayor.

Una circunstancia señalada por Hooke es que la combinación de un termómetro de alcohol con uno de aire puede ser utilizado como barómetro, ya que las diferentes lecturas de este último debidas a la variación de la presión atmosférica pueden ser correlacionadas con el primero. Este diseño presenta una extraordinaria utilidad en el mar, por lo que es bautizado como barómetro marino. Edmond Halley (1656-1742) en su viaje a bordo de la *Paramore Pink*, por el Atlántico Sur cartografiando los cielos del hemisferio Austral, hace un uso sistemático del mismo constatando la correlación entre el descenso de la presión barométrica y los episodios de mal tiempo.

En París, Edmee Mariotte (1620-1684), colocando un termómetro en los sótanos del Observatorio, constata una observación ya realizada por el Gran Duque de Toscana de que la temperatura de una cavidad en el subsuelo es prácticamente uniforme a lo largo de todo el año, con apenas variaciones entre verano e invierno, una circunstancia que es utilizada durante un cierto tiempo como recomendación como punto fijo de los termómetros.

Durante la segunda mitad del siglo XVII el termómetro fue extendiendo su uso, y salvo algunas excepciones, como el utilizado por Isaac Newton (1643-1727) tomando aceite de linaza como sustancia termométrica, el alcohol fue la sustancia más utilizada.

Durante este tiempo, en lo que se refiere a las escalas, la única comparación con cierto grado de fiabilidad entre distintos instrumentos corresponde a aquellos realizados por el mismo fabricante y enviados a distintos lugares por lo que numerosos autores como por ejemplo Christiaan Huygens (1629-1695) argumentan que es necesario establecer una escala de uso general que sea independiente del fabricante del instrumento.

IV. EL TERMÓMETRO COMO INSTRUMENTO COMERCIAL

El uso de mercurio en lugar de alcohol ya había sido considerado en el observatorio de París, sin embargo fue descartado debido a la escasa dilatación del mismo. Sin embargo Hooke y otros ya habían hecho ver que el espíritu de vino no es una sustancia única y que sus propiedades pueden variar según la cantidad de agua que contenga por lo que el mercurio como sustancia más pura podía ser una alternativa al mismo.

El termómetro de mercurio comienza a ser fabricado de forma sistemática por Gabriel Daniel Fahrenheit (1686-1736), nacido en Danzig pero que vivió la mayor parte de su tiempo en Holanda. Fahrenheit fue un excelente fabricante de instrumentos y sus termómetros se distribuyeron ampliamente por Europa.

En lo que se refiere a la escala, Fahrenheit tomó del astrónomo danés Ole Römer (1644-1710) la idea de colocar el cero por debajo del punto de fusión del hielo, tomando para el mismo la temperatura de una mezcla de hielo y cloruro amónico y adoptando como 96 la temperatura del cuerpo humano. Si bien es el propio Fahrenheit el que describe su método en sus escritos a la Royal Society algunos autores señalan que es bastante probable que en el proceso práctico de calibración el punto de fusión del hielo, que en su escala toma el valor 32, fuera el realmente utilizado, proviniendo este número de sucesivas divisiones de una escala primitiva, posiblemente en 8 divisiones.

Römer originalmente había tomado la mezcla de hielo y sal y el punto de ebullición del agua estableciendo una escala dividida en 60 partes entre estos puntos y es él precisamente quien realiza uno de los registros termométricos de mayor interés de la época, llevado a cabo en Dinamarca durante el crudo invierno de 1708/09, sorprendiendo a muchos autores de que temperaturas tan bajas se sostuvieran durante tanto tiempo.

Un descubrimiento realizado por Fahrenheit es el del sobreenfriamiento del agua, observando como una muestra de agua líquida enfriada con la mezcla de hielo y sal puede marcar una temperatura inferior a la del hielo y pasar repentinamente a hielo al mover bruscamente el recipiente. Otros autores también reparan en este hecho y durante un tiempo se discute si es mejor tomar como referencia el hielo fundente o la congelación del agua, inclinándose la balanza por la utilización del primero.

Otro detalle de particular interés es la observación realizada a Fahrenheit por uno de sus más entusiastas clientes, el médico y naturalista holandés Hermann Boerhave (1668-1738) profesor de medicina en Leiden, quien reparó en que dos termómetros, uno de alcohol y otro de mercurio, calibrados de igual forma dan lecturas distintas cuando se aplican a un cuerpo a una temperatura intermedia. Fahrenheit atribuye este hecho a las distintas características del vidrio con el que están contruidos ambos termómetros.

Un método alternativo al de Fahrenheit es el propuesto por el polifacético naturalista francés René Antoine Ferchault de Reaumur (1683-1757). En 1730 Reaumur presenta a la Academia de Ciencias de París un trabajo titulado "*Regles pour construire des thermometres dont les degrés soient comparables*", en el que adopta la idea de establecer las divisiones de la escala según una fracción 1/1000 del volumen del bulbo del termómetro. Tomando una particular dilución de alcohol cuyo volumen varía en 80 milésimas desde el punto de fusión del hielo hasta el de ebullición del agua, establece una escala con el cero en el primero y 80 en el segundo la cual tuvo amplia difusión en Francia y en aquellos países bajo su influencia científica como Prusia y Rusia.

Hemos de hacer notar que Reaumur observa asimismo las diferencias en la lectura de un termómetro de alcohol y de mercurio ya observadas por Boerhave, dando la explicación, aceptada posteriormente, de que éste es un hecho asociado a las diferentes propiedades de dilatación

Justo R. Pérez

de ambos líquidos (diferente dependencia del coeficiente de dilatación con la temperatura)

Reaumur realiza meticulosas observaciones sobre el punto de fusión del hielo, tomando éste de diferentes precedencias, y en diferentes épocas del año estableciendo que

Estimo haber puesto el asunto fuera de toda duda, ya que he tomado hielo en diferentes épocas del año, en días luminosos o lluviosos, bajo la influencia de diferentes vientos, y con dichas muestras siempre el termómetro ha bajado al punto marcado para la congelación.

Reaumur no sólo propone una escala sino que ofrece un detallado método para llevar a cabo la preparación de la muestra de alcohol así como su calibración en cualquier lugar del mundo, estableciendo además que esta última es independiente del tamaño y la forma que tengan los termómetros.

Sin embargo el método de Reaumur, si bien conceptualmente simple, en la práctica no es tan sencillo y pronto otros métodos más directos fueron propuestos incluso por sus compatriotas como por ejemplo Joseph Nicholas Delisle (1688-1768) astrónomo francés que fue llamado por el zar Pedro El Grande para dirigir el observatorio astronómico de la Academia de San Petersburgo. Delisle que ya había utilizado en Francia termómetros de alcohol graduados con el cero en el punto de ebullición y 100 en los sótanos del Observatorio, diseñó en San Petersburgo una escala alternativa aplicada a los termómetros de mercurio en la que toma igualmente como cero el punto de ebullición del agua pero divide la escala según la fracción 1/10000 del volumen del mercurio. Una descripción de su método enviado a la Academia de París en 1734 bajo el título "*Les termometres de mercure rendus universels.*" no es publicada por ésta, apareciendo sólo en las obras de Delisle publicadas posteriormente en San Petersburgo.

Siguiendo las instrucciones de Delisle el anatomista Josias Weitbrecht (1702-1747) realizó cuidadosas medidas sobre la temperatura de congelación del río Neva, así como del agua que fluía por debajo del hielo, llegando a la sorprendente conclusión de que ésta era prácticamente constante a lo largo de todo el invierno. Sus mediciones le permitieron constatar que el mercurio se contrae en una fracción 150/10000 entre el punto de ebullición y el punto de congelación del agua, por lo que propone modificar la escala de Delisle tomando como cero el punto de ebullición y 150 el punto de congelación del agua. Esta escala estuvo en uso común en Rusia durante más de 100 años.

Es precisamente en la Academia de San Petersburgo donde su profesor de Física Joseph Adam Braun (1712-1768) observó en el invierno de 1759-1760 que el frío era tan intenso que era capaz de solidificar el mercurio del termómetro, una circunstancia que consiguió reproducir produciendo una temperatura menor aún, mezclando nieve con agua fuerte (disolución de ácido nítrico), si bien se tardó algún tiempo en dar una temperatura exacta a la cual

dicha solidificación tuviera lugar, comprobándose posteriormente en -38.4°C .

Como vemos, a lo largo de la primera mitad del siglo XVIII se desarrollaron diferentes métodos para graduar los termómetros. En muchas ocasiones estos métodos iban asociados al proceso de fabricación y en otras pretendían ser independientes del mismo. Una de las escalas, junto con la Fahrenheit que ha permanecido hasta nuestros días es la establecida por el astrónomo sueco Anders Celsius (1701-1744). Nacido en Uppsala, Celsius fue profesor de Astronomía en dicha Universidad y director de su observatorio, cuya construcción supervisó. En 1742 publicó "*Observaciones sobre dos bien definidos grados en un termómetro*" en el que analiza como el punto de fusión del hielo y el de ebullición del agua pueden ser tomados como puntos fijos de una escala termométrica.

Si bien ya otros autores, como por ejemplo Reaumur, habían mencionado que el punto de congelación del agua (o mejor el de fusión del hielo) era independiente de la estación del año y de la meteorología, Celsius prueba asimismo que, al contrario que el punto de ebullición, es también independiente de la presión barométrica, al tiempo que aprovecha su viaje a Laponia con la expedición de Maupertuis para medir el arco del meridiano terrestre, para comparar sus mediciones con las realizadas con Uppsala y París y establecer que este punto es asimismo independiente de la latitud, siempre y cuando se tome la precaución de poner el termómetro en contacto con el hielo cuando éste comience a fundirse y por tanto aparezca una mezcla de hielo y agua.

En lo que se refiere al punto de ebullición Celsius analiza que la temperatura del mismo es independiente del tiempo en que se sostenga la ebullición, así como que no depende de si el agua es obtenida de la fusión del hielo, del río o de un pozo. Sin embargo es consciente de que, tal como había observado Fahrenheit, dicha temperatura depende de la presión atmosférica por lo que realiza una serie de cuidadosas medidas anotando sistemáticamente la temperatura de ebullición y la presión atmosférica. De sus resultados llega a la conclusión de que un cambio de 1 pulgada en la columna de mercurio del barómetro produce una variación de 8 gran (un divisor de pulgada) en su escala termométrica. Traducido a unidades actuales ofrece un valor de 3.8 kPa K^{-1} , relativamente próximo al valor de 3.62 kPa K^{-1} actualmente tabulado.

Así pues, Celsius propone una escala en la que el punto de ebullición del agua a la presión de 25.3 pulgadas de mercurio (751.2 mm Hg) que él considera la presión atmosférica media, sea tomado como 0 mientras que el punto de fusión del hielo sea tomado como 100.

La escala Celsius sólo comenzó a ser utilizada de forma sistemática después de la muerte del mismo. El momento en el que la escala fue invertida dando lugar a la escala Celsius actual es un objeto de controversia. Los registros termométricos del observatorio de Upsala comenzaron a ser tomados en la escala original de Celsius en 1747 (tres años después de la muerte de éste) pero en las publicaciones del observatorio habían sido incorporados en la escala invertida actual desde 1746. En cualquier caso

parece claro que, si bien algunos autores señalan al naturalista Linneo como el autor, fueron sus sucesores en el observatorio de Upsala, (los mismos que comenzaron a utilizar de forma sistemática su escala), los que procedieron a la inversión de la misma.

Como curiosidad, hemos de señalar que aunque actualmente Celsius es universalmente conocido por la escala que lleva su nombre, tanto en su obituario como en el de sus sucesores no se hace ninguna referencia a la termometría ni a su escala termométrica, siendo otros méritos, como por ejemplo la relación de las auroras boreales con los fenómenos magnéticos, o la medición del arco del meridiano, los que aparecen descritos detalladamente.

La escala Celsius se generaliza al ser adoptada como unidad de pesos y medidas por la Academia Francesa durante la revolución. La prevalencia de ésta frente a las otras escalas como la Reaumur o Delisle se basa en su carácter centesimal, al igual que otras magnitudes como las de longitud y masa (aceptadas actualmente) o de tiempo (descartadas posteriormente).

V. LOS PROBLEMAS DE LA EBULLICIÓN

A pesar del cada vez más generalizado acuerdo sobre el establecimiento del punto de ebullición como referencia termométrica, esto no resolvió del todo el problema ya que la definición exacta de ebullición continuó siendo objeto de discusión durante algún tiempo. Así en 1776 la Royal Society inglesa constituyó un comité de siete miembros presidido por Henry Cavendish (1731-1810) para establecer las recomendaciones precisas para el calibrado de los termómetros. Uno de los miembros de este comité el genovés afincado en Londres Jean André De Luc (1727-1817), realizó exhaustivos experimentos con objeto de determinar de forma inequívoca dicho punto. En ellos pudo observar significativas diferencias dependiendo de las características del agua, de la forma del recipiente y del método de calentamiento. Así pudo comprobar cómo este punto de ebullición puede experimentar variaciones de hasta 10°C cuando el agua ha sido desprovista de aire (por ejemplo por una ebullición previa) a la vez que en este caso la ebullición, en lugar de producirse de forma paulatina se produce de forma violenta en forma de grandes burbujas.

Este fenómeno, conocido posteriormente como sobrecalentamiento, fue observado entre otros por el francés Joseph Louis Gay Lussac (1778-1850), quien hizo ver que el mismo es atenuado si la ebullición se produce en un recipiente metálico en vez de en un recipiente de vidrio, y que desaparece si se insertan en el mismo limaduras o pequeños trozos de metal, al tiempo que se acentúa si el recipiente de cristal no contiene imperfecciones y es lavado previamente con un ácido.

Las discusiones del comité de la Royal Society habían llegado a recomendar, principalmente bajo la opinión de Cavendish que el calibrado del termómetro se llevara a cabo con éste en contacto no con el agua, sino con el vapor que emana de la misma. Esta técnica, discutida entre otros

por De Luc, acabaría imponiéndose posteriormente principalmente en los detallados trabajos llevados a cabo ya en la mitad del siglo XIX por el francés Henri Victor Regnault (1810-1878).

VI. EL TERMÓMETRO DE GAS

Paralelamente al uso de los termómetros de dilatación de líquidos y las escalas termométricas introducidas merece la pena centrar la atención en el termómetro de gas. Robert Boyle había establecido la proporcionalidad inversa entre el volumen de un gas y la presión del mismo, como una demostración de que el aire, y en general los gases, no son materias sutiles que pueden moldearse de cualquier forma, sino que poseen una elasticidad que hace que cuando se encierran en un recipiente sean capaces de ejercer una fuerza (presión) considerable sobre sus alrededores.

El francés Guillaume Amontons (1663-1705), observó que el aire podría considerarse como sustancia termométrica, y estableció que la presión del mismo, cuando se mantiene a volumen constante es proporcional a la temperatura, disminuyendo aproximadamente en 1/3 de su valor entre el punto de ebullición y el punto de fusión del hielo. Con esta observación establece el razonamiento de que el valor mínimo de temperatura (o la ausencia total de calor) deberá producirse cuando el aire pierda toda su elasticidad (es decir a presión cero) por lo que es posible estimar esta temperatura a partir de los valores medidos en el rango de temperaturas accesibles desde la experimentación. La estimación de Amontons sitúa este cero en -248°C, un valor posteriormente refinado por Emile Clapeyron (1799-1864) a -263°C, y por William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907) a -273. Ya iniciado el Siglo XX Kammerling Onnes (1853-1926) establece este valor en -273.10 °C hasta que posteriormente se obtiene el valor adaptado hoy de -273.15°C.

Los experimentos con el aire se continuaron realizando a finales del siglo XVIII, destacando los realizados por Johann Heinrich Lambert (1728-1777), (autor entre otros trabajos de la demostración de que el número π es irracional), quien en su obra *Pirometrie* publicada en 1779 estudia sistemáticamente las diferencias entre el termómetro de aire y el de alcohol argumentando que es el primero de ellos el que “muestra el verdadero grado de calor”.

Estos trabajos son continuados por el francés Joseph Louis Gay Lussac (1778-1860) quien publica en 1803 su obra *Recherches sur la dilatation des gaz* en la que prueba que las propiedades elásticas del aire son compartidas asimismo por otros gases. La cuantificación de sus experimentos le lleva a establecer la proporcionalidad entre el volumen y la temperatura, cuando la presión permanece constante, un resultado que ya había sido apuntado en torno a 1787 en una memoria no publicada por su compatriota Jacques Alexandre Cesar Charles (1746-1823), inventor del globo de hidrógeno y el primero en volar en el mismo.

Justo R. Pérez

Experimentos sobre la dilatación de los gases también fueron realizados por el inglés John Dalton (1766-1844) quien en su trabajo *“On the expansion of elastic fluids by heat”* publicado en 1802 llegó a la conclusión de que

“Todos los fluidos elásticos bajo la misma presión se expanden de igual forma por el calor”

Dalton trató de explicar sus resultados en términos de su recién formulada teoría atómica, estableciendo que la dilatación de los gases al suministrarles calor era debida a que éstos se rodeaban de una atmósfera de *calórico* que dotaba de propiedades repulsivas a los constituyentes de la materia.

El trabajo sistemático más preciso realizado en la primera mitad del siglo XIX es el llevado a cabo por el francés Henry Victor Regnault (1810-1878) quien en una extensa memoria presentada en 1847 realiza un exhaustivo estudio de las magnitudes involucradas en el funcionamiento de la máquina de vapor, y por extensión un cuidadoso análisis de las relaciones entre presión, volumen y temperatura para el mismo.

Regnault hace ver que se pueden obtener similares resultados del termómetro de gas a volumen constante y presión constante, si bien el primero presenta diversas ventajas relativas a su operabilidad. Otra cuestión analizada es la variación de la dependencia de la relación entre presión y volumen con la presión así como con el gas utilizado. El estudio permite concluir que estas diferencias se minimizan cuando la presión es pequeña, por lo que la extrapolación al límite de presión cero puede ser tomada como una referencia. Asimismo hace ver que el hidrógeno es el que presenta una menor dependencia de la presión inicial, por lo que recomienda su uso como sustancia termométrica.

En su reflexión sobre las medidas realizadas Regnault hace ver que

“Llamamos termómetros a instrumentos con los que se pretende determinar las variaciones de la cantidad de calor contenida en un medio. En general estos instrumentos están fundamentados en la expansión que esos cuerpos sufren como consecuencia de la acción del calor, o bien en los cambios de presión (fuerza elástica) que un volumen dado de gas experimenta en las circunstancias en las que se encuentra el medio.”

Un termómetro perfecto debería ser aquel en el que las indicaciones son siempre proporcionales a las cantidades de calor que éste ha absorbido; o en otras palabras aquel en el que el suministro de iguales cantidades de calor produce siempre iguales expansiones.”

Regnault advierte que esto no siempre ocurre y que por tanto, si bien podemos proveernos de instrumentos que nos den una escala suficiente desde el punto de vista práctico, la propia definición de temperatura y un método para

medirla eficientemente es un problema, en su tiempo, aún por resolver.

VII. TEMPERAR ES MEZCLAR

Era evidente que las discrepancias observadas desde Boherhaave entre los termómetros de mercurio y de alcohol abrían la puerta a la búsqueda de un elemento termométrico que fuera capaz de medir iguales variaciones en su escala para iguales suministros de calor. Sin embargo, lo que no estaba de ninguna manera claro, es qué son iguales variaciones de calor.

En el contexto de finales del siglo XVIII el calor es interpretado como un fluido capaz de impregnar la materia o bien de combinarse con ella. En este esquema tiene sentido preguntarse sobre el contenido absoluto de calor de un cuerpo y admitir que la temperatura es una medida de éste. Sin embargo era ampliamente conocido que en determinados procesos como la condensación o la fusión un cuerpo es capaz de absorber calor sin que se produzca variación en su temperatura. En este sentido se da al calor la interpretación de calor sensible (el cual produce variaciones en el termómetro) y calor latente, el cual permanece en los cuerpos pero no produce tales efectos.

Un experimento que merece la pena mencionar es el llevado a cabo por el inglés Brooke Taylor (1685-1731) más conocido por sus aportaciones al cálculo diferencial. En 1723 Taylor publica *“An experiment made to ascertain the proportion of the liquor in the thermometer with regard to the degrees of heat”* en el que propone encontrar el verdadero grado de calor, mezclando diferentes proporciones de agua helada con agua en ebullición.

La validez del método de las mezclas supone que la cantidad de calor de un cuerpo o al menos la variación de esta cantidad de calor por unidad de masa es proporcional a una magnitud denominada posteriormente por Joseph Black (1728-1799) capacidad calorífica (específica de cada sustancia) por la diferencia de temperatura. Si asumimos que esta capacidad calorífica es independiente de la temperatura el método es válido para representar una escala, pero a medida que la teoría del calor como fluido se va haciendo más elaborada sus mismos proponentes (como por ejemplo John Dalton) dudan de que esta hipótesis sea correcta por lo que la definición de temperatura, o mejor dicho su interpretación como una medida del contenido de calor de un cuerpo sigue siendo una materia abierta a discusión hasta bien avanzado el siglo XIX.

VIII. LAS ALTAS TEMPERATURAS

En la discusión de los apartados anteriores hemos podido ver que si bien desde un punto de vista intuitivo y para muchas aplicaciones prácticas no nos causa ningún problema el utilizar los términos temperatura y calor, el tema no es tan sencillo cuando tratamos de dar una definición precisa de ambos conceptos. Incluso tomando

una referencia (por ejemplo el alcohol o el mercurio) este sistema tiene un rango limitado, y si extrapolamos su comportamiento no tenemos garantías de que en distintos rangos ambos comportamientos tengan el mismo significado.

Un ejemplo significativo de estas dificultades lo tenemos analizando los pasos que fueron dados para definir una escala de temperatura que fuera más allá del punto de ebullición del mercurio (356.88°C).

Las altas temperaturas se venían utilizando desde muy antiguo en diferentes procesos, en la mayoría de las civilizaciones ya que el fuego no sólo sirvió para la cocción de los alimentos y para fabricar cerámicas de muy diverso tipo, sino para dominar los metales elemento fundamental en la construcción de instrumentos y sobre todo de armas.

En los métodos antiguos utilizados en metalurgia y alfarería, la medición de temperatura se realizaba visualmente según los distintos tonos de rojo que ofrecían los materiales sometidos al calor. Sin embargo, no existió una escala propiamente dicha hasta el trabajo del ceramista inglés Josiah Wedgwood (1730-1995) quien propuso en torno a 1780 una escala basándose en la contracción que experimenta una pieza de cerámica cuando es expuesta a alta temperatura durante un cierto tiempo. Tomando una mezcla como prototipo y unas piezas de un tamaño determinado, la medición en la escala Wedgwood podía llevarse a cabo midiendo el tamaño de la pieza una vez que se ha extraído del horno. Sin embargo, el propio Wedgwood reconoce que su escala es arbitraria y si bien puede ser útil para la estandarización de diversos procesos industriales, no puede ser interpretada como una escala de temperaturas propiamente dicha.

En un intento por validar su método Wedgwood utiliza la dilatación de la plata como elemento termométrico para definir una escala intermedia que puede compararse con la Fahrenheit en el rango en que ésta puede medirse con el termómetro de mercurio. Así pues, graduando las diferentes escalas en los rangos en que es posible medir con ambos instrumentos, Wedgwood es capaz de dar un primer intento de extensión de la escala Fahrenheit más allá del punto de ebullición del mercurio.

El trabajo de Wedgwood fue continuado entre otros por Louis Bernard Guyton de Morveau (1737-1816), colaborador de Lavoisier, quien utilizó la dilatación del platino, un elemento traído por los españoles (quienes le concedieron escaso valor) del Nuevo Mundo y que había comenzado a ser utilizado por el inglés William Hyde Wollaston (1766-1818) el cual había desarrollado una técnica para elaborar hilos muy finos (así como otras figuras) con el mismo.

Guyton, que entre otras observaciones mide la temperatura de combustión del diamante, establece una recalibración de la escala Wedgwood, obteniendo unos valores significativamente inferiores a los establecidos por éste para los puntos de fusión de algunos metales como el hierro, el oro y la plata.

Independientemente de Guyton el inglés John Fredrick Daniell (1790-1845), desarrolla asimismo una

recalibración de la escala Wedgwood utilizando la expansión del platino como elemento termométrico, mejorando algunas de las técnicas de éste. Sin embargo es consciente de que su escala sigue siendo arbitraria y que no existe ninguna garantía de que la dilatación del platino o de ningún otro elemento sea lineal con una escala de temperatura definida sin estar asociada a una técnica concreta de medición. Sus argumentos están basados en las mediciones realizadas por los franceses Pierre Louis Dulong (1785-1838) y Alexis Therese Petit (1791-1820) quienes compararon los resultados de la dilatación de los metales con el termómetro de gas en un rango hasta 300°C observando significativas discrepancias entre ambas técnicas.

Un procedimiento de particular interés utilizado ampliamente por Antoine Laurent de Lavoisier (1743-1794) y Pierre Simon de Laplace (1749-1827) es la calorimetría de hielo. Con esta técnica, una muestra tomada a alta temperatura se vierte en un calorímetro conteniendo hielo, evaluando la temperatura de la misma por la cantidad de hielo que se funde y que es recogido en un recipiente aparte. Si bien la misma presenta varias dificultades, como por ejemplo evaluar con precisión el agua formada, es citada por varios autores como una de las técnicas más fácilmente reproducibles.

El calorímetro de hielo es asimismo utilizado por los franceses Nicolas Clement (1779-1842) y Charles Desormes (1771-1862), quienes realizaron una exhaustiva comparación con el método de mezcla en agua, (sumergir la muestra en agua y evaluar su temperatura por el aumento que provoca en ésta) y con el termómetro de aire en el rango en que éste era aplicable.

Otra técnica que había sido desarrollada tiempo atrás por el propio Isaac Newton (1643-1727) es la de analizar el enfriamiento de la muestra y evaluar su temperatura inicial por la temperatura que tiene después de un cierto periodo de tiempo. Esta técnica en la que se encuentran involucradas las variables tiempo, temperatura inicial y final es similar a la utilizada actualmente por los forenses para estimar la hora de la muerte de un cadáver midiendo la temperatura de su hígado.

El rango de aplicabilidad del termómetro de gas es ampliado en torno a 1836 por el francés Claude Servais Mathias Pouillet (1790-1868) quien superó las dificultades técnicas para construir un termómetro de aire con un bulbo de platino lo que le permitió establecer otro criterio para extender la escala atmosférica sobre un rango más amplio de temperatura. Sin embargo, éste y otros desarrollos sólo sirvieron para poner en evidencia los dos problemas básicos de la termometría hasta dicha fecha: La dificultad de reproducir las medidas y la falta de una base conceptual sólida para la propia definición de temperatura.

IX. EL EFECTO SEEBECK

Un paso relevante en la medida de la temperatura es el descubrimiento en 1822 de la termoelectricidad por el estonio Thomas Johann Seebeck (1770-1831) cuando

experimentaba con el fenómeno recién descubierto por el danés Hans Christian Oersted (1777-1851) de que el paso de una corriente eléctrica por un conductor es capaz de mover la aguja magnética de una brújula.

De forma accidental, Seebeck comprobó que si tomaba un conductor formado por la unión de dos metales diferentes y acercaba el punto de unión a la llama de una vela, se producía una deflexión en la aguja de brújula, sin necesidad de que el conductor estuviera conectado a ninguna pila. Sus observaciones publicadas bajo el título de "*Ueber die magnetische Polarisation der Metalle und Erze durch Temperatur-Differenz*" le llevaron a la conclusión de que había una conexión directa entre magnetismo y diferencia de temperatura, postulando que quizá la causa del magnetismo terrestre era la diferencia de temperatura existente entre los polos y las regiones tropicales.

Oersted no estuvo de acuerdo en esta interpretación, señalando que el fenómeno era similar al observado por él mismo, sólo que en este caso el paso de la corriente eléctrica era producido por la diferencia de temperatura. Este hecho fue confirmado al comprobarse en 1834 por parte del francés Jean Charles Athanase Peltier (1785-1845) el efecto contrario, es decir que pasando una corriente eléctrica por dos metales diferentes, se producía una diferencia de temperatura entre sus extremos.

El efecto Seebeck proporciona un nuevo elemento para la medida de la temperatura, el termopar, construido con la unión de dos cables de metales diferentes, que proporciona la ventaja de su reducido tamaño y rápida respuesta, al tiempo que puede amplificarse su sensibilidad al montar varios de ellos en serie formando una termopila.

Con este instrumento el italiano Macedonio Melloni, (1798-1854) realizó una cuidadosa experimentación sobre el calor radiante, descubierto por Friedrich Wilhelm (William) Herschel (1738-1822) unos años antes. Herschel probó que al descomponer la luz solar con la ayuda de un prisma y medir la temperatura sobre cada uno de los colores en que se descompone, el máximo de la temperatura se encuentra, no sobre la parte iluminada, sino más allá del rojo en una región que nuestro ojo no detecta. A esta radiación calorífica que se transmite con la luz pero puede separarse de ésta (hoy conocida como radiación infrarroja) Herschel le dio el nombre de calor radiante.

Melloni fue capaz de comprobar que el calor radiante obedece a las mismas propiedades de reflexión, refracción y polarización que la luz ordinaria, por lo que es de suponer asimismo un carácter ondulatorio para éste.

Los termopares fueron utilizados entre otros por Antoine Cesar Becquerel (1788-1878), padre de Alexandre Edmond Becquerel (1820-1891) descubridor del efecto fotovoltaico y abuelo de Henri Becquerel (1852-1845) descubridor de la radiactividad. El abuelo Becquerel utilizó largos termopares de hierro-cobre para medir la temperatura de lugares inaccesibles como la profundidad de los lagos (104 metros en el lago Ginebra en 1837) o cavidades en el interior de la tierra. Como el efecto termoeléctrico depende de la diferencia de temperatura entre ambas soldaduras de los cables de diferentes metales,

Becquerel tuvo la idea de calentar/enfriar la soldadura accesible hasta anular la lectura del galvanómetro y medir entonces la temperatura de esta última con un termómetro de mercurio.

Otra propiedad relacionada con la electricidad de gran importancia en el desarrollo de la termometría es la variación de la resistencia de un conductor con la temperatura. Este efecto descubierto en 1821 por Humphrey Davy (1778-1829) comenzó a ser utilizado de forma sistemática por el ingeniero alemán Carl Wilhem Siemens quien en 1861 publicó un trabajo titulado "*On an electric resistance thermometer for observing temperatures at inaccessible locations*", proponiendo el uso del platino como la mejor elección para fabricar dicho instrumento.

El estudio más exhaustivo de los termómetros de resistencia que condujeron a su propuesta como termómetro estándar a efectos prácticos fue realizado en torno a 1887 por el inglés Hugh Longbourne Callendar (1863-1930), quien ajustó las medidas de la resistencia con las del termómetro de aire a través de una ecuación parabólica, consiguiendo una precisión de 0.1°C en el entorno de 1000°C.

La dependencia de la resistencia con la temperatura es particularmente evidente en algunos semiconductores. Es precisamente Michael Faraday (1791-1867) quien primero estudia de forma sistemática este efecto comprobando que la resistencia del sulfuro de plata Ag_2S disminuye al aumentar la temperatura. Sin embargo la fabricación comercial de semiconductores no se desarrollaría hasta la década de 1940.

Estos dispositivos llamados termistores (del inglés thermal resistors) proporcionan un elemento con una alta sensibilidad y rápida respuesta a los cambios de temperatura. Sin embargo la dependencia es no lineal si bien puede ser descrita con bastante aproximación con una forma exponencial con el inverso de la temperatura.

El desarrollo de la microelectrónica en los últimos años del Siglo XX ha puesto en el mercado una amplia gama de sensores que proporcionan una dependencia bastante lineal del potencial con la temperatura. En particular un simple diodo puede ser un elemento bastante práctico de sensor de temperatura.

X. LOS PIROMETROS

Sería precisamente el calor radiante el que proporcionaría la clave para la medida de las altas temperaturas. Desde muy antiguo, en distintos procesos que requerían el uso de hornos de diverso diseño, el color del interior de los mismos fue interpretado como un elemento de medición. Así algunas técnicas de metalurgia o cerámica requerían un rojo más intenso que otras, y el artesano aprendió pronto a guiarse por la vista para valorar cuando el hierro estaba preparado para ser trabajado. Sin embargo, de forma cuantitativa no sería hasta finales del siglo XIX e inicios del XX cuando se desarrollarían instrumentos para los cuales se puede dar una interpretación cuantitativa y por tanto pueden ser llamados termómetros.

Si bien, como ya hemos mencionado, el descubrimiento del calor radiante separado del espectro visible es debida a William Herschel, los experimentos con el mismo son muy antiguos. Un ejemplo es la idea de concentrar los rayos del sol de la cual había hecho uso Arquímedes cuando incendió las velas de la flota romana concentrando los rayos del sol con la ayuda de los escudos de los guerreros de Siracusa.

Un experimento asimismo representativo es el realizado en 1791 por el francés Marc Auguste Pictet (1752-1825). Este tomó dos espejos parabólicos metálicos separados a cierta distancia y colocó un termómetro en uno de los focos observando que la temperatura aumentaba de forma casi instantánea al colocar un objeto caliente (aunque no luminoso) en el otro foco en contraste con la lenta propagación del calor a través del aire.

Lo sorprendente del experimento fue que cuando colocó en vez de un objeto caliente un recipiente lleno de hielo en el foco el termómetro colocado en el otro foco experimentó un descenso, el cual se incrementó cuando vertió ácido nítrico sobre el hielo. Esto dio lugar a interesantes especulaciones sobre si el calor es una magnitud positiva y el frío es la ausencia de la misma, o si bien el frío es asimismo una magnitud positiva en sí.

Benjamin Thomson (Conde de Rumford) (1753-1814) más conocido posteriormente por su empecinamiento en que el calor no es un fluido, realizó diversos e interesantes experimentos relacionados con el enfriamiento y el abrigo de las personas. Una de sus conclusiones es que una superficie reflectante retarda el enfriamiento de su contenido, lo cual experimentó rodeando de superficies metálicas diversos objetos, y puso en práctica con su propia vestimenta luciendo un abrigo blanco (incluido sombrero) en pleno invierno parisino.

Ya en 1773 el inglés Richard Watson (1737-1816) había hecho constar que cuando el bulbo de un termómetro es pintado de negro y se deja al sol indica una temperatura más alta que cuando no está pintado. Basándose en esta observación se habían realizado diversos termómetros en los que el bulbo se encuentra aislado en un segundo recipiente en el que se ha hecho el vacío, los cuales fueron utilizados para medir la temperatura a ras del suelo en las noches heladas.

Esta idea se desarrollaría posteriormente llegando al pirómetro ideado por M. Fery en 1901 en el cual la radiación es concentrada por un espejo parabólico sobre un termopar siendo la lectura de éste una indicación de la temperatura medida.

Estos dispositivos que se denominan pirómetros de radiación total están basados en la ley establecida por el austríaco Josef Stefan (1835-1893) y deducida teóricamente por Ludwig Boltzmann (1844-1906) estableciendo que la energía emitida por unidad de tiempo y superficie por un cuerpo es proporcional a la potencia cuarta de su temperatura.

Es el propio Stefan el que, basándose en las medidas realizadas por Charles Soret (1854-1904) comparando la emisión del sol con la de una plancha caliente realizó la

primera medición fiable de la temperatura en la superficie del sol, estimándola en 5713K.

Entre los instrumentos diseñados merece mención el bolómetro, ideado en 1878 por el norteamericano Samuel Langley (1834-1906) el cual básicamente consistía en dos tiras de platino ennegrecidas, una de ellas protegida de la radiación y la otra no, formando las ramas de un puente de Wheatstone. Al incidir la radiación sobre la tira expuesta el cambio de temperatura provoca un cambio de resistencia que es medido con el puente.

Este instrumento permite medir la intensidad de la radiación en función de la longitud de onda (espectro) en regiones fuera de la región visible. Langley fue capaz de observar como las mismas rayas (regiones de menor emisión) presentes en el espectro visible del sol y descubiertas por Joseph Fraunhofer (1787-1826) se extienden a la parte correspondiente al calor radiante o radiación infrarroja.

El desarrollo de los pirómetros tuvo un avance significativo a lo largo del siglo XIX. Uno de esos diseños fue el realizado por el francés Henri Le Chatelier (1850-1936), más conocido por sus teorías sobre el equilibrio químico. En este diseño, un sistema de lentes permiten comparar sobre un filtro rojo la luminosidad de la fuente que se pretende medir con la de una lámpara de aceite tomada como referencia. Posteriormente se modificó sustituyendo la lámpara por una bombilla con un filamento, de manera que al regular la intensidad de corriente que circula por el mismo se pueda conseguir equiparar la luminosidad del filamento y el objeto de fondo dejado de verse el primero. Estos dispositivos denominados pirómetros de desaparición de filamento fueron incluso considerados instrumentos estandar durante bastante tiempo.

En 1900, Max Planck (1858-1947) dedujo la relación entre la energía emitida por un cuerpo por unidad de tiempo y superficie (emitancia), la longitud de onda y la temperatura. Esta ley reproduce dos resultados que habían sido obtenidos previamente. Su integración da lugar a la ley de Stefan Boltzmann (dando pues la energía total emitida por un cuerpo en función de la temperatura) y la ley de Wien que establece que el máximo de la radiación emitida es inversamente proporcional a la temperatura, desplazándose desde el rojo (a las temperaturas más bajas) hasta el violeta (a medida que la temperatura aumenta). Podemos decir que el ojo humano fue durante mucho tiempo un pirómetro basado en la ley de Wien.

La ley de Planck es el estandar actual para la medida de altas temperaturas. Pero no sólo altas, ya que la radiación de fondo del universo descubierta por Penzias y Wilson en 1965 es ajustada a la ley de Planck como la emisión de un cuerpo negro a 2.7 K.

En el siglo XX se desarrolló una amplia serie de fotodetectores, siendo el sulfuro de plomo uno de los primeramente utilizados. En estos la incidencia de radiación térmica provoca un potencial que puede ser medido. Disponiendo estos fotodetectores en matrices puede medirse la temperatura de amplias superficies,

siendo éste uno de los fundamentos de la termografía infrarroja.

XI. LA DEFINICION FORMAL DE TEMPERATURA

Hemos visto una revisión de las técnicas de medida de temperatura y los experimentos más relevantes asociados a la misma a lo largo de más de 500 años de nuestra historia. Sin embargo, en la misma sigue aún un aspecto pendiente el cual es la propia definición del concepto de temperatura.

La definición formal de temperatura y el concepto actual de Temperatura Termodinámica aparece en torno a 1850 de la mano de los trabajos de William Thomson, James Prescott Joule (1819-1889), Hermann Helmholtz (1821-1894) y Rudolf Clausius (1822-1888), quienes basaron su trabajo en las ideas sobre las máquinas térmicas desarrolladas unos años antes por el francés Sadi Carnot. El análisis de la evolución del concepto de temperatura presenta aspectos del máximo interés en la comprensión de las magnitudes físicas, sin embargo su extensión excede con creces el objetivo de este trabajo.

XII. DISCUSION

El desarrollo realizado en este trabajo relativo a la evolución de la termometría presenta una multitud de aspectos que pueden ser trabajados como iniciación a la Física Experimental en un laboratorio introductorio. Así por ejemplo, la construcción de un termoscopio de Galileo puede realizarse de forma sencilla con diversos materiales, y las observaciones de Sagredo pueden ser llevadas a cabo sin mayor dificultad.

La mezcla de hielo y sal es fácilmente accesible y una atmósfera más fría que el hielo puede encontrarse en el congelador de una nevera. El uso de la fotografía o el video (o ambos) puede servir de refuerzo a las observaciones a la vez que supone un elemento motivador adicional para los jóvenes.

Los experimentos de Santorio pueden ser asimismo repetidos utilizando el cuerpo humano, el sol, una lupa, una lámpara, o la presencia de una persona. La influencia de la Luna puede ser propuesta como elemento de discusión motivando por otra parte la observación sobre la misma. Otra idea de la medición en el aula es la construcción de un termoscopio y llevar un registro a lo largo de un día o de varios días.

La observación de Drebbel de relacionar las variaciones del termoscopio con las mareas permite introducir un nuevo elemento de discusión sobre el origen de las mismas. El uso de un termómetro clínico puede ser usado como elemento pedagógico realizando un registro sobre una clase, dando asimismo una idea sobre una distribución estadística de una serie de medidas.

Un termómetro de Guericke también puede ser diseñado y construido con facilidad en un aula. Su uso también permite discutir las variaciones sobre las

temperaturas máximas y mínimas y sobre la predictibilidad de las condiciones meteorológicas, y el cambio climático.

Si el centro dispone de un barómetro, las medidas del termoscopio pueden relacionarse con la presión. Otra alternativa es comparar los resultados de dos centros situados a distinta altitud.

El termómetro comúnmente denominado de Galileo [26] basado en la flotabilidad de un objeto, se puede encontrar como objeto decorativo a un precio no demasiado elevado. También puede construirse uno sin demasiado coste. De igual manera un buzo cartesiano también puede construirse con facilidad.

La comprobación de la constancia de la temperatura en los sótanos puede llevarse a cabo si el centro posee un garaje subterráneo, o bien por los alumnos en su propio domicilio.

Las diferentes propiedades de dilatación de distintos líquidos pueden ser comprobadas con un simple matraz un tapón y un tubo estrecho discutiendo las bases de la termometría de líquidos.

Este mismo dispositivo puede servir para poner en evidencia la dilatación anómala del agua. Dado que el proceso de enfriamiento puede ser lento, una cámara de video en la que se varía el tiempo de toma de cada fotograma puede ser ilustrativo del mismo, tanto para el registro como para su posterior exposición en clase.

Esta dilatación anómala del agua puede asimismo evidenciarse con la experiencia de Hope, en la que se registra la temperatura en la parte superior e inferior de un tubo largo lleno de agua que es enfriado por su parte central.

El sobreenfriamiento del agua puede ser asimismo observado con facilidad, así como el hecho de que el agua previamente calentada solidifica primero que el agua sin calentar, una observación ya realizada por Black y redescubierta en el contexto docente por un estudiante de secundaria de Zimbabwe, Erasto Mpemba (1950-) y cuya discusión ha dado lugar a diversas publicaciones recientes siendo conocida como efecto Mpemba [27].

Las diferentes propiedades volumétricas del alcohol (espíritu de vino) según pueden ser puestas en evidencia observando la flotación o no de diversos objetos según su composición de agua. Ello permite discutir la graduación de los licores y el por qué el alcohol de uso farmacéutico es de 96 grados.

Las mezclas frigoríficas de Römer y Fahrenheit pueden ser asimismo objeto de experimentación, observando que ocurre cuando el hielo se mezcla con sal común, cloruro amónico, alcohol u otras sustancias como azúcar o vinagre.

La observación del punto de fusión del agua puede llevarse a cabo comparando por ejemplo el proceso de fusión del hielo con el de un helado y discutiendo si para las sustancias puras o mezclas el punto de fusión es único.

La variación de la temperatura de ebullición con la presión puede ser un objeto de discusión (con las debidas precauciones con el fuego) en un día de excursión a la montaña. También aquí se pueden comparar los datos de centros situados a distinta altitud. Aquí también la

ebullición en distintos tipos de recipientes o matraces puede ser objeto de observación.

La discusión sobre la escala Celsius puede ser un punto de debate sobre el sistema métrico, y por qué han permanecido las escalas decimales y centesimales en unidades como la longitud y el peso, pero no en otras como el tiempo o los ángulos.

Un termómetro de gas también puede ser construido sin mucha dificultad permitiendo repetir las observaciones de Amontons, e introduciendo la discusión en las leyes de los gases.

Los experimentos de Taylor con las mezclas de agua helada y en ebullición también ofrecen un abanico amplio de experimentación que permite profundizar en la distinción de los conceptos de calor, temperatura y capacidad calorífica.

La experimentación con altas temperaturas debe hacerse con suma precaución, si bien realizar muestras con arcillas y cocerlas en un horno casero puede ser un experimento sencillo de realizar. Otra sugerencia es la construcción de un dilatómetro utilizando distintos materiales obtenidos del reciclaje.

Construir un calorímetro de hielo es una tarea sencilla, en este caso es necesario hacer notar que dicho calorímetro debe constar de un doble recipiente, recogiendo el hielo fundido sólo en el recipiente interior.

La Ley del enfriamiento de Newton ofrece también un abanico amplio de experimentos, tanto con sólidos como con líquidos.

El efecto Seebeck puede ser puesto en evidencia utilizando una brújula de bajo coste y materiales de reciclaje y la variación de la resistencia con la temperatura es también sencilla de medir sin más que disponer de un tester.

En definitiva, las posibilidades son muchas, pueden realizarse en distintos contextos, la gran mayoría de ellas son susceptibles de ser propuestas como tarea de observación en casa, y todas ellas están dotadas de un alto valor pedagógico y motivador, reforzando la necesaria atención a la Física Experimental en las primeras etapas de la enseñanza.

XIII. REFERENCIAS

[1] Sherwood Taylor, F. *The origin of the thermometer*. Annals of Science **5**, 129-156 (1942).
 [2] Camufo, B; Bertolin, C., *The earliest temperature observations in the world. The Medici network (1654-1670)*, Climate Change **111**, 335-363 (2012).
 [3] Patterson, L. D., *Thermometers of the Royal Society. 1663-1768*, Am. J. Phys. **19**, 523-535 (1951).
 [4] Carrington Bolton, H. *Evolution of the Thermometer 1592-1743*, (Kessinger Pub. Rep, Easton, 1900).
 [5] Grigull, U., *Newton's temperature scale and the law of cooling*, Wärme und Stoffübertragung **18**, 195-199 (1984)

[6] French, A. P., *Isaac Newton's thermometry*, The Physics Teacher **31**, 208-211 (1993).
 [7] Soulen Jr., R. J., *A brief history of the development of temperature scales: The contribution of Fahrenheit and Kelvin*, Supercond. Sci. Technol. **4**, 696-699 (1991)
 [8] Romer, R., *Temperature scales: Celsius, Fahrenheit, Kelvin, Reaumur, and Römer*, The physics teacher **20**, 450-454 (1982).
 [9] Boyer, C., *Early principles in the calibration of thermometers*, Am. J. Phys. **10**, 176-180 (1942)
 [10] Beckman, O., *Anders Celsius and the fixed points of the Celsius scale*, Eur. J. Phys. **18**, 169-175 (1997).
 [11] James Lyons, W., *Inaccuracies in the textbook discussions of the ordinary gas laws*, Am. J. Phys. **6**, 256-259 (1938).
 [12] Barnett, M., *The development of thermometry and the temperature concept*, Osiris. **12**, 269-341 (1956).
 [13] Fenby, D., *Heat: its measurement from Galileo to Lavoisier*, Pure and Applied Chemistry **59**, 91-100 (1987).
 [14] Wisniak, J., *The Thermometer. From the feeling to the instrument*, Chem. Educator **5**, 88-91 (2000).
 [15] Knowles Middleton, W. E., *A History of the Thermometer and its use in Meteorology*, (The Jonh Hopkins University Press., USA, 1966).
 [16] Chang, H., *Inventing Temperature. Measurement and Scientific progress*, (Oxford University Press., USA, 2004).
 [17] Velasco, S., Fernández, C., *Un paseo por la historia de la termometría*, Revista Española de Física 46-56 Julio-Septiembre (2005).
 [18] Pellicer, J., Guilabert, M., López Baeza, W., *The evolution of the Celsius and Kelvin temperature scales and the state of the art*. J. Chem. Education **76**, 911-913 (1999).
 [19] Guilder, L. A., *The measurement of thermodynamic temperature*, Phys. Today. 24-31, December (1982).
 [20] Hall, J. A., *Fifty years of temperature measurement*, J. Sci. Instrum. **43**, 541-547 (1966).
 [21] Cardwell, D. S. L., *From Watt to Clausius: The rise of the Thermodynamics in the early industrial age*. History of Science and Technology Reprint Series, (Iowa State University Press., USA, 1989).
 [22] Truesdell, C., *The Tragicomical History of Thermodynamics*, (Springer, Netherlands, 1980).
 [23] Cropper, W. H., *Carnot function: The origin of the thermodynamic concept of temperature*, Am. J. Phys. **55**, 120-129 (1987).
 [24] J. de Boer, *Temperature as a basic physics quantity*, Metrología **1**, 158-169 (1965).
 [25] Pérez, J., *La Termodinámica de Galileo a Gibbs*, Manuales para la Historia de la Ciencia Vol. 9, (Ed. Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia, Tenerife, 2006).
 [26] Loyson, P., *Galilean thermometer is not so Galilean*, J. Chem. Ed. **89**, 1095-1096 (2008).
 [27] Mpemba, E. B., Osborne, D. G., *Cool?*, Physics Education **4**, 172 (1969).

Ensino de Física numa perspectiva histórica e filosófica



Antonio Xavier Gil¹, Josefina Barrera Kalhil²

¹Departamento de Física, Universidad Federal do Amazonas, Av. General Rodrigo Octávio Jordão Ramos No.3000. Campus Universitário, Coroado I, Manaus-Amazonas, Brasil.

²Departamento de Ciências, Universidade Estadual do Amazonas, Av. Djalma Batista No.2470, chapada, CEP 69050-010, Manaus-Amazonas, Brasil.

E-mail: xavier2009xavier@gmail.com

(Recibido el 18 de Junio de 2013, aceptado el 23 de Septiembre de 2013)

Resumo

Neste artigo o nosso objetivo é propor uma atividade que se configure ao perfil das perspectivas modernas e contemporâneas para o ensino de Física. Para tal utilizamos uma abordagem qualitativa, com uma metodologia de pesquisa bibliográfica. A pesquisa bibliográfica nos levou ao perfil que utiliza a História, Filosofia e Ciências (FHC), como uma ferramenta pedagógica que auxilia tanto ao professor como ao estudante perceber a evolução histórica e filosófica das ciências. Então, propomos uma atividade com Flashcard Temático, como uma abordagem inicial do conteúdo de Eletricidade, e em seguida, introduzimos o texto “Truques elétricos”, para relacionar o conteúdo já visto, com a sua evolução histórica e filosófica do pensamento científico. Esperamos com isto contribuir para a inserção da HFC no currículo de Física.

Palavras chave: Perspectivas para o ensino de Física – História, filosófica e ciências – Uso de Flashcard temático e texto histórico.

Abstract

In this paper, our objective is proposing an activity that results on profile the modern and contemporary perspectives to physic teaching. In order to do this, we use a qualitative approaching, with a bibliographic research methodology. The bibliographies researches take us to profile, which one used the History, Philosophy and Science (HPS), as a pedagogic tool that aim as the teacher as the student to notice the evolution historical and philosophy of the science. Then, we proposed an activity where we use the subject thematic Flashcards how initial approach about content of the electricity, and after, we used the text “Electrical tricks”, for link the content already saw, with its historical evolution and philosophy of scientific thought. We hope as it, contribute to insertion of the HFS to physic’s curriculum.

Keywords: Perspectives to Teaching of Physic – History, Philosophy and Science – Using thematic Flashcard and historical text.

PACS: 01.40.E-, 01.40. Fk, 01.40.G-, 01.50.fh, 01.50. My, 01.65.+G, 01.70.+W

ISSN 1870-9095

I. INTRODUÇÃO

No mundo em que vivemos hoje não basta mais termos somente um ensino por transmissão (EPT), pois o ato de aprender já extrapolou as fronteiras da escola, possibilitando o aprendizado nas próprias relações sociais e políticas do indivíduo, em espaços informais, em eventos, em museus, em igrejas, teatros, em redes sociais, e outros lugares mais. Então, percebemos que os tempos moderno e contemporâneo, trazem-nos uma inquietação, como entender a nossa realidade? E, como devemos ensiná-la para outros?

Este desafio se torna mais complicado, quando nos referimos ao ensino de Ciências, mais especificamente ao

ensino de Física, onde a tradição deixou um pouco de lado a História e Filosofia das Ciências, dando ênfase ao raciocínio lógico das ferramentas matemáticas utilizadas nas resoluções de problemas que envolvem equações e sistemas de equações. Desta maneira, a obtenção de um resultado correto ficou privilegiado em detrimento da reflexão e crítica do problema, da realidade que envolve o problema e da evolução histórica e filosófica por trás dos conceitos envolvidos nos mesmos.

Por conta disso, buscar soluções para que possamos formar cidadãos reflexivos e críticos cômicos de sua realidade e de seu papel na sociedade em que vivem, passa necessariamente pelo resgate histórico e filosófico das Ciências.

Portanto, para entendermos como devemos ensinar, devemos primeiro ir em busca de um perfil das perspectivas modernas e contemporâneas, para podermos delinear uma proposta didático-pedagógica de ensino que possa ser colocada em prática dentro ou fora da sala de aula.

Tentar dar uma resposta aos questionamentos feitos acima é o que pretendemos com este trabalho de pesquisa que se segue.

II. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

No intuito de entender as perspectivas de ensino de Ciências exigidas para a modernidade e contemporaneidade, primeiramente buscamos conhecer quais foram as perspectivas apontadas por outros autores em seus artigos, e em seguida tentar traçar um perfil que nos possibilite avaliar e propor uma atividade de ensino baseadas nessas perspectivas presentes da realidade.

Fazendo isto, deparamo-nos com o artigo de Neto e Santos [1] na Revista Brasileira de Física, cujo tema é “**A perspectiva ambiental no curso de licenciatura em Física da UF: Reflexões sobre o atual Projeto Político Pedagógico**”, que já nos mostra uma primeira preocupação com as questões ambientais, e aponta para uma mudança no projeto político pedagógico da UFPI que contemple as sugestões de modificações de caráter curricular, atitudinais e possíveis abordagens que privilegiem o viés ambiental, necessário para um curso formador de professor de professores de Física.

Também, encontramos em “Ciências à mão portal de Ensino”, o artigo de Santos e Leodoro [2], cujo tema é “**A perspectiva ambiental no ensino de física**”, onde os autores fazem uma discussão focada na ruptura metodológica ocorrida na Física entre o tratamento mecanicista e a análise sistêmica da realidade, enfatizando a perspectiva ambiental dentro de uma problematização tecnocientífica da realidade para poder sensibilizar os alunos. Fazem uma análise de um livro didático de Física voltado ao Ensino Médio, confrontando este conteúdo com os pressupostos apresentados.

No artigo de Assis [3], cujo tema é “Ensino de Física em escolas do Município de Niterói: Concepções de Professores e Procedimentos didáticos”, podemos ver pelos seus objetivos abaixo,

(1) Identificar as concepções dos professores de Física sobre o ensino de sua disciplina; (2) Identificar e analisar os procedimentos didáticos utilizados pelos professores de Física para conciliar a necessidade de formar alunos críticos e o entendimento do mundo pós-newtoniano em sua complexidade e irreversibilidade; (3) Verificar como os professores de Física abordam a evolução desta disciplina; e (4) sugerir alternativas que possibilitem tomar como eixo a evolução histórica da Física onde a natureza é estudada em sua totalidade [3].

que a sua preocupação é com o ensino e evolução histórica da Física, sendo a última amplamente defendida juntamente com a filosofia, para o entendimento da realidade atual que

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013

Ensino de Física numa perspectiva histórica e filosófica experimenta um avanço tecnológico que introduzem alterações no cotidiano de cada indivíduo.

Já no artigo de Moreira [4], cujo tema é “Ensino de Física no Brasil: Retrospectiva e Perspectiva”, ele aborda uma retrospectiva que primeiro mostra um descontentamento com os livros textos de Física, que apesar de serem bons, acabaram sendo substituídos por outros. Depois levanta a questão de que não bastam projetos bons para se ensinar Física, mas sim como aprendê-la, levando ao paradigma da pesquisa em Física, e possibilitando o surgimento nos anos setenta, das concepções alternativas, que se consolidaram nos anos oitenta,

com as pesquisas sobre a mudança conceitual, e ..., neste fim de século, com investigações bastante diversificada, incluindo, por exemplo, resoluções de problemas, representações mentais dos alunos, concepções epistemológicas dos professores e formação inicial e permanente de professores [4].

dizendo ainda que

não se pode deixar de mencionar iniciativas e contribuições importantes como “ Física do Cotidiano”, “equipamentos de baixo custo”, “ciência, tecnologia e sociedade”, “história e filosofia da ciência” e recentemente “Física Contemporânea” e “novas tecnologias” [4].

Finaliza seu artigo dizendo que as perspectivas para o ensino de Física é de que há uma necessidade de mudanças, tanto no ensino de graduação, como no ensino médio e ensino de Física Geral, e enfatiza ao longo de seu artigo a necessidade da mudança curricular.

E no artigo de Matthews [5], cujo tema é “História Filosofia e Ensino de Ciências: A tendência atual de reaproximação”, é investigado o uso de e os argumentos a favor da história e da filosofia da ciência no ensino escolar dessas matérias, com fornecimento de argumentos a favor da inclusão da história e da filosofia das ciências nos programas de formação de professores dessa área, concluindo seu artigo com uma lista de temas atuais cujo debate poderia resultar em enormes benefícios para o ensino de ciências.

Segundo este autor,

A História a Filosofia e a Sociologia das ciências, ... , podem humanizar as ciências e aproximá-las dos interesses pessoais, éticos, culturais e políticos da comunidade; podem tomar as aulas de ciências mais desafiadoras e reflexivas, permitindo, deste modo, o desenvolvimento do pensamento crítico; podem contribuir para um entendimento mais integral de matéria científica; podem contribuir para a superação do “mar de falta de significação” que se diz ter inundado as salas de aula de ciências, onde fórmulas e equações são recitadas sem que muitos cheguem a saber o que significam; podem melhorar a formação do professor auxiliando o desenvolvimento de uma epistemologia das ciências bem como do espaço que ocupam no sistema intelectual das coisas [5].

E, é favorável a uma mudança curricular que introduza a História das ciências no currículo de Ciências, com conteúdo significativo que ajude a compreender o processo

evolutivo da formação do pensamento e do conhecimento científico. Também vê o distanciamento do ensino de ciências da história e filosofia como uma crise do ensino contemporâneo, cuja solução seria uma reaproximação. E, neste sentido, os programas de Ciência Tecnologia e Sociedade (CTS) representam uma abertura importantíssima para a efetivação dessa aproximação, propiciando uma educação em ciências onde sejam ensinadas em seus diversos contextos: ético, social, histórico, filosófico e tecnológico, uma ciências de conteúdo integral, que motive, atraia, humanize e promova uma melhor compreensão dos conceitos científicos, mostrando a instabilidade que está sujeita as Ciências, e que por conta disso, fica também sujeito o pensamento Científico, motivo pelo qual ele sofre mudanças ao longo do tempo [5].

Então, para finalizarmos esta busca bibliográfica sobre as perspectivas de ensino, procuramos um artigo que nos reportasse as práticas e as concepções dos professores, quanto a sua didática empregada, a forma com que transmitem os conteúdos, que perspectivas de ensino utilizam e quais mudanças almejam para inovar e promover uma melhoria na qualidade de ensino. Assim, encontramos o artigo das autoras Lucas e Vasconcelos [6], cujo tema é “Perspectivas de ensino no âmbito das práticas lectivas: Um estudo com professores do 7^o ano de escolaridade”, onde elas investigam a forma como quatro professores em diferentes fases da carreira docente e em três grandes áreas de investigação, avaliam os seus planos de ação. A análise dos dados possibilitou definir qual a perspectiva de ensino que tendencialmente se encontra subjacente às suas práticas; permitindo ainda avaliar a maneira que acontece a transição do conhecimento teórico para as suas práticas, e de como eles encaram a necessidade de mudarem as mesmas.

Em seu artigo as autoras citam e definem as seguintes perspectivas de ensino: Ensino por pesquisa (EPP); Ensino por Transmissão (EPT); Ensino por Descoberta (EPD); e Ensino por Mudança conceitual (EMC) [6].

E dizem que,

A História da ciência deve ser uma ferramenta no ensino valorizando os processos em ciência [6].

Concluem dizendo sobre as investigações que:

quanto às planificações,

os professores, objeto de estudo apresentam algumas dificuldades em exprimirem as suas intenções didático-pedagógicas de forma estruturada e fundamentada [6].

quanto às representações,

os professores apresentam uma visão empírica de Ciência que ensinam e, como tal, estão mais preocupados com a aprendizagem de conteúdos científicos do que com as capacidades, atitudes (competências) e valores [6].

quanto às práticas letivas,

foi possível concluir que os professores fornecem demasiada informação aos alunos, assumindo um papel activo essencialmente transmissor de

conhecimento científico – transmissão de um grande número de conceitos [6].

Do exposto acima, percebemos que cada perspectiva de ensino tem o seu papel e a sua importância, e que nenhuma, por si só, é suficiente para dar conta da tarefa de atender a todos os objetivos e melhoria do processo de ensino-aprendizagem que se configura nestes tempos. Também, percebemos nas falas dos autores que a História, filosofia e Ciências (HFC), surge como uma ferramenta necessária e adequada, para auxiliar, na compreensão deste mundo moderno e contemporâneo, bem como propiciar a formação de formadores de professor, que por sua vez formarão cidadãos críticos e reflexivos, que sejam capazes de refletir sobre o seu próprio processo de ensino-aprendizagem, situando-se dentro do contexto histórico, cultural, social e político, que lhe garanta atuar na sociedade cōncio de seu papel e das responsabilidades de cidadão comprometido com a preservação do meio ambiente.

III. FILOSOFIA DA EDUCAÇÃO

Neste contexto, a filosofia aparece como peça fundamental para auxiliar tanto professores como estudantes a refletir sobre o mundo em que vivem, e sobre as mudanças no conhecimento e pensamento científico, que cada vez mais acontece de uma forma acelerada, graças aos avanços tecnológicos e da internet, que disponibiliza um grande volume de novas informações e descobertas a cada dia.

Segundo Aranha [7],

Portanto, cabe ao filósofo acompanhar reflexiva e criticamente a ação pedagógica, de modo que promova a passagem “de uma educação assistemática (guiada pelo senso comum) para uma educação sistematizada (alçada ao nível da consciência filosófica)” [7].

Neste sentido, percebemos aqui uma filosofia que nos arremete para a antropologia, no sentido de direcionar a pedagogia para a vertente histórica-social, onde o pensamento científico se dá na compreensão formadora do relacionamento humano em cada respectiva época, e desta maneira, podemos compreender e almejar formar um cidadão que tenha a consciência de que ele está amoldado ao pensamento filosófico em questão.

Então, o rebuscar na história os fatos que antecederam as descobertas de experimentos físicos e teorias que marcaram épocas, propicia ao estudante a oportunidade de reflexão e crítica, e nesta compreensão construtiva do passado, ele passa a entender os processos evolutivos e construtivos do saber científico, dando-lhes a maturidade para inferir sobre a sua própria realidade presente, compreendendo que o saber é fruto dessa miscelânea de inter-relacionamentos sociais, tanto de pessoas, como de transmissão de conhecimentos.

A análise simplória que fizemos nos artigos acima, nos remete a um perfil de professor, que não consegue mudar a sua prática pedagógica por conta de um despreparo oriundo da sua própria formação, onde uma das parcelas dessa

deficiência recai justamente nos programas curriculares dos cursos de formação de formadores de professor.

Corroborando com os autores acima, a inserção da HFC nos currículos escolares, serviria como uma ferramenta necessária, e não paliativa dentro de uma atividade de ensino.

No Artigo de Silva [8], cujo tema é “A História e Filosofia da Ciência na sala de aula: Construindo estratégias didáticas com futuros professores de Física”, temos um estudo feito por ela com os futuros professores de Física, com o objetivo de investigar as opiniões dos participantes sobre o uso da História e Filosofia das Ciências na sala de aula.

Percebe-se no seu artigo [8], a preocupação de como colocar em prática a HFC, na sala de aula, de maneira efetiva e com qualidade. Ressalta como entrave, a má formação docente e materiais da internet de qualidades duvidosas. Aponta uma saída que é a inserção da HFC por intermédio de textos históricos. Mas, também aponta outras possibilidades, como debates, júri simulado e encenações teatrais.

Segundo a autora [8], os textos históricos propiciam a leitura de textos científicos; servem de ferramenta para a apresentação de situações problema de forma aberta; e também servem de momento reflexivo para os estudantes.

IV. PROPOSTA DE UMA ATIVIDADE

No intuito de contribuir para a exemplificação de como utilizar a HFC no curso de Física é que propomos uma atividade que contempla a utilização de experimentos simples, conjuntamente com textos de história da Física, no sentido de auxiliar neste processo de formação do pensamento reflexivo e crítico dos estudantes.

Nossa atividade consta de um Flashcard Temático, em anexo no final do artigo, cujo tema é “Eletrização”, e um texto de história da Física de Mosley e Lynch [9], sobre “Truques Elétricos”.

O Flashcard Temático é do tamanho de uma folha de papel ofício e consta de: experimento, procedimento, interdisciplinaridade e cotidiano.

Os experimentos são feitos com materiais simples, para que o aluno perceba que aqueles materiais, ao invés de serem descartados em qualquer lugar e contribuir para a poluição do meio ambiente, podem ter um outro destino que é o seu reaproveitamento, tanto através de uma reciclagem quanto da sua utilização como materiais didáticos para o ensino de Ciências.

O procedimento dos experimentos servem para ativar a observação, percepção, curiosidade, reflexão e motivação dos estudantes. Ao executarem os experimentos, eles estarão comparando o que estão observando com os seus conhecimentos prévios e com os seus conhecimentos adquiridos através do senso comum. Esta etapa é importante, pois nela é que surgirão as dúvidas e questionamentos a respeito dos conceitos presentes no experimento.

A interdisciplinaridade ajuda os estudantes a entenderem que os conceitos presentes naquele experimento também acontece em outras situações que podem ser abordados por outras disciplinas, e isto ajuda-os na reflexão e na crítica.

O cotidiano ajuda os estudantes a refletirem os conceitos na realidade do mundo em que eles vivem. Desta forma eles aprendem que a física não está só na sala de aula ou nos livros didáticos, mas sim presente ao seu redor e no seu dia-a-dia.

Já o texto [9], aborda a evolução da descoberta, por William Gilbert, da Eletricidade, passando pelo Alemão Otto Von Guericke, e pela forma encontrada de armazenar essa energia em uma espécie de capacitor, chamado garrafa de Leyden. Com isso a eletricidade servia como uma forma de se ganhar dinheiro, em atrações de demonstrações do fenômeno em salões. Chegando-se na discussão teórica do que ela seria, e nos estudos de Benjamin Franklin que extraiu a carga de um relâmpago. Assim, todos queriam se divertir com a descoberta desse novo fenômeno, até que os efeitos dele sobre o corpo humano fizeram com que ele fosse visto como uma panaceia.

A atividade tem os seguintes procedimentos metodológicos: Começa com a utilização do Flashcard Temático, para que os estudantes possam iniciar o contato com a teoria e prática a respeito do assunto; e após a execução do experimento e do debate sobre o assunto do mesmo, introduz-se o texto de História das ciências, e novamente temos um novo debate para reforçar e dar algum esclarecimentos a respeito das percepções, questões e dúvidas levantadas.

V. CONCLUSÃO

Nossa pesquisa nos levou a uma realidade presente que está desprovida da ferramenta necessária para refletir, criticar e entendê-la no mundo moderno e contemporâneo em que vivemos, por conta de deixarmos de lado a História e Filosofia das Ciências, ferramenta necessária para esta compreensão.

A necessidade da mudança curricular se faz necessária e urgente nos currículos de Ciências e no caso particular da Física é a forma de humanizar esta disciplina e quebrar paradigmas tradicionais.

A introdução da História e Filosofia das Ciências vem de encontro a responder os questionamentos que fizemos no início de nossa pesquisa. E, desta forma esperamos que ela encontre ressonância entre os nossos pares para que possamos utilizá-la não de uma forma esporádica, mais de uma forma efetiva e dentro dos currículos e programas de formação de formadores de professores.

AGRADECIMENTOS

Agradece-se à Universidade Estadual do Amazonas e a Universidade Federal do Amazonas pelo apoio dado na realização deste trabalho.

REFERENCIAS

- [1] Neto, J. M. M., dos Santos, K., *The environmental perspective in the course of degree in Physics from UFPI: reflections on the Current Political-Pedagogical Project*, Rev. Bras. Ensino Fís. **33**, 3701 1-4 (2011). Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1806-11172011000300021&script=sci_arttext>. Acesso em: 14.03.2013 às 13h34.
- [2] dos Santos, R. C., Leodoro, M. P., *A Perspectiva Ambiental no Ensino de Física. Ciências à mão portal de Ensino de Ciências*, UFSCar, São Paulo, (2007). Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_94.pdf. Acesso em: 21.02.2013 às 12h03.
- [3] de Assis, L. P., *Ensino de física em escolas do município de Niterói: concepções de professores e procedimentos didáticos*. Disponível em: <www.anped.org.br/reunioes/24/p0472470957102.doc>. Acesso em: 27.02.2013 às 15h07.
- [4] Moreira, M. A., *Ensino de Física no Brasil: Retrospectiva e Perspectiva*, Revista Brasileira de Ensino de Física **22**, 94-98 (2000). http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_94.pdf . Acesso em: 01.03.2013 às 12h37.
- [5] Matthews, M. R., *História, filosofia e o Ensino de Ciências: A tendência atual de reaproximação*, Cad. Cat. Ens. Fís. **12**, 164-214 (1995). Disponível em: <<http://www.fsc.ufsc.br/cbef/port/12-3/artpdf/a1.pdf>>. Acesso em: 02.03.2013 às 12h15.
- [6] Lucas, S., Vasconcelos, C., *Perspectivas de ensino no âmbito das práticas lectivas*, Revista Eletrônica de enseñanza de las Ciencias **4**, No. 3, (2005). Disponível em: <http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen4/ART4_Vol4_N3.pdf> . Acesso em: 14.03.2013 às 14h51.
- [7] Aranha, M. L. de A., *Filosofia da Educação*. 3 ed. rev. e ampl., (Moderna, São Paulo, 2006).
- [8] Silvia, B. V. da C., *A história e filosofia na sala de aula: Construindo estratégias didáticas com futuros professores de Física*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 412-417 (2012). Disponível em: <http://www.journal.lapen.org.mx/sep12/16_LAJPE_672_Boniek_da_Cruz_preprint_corr_f.pdf>. Acesso em: 14.03.2013 às 23h07.
- [9] Mosley, M., Lynch, J., *Uma história da ciência*, (Zahar, Rio de Janeiro, 2011).



Sadi Carnot, el ciclo ideal

Sandra Milena Forero Díaz^{1,2}

¹*Candidata al título de Doctor en Educación, Doctorado Interinstitucional en Educación, énfasis en Educación en Ciencias, Universidad Pedagógica Nacional, Calle 72 No. 11 – 86, Bogotá, Colombia.*

²*Departamento de Física, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad Pedagógica Nacional, Calle 72 No. 11-86, Bogotá, Colombia.*

E-mail: milenafor@gmail.com

(Recibido el 25 de Junio de 2013; aceptado el 30 de Septiembre de 2013)

Resumen

Desde un punto de vista histórico, la termodinámica nació con la invención de la máquina de vapor, en particular con las mejoras introducidas por J. Watt a finales del siglo XVIII y comienzos del siglo XIX. Aunque las invenciones de Watt en el perfeccionamiento de la máquina de vapor son eminentemente prácticas, suscitaban innumerables preguntas teóricas. La termodinámica, que hoy ocupa un puesto de primer orden en la física teórica con dos principios supremamente generales, el principio de conservación de la energía en sus diferentes formas y el principio de la degradación de la energía, según el cual en todo proceso parte de la energía se pierde irremediamente. El enorme valor teórico del primer principio, el de la conservación de la energía en sus diferentes formas, se comprende, si se piensa que su descubrimiento unifica la mecánica con las otras ramas de la física, la calórica y la eléctrica. El segundo principio, el de la degradación de la energía, se conoce también como principio de Carnot. Este artículo presenta de manera sintética los trabajos de Sadi Carnot.

Palabras clave: Máquina de vapor, ciclo, máquina térmica, trabajo externo, foco caliente, foco frío, agente de trabajo, eficiencia, potencia.

Abstract

From a historical perspective, thermodynamics was born with the invention of the steam engine, especially with the improvements made by J. Watt in the late eighteenth and early nineteenth century. Although the inventions of Watt in perfecting the steam engine are eminently practical, theoretical questions raised innumerable. Thermodynamics, which now occupies a prime position in theoretical physics with two extremely general principles, the principle of conservation of energy in its various forms and the principle of energy degradation, according to which any process of energy is irretrievably lost. The huge theoretical value of the first principle, the conservation of energy in its various forms, it is understandable, if you think that your discovery mechanics unifies with the other branches of physics, heat and electricity. The second principle, the degradation of energy is also called Carnot principle. This paper presents synthetically the work of Sadi Carnot.

Keywords: steam engine, cycle, heat engine, external work, hot focus, cold focus, agent work, efficiency, power.

PACS: 01.40.-d, 01.65.+g, 05.70.-a

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La termodinámica es la parte de la física que trata del calor como una forma de energía y la relación de esta energía con otras formas como la mecánica, la química, la eléctrica, etc. Su importancia, tanto teórica como práctica, se pone de manifiesto en su relación con los motores tanto térmicos como de combustión. Desde un punto de vista histórico, la termodinámica nació con la invención de la máquina de vapor, en particular con las mejoras introducidas por J. Watt a finales del siglo XVIII y comienzos del siglo XIX.

Aunque las invenciones de Watt en el perfeccionamiento de la máquina de vapor son eminentemente prácticas, suscitaban innumerables preguntas teóricas, que al irse coordinando dieron lugar al

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013

nacimiento de una nueva ciencia, la termodinámica, que hoy ocupa un puesto de primer orden en la física teórica con dos principios supremamente generales, el principio de conservación de la energía en sus diferentes formas y el principio de la degradación de la energía, según el cual en todo proceso parte de la energía se pierde irremediamente.

El enorme valor teórico del primer principio, el de la conservación de la energía en sus diferentes formas, se comprende, si se piensa que su descubrimiento unifica la mecánica con las otras ramas de la física, la calórica y la eléctrica. Antes del principio, no había forma de pasar de los fenómenos calóricos a los mecánicos y viceversa. Sólo a partir del descubrimiento de Joule de que el calor no era más que una forma de energía mecánica y viceversa, se

pudieron unificar las dos ramas, permitiendo, por ejemplo la pregunta de cuánto trabajo mecánico se podría realizar con el calor que elevaría la temperatura de una masa de agua entre dos temperaturas dadas. A partir de este momento tiene entonces sentido la pregunta acerca de la eficacia de un motor térmico, si se entiende por eficacia la relación entre el calor suministrado y el trabajo realizado.

El segundo principio, el de la degradación de la energía, se conoce también como principio de Carnot. El Principio se puede formular de diferentes maneras, una de ellas hace expresa mención a Carnot, *Ninguna máquina puede ser más eficiente que una máquina de Carnot que opera entre las mismas dos temperaturas.*

Para el año de 1824, la revolución industrial había alcanzado su máximo desarrollo, especialmente en Inglaterra. La utilización en grandes fábricas de máquinas a vapor era de uso común, su empleo en los buques que cruzaban los océanos redujo la distancia entre los continentes; las locomotoras recorrían los campos llevando productos entre los países de Europa y las diferentes ciudades de Norte América. El científico que más contribuyó al desarrollo de la máquina de vapor fue James Watt¹. Entre sus múltiples contribuciones conviene resaltar la separación del foco caliente o caldera del foco frío o condensador. J. Watt era más un ingeniero que un teórico, su preocupación fundamental era el mejoramiento de la máquina térmica sin consideración especial a la eficiencia² [1].

Cinco años después de la muerte de J. Watt aparece la publicación de un pequeño tratado *Sobre la Potencia Motriz del Fuego*³ escrito por un ingeniero francés, Sadi Carnot⁴ [2], a la edad de 24 años, en el que se establecen algunos de los Principios fundamentales de la Termodinámica.

II. LA MÁQUINA TÉRMICA

Una máquina⁵ térmica es un dispositivo que emplea calor para realizar trabajo mecánico. De acuerdo con Watt, se pueden distinguir tres componentes en toda máquina⁶ [3]: una fuente caliente o caldera, una fuente fría o condensador y una sustancia o agente de trabajo que transfiere el calor de la fuente caliente a la fuente fría, vapor de agua, aire, alcohol, aceite, etc.

Carnot compara la máquina térmica con una rueda de molino. Así como en la rueda de molino se requiere de una fuente de agua a cierta altura y un desfogue a una altura menor, así la máquina térmica requiere un foco caliente y un foco frío⁷. El trabajo en el molino es realizado por el agua al caer de un nivel al otro; de manera análoga, el trabajo realizado por la máquina térmica se debe a la caída de calórico del foco caliente al foco frío⁸. En la rueda de molino, la máxima eficiencia se logra cuando no hay pérdida de agua. De una manera análoga, en la máquina térmica, la máxima eficiencia se logra cuando *no hay pérdida de calor* en la transferencia de un foco al otro⁹.

III. EL PROBLEMA

Toda máquina térmica consta de una serie de procesos de expansión y compresión de un agente, por ejemplo, el vapor de agua o el gas encerrado en un cilindro¹⁰. Las condiciones iniciales de presión, volumen y temperatura deben ser iguales al inicio y al final del proceso, constituyendo de esta manera un ciclo. Un ciclo se caracteriza por el número de procesos y por su secuencia.

El número de ciclos posibles es teóricamente infinito¹¹. Pero no solamente los ciclos posibles son infinitos sino que los agentes son tan variados como variadas son las sustancias que experimentan dilataciones y contracciones a causa de la temperatura¹². Dentro de este contexto, surge la pregunta acerca del ciclo de máxima eficiencia.

IV. EL CICLO DE MÁXIMA EFICIENCIA

La condición de máxima eficiencia, en palabras del mismo Carnot, es que *no haya en el agente ningún cambio de temperatura que no se deba a un cambio de volumen*¹³[2].

Para que haya realización de trabajo se requiere de cambio de volumen y todo cambio de volumen debido al calor supone un cambio de temperatura. Supóngase un gas encerrado en un cilindro, si se calienta el cilindro, el gas se expande pudiendo realizar un trabajo exterior. Si se entiende por eficiencia el cociente del trabajo exterior realizado y el calor transferido por el agente, entonces es evidente que la máxima eficiencia se obtiene cuando todo el calor transferido se emplea exclusivamente en el cambio de volumen, y no, por ejemplo, en calentar el recipiente antes de que tenga lugar la expansión o contracción del gas.

De este único postulado se sigue que el ciclo de máxima eficiencia debe constar de procesos *isotérmicos* y *adiabáticos*. En una compresión o expansión isotérmica, todo el calor transferido al agente se manifiesta exclusivamente en cambio de volumen. En una expansión o compresión adiabática, donde no hay por definición transferencia de calor, el cambio de temperatura se debe exclusivamente al cambio de volumen.

Habiendo determinado los procesos de máxima eficiencia, su integración en un ciclo es una cuestión obvia: *Expansión isotérmica, expansión adiabática, compresión isotérmica, compresión adiabática.*

Durante los dos primeros procesos, el agente realiza trabajo exterior, durante los dos últimos, se realiza trabajo interior, sobre el agente, pero como es fácilmente comprobable, el trabajo exterior es mayor que el trabajo interior, dando por resultado un trabajo neto, debido exclusivamente, como supone Carnot, a la transferencia de calor entre el foco caliente y el foco frío.

La representación del ciclo de máxima eficiencia en un diagrama presión-volumen¹⁴ se debe a Émile Clapeyron¹⁵, quien en 1834 escribió una célebre monografía *Sobre la Potencia motriz de Fuego*, estableciendo los fundamentos matemáticos del trabajo de Carnot [4].

altura en cada ciclo sin que haya nuevo suministro de calor¹⁶ y así sucesivamente, a 2 metros, 3 metros, 100 metros, etc.

Ahora bien, la realización indefinida de trabajo sin consumo de energía, es decir, el movimiento perpetuo de segundo orden, es, de acuerdo con todos los filósofos de la naturaleza una imposibilidad física¹⁷. Por consiguiente, no hay ningún agente, en las máquinas térmicas, superior a otro, en cuanto a la eficiencia¹⁸.

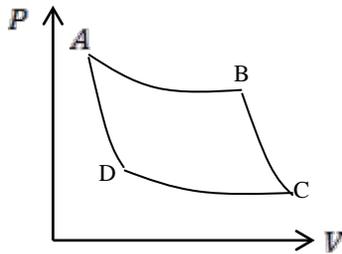


FIGURA 1. Ciclo de Carnot. E. Clapeyron. Journal de L'Ecole Polytechnique, XIV, (1834).

A→B: Expansión isotérmica a la temperatura del foco caliente.

B→C: Expansión Adiabática.

C→D: Compresión isotérmica a la temperatura del foco frío.

D→A: Compresión Adiabática.

V. EL AGENTE MÁS EFICIENTE

Una vez que se determinan los procesos del ciclo más eficiente posible, denominado ciclo de Carnot, queda por resolver una cuestión bastante más difícil: la del agente más eficiente. La transferencia de calor de la caldera al condensador se lleva a cabo a través de una sustancia o agente transmisor. Teóricamente, los agentes posibles son innumerables: el vapor de agua, el aceite, el alcohol, un gas cualquiera, etc. ¿Es el trabajo realizado por uno cualquiera de estos agentes, siguiendo el ciclo de Carnot, y suponiendo la misma cantidad de calor transferido, mayor que el trabajo realizado por los otros agentes? Y si la respuesta es afirmativa, ¿cómo excluir la posibilidad de que más tarde se encuentre otro agente más eficiente, y así sucesivamente? A primera vista parece que la cuestión del agente es insoluble y en este caso, no se podría formular un principio general sobre la eficiencia de la máquina térmica.

El genio de Carnot encuentra una respuesta a la cuestión del agente, que no ha sido superada desde entonces: el ciclo de máxima eficiencia es reversible. Si existiera un agente más eficiente que otro, entonces se podría construir un dispositivo formado por dos máquinas térmicas que utilizaran el ciclo de Carnot con dos agentes diferentes, uno de estos más eficiente que el otro.

Supóngase que la máquina más eficiente (A) puede elevar un cuerpo de un kilogramo de masa a una altura de 2 metros, de tal manera que, como el proceso es reversible, cuando el cuerpo regresa a su posición inicial, el calor transferido de la caldera al condensador, regresa a la caldera (las condiciones de temperatura, presión y volumen del agente, antes y después de los diferentes procesos son iguales). Supóngase que la máquina menos eficiente (B) eleva un cuerpo de un kilogramo a 1 metro de altura, de tal manera que, como el proceso es reversible, cuando el cuerpo regresa a su posición inicial, el calor transferido de la caldera al condensador, regresa a la caldera. Teniendo en cuenta lo anterior, si las dos máquinas se acoplan, es posible elevar dicho cuerpo a 1 metro de

VI. REPRESENTACIÓN DE UN MOVIMIENTO PERPETUO DE SEGUNDO ORDEN

Considérese la figura 2.

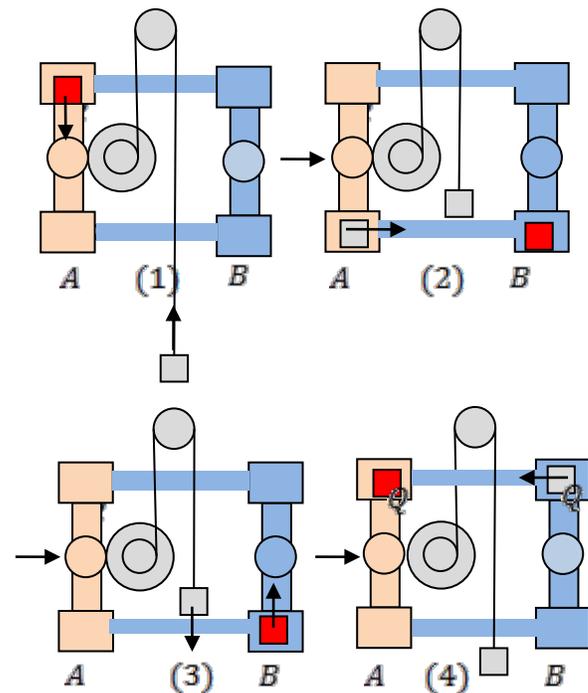


FIGURA 2. Si un agente es superior a otro se pueden acoplar dos máquinas térmicas para construir un dispositivo que realiza trabajo indefinidamente sin consumo de energía: movimiento perpetuo de segundo orden. (Esquema propuesto por el director de Tesis en uno de sus Apuntes inéditos).

(1) Acoplamiento de dos máquinas térmicas, la máquina A y la máquina B. La máquina A posee un agente de trabajo más eficiente que el agente de la máquina B.

(2) El agente de trabajo transfiere una cantidad determinada de calor de la caldera de la máquina A al condensador de la máquina B, que está conectado con el condensador de la máquina A. El resultado es el levantamiento de un cuerpo a 2 metros de altura, por ejemplo.

(3) La máquina B, que por la transferencia de esa misma cantidad de calor (calórico) puede elevar un cuerpo a una altura de 1 metro, trabajando en sentido inverso, ya que los procesos de Carnot son reversibles, puede elevar dicha cantidad de calor nuevamente a la caldera de A, que está

comunicada con su propia caldera, si el cuerpo desciende 1 metro.

(4) La máquina B transfiere a la caldera de A, por medio de su agente de trabajo, la misma cantidad de calor que había salido inicialmente. Las condiciones iniciales y finales, de presión, temperatura y volumen son las mismas. El cuerpo se encuentra por encima de su posición inicial sin que haya habido variación de las condiciones iniciales.

El proceso se puede repetir indefinidamente. *El dispositivo equivale a un movimiento perpetuo de segundo orden, imposible, de acuerdo con el postulado de que no es posible construir una máquina que realiza trabajo indefinidamente sin consumo de energía. Por lo tanto, la eficiencia de una máquina de Carnot es independiente del agente utilizado.*

VII. CONCLUSIÓN

Carnot sentó las bases teóricas para que más tarde Rudolf Clausius¹⁹, físico y matemático alemán, demostrara, en 1850, que ninguna máquina de Carnot puede tener una eficiencia del 100%.

Dos son los grandes aportes históricos de Carnot: los procesos que definen el ciclo de máxima eficiencia y la demostración de que la eficiencia de ese ciclo no depende de la naturaleza del agente que transfiere el calor de la fuente caliente a la fuente fría. Durante 30 años nadie

NOTAS

¹ James Watt (1736-1819) Matemático e ingeniero escoses. Watt no era un simple mecánico, sus habilidades le permitieron ser catalogado como El ingeniero de la Máquina de Vapor. Las mejoras que realizó a la máquina atmosférica de Newcomen, dieron lugar a la máquina de vapor, que resultaría fundamental en el desarrollo de la Revolución Industrial tanto en Inglaterra como en toda Europa.

² Los grandes mejoramiento realizados por Watt a la máquina de vapor fueron principalmente debidos, a su conocimiento del vapor, él aplicó la ciencia a la ingeniería y mejoro la economía de las máquinas. Sus sucesores, sin embargo, no siguieron su ejemplo, sus esfuerzos fueron orientados hacia el incremento de la capacidad de las máquinas, con el propósito de disminuir el costo de funcionamiento. La diferencia entre estas dos: la capacidad es un problema mecánico, mientras que la economía es un problema térmico.

³ Reflections on the Motive Power of Fire by Sadi Carnot and Other Papers on the Second Law of Thermodynamics by E. Clapeyron and R. Clausius editado por E. Mendoza, publicado por Dover Publications en 1960.

⁴ Durante el curso de su corta vida (1796 – 1832), Carnot escribió solo un libro, el cual ha sido considerado como una de cien páginas más notables de la literatura científica. Documento que sentó los principios de la segunda Ley de la Termodinámica.

⁵ En el sentido moderno del término se entiende por máquina todo dispositivo que puede realizar trabajo exterior aprovechando las fuerzas de la naturaleza, de una forma continua. El dispositivo, del cual depende el funcionamiento de la máquina, es precisamente el motor. Hasta la aparición del motor de Papín, todos los

cuestionó el razonamiento que sirvió de base a la monografía de Carnot, publicada en 1824, hasta las comunicaciones a la Asociación Británica de James Prescott Joule²⁰ a partir de 1843. De acuerdo con los experimentos de Joule, siempre que se realiza trabajo por medios térmicos hay una pérdida de calor. Si es así, la hipótesis fundamental de Carnot de que el trabajo se debe exclusivamente a la transferencia de calor del foco caliente al foco frío está en abierta contradicción con los resultados experimentales: *Toda la argumentación carece por lo tanto de validez.* La conciliación entre Carnot y Joule es el objetivo de otro artículo a publicar.

REFERENCIAS

[1] Mott, S., *The concept of energy simply explained*, 2ª Edición, (Dover Publications, Inc. New York, 1964).

[2] Carnot, S., *Reflections on the motive power of fire and other papers on the second law of thermodynamics* by É. Clapeyron and R. Clausius, 2ª edición, (Dover Publications, Inc. New York, 1988).

[3] Hart, I., *James Watt and the history of steam power*, (Henry Shuman, New York, 1949).

[4] Rumford, B., *An Inquiry concerning the source of the heat which is exited by friction*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London **88**, 80 – 102 (1798).

dispositivos antiguos que aprovechaban la fuerza expansiva del vapor de agua, más que máquinas en el sentido estricto del término no eran más que artilugios o mecanismos contruados más para llamar la atención que para realizar trabajo mecánico de una manera ininterrumpida, como los célebres artilugios de Herón de Alejandría en el siglo primero.

⁶ Hasta el mejoramiento realizado por Watt, que consistió en la separación del cilindro de condensación del cilindro de expansión, todas las máquinas de vapor realizaban los procesos de expansión y de condensación en un mismo recipiente, lo que significa un desperdicio notable de la potencia motriz del fuego.

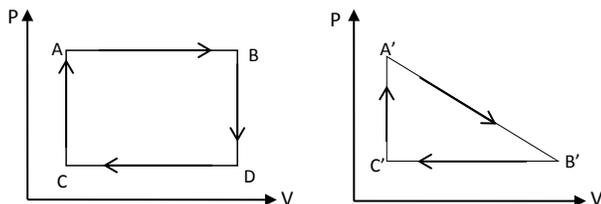
⁷ El calor siempre fluye de mayor a menor temperatura.

⁸ Carnot: *“La producción de movimiento en la máquina de vapor es siempre acompañada por una circunstancia sobre la cual fijaremos nuestra atención: esta circunstancia es el restablecimiento del equilibrio en el calórico cuando este pasa desde un cuerpo en el cual la temperatura es más o menos elevada a otro en el cual es más baja, ¿Qué sucede en la máquina de vapor ya en movimiento? El calórico producido en la caldera por el efecto de la combustión atraviesa las paredes de la caldera, produciendo vapor, y de esta misma manera se incorpora con el vapor. Este vapor es llevado al cilindro donde realiza alguna función, de allí es llevado al condensador donde es licuado por contacto con agua fría. Entonces, como resultado final se obtiene, que el agua fría del condensador toma posesión del calórico producido por la combustión”.*

⁹ *“La producción de potencia motriz en la máquina de vapor, es debida no al consumo del calórico sino a su transferencia de un cuerpo caliente a otro cuerpo frío, esto es, el restablecimiento del equilibrio, un equilibrio que se considera destruido por cualquier causa, como por ejemplo, la acción química, tal como en la combustión o cualquier otro”.*

¹⁰ “Para considerar la forma más general, el principio de la producción de movimiento por calor debe ser considerado independiente de cualquier mecanismo o cualquier agente en particular. Es necesario establecer principios aplicables no solo a las máquinas de vapor sino a cualquier máquina de calor imaginable, con cualquier sustancia trabajando y con cualquier método por el cual este funcione”.

¹¹ Las posibilidades de diferentes ciclos térmicos son infinitas. Véase por ejemplo dos máquinas térmicas con ciclos diferentes:



A→B: Expansión a volumen constante.

B→C: Disminución de la presión a volumen constante.

C→D: Compresión a presión constante.

D→A: Aumento de la presión a volumen constante.

A'→B': Expansión con disminución de la presión.

B'→C': Compresión a presión constante.

C'→A': Aumento de la presión a volumen constante.

¹² “Donde sea que exista una diferencia de temperatura, cualquiera donde sea posible restablecer el equilibrio del calórico, es posible también la producción de una potencia impulsora. El vapor es un medio para darse cuenta de esta potencia, pero este no es el único. Todas las sustancias en la naturaleza pueden ser empleadas para este propósito, todas son susceptibles a cambios de volumen, de sucesivas contracciones y dilataciones, a través de alternar calor y frío. Todas son capaces de sobrepasar en sus cambios de volumen ciertas resistencias, y así desarrollar la potencia impulsora”.

¹³ “La potencia motriz en las máquinas de vapor es debida al restablecimiento del equilibrio del calórico, este toma lugar no solo en las máquinas de vapor sino también en cada máquina de calor, esto es, para cada máquina en la cual el calórico es el motor. El calor puede evidentemente ser una causa de movimiento solamente por virtud de cambios de volumen o de forma, los cuales son producidos en los cuerpos”.

¹⁴ Estas gráficas indican que el área encerrada por el polígono representa el trabajo exterior realizado por la máquina. Hoy en día conocidas como gráfica de Clapeyron.

¹⁵ Benoit Paul Émile Clapeyron (1799-1864). Ingeniero y Físico francés. Dos años después del fallecimiento de Carnot, publicó un documento titulado Puissance motrice de la Chaluer (La potencia motriz del fuego), en el que presenta el trabajo de Carnot de una forma sencilla y gráfica.

¹⁶ Carnot: “Si existiese una forma más perfecta de obtener potencia motriz desde el calor que la ya descrita, un método por el cual más potencia pudiese ser obtenida a partir de la misma cantidad de calor y las mismas temperaturas, entonces, se podría desviar una parte de la potencia obtenida por esta máquina pluscuamperfecta, y usar esta parte por medio de las operaciones inversas para restaurar el calor total a la fuente. Por la repetición indefinida de las operaciones, la parte de calor no utilizada puede ser multiplicada sin límite. Esta combinación puede así, por el simple uso de la misma cantidad de calor una y otra vez, producir una cantidad de potencia ilimitada, sin la transferencia ilimitada de cualquier calor a baja temperatura”.

¹⁷ Carnot: “podría no ser solamente un movimiento perpetuo sino una creación ilimitada de potencia motriz sin consumo ni de calórico ni de cualquier otro agente. Tal creación es completamente contraria a las ideas aceptadas, a las leyes de la mecánica y de la física el sonido. Esto es inadmisibles”.

¹⁸ Carnot: “el máximo de potencia motriz obtenido desde el uso de vapor es también el máximo de potencia motriz obtenible por cualquier otro medio”.

¹⁹ Su trabajo más importante *Über die bewegende Kraft der Wärme* (Sobre la fuerza motriz del calor) publicado en 1850, donde estableció las ideas básicas de la segunda ley de la Termodinámica.

²⁰ James Prescott Joule (1818 – 1889). Físico británico que, con ingeniosos experimentos, demostró que siempre que se realiza trabajo mecánico por medios térmicos, hay una pérdida de cierta cantidad de calor, perfectamente determinable.

Sobre las soluciones axiales de vacío y la solución de Schwarzschild



J. Diaz Polanco¹, F. Arretche²

¹Departamento de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Arturo Prat, Avenida Arturo Prat 2120, Iquique, Chile.

²Centro de Ciências Tecnológicas, CCT; Universidade do Estado de Santa Catarina- UDESC; Rua Paulo Malschitzki, s/número: Campus Universitário Prof. Avelino Marcante: Bairro Zona Industrial Norte, Joinville/SC, Brasil.

E-mail: jose.diaz.polanco@unap.cl

(Recibido el 15 de Junio de 2013, aceptado el 23 de Septiembre de 2013)

Resumen

En este trabajo presentamos una metodología muy simple para encontrar la representación equivalente a la métrica de Schwarzschild en coordenadas de Weyl. Evitamos el camino tradicional, basado en la solución de las ecuaciones de Einstein para el caso de vacío axial, usando un método en el cual, realizamos transformaciones de coordenadas sucesivas que permiten conectar la métrica de Weyl, comúnmente usada en modelos con simetría axial, con la métrica de Schwarzschild. Finalmente realizamos una discusión pedagógica sobre la real equivalencia entre ambas soluciones y proponemos algunas estrategias para aclarar las confusiones que son comunes al estudiar este tópico.

Palabras clave: Métrica de Schwarzschild, Soluciones axialmente simétricas, transformación de coordenadas.

Abstract

A simple methodology to find the representation of the Schwarzschild metric in Weyl coordinates is presented. We avoid the traditional way, via Einstein's equations for the axial vacuum, using a method where successive coordinate transformations can be applied to connect the metric of Weyl, commonly used for axially symmetric models, with the Schwarzschild metric. Finally, we discuss about the real equivalence between both solutions and we propose some pedagogical strategies to clarify the confusions that exist in this topic.

Keywords: Schwarzschild metric, axial symmetry solutions, coordinate transformation.

PACS: 04.20.Jb, 04.20.-q, 04.20.-Cv

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la enseñanza de la Relatividad General (RG), la métrica de Schwarzschild es un tópico ineludible, inclusive para niveles introductorios. Se enmarca como la primera y más simple solución de las ecuaciones de campo de Einstein, representando la geometría del espacio tiempo alrededor de un punto material estático y con simetría esférica. Por esto, la solución de Schwarzschild se clasifica como una solución estática de vacío con simetría esférica [1]. Por otro lado, también sabemos que existen diversas soluciones estáticas de vacío con simetría axial [2], las cuales son comúnmente estudiadas en coordenadas de Weyl [3]. De este modo, resultante interesante preguntarnos: ¿Cuál de todas estas soluciones estáticas con simetría axial es equivalente a la métrica de Schwarzschild?, ya que, en armonía con los principios de la RG, una métrica dada, puede ser escrita en otras coordenadas, consecuentemente la métrica de Schwarzschild se puede escribir en coordenadas de Weyl y más aún, esta representación podría satisfacer las ecuaciones de vacío axial. Este punto que

puede parecer una contradicción, es justamente lo que queremos discutir en este trabajo.

Con la finalidad de responder la pregunta realizada en el párrafo anterior, presentamos un método alternativo y bastante simple para derivar la métrica de Schwarzschild en coordenadas canónicas de Weyl. La metodología empleada permite evitar la complicada resolución del sistema de ecuaciones asociado al modelo de vacío axial, y está basada en la realización de transformaciones sucesivas de coordenadas que nos permiten conectar una métrica genérica en coordenadas de Weyl, con su representación en coordenadas prolatas esferoidales, de este modo, finalmente usamos una apropiada transformación entre las coordenadas prolatas esferoidales y las coordenadas esféricas, para realizar la conexión con Schwarzschild. Además mostramos que la denominada métrica de Schwarzschild en coordenadas de Weyl, satisface las ecuaciones de vacío axial y discutimos este resultado en un nivel pedagógico, ya que, como profesores de RG, uno de los primeros resultados de aprendizaje que esperamos obtener de nuestros alumnos, es aquel que está vinculado con la comprensión de la máxima: "la física inherente a un modelo

dado no debe cambiar al realizar un cambio de coordenadas". Sin embargo, la experiencia del aula nos muestra que esta máxima no es del todo comprendida, generando algunas contradicciones, en donde es común que el alumno confunda un cambio de coordenadas efectuado a una métrica dada, por un cambio de simetría del espacio-tiempo asociado a dicha métrica. Por esta razón, la física inherente a un modelo dado debe ser estudiada en función de analizar los invariantes de coordenadas asociados a una métrica dada.

Esperamos que este trabajo pueda ser un aporte tanto para profesores como para estudiantes de RG. Además de lo anterior, en el ámbito de la investigación de nuevas soluciones exactas, la métrica de Schwarzschild escrita en coordenadas de Weyl o en prolatas esferoidales, puede ser útil para realizar el acoplamiento entre soluciones interiores con simetría axial y su exterior vacío.

II. CARACTERISTICAS BASICAS DE LA METRICA DE SCHWARZSCHILD

El comportamiento asintótico de cada una de las soluciones de las ecuaciones Einstein es vital al hacer la interpretación física del espacio-tiempo que ella representa. Por ejemplo, la famosa solución de Schwarzschild, obtenida en 1916 por Karl Schwarzschild durante la primera guerra mundial, representando la geometría del espacio tiempo alrededor de un punto material estático y con simetría esférica. Explícitamente, la métrica de Schwarzschild escrita en términos del elemento de línea característico en coordenadas espaciales esféricas se puede escribir en la forma

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2 \theta d\phi^2, \quad (1)$$

en donde, $f(r) = 1 - \frac{2m}{r}$. El parámetro $m = \frac{GM}{c^2}$ se conoce

como la masa geométrica, la cual tiene unidades de longitud y depende de la constante de gravitación universal G , la velocidad de la luz c y principalmente de la masa M del cuerpo central, responsable de la deformación espacio-tiempo y la formación de un horizonte de eventos a una distancia $r = r_s = 2m$, donde r_s es el radio del horizonte de eventos, el cual se conoce como radio de Schwarzschild [4], ver figura 1.

Además, la masa M se concentra en la singularidad $r=0$, la cual es una singularidad física que no depende del sistema de coordenadas, dando origen a una interpretación que conduce a la representación de un objeto exótico, llamado agujero negro de Schwarzschild [5]. En la métrica (1) y las que serán mostradas más adelante consideramos un sistema de unidades, tal que, numéricamente hacemos $c=1$. También podemos mencionar que dos agujeros negros de Schwarzschild son sólo distinguibles por su masa. Además para cuerpos celestes comunes, tales como estrellas y planetas, también podemos calcular un radio de

Sobre las soluciones axiales de vacío y la solución de Schwarzschild Schwarzschild, el cual está ubicado, en general, en el interior del cuerpo, en donde la solución de vacío no es válida. Esto nos motiva a pensar que la solución de Schwarzschild es válida para sistemas en su etapa final de evolución, cuando el colapso gravitacional ya ha ocurrido. Por ejemplo, para un cuerpo celeste como nuestro sol, el radio de Schwarzschild es bastante menor que el radio del sol, sin embargo, a pesar de esta limitante, la región externa al sol presenta una gravedad que puede ser muy bien descrita por la Solución de Schwarzschild, de hecho ha sido fundamental para responder satisfactoriamente las pruebas a las que ha sido sometida la relatividad general: la precesión del perihelio de Mercurio, el cambio en las líneas espectrales y la desviación de un haz de luz por interacción con intensos campos gravitatorios [6]. De hecho, al realizar una comparación con la gravedad Newtoniana, podemos mostrar que a pesar de las diferencias conceptuales entre ambas teorías, para grandes distancias ($r \gg r_s$), la solución de Schwarzschild tiene un comportamiento asintótico equivalente al modelo gravitacional Newtoniano de una partícula masiva en el vacío [6]. Más aún, si la masa M tiende a cero, la métrica de Schwarzschild es equivalente a la métrica de Minkowsky, que representa el espacio-tiempo plano.

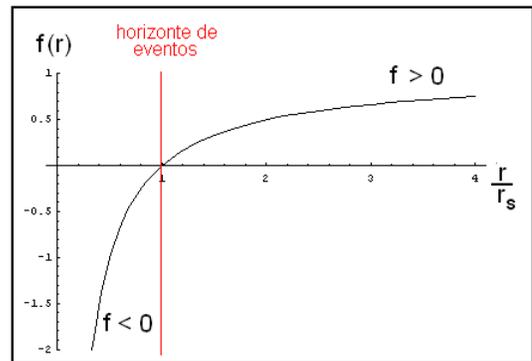


FIGURA 1. Función métrica $f(r) = 1 - \frac{2m}{r}$ en la métrica de Schwarzschild y su horizonte de eventos en $r = 2m$.

III. ECUACIONES DE VACIO CON SIMETRIA AXIAL

En el contexto de las soluciones axialmente simétricas de las ecuaciones de Einstein, es común modelar el espacio tiempo a partir de una métrica que satisface la relación

$$ds^2 = -F(dt + A d\phi)^2 + \frac{e^{2\gamma}}{F} (d\rho^2 + dz^2) + \frac{\rho^2}{F} d\phi^2, \quad (2)$$

donde F, A y γ son funciones de las coordenadas canónicas de Weyl (ρ, z) . Esta métrica es comúnmente usada para estudiar soluciones estacionarias con simetría axial [7]. De hecho, un observador local nos muestra que la función

$A(\rho, z)$ está vinculada con una rapidez angular no uniforme que depende de la posición (ρ, z) , mostrando un arrastre del marco de referencia, lo que se conoce habitualmente como “frame-dragging”. La métrica de vacío más famosa que puede ser estudiada con la métrica (2) es la métrica de Kerr, la cual se refiere a un punto material de masa M con momento angular J , es decir, corresponde a un punto material con rotación. En la literatura es común encontrar la métrica de Kerr escrita en coordenadas esféricas (r, θ, φ) , sin embargo, es vital mostrar al alumno que esta métrica tiene simetría axial, independiente de qué tipo de coordenadas se usen para escribirla. La simetría intrínseca de una métrica dada, puede ser estudiada a través de los vectores de Killing o bien estudiando la invariabilidad de la métrica para traslaciones, rotaciones y/o inversiones de las coordenadas. De este modo, para estudiar la solución de Schwarzschild en las coordenadas de Weyl, debemos garantizar que la métrica sea estática, en la práctica esto lo podemos asumir si imponemos la condición $A=0$, en otras palabras asumimos un modelo sin rotación (sin términos cruzados). En este caso, la métrica adecuada para enfrentar el caso de vacío estático satisface la relación

$$ds^2 = -F(\rho, z)dt^2 + \frac{e^{2\gamma(\rho, z)}}{F(\rho, z)}(d\rho^2 + dz^2) + \frac{\rho^2}{F(\rho, z)}d\phi^2. \quad (3)$$

De este modo, las ecuaciones de campo de Einstein para el vacío estático ($T_{\alpha\beta} = 0$) en coordenadas de Weyl pueden ser escritas en la forma:

$$\gamma_{,\rho} = -\frac{\rho}{4F^2}(F_{,\rho}{}^2 - F_{,z}{}^2), \quad (4)$$

$$\gamma_{,z} = \frac{\rho}{2F^2}(F_{,\rho}F_{,z}), \quad (5)$$

y

$$\gamma_{,\rho\rho} + \gamma_{,zz} = -\frac{\rho}{4F^2}(F_{,\rho}{}^2 + F_{,z}{}^2). \quad (6)$$

en donde, usamos la nomenclatura tradicional en RG, es decir, la coma representa derivación parcial respecto a la coordenada correspondiente al subíndice, por ejemplo, $F_{,\rho} = \frac{\partial F}{\partial \rho}$. Es relativamente fácil ver que la condición de integración $\gamma_{,\rho,z} = \gamma_{,z,\rho}$ obtenida directamente de las ecuaciones (4) y (5) es equivalente a la sustitución directa de las ecuaciones (4) y (5) en (6), permitiendo obtener la misma relación:

$$0 = \frac{F_{,\rho\rho}}{\rho} + F_{,\rho\rho} + F_{,zz} - \frac{1}{F}(F_{,\rho}{}^2 + F_{,z}{}^2), \quad (7)$$

la cual puede ser llamada como la ecuación principal.

La forma tradicional de resolver la ecuación principal (7) sugiere la utilización de una función auxiliar $\psi = \ln \sqrt{F}$, que permite reescribir la ecuación (7) de una forma lineal:

$$0 = \frac{\psi_{,\rho\rho}}{\rho} + \psi_{,\rho\rho} + \psi_{,zz}, \quad (8)$$

la cual puede ser resuelta en diferentes coordenadas. Por ejemplo, en coordenadas esféricas (r, θ) podemos realizar una separación de variables, la cual nos conduce directamente a una solución en serie, en donde aparecen de manera natural los polinomios de Legendre, $P_n = P_n(\cos \theta)$. En este punto, no queremos profundizar en la solución general de (8), más bien nos interesa mostrar que puede poseer diversas soluciones, dependiendo de las condiciones de contorno que se impongan. Sin embargo, al menos una de estas soluciones debería ser equivalente a la solución de un punto material en el vacío, es decir, equivalente a la métrica de Schwarzschild.

En este trabajo proponemos encontrar esta métrica equivalente a Schwarzschild en coordenadas de Weyl, sin necesidad de resolver directamente el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones (4), (5) y (6). La metodología que usaremos, se basa en realizar transformaciones sucesivas y de forma apropiada, de modo que nos permitan recaer en la métrica de Schwarzschild.

IV. METRICA DE SCHWARZSCHILD EN COORDENADAS DE WEYL

Primero proponemos una transformación de coordenadas desde las coordenadas canónicas de Weyl a las coordenadas prolatas esferoidales [8], tal que:

$$\rho = k\sqrt{x^2 - 1}\sqrt{1 - y^2}, \quad z = kxy \quad (9)$$

Esta transformación nos permite escribir la métrica (3) en la forma

$$ds^2 = -Fdt^2 + \frac{k^2 e^{2\gamma}(x^2 - y^2)}{F} \left(\frac{dx^2}{x^2 - 1} + \frac{dy^2}{1 - y^2} \right) + \frac{k^2(x^2 - 1)(1 - y^2)}{F} d\phi^2. \quad (10)$$

En seguida, comparando las componentes de esta métrica con las componentes de métrica de Schwarzschild (1), podemos ver que la equivalencia entre las componentes que acompañan a $d\phi^2$ en (1) y (10) nos exige que:

$$\frac{k^2(x^2 - 1)(1 - y^2)}{F(x, y)} = r^2 \sin^2 \theta. \quad (11)$$

Esta relación nos sugiere una sustitución adicional que vincule las coordenadas (x, y) de (10) con las coordenadas (r, θ) de la métrica de Schwarzschild (1). Con esta idea en mente, escogemos la siguiente sustitución:

$$x = u(r) \quad \text{e} \quad y = \cos \theta. \quad (12)$$

La cual nos muestra que:

$$dx = \left(\frac{du}{dr}\right)du \quad y \quad dy = -(\text{sen}\theta)d\theta. \quad (13)$$

De este modo, la métrica (10) puede ser reescrita en la forma

$$ds^2 = -Fdt^2 + \frac{k^2 e^{2\gamma} (u^2 - \cos^2 \theta)}{F} \left(d\theta^2 + \frac{dr^2}{u^2 - 1} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 \right) + \frac{k^2 (u^2 - 1)}{F} \text{sen}^2 \theta d\phi^2, \quad (14)$$

la cual nos permite realizar una comparación directa con la métrica de Schwarzschild, de modo que, la igualdad entre las componentes métricas de (14) con (1) puede resumirse en cuatro relaciones:

$$F = f = 1 - \frac{2m}{r}, \quad (15)$$

$$\frac{k^2 (u^2 - 1)}{F} = r^2, \quad (16)$$

$$\frac{k^2 e^{2\gamma} (u^2 - \cos^2 \theta)}{F} = r^2, \quad (17)$$

$$\frac{k^2 e^{2\gamma} (u^2 - \cos^2 \theta)}{(u^2 - 1)F} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}. \quad (18)$$

De esta forma, para conocer la función $u(r)$ reemplazamos (16) y (17) en (18), obteniendo la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{r^2}{(u^2 - 1)} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}, \quad (19)$$

la cual puede ser resuelta por simple cuadratura, al reescribirla en la forma:

$$\frac{du}{\sqrt{u^2 - 1}} = \frac{\pm d\left(\frac{r}{m}\right)}{\sqrt{\left(\frac{r}{m} - 1\right)^2 - 1}}. \quad (20)$$

Finalmente, es fácil probar que

$$x = u(r) = \frac{r - m}{m}, \quad (20)$$

es solución de (19) y corresponde a la sustitución adecuada para obtener la solución de Schwarzschild en coordenadas prolatas esferoidales (x, y) . De hecho, usando la sustitución (20) en la ecuación (15) podemos conocer la función F en coordenadas (x, y) , a saber

$$F = 1 - \frac{2m}{r} = \frac{x - 1}{x + 1}. \quad (21)$$

Por otro lado, reemplazando (20) en la ecuación (16), obtenemos la igualdad

$$\frac{k^2 (x^2 - 1)(x + 1)}{(x - 1)} = (mx + m)^2, \quad (22)$$

la cual es una identidad, siempre que $k = m$.

Finalmente, usando los resultados anteriores en la ecuación (17) podemos conocer explícitamente la función $\gamma(x, y)$ tal que

$$e^{2\gamma} = r^2 \frac{F}{k^2 (u^2 - \cos^2 \theta)} = \frac{x^2 - 1}{(x^2 - y^2)}. \quad (23)$$

Esto nos permite establecer que la métrica de Schwarzschild en coordenadas esféricas:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2 \theta d\phi^2.$$

tiene su equivalente en coordenadas prolatas esferoidales, de modo que el elemento de línea satisface la relación

$$ds^2 = -\frac{x - 1}{x + 1} dt^2 + m^2 (x + 1)^2 \left(\frac{dx^2}{x^2 - 1} + \frac{dy^2}{1 - y^2} \right) + m^2 (x + 1)^2 (1 - y^2) d\phi^2, \quad (24)$$

y por lo tanto, en coordenadas de Weyl, la métrica equivalente a Schwarzschild es de la forma:

$$ds^2 = -Fdt^2 + \frac{e^{2\gamma}}{F} (d\rho^2 + dz^2) + \frac{\rho^2}{F} d\phi^2, \quad (25)$$

en donde

$$F = \frac{x - 1}{x + 1}, \quad e^{2\gamma} = \frac{x^2 - 1}{(x^2 - y^2)}, \quad (26)$$

y

$$x = \frac{r_+ + r_-}{2m} \quad y = \frac{r_+ - r_-}{2m}, \quad (27)$$

con $r_{\pm}^2 = \rho^2 + (z \pm m)^2$.

Notemos que las ecuaciones de transformación en (27) corresponden a la transformación inversa de (9) con la condición $k = m$. Explícitamente, podemos ver que la transformación que vincula a la denominada métrica de Schwarzschild en coordenadas de Weyl, con su correspondiente en coordenadas esféricas es de la forma:

$$\rho = \sqrt{r(r - 2m)} \sin \theta, \quad z = (r - m) \cos \theta, \quad (28)$$

la cual, es obtenida substituyendo las relaciones (12) en las ecuaciones de transformación (9), para $k = m$. La transformación de coordenadas (28) es claramente incompleta, ya que es válida sólo para $r \geq 2m$. De hecho,

esto lo podemos verificar gráficamente, analizando un mapeo de la transformación, ver figura 2.

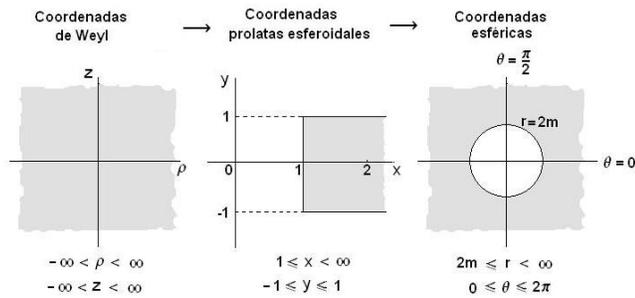


FIGURA 2. Mapeo incompleto de la transformación de coordenadas de Weyl a coordenadas esféricas.

La figura 2 nos muestra que El plano ρz , en coordenadas de Weyl, es mapeado completamente dentro de un rectángulo semi-infinito en el plano $x y$ de las coordenadas prolatas esferoidales y a su vez mapeado completamente en la región externa al horizonte de eventos $r \geq 2m$, en coordenadas esféricas, mostrando un mapeo incompleto.

IV. DISCUSION PEDAGOGICA

Los resultados obtenidos en este trabajo nos permiten afirmar que existe una equivalencia entre la métrica de Schwarzschild (1) y la métrica tipo Weyl definida en (25). En muchos textos [3] y artículos [2] se refieren a esta equivalencia, expresando que la métrica (25), en términos de las funciones métricas dadas en (26), representa a la solución de Schwarzschild en coordenadas canónicas de Weyl. Sin embargo, esta frase puede ser mal interpretada. De hecho, nuestra experiencia en aula, nos muestra que la mayoría de los estudiantes tienden a pensar que ambas métricas son exactamente iguales, ya que, existe una transformación de coordenadas que las vincula. Sin embargo debemos ser cautelosos ante esta afirmación, ya que, en la sección mostramos que la transformación que vincula ambas métricas no es completa, ya que no permite mapear la región interior al horizonte de eventos en la métrica de Schwarzschild. De esta forma, podemos afirmar que la equivalencia entre ambas métricas no es una igualdad, a pesar de que para la región externa al horizonte de eventos, ambas métricas aparentemente son iguales. Además de esto, si fueran iguales, entonces esta igualdad debería trascender también a la simetría, lo que de hecho no ocurre. Este es otro punto que merece ser discutido: ¿Qué simetría posee la llamada métrica de Schwarzschild en coordenadas de Weyl? Para responder esta pregunta, nos apoyamos en el hecho de que las funciones métricas, encontradas con nuestra metodología (26), que pertenecen a la llamada métrica de Schwarzschild en coordenadas de Weyl (25), satisfacen las ecuaciones de vacío axial (4), (5) y (6). Esto se puede probar substituyendo directamente las funciones $F(\rho, z)$ y $\gamma(\rho, z)$, definidas en (26), en la

ecuación principal (7) y en las ecuaciones (4) y (5) respectivamente. A primera vista parece existir una paradoja, ya que, la llamada métrica de Schwarzschild en coordenadas de Weyl es una solución de las ecuaciones de vacío axial y además, existe una transformación de coordenadas que la conecta directamente con una métrica conocida por su simetría esférica: La métrica de Schwarzschild. La respuesta a esta controversia puede ser respondida usando la idea del párrafo anterior. Ambas métricas tienen su simetría intrínseca, una es axial y la otra es esférica, sin embargo existe una transformación de coordenadas que las conecta, esta transformación es incompleta, excluyendo la región en donde se encuentra la singularidad que da origen a la simetría en cada caso, ver figura 2. Es justamente esta incompletitud inherente a las coordenadas canónicas de Weyl, la que las diferencia de las coordenadas polares cilíndricas, las cuales si son completas pues permiten mapear todo \mathbb{R}^2 en cartesianas, pero que no conducen a la solución dada en (26).

Por todo lo anterior, podemos afirmar que la ambas métricas no son iguales, sólo son equivalentes en cuanto a forma, para $r \geq 2m$.

AGRADECIMIENTOS

J. Díaz Polanco agradece a la Dirección de Investigación de la Universidad Arturo Prat, Chile, por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo

F. Arretche agradece a la Universidad del estado de Santa Catarina-UDESC, Brasil, por apoyar la estadía en Chile para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Adler, R., Bazin, M., Schiffer, M., *Introduction to General Relativity*, (McGraw-Hill Inc., New York, 1975), p. 195.
- [2] Voorhees, B. H., *Static axially symmetric gravitational fields*, Phys. Rev. D **2**, 2119-2122 (1970).
- [3] Stephani, H., Kramer, D., MacCallum, M., Hoenselaers, C., and Herlt, E., *Exact Solutions of Einstein's Field Equations*, (Cambridge University Press, Cambridge, 2002), p. 305.
- [4] Wald, R., *General Relativity*, (The University of Chicago Press, Chicago, 1984), p.124.
- [5] Frolov, V. P., and Novikov, I. D., *Black Hole Physics: Basic Concepts and New Developments*, (Springer, New York, 1997), p. 14.
- [6] Foster, J., David Nightingale, J., *A Short Course in General Relativity*, (Springer, New York, 2006), pp. 89, 131, 141 and p.144.
- [7] Letelier, P. S., *On the gravitational field of static and stationary axial symmetric bodies with multipolar structure*, Class. Quant. Grav. **16**, 1207-1213 (1999).
- [8] Quevedo, H., *General static axisymmetric solution of Einstein's vacuum field equations in prolate spheroidal coordinates*, Phys. Rev. D **39**, 2904-2911 (1989).

Ondas de calor en el suelo. Aplicación de diferencias finitas usando Excel



Leila M. Iannelli¹, Jorge A. Fiora² y Salvador Gil¹

¹Escuela de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de San Martín, Martín de Irigoyen, 3100. San Martín, Provincia de Buenos Aires, Argentina.

²Instituto Nacional de Tecnología Industrial, Colectora de Avenida General Paz, 5445. San Martín, Provincia de Buenos Aires, Argentina.

E-mail: sgil@unsam.edu.ar

(Recibido el 23 de Abril 2013, aceptado el 29 de Septiembre de 2013)

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio teórico-experimental de la propagación de ondas de calor en el suelo. Las ecuaciones diferenciales del modelo desarrollado se resuelven utilizando diferencias finitas en hojas de cálculo. Las variaciones de temperaturas medidas a distintas profundidades, pueden explicarse adecuadamente con el modelo propuesto. Este experimento tiene importantes consecuencias prácticas, ya que ilustra cómo varía la temperatura en el suelo a distintas profundidades. A unos pocos metros de la superficie del suelo la temperatura es estable todo el año, y en general próxima a la temperatura de confort para las personas. Por lo tanto, es posible aprovechar este reservorio térmico que hay en el suelo para construir un acondicionador de aire natural. Este tipo de acondicionamiento reduce el uso de energía y las emisiones de gases de efecto invernadero, generando ambientes térmicamente confortables tanto en invierno (calefacción) como en verano (aire acondicionado).

Palabras clave: Diferencias finitas, ecuación de calor de Fourier, ondas de calor, experimento de bajo costo.

Abstract

In this paper we present a theoretical and experimental study of the heat waves propagation in soil. The differential equations are solved model developed using finite differences in spreadsheets. The measured temperature variations at different depths can be explained adequately with the proposed model. This experiment has important practical consequences, as it illustrates how temperature varies in the soil at different depths. At few meters from surface temperature of the soil is very stable throughout the year, and generally close to the comfort temperature for the people. Therefore, it is possible to exploit this thermal reservoir in the soil to build a natural air conditioner. This type of conditioning reduces energy use and emissions of greenhouse gases, generating thermally comfortable environments in both winter (heating) and summer (air conditioning).

Keywords: Finite difference, Fourier equation of heat, heat waves, low-cost experiment.

PACS: 88.10.Cn, 88.05.Ec, 07.05.Bx, 44.10.+i, 72.15.Eb, 91.35.Dc, 01.50.My, 01.90.+g

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En muchos cursos de física para estudiantes de ciencias e ingeniería, se discute la ecuación de difusión del calor [1]. Sin embargo, solo unos pocos problemas tienen soluciones analíticas simples, adecuadas para cursos introductorios [1, 2]. Por otra parte, los docentes de física siempre estamos ansiosos de introducir en nuestros cursos tópicos que sirvan para ilustrar aspectos novedosos, motivadores de nuevos proyectos y que ilustren cómo la física puede contribuir a resolver problemas de alto impacto social.

En este artículo presentamos un proyecto de bajo costo, fácil de realizar en las universidades y que tiene importantes implicancias económicas y medioambientales. El problema consiste en medir las temperaturas del suelo a distintas profundidades a lo largo de algunos días y tratar de explicar los resultados usando las leyes de la física, *i.e.* la difusión del calor [2].

El estudio de la variación de las temperaturas del suelo a distintas profundidades, tiene múltiples aplicaciones prácticas. Entre ellas: i) cómo la temperatura del suelo afecta la germinación de las semillas y la tasa de crecimiento de las plantas, ii) la temperatura del suelo también afecta y condiciona el contenido de humedad, la aireación y la disponibilidad de nutrientes, iii) conocer las propiedades térmicas del suelo nos permite conocer las profundidades a la que deben instalarse los caños de agua para evitar que se congelen, iv) conocer estas propiedades nos da la posibilidad de usar el suelo como un acondicionador natural del aire. Esta última alternativa, como veremos, contribuye a minimizar el uso de combustibles fósiles para la calefacción y refrigeración. Así el uso del suelo como elemento de pre-acondicionamiento térmico contribuye a la disminución de las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI), que es uno de los grandes desafíos del presente siglo, para mitigar el

calentamiento global que estamos experimentando en la Tierra [4, 3].

En el caso de Argentina, el consumo de energía en edificios (residenciales, comerciales y públicos) es de aproximadamente el 31 % del total. De este consumo, alrededor del 58 % se usa en viviendas para acondicionamiento de aire, calefacción y refrigeración. Por lo tanto, al menos el 18 % del consumo energético total de

este país, se emplea en acondicionamiento térmico [5]. Ver Fig. 1. En los EE.UU. se estima que la proporción de energía usada en acondicionamiento térmico de viviendas y edificios es superior al 20% de toda la energía usada en ese país [6]. En general, el uso de energía en acondicionamiento térmico del aire, es una fracción muy significativa de la matriz energética de muchos países y del mundo.

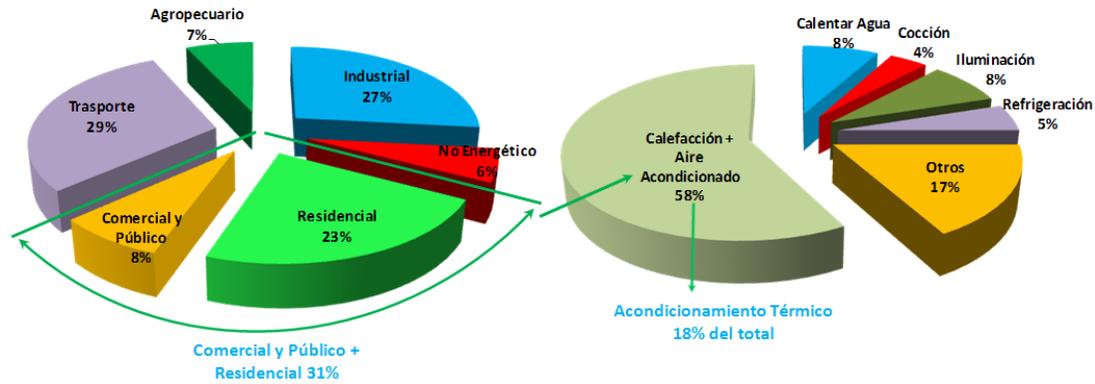


FIGURA 1. Usos de la energía en Argentina. Aproximadamente el 18% (58% de 31%) del total de la energía se utiliza en acondicionamiento térmico de ambientes. Fuente: Secretaría de Energía de la Nación (2010) [5].

Como veremos, a unos pocos metros de la superficie, la temperatura del suelo es muy estable todo el año y próxima a la temperatura de confort, por lo tanto es posible usar la tierra como un acondicionador de aire natural. De este modo, el estudio de las propiedades térmicas del suelo está bien justificado.

En una publicación anterior realizamos un estudio de las propiedades térmicas del suelo, usando un modelo analítico aproximado [7]. Ese modelo, si bien describe adecuadamente las tendencias globales del problema y justifica el uso de tubos enterrados como elementos útiles para el acondicionamiento térmico de viviendas [8, 9], es inadecuado para describir las variaciones diarias de las temperaturas a distintas profundidades. Esto se debe principalmente, a que las temperaturas tienen una periodicidad diaria, que varía en forma irregular de un día a otro. El objetivo de este trabajo es mostrar cómo una modificación en el enfoque del problema, permite explicar muy bien las temperaturas a distintas profundidades como función del tiempo. La técnica usada consiste en resolver numéricamente la ecuación de difusión del calor mediante diferencias finitas, usando una hoja de cálculo. Como condición de borde usamos la temperatura del suelo próxima a la superficie.

Esta aproximación al problema, posibilita estudiar el comportamiento térmico del suelo, usando un esquema simple y accesible a estudiantes principiantes, a la par que ilustra la utilidad del uso de diferencias finitas para resolver un problema práctico, usando herramientas informáticas simples y de uso habitual.

II. MODELO TEÓRICO

El Sol calienta periódicamente a la Tierra. Podemos imaginar a la Tierra como un sistema semi-infinito unidimensional, donde la fuente de calor está en la superficie, que absorbe la energía del Sol. En este caso es conveniente elegir el eje z en dirección vertical y penetrando en la Tierra. La ecuación de difusión del calor puede escribirse como [7]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1)$$

donde α es la difusividad térmica del material y T es la temperatura. A su vez la difusividad, α , depende de la constante de conductividad térmica del material, K , su densidad, ρ , y de su calor específico, c ; *i.e.* $\alpha=K/\rho.c$. Implícito en la Ec. (1) está el hecho que el calor fluye de la zona de mayor temperatura a la menor, es decir que la Ec. (1) conlleva implícito el segundo principio de la termodinámica. En el método de diferencias finitas reemplazamos a las derivadas por diferencias. Así la segunda derivada puede escribirse como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx \frac{T(z + \Delta z, t) - 2T(z, t) + T(z - \Delta z, t)}{\Delta z^2} = \frac{T_{m+1}^i - 2T_m^i + T_{m-1}^i}{\Delta z^2}, \quad (2)$$

y la primera derivada de la temperatura respecto al tiempo ($\partial T/\partial t$) se puede expresar como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T(z, t + 1) - T(z, t)}{\Delta t} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \quad (3)$$

En este modelo se utiliza la notación en subíndice m y superíndice i , donde $m = 0, 1, 2, \dots, M$ es el conteo de los nodos en la dirección z e $i = 0, 1, 2, \dots, I$ es el conteo de los intervalos de tiempo. Las coordenadas del nodo (m, i) corresponden a $z_m = m \cdot \Delta z$ y $t_i = i \cdot \Delta t$, y para la temperatura en el nodo (m, i) se usa la notación T_m^i que representa la temperatura en el nodo m en el intervalo de tiempo i , o sea $T_m^i = T(t_i, z_m)$. Remplazando las Ecs. (2) y (3) en la Ec. (1), se obtiene:

$$\begin{aligned} T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i &= \frac{\Delta z^2}{\alpha \Delta t} (T_m^{i+1} - T_m^i) \\ &= \frac{1}{\tau} (T_m^{i+1} - T_m^i), \end{aligned} \quad (4)$$

o también

$$T_m^{i+1} = T_m^i + \tau (T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i), \quad (5)$$

donde $\tau = \alpha \cdot \Delta t / \Delta z^2$ es una cantidad adimensional, conocido como el número de Fourier, cuyo valor es fundamental para la convergencia o estabilidad del método numérico a utilizar.

La Ec. (5) corresponde al *método explícito*, ya que la derivada con respecto al tiempo se expresa en forma de diferencia hacia adelante en tiempo. El método explícito es condicionalmente estable, es decir que surge una característica que restringe su utilización. Para que la solución sea estable τ debe ser menor a 0,5 [1]. En el Apéndice A se presenta una justificación heurística de este criterio de estabilidad. De este modo el valor más grande admisible del intervalo de tiempo Δt queda limitado por el criterio de estabilidad, es decir $\Delta t < 0,5 \cdot \Delta z^2 / \alpha$.

Hay varios métodos numéricos más elaborados que son muy eficientes para resolver numéricamente una ecuación diferencial parcial y que no presentan problemas de estabilidad, como el *método implícito* o el de Crank-Nicolson [1, 11]. Pero no resultan tan intuitivos como el implícito y son más complicados de implementar en una hoja de cálculo. Para fijar las condiciones de borde, se utilizan las temperaturas del suelo medidas a unos pocos centímetros de la superficie y el hecho de que la temperatura a unos 4 ó 5 metros de profundidad es igual a la temperatura media anual en esa localidad. La predicción de la temperatura $T(t_{i+1}, z_m) = T_m^{i+1}$, según la Ec. (5), se realiza con el esquema de la Fig. 2.

Para conocer la solución de $T(t, z)$ en todos los puntos, se requiere conocer $T(t=t_0, z)$, es decir el tiempo $t=t_0$, las temperaturas a distintas profundidades y también $T(t, z=z_0)$. En nuestro caso tomamos $t_0=0,42$ días y $z_0=10$ cm, con lo que $T(t, z_0)$ es la temperatura registrada hora a hora por un termómetro enterrado a 10 cm de profundidad del suelo.

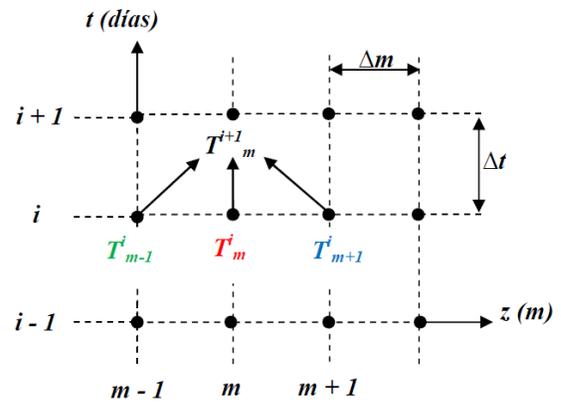


FIGURA 2. Esquema de cálculo empleado en la solución por diferencias finitas.

Nótese que la referida $T(t, z_0)$ corresponde en este caso, a la temperatura de la tierra a $z_0=10$ cm de profundidad, lo que no es igual a la temperatura ambiente. Para $t=t_0$, tomamos una condición de borde los valores de temperaturas realmente registradas en los termómetros a distintas profundidades al tiempo $t=t_0$. Dado que se requieren datos a todas las coordenadas z_m , estos datos se obtienen extrapolando estas temperaturas a partir de los datos adquiridos al instante t_0 . Después de unos 3 ó 4 días, la solución numérica deja de depender de esta condición de borde $T(t_0, z)$. Los datos de los termómetros a $z=10, 20, 30$ y 90 cm de profundidad se registraron mediante data loggers como función del tiempo y sirven para someter a prueba experimental el modelo propuesto, Ec. (5). Un ejemplo de hoja de cálculo con la solución de la ecuación diferencial (1) mediante diferencias finitas se puede bajar de Internet [10].

III. EXPERIMENTO

Para este experimento se utilizó una sonda de plástico, a la cual se le realizaron cuatro perforaciones a lo largo del eje vertical, z , en las cuales se introdujeron los sensores térmicos. En la Fig. 3 se muestra un diagrama esquemático del sistema experimental que se construyó para realizar las mediciones de la temperatura en función del tiempo. Se introdujo la sonda con los termómetros en el suelo a la intemperie y a su alrededor se le colocó la misma tierra extraída al realizar la perforación. Los sensores, eran PT100, conectados a sendos data loggers. Las temperaturas se registraron cada hora a lo largo de varios días. Se estudió la propagación de las ondas a lo largo de varios meses, pero con unos dos o tres días de mediciones ya se pudo observar los efectos más notables del suelo.

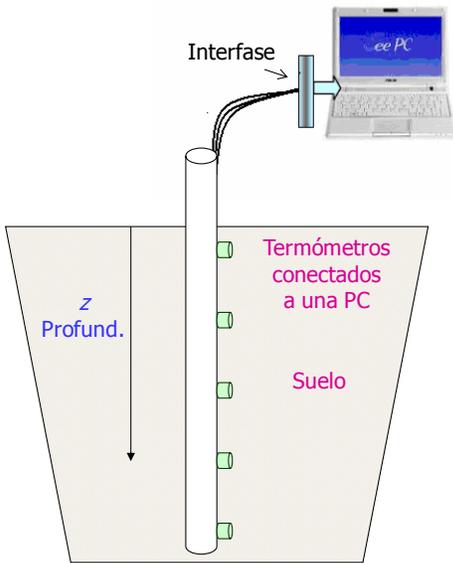


FIGURA 3. Arreglo experimental para medir las ondas térmicas del suelo a diversas profundidades.

La Fig. 4 representa la comparación de los datos medidos y los calculados con el modelo teórico, obtenido por el método de diferencias finitas, Ec. (4). La solución se obtuvo usando una hoja de cálculo estándar e implementando el algoritmo descrito en la Fig. 2.

Los valores de temperatura para $z=10$ cm, se toman como condición de contorno. El modelo es capaz de reproducir los datos experimentales medidos adecuadamente a varias profundidades ($z = 10, 20, 30$ y 90 cm) como función del tiempo. Se observa una atenuación de la onda térmica a medida que ésta penetra más en el suelo, en particular esa atenuación es más pronunciada para las frecuencias más altas. Este efecto se observa claramente en la Fig. 4. A medida que observamos temperaturas a mayores profundidades, las oscilaciones rápidas se van atenuando, permaneciendo solo las tendencias más lentas. Así la tierra actúa como un filtro paso bajo. Las frecuencias altas son atenuadas paulatinamente a medida que penetramos en la tierra. Sin embargo, las variaciones rápidas se van reduciendo conforme aumenta la profundidad [2, 7].

IV. RESULTADOS

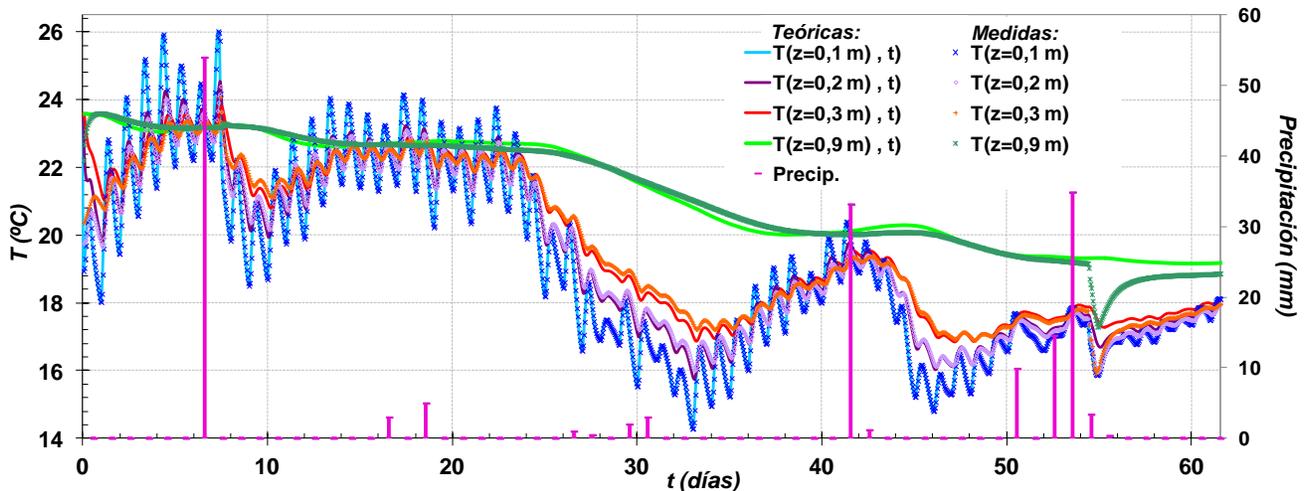


FIGURA 4. Temperaturas medidas y teóricas a diferentes profundidades en función del tiempo. Las líneas verticales (en color rosa) indican días con precipitación y su medida (Brindadas por el Servicio Meteorológico Nacional). Estos datos fueron obtenidos desde el día 28 de marzo de 2012 hasta el día 29 de mayo del mismo año, en Buenos Aires.

Como se observa en la Fig. 4, donde se muestran las temperaturas medidas a diferentes profundidades como función del tiempo, junto con las predicciones del modelo propuesto, la concordancia entre las mediciones y las expectativas teóricas es muy buena. Solo se observan algunas desviaciones en los días inmediatamente después de fuertes lluvias, que claramente afectan la difusividad del terreno, pero que al cabo de un par de días se recupera y vuelve a su valor normal. Las precipitaciones se representan por líneas verticales, referidas al eje vertical derecho, donde se indica la cantidad de mililitros registrada en cada día.

V. CONCLUSIONES

El modelo propuesto reproduce adecuadamente las variaciones térmicas del suelo. Es de muy simple resolución mediante una hoja de cálculo. Se observa que a una profundidad del orden de 1 a 5 m, la temperatura del suelo es muy próxima a la temperatura de confort todo el año. De este modo, el modelo provee una herramienta muy útil para predecir la profundidad óptima a la que sería conveniente colocar tubos enterrados, para mejorar el acondicionamiento térmico de ambientes en edificios.

Así esta actividad no solo ilustra el comportamiento térmico del suelo, sino que además permite entender teóricamente este comportamiento usando la ecuación de difusión del calor. También la resolución numérica de la ecuación diferencial, ilustra la utilidad del uso de modelos numéricos para resolver problemas prácticos reales.

Por lo expuesto anteriormente, se estima que el potencial térmico de la Tierra puede ser explotado y utilizando en beneficio del hombre y del medio ambiente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la colaboración entre la ECyT de la UNSAM, el ENARGAS y el Grupo de INTI – ENERGÍA, para poder realizar este estudio. Asimismo agradecemos la colaboración de Roberto Prieto y Enrique Bezzo de ENARGAS. Por último, agradecemos a Pablo Romero, Pedro Cozza y Ángel Bermejo del grupo INTI – ENERGÍA por la construcción del dispositivo experimental.

REFERENCIAS

- [1] Cengel, Y. A., *Transferencia de Calor y Masa*. Un enfoque práctico, Tercera Edición ed., (Mc Graw Hill, México, 2007).
- [2] Iannelli, L., y Gil, S., *Ondas de Calor - Determinación de temperaturas del pasado*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 82 - 98 (2012).
- [3] World Meteorological Organization, Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), Fourth Assessment Report: Climate Change (2007), <http://www.wmo.int/pages/partners/ipcc/index_en.html>, Consultado el 05 de Marzo de 2013.
- [4] Mastrandrea, M. D. and Schneider, S. H., *Resource Letter GW-2: Global Warming*, Am. J. Phys. **76**, 608-614 (2008).
- [5] Secretaría de Energía de la Nación,» 2010, <http://energia3.mecon.gov.ar/contenidos/verpagina.php?id_pagina=3366> Consultado el 03 de Diciembre de 2012.
- [6] Glickman, L. R., *Energy efficiency in the built environment*, Physics Today, pp. 40, July (2008).
- [7] Iannelli, L. y Gil, S., *Acondicionamiento Térmico de Aire Usando Energía Geotérmica-Ondas de Calor*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 99-105 (2012).
- [8] Arquitectura subterránea, de Wikipedia, <http://es.wikipedia.org/wiki/Arquitectura_subterr%C3%A1nea>, Consultado el 27 de Diciembre de 2012.
- [9] Sharan, G., *Earth Tube Heat Exchangers for Environmental Control of Farm Buildings in Semi-arid Northwest*, (Indian Institute of Management Ahmedabad, India, 2008).
- [10] Ejemplos de archivos Excel que ilustran este tipo de cálculo pueden ser bajados de <www.fisicarecreativa.com>. En este sitio de Internet se publican proyectos experimentales desarrollados por estudiantes de diversas universidades de Argentina.

Ondas de calor en el suelo. Aplicación de diferencias finitas usando Excel
 [11] Neta, B., *Partial Differential Equations*, Lecture Notes, Department of Mathematics, Naval Postgraduate School, Monterey, CA. (2009).
 <<http://www.math.nps.navy.mil/~bneta/pde.pdf>>, Consultado el 19 de Abril de 2013.

Apéndice A: Criterio de estabilidad para el método explícito

Como se indicó más arriba, la ecuación de difusión del calor lleva implícito el segundo principio de la termodinámica, más específicamente en los signos de la Ec. (1). Para resolver numéricamente esta ecuación, discretizamos la distancia z en intervalos regulares Δz y el tiempo en intervalos regulares Δt , como se ilustra en la Fig. 5. Para la temperatura en el nodo (m, i) se usa la notación T_m^i , siendo $z_m = m \cdot \Delta z$ y $t_i = i \cdot \Delta t$. Según la Ec. (4), la variación de la temperatura en el nodo i , en un tiempo Δt , que lo denotamos por $\delta T = T_m^{i+1} - T_m^i$, es igual a $\alpha \cdot \Delta t \cdot (\partial^2 T / \partial z^2)$. De acuerdo con la Ec. (5):

$$\alpha \cdot \Delta t \cdot (\partial^2 T / \partial z^2) \approx \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta z^2} [T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i] \quad (6)$$

$$= 2 \cdot \tau \cdot [(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) / 2 - T_m^i] = 2 \cdot \tau \cdot \Delta T,$$

donde $\tau = \alpha \cdot \Delta t / \Delta z^2$ es el número de Fourier y ΔT la diferencia entre la media $(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) / 2$ de los extremos y la temperatura del punto central T_m^i . Geométricamente, δT , se ilustra en la Fig. 5.

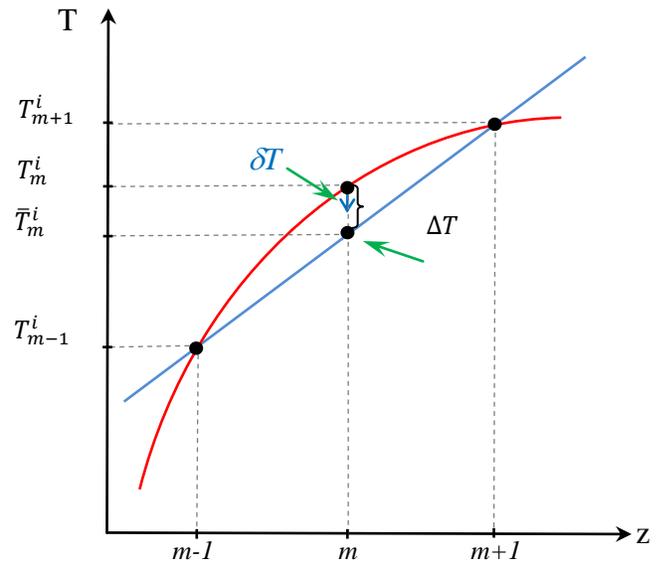


FIGURA 5. Tres nodos consecutivos $m-1$, m y $m+1$. La curva de color rojo es la función estudiada y la línea de color azul es su derivada segunda.

Con esta notación la Ec. (5) se puede escribir como:

$$\delta T = 2 \cdot \tau \cdot \Delta T. \quad (7)$$

Según el segundo principio de la termodinámica, implícito en la Ec. (1), las siguientes situaciones ilustradas en la Fig. 6, son posibles, pero las situaciones ilustradas en la Fig. 7

no son posibles. Esto es así, pues en los dos casos de la Fig. 6, las derivadas segundas de T respecto de z son distintas de cero, y según la Ec. (1), la evolución temporal de la temperatura es la indicada por la flecha azul. Geométricamente, la ecuación de difusión, Ec. (1), evoluciona de modo de disminuir la concavidad de T(z).

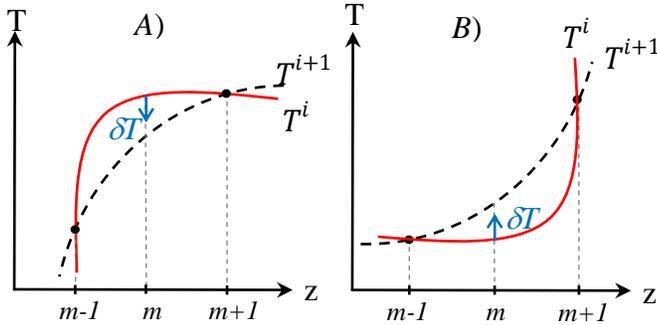


FIGURA 6. Situaciones posibles por el segundo principio de la termodinámica.

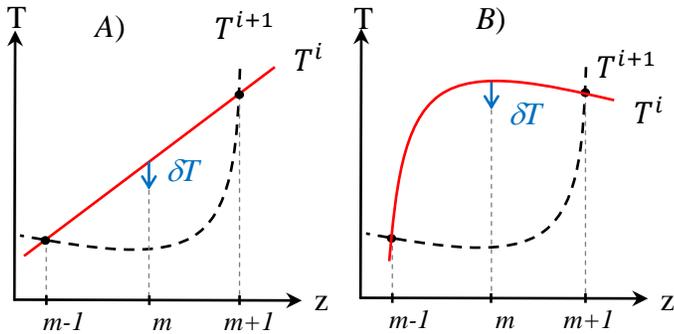


FIGURA 7. Situaciones no posibles por el segundo principio de la termodinámica.

En la Fig. 7 A), la derivada segunda de T respecto de z es nula y por consiguiente la temperatura no varía en el tiempo. La situación ilustrada en la Fig. 7 B) tampoco es posible, pues la concavidad pasa de un signo a otro, que por lo indicado más arriba no es posible.

Matemáticamente, estas condiciones físicas se pueden resumir escribiendo:

$$\delta T \leq |\Delta T|. \quad (8)$$

O equivalentemente, según la Ec.(7), como

$$2\tau \leq 1 \rightarrow \tau \leq \frac{1}{2} \quad \text{o} \quad |\Delta t| \leq \frac{\Delta z^2}{2\alpha}. \quad (9)$$

Un aspecto interesante del método explícito, descrito en este trabajo, es que además de ser de muy simple implementación en hojas de cálculo, su estabilidad ilustra un aspecto físico importante como es el segundo principio de la termodinámica. Desde luego existen otros muchos métodos numéricos más eficientes que el método directo, pero desde el punto de vista didáctico, creemos que el método directo ofrece muchas ventajas, como las discutidas en este apéndice.

Teaching basic physics through excel spread sheets



A. L. Subramaniyan

*Assistant Professor in Physics, Thiagarajar College of Engineering,
Madurai 625015, India.*

E-mail: alsphy@tce.edu

(Received 25 June 2013, accepted 27 September 2013)

Abstract

There is a strong dependence of mathematics in understanding the basic laws of physics. Many physics problems demand a sound mathematical knowledge and can be solved or interpreted in a quick or better way with the basic mathematics. Some of the physics concepts which have a mathematical relationship are the motion of bodies in one and two dimensions, charging and discharging of a capacitor, nuclear radioactivity, simple harmonic motion. The above concepts demand the understanding of the algebraic, trigonometric exponential and probability functions. The dynamic mathematics can also lead to a study of physical phenomena, if coupled at the right point of delivery by the instructor. Thus, the maths tutors that have already being designed can also serve the additional purpose of learning physics. This work highlights the physics concepts that can be dealt with existing dynamic and interactive mathematic learning environment.

Keywords: Physics problems, mathematical functions, interactive mathematics.

Resumen

Hay una fuerte dependencia de las matemáticas en la comprensión de las leyes básicas de la física. Muchos problemas de la física exigen un conocimiento matemático sólido y pueden ser resueltos o interpretarse de manera rápida o mejor, con las matemáticas básicas. Algunos de los conceptos físicos que tienen una relación matemática son el movimiento de los cuerpos en una y dos dimensiones, la carga y descarga de un condensador, la radioactividad nuclear, el movimiento armónico simple. Los conceptos anteriores exigen la comprensión de las funciones exponenciales, trigonométricas y algebraicas de probabilidad. Las matemáticas dinámicas también pueden dar lugar a un estudio de los fenómenos físicos, si se combina en el punto exacto de la entrega por parte del instructor. Así los profesores de matemáticas que ya se están diseñando también pueden servir al propósito adicional de aprendizaje de la física. Este trabajo pone de relieve los conceptos de la física que se pueden tratar con el ambiente de aprendizaje matemático dinámico e interactivo existente.

Palabras clave: Problemas de física, funciones matemáticas, matemática interactiva.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Fk

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Over the past decade, teaching in high schools and university has shifted from the teacher centric environment to the learner centric environment. The concept is also termed as active learning, where learners are continuously involved in various activities including quiz, role play, demonstrations, model making, group discussions. Active learning has not been precisely defined in education literature but has the general characteristics that students can be engaged in various activities including reading, writing discussing and giving importance to students exploration of their own thinking values [2]. Techniques like the mind mapping and discovery sheet have also been used to achieve the student centered approach [3]. Teaching of difficult concepts is more challenging to the teacher. This is already emphasized by Kholer and Misra on “what makes concepts difficult or easy to learn” [4].

Teaching Physics has also changed over the past decade. The internet has been used as a vital tool in making students actively involved in the classroom environment [5]. Physics teaching has also been made more interesting and active environment can also be maintained by simulations. Kurt Squire has made the attempt of teaching electromagnetism by simulation [6]. Yiming Ding has designed a computer simulation laboratory to simulate the diffraction grating pattern by C++ program [7]. Arotius, Kohler and Misra have analysed the effect of planning a game, physics and the results are in support for teaching physics through games [8]. Yannis Hadzigeorgiou [9] has highlighted the importance of teaching by a story telling concept especially when the teacher has to teach the laws of physics. William D. Gearce has highlighted the reasons for the failure of physics teaching by traditional methods [10].

There is a demanding situation from teachers to change the mode of teaching to get effective learning in classroom. Over the years teaching has changed from the blackboard, Power point presentations, seminars to group discussions, games, animations, simulations, quiz. Some researchers have also suggested a mixed mode of teaching in the classroom to benefit all type of learners, L. A. Dobrzański, F. Brom, Z. Brytan have demonstrated the importance of teaching materials science by moodle and also the importance of mixed mode of learning [11]. Morten Brekke has reported on using computer technology in physics, mathematics and computer science [12]. Recently Martinova and Zakaria Karadag have presented a new way of learning limits by a dynamic mathematic and interactive learning environment by use of excel and geogebra [1]. The present work deals on extending the same concept to physics teaching. Use of DIMLE can offer the following advantages to physics teaching.

- a) Achieving active learning which is most desired.
- b) Individual thinking from each learners.
- c) Appreciating the mathematics involved in physics.
- d) Understanding the behavior of a physical law at the boundary conditions.
- e) Analyzing the rate of change of the behavior.
- f) help the students think of higher cognitive level in blooms taxonomy(apply, analyse and design).
- g) May create research interest for subject beginners.
- h) Be highly motivating for the visual learners, innovators and satisfy all type of learners.
- i) It may also help the student to remember the concept for a larger time when compared to conventional teaching.
- j) Economical way of teaching instead of performing live experiment in special cases (radioactivity, nuclear collision).

II. TEACHING PHYSICS WITH MATHEMATICS ENVIRONMENT

Mathematics Environment can be used to teach all those concepts in physics where mathematical equations or mathematical functions are involved.

Example include: Algebraic function in motion in one dimension, trigonometric functions in simple harmonic function, exponential functions in radioactivity, complex functions for dielectric constant.etc.

The above process can be taught with the excel sheet and parallel analysis in the classroom.

A. Motion in one dimension

Imagine a ball falling from a height of 10 m .The student can be asked to find the velocity at any point acceleration and impulse imparted to the wall, nature of collision etc

The above situation is best understood by allowing the learner to drop the ball from 10 m, measure the time of fall with a stop clock and calculate the velocity by the corresponding formulae.

$$v = \text{square root}(2gh).$$

Then, the mass of the ball can be determined and the change in momentum can be determined by $2mv$.

The process of change in velocity can also be understood with a excel spread sheets and it will be more useful when the height is extremely less .Even in the case of dropping the ball from a height of 10 m, it will be very difficult to measure the time accurately. Hence alternative aids of teaching are to be adopted. Animation are handy in the current context but studying through the excel sheet will demand more involvement and active learning from the student.

The teacher can give the following *instructions* to the learners with a specified time line to complete the task.

- a) *What are the values of height that can be given to the ball?*

Since the ball is dropped from a height of 10 m from bottom of floor, the height from top is 0, 1, 2, 3, 4, 5.....10.

Some students can think of intermediate values 0, 0.5, 1.5.... 6.5, ... 10.

Others may enter values at random 4.9, 6, 9.8, 10.

- b) *What is the relation between the velocity and displacement(height) for a freely falling ball.*
 $v = \text{square root}(2gh)$ where g is the acceleration due to gravity.
- c) *Enter your choice of displacement as in step a) and the formulae in column B of excel sheet and plot the graph of velocity and displacement.*

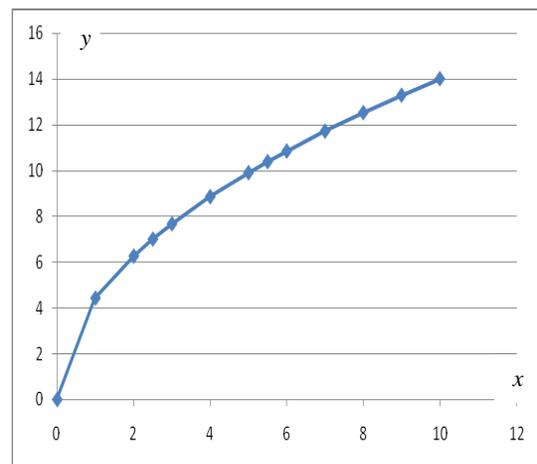


FIGURE 1. Graph with displacement on x axis and velocity on y axis.

- d) *What are the formulae for time of fall from the top to the bottom of the floor? Plot the graph of time and height of the ball $\text{Sqrt}(2g/h)$.*

The above problem can further be made interesting by asking the student to consider the collision between the ball on different surfaces like tennis ball on marble floor and rubber ball on sand or elastic ball on glass. The student can be asked to repeat the questions (abcd) given above for elastic and inelastic collisions. Elastic collisions are collisions in which momentum and kinetic energy are conserved. It is an ideal

collision. Inelastic collisions are real collisions as the examples cited above and are collisions where energy is dissipated as heat. The students are expected to interpret the change in velocity for elastic and inelastic collision.

In elastic collision, the ball rebounds with same velocity on reaching the floor and in inelastic collision the velocity of rebound changes according to coefficient of restitution between the body and the surface. The student can best understand this concept by doing the experiment practically but since the ball rebounds fast, the learner may not be able to appreciate the decrease in velocity in an inelastic collision with time. By plotting the same on an excel sheet the student will understand the rate of change and also appreciate the physical phenomena of damping (energy loss in a system).

The student is expected to get the same graph as shown in figure 1. The process repeats indefinitely for elastic collision but for inelastic collision as time passes the maximum height decreases for each collision and the ball finally comes to rest.

The teacher can give the chance for the student to explore various aspects from the graph like finding the slope of the time velocity or velocity –displacement graph and analyze them further. The use of excel as a dynamic mathematics' environment is helpful in achieving the higher end of blooms cognitive domain like apply, analyse and evaluate category [13]. At the same time, the importance of mathematics in understanding physics is much appreciated by the learner. Many physical phenomena can be fun when explored with excel sheets or other suitable environments. Further DIMLE is also a brain based approach on students as elaborated by Erkan Akyurek [14]. The same case of motion of a falling body has been done by an experiment set up in combination with a computer based measurement by Elmar Bergler [15].

III. CONCLUSIONS

The importance of mathematics in understanding physics is highlighted with the help of excel sheet. Thus dynamic mathematics' environment is a vital tool for achieving active learning in the class. The mode of teaching will be individual based learning by the student with a set of instructions from the teacher. The use of the dynamic mathematics' environment can be suitable to all categories of learners from slow to fast. Further, it is a tool in achieving the higher end of blooms taxonomy of cognitive domain.

If a particular session is coupled with laboratory session followed by a dynamic mathematics' approach students can remember and highly appreciate the concept. It can be the best alternative to power point presentations, ppts, quiz. With the obtained input, the teacher can motivate the student to design and evaluate the real time devices and also access quality of existing devices. It can leave the student with a quest for knowledge and to explore all physical phenomena for a better understanding. The use of spread sheets is a method of active learning and active learning has been reported as successful with ISLE (16)The undergraduate student can be highly motivated from a research perspective. Geogebra has also been used for calculating the surface area of water in a rolling cylinder by Muhareen Aktumen [17].

ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to thank Dr. V. Abhai Kumar for providing an opportunity to be related to pedagogy activities of the college. The advice of all pedagogy members is appreciated and the useful input about DIMLE is greatly acknowledged to Dr. Zakaria Karadag.

REFERENCES

- [1] Martinovic, D. and Karadag, Z., *Dynamic and interactive mathematics learning environments: the case of teaching the limit concept*, Journal of Teaching Mathematics and its Applications **31**, 1 -8 (2012).
- [2] Mehta, S. I., *A method for instant assessment and active learning*, Journal of Engineering Education **84**, 295-298 (1995).
- [3] Catalano, G. D., *Some ideas on teaching of engineering science –A student Centered approach*, Journal of Engineering Education **84**, 1-3 (1995).
- [4] Koehler M. J. & Mishra, P., *Introducing TPCK. Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK) for Educators (AACTE Committee on Innovation and Technology eds.)*, (Routledge, New York, 2008).
- [5] Toback, D., Mershin, A., Novikova, I., *New Pedagogy for Using Internet-Based Teaching Tools in Physics Course Department of Physics*, (Texas A&M University, USA, 2004).
- [6] Squire, K., Barnett, M., Grant, J. M., Thomas Higginbotham, *Electromagnetism Supercharged! Learning Physics with Digital Simulation Games Curriculum & Instruction, School of Education*, (University of Wisconsin-Madison, Madison, 2004).
- [7] Ding, Y., *March Using a Simulation Laboratory to Improve Physics Learning: A Case Exploratory Learning of Diffraction Grating*, Education Technology and Computer Science, 2009. ETCS '09. First International Workshop (2009).
- [8] Foster, A., Koehler, M. & Mishra, P., *Game-Based Learning of Physics Content: The Effectiveness of a Physics Game for Learning Basic Physics Concepts. In E. Pearson & P. Bohman (Eds.), Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications*, 2119-2125 (2006).
- [9] Yannis Hadzigeorgiou, *Humanizing the teaching of physics through storytelling: the case of current electricity*, Phys. Educ. **41** 42 (2006).
- [10] Gerace, W. J. & Beatty, I. D., *Teaching vs. Learning: Changing Perspectives on Problem Solving in Physics Instruction*, (University of Massachusetts Amherst, USA, 2005).
- [11] Dobrzański, L. A., Brom, F., Brytan, Z., *Use of e-learning in teaching fundamentals of materials science*, Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering **24**, 215-218 (2007).
- [12] Brekke, M., Hogstad, P. H., *New teaching methods - Using computer technology in physics, mathematics and*

computer science, A International Journal of Digital Society **1**, Issue 1, (2010).

[13] Buick, J. M., *Physics assessment and development of taxonomy*, European J. of Phys. Ed. **2**, 12-27 (2011).

[14] Akyurek, E., *Effects of brain based learning approach on students motivation and attitude level in science class*, Mevlana International Journal of Education **3**, 104-119. (2010).

[15] Bergeler, E., *Experiment showing the motion of a falling object and the influence of air drag*, Lat, Am. J. Phys. Educ. **3**, 52-54 (2009).

[16] Méndez Coca, D. & Slisko, J., *The influence of active physics learning on reasoning skills of prospective elementary teachers: A short initial study with ISLE methodology*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **7**, 3-9 (2013).

[17] Aktumen, M., Yildiz, A., Baltaci, S., *Calculating the surface area of the water in a rolling cylinder and visualization as two and three dimensional by means of Geogebra*, International Journal of Computer Applications **25**, No.1, 42 (2010).

Physics in Jamaica: Some observations and recommendations



Michael Ponnambalam

*Physics Department, University of the West Indies
Kingston 7, Jamaica.*

E-mail: michael.ponnambalam@gmail.com

(Received 27 June 2013, accepted 30 August 2013)

Abstract

This paper presents an “inside view” of Physics in Jamaica – using several surveys over sixteen years as well as the experience from twenty five years of teaching Physics at the University of the West Indies, Mona Campus, Jamaica and, as the Physics Outreach Coordinator, the interaction with thousands of students, from Primary Schools as well as Grades 9 – 13 in High Schools. Many of the problems seen in Jamaican Physics are seen in other countries as well. Hence, the recommendations in the latter part of the paper are likely to be useful to many other countries too.

Key words: Education, Teaching Methods & Strategies, Research in Physics Education.

Resumen

En este trabajo se presenta una "visión interior" de la Física en Jamaica - con ayuda de varios encuestas de más de dieciséis años, así como la experiencia de veinticinco años de la enseñanza de la Física en la Universidad de las Indias Occidentales, Mona Campus, Jamaica y el Coordinador de Física Outreach, la interacción con los miles de estudiantes, desde la escuela primaria, así como los grados 9.13 en las escuelas secundarias. Muchos de los problemas observados en Jamaica Física se observan en otros países así. Por lo tanto, las recomendaciones de la Parte Posterior de papel es probable para ser útil a muchos otros países también.

Palabras clave: Educación, Métodos de enseñanza y Estrategias, Investigación en Enseñanza de la Física.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Fk, 01.40.gb

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

Physics is an exciting intellectual enterprise, full of fun and delight. For example, a child marvels at the beauty of the rainbow in the sky. The physicist marvels at the beauty and order in a spectrum – a kind of rainbow in the lab – and gets paid for that fun! Further, Physics is very helpful in understanding how things like TV, CD player, cell phone, fan, refrigerator, air-conditioner, X-Ray, CT Scan, MRI, computer, car etc. work. The critical and analytical thinking developed in the study of Physics is of inestimable value in almost any field. No wonder, there are branches like Bio-Physics, Chemical Physics, Computational Physics, Engineering Physics, Geo-Physics, Medical Physics, and recently, Econo-Physics! Physics is the core subject of Science and Technology, and hence of national development. How is this “Physics” doing in Jamaica? This paper is an answer to that question.

II. THE SURVEYS

In 1996, Ponnambalam and Amarakoon [1] surveyed the students doing their first Physics course at the *University of the West Indies (UWI)*, Mona Campus, Jamaica and got the responses from 191 (116 males and 75 females): on the facilities for Physics in their High Schools, why they do the Physics course, etc. In 2000, Ponnambalam [2] improved the questionnaire and obtained responses from 165 UWI students (105 males and 60 females). This was repeated again in 2011 with 151 UWI students (101 males and 50 females) to see any trend with the flow of time. Finally, with a desire to look at the picture from the angle of the *High Schools (HS)*, this survey was done in 2012 with 466 students from Grades 12 & 13 from 20 High Schools throughout Jamaica (172 males and 294 females, who had come to UWI for their annual Workshop). These responses give interesting insights, as shown below.

III. HIGH SCHOOL PHYSICS

How has Physics been doing in Jamaican High Schools during the past 16 years? How do the students rate the facilities for Physics in their High Schools? The results are shown in Figure 1. It is interesting to see that for any year, the chart shows the standard “bell curve” *i.e.* majority of the High Schools are rated as OK *i.e.* average, while a few are rated as “Very Good” and “Very Bad” – the others being in the “Good” and “Bad” range. Another very interesting observation is that overall, there is improvement during the past 16 years. The percentages in the “Very Good,” and “Good” have gone up, while the percentages in “Bad” and “Very Bad” have come down. Although the changes are not big, they are definite and visible. This is a credit to the teachers and administrators in High Schools, the Ministry of Education and to the country at large. Another important observation is the substantial difference in the responses between the UWI and HS students. The HS students give a much better picture of the High Schools than those at the University. Why? One explanation is that only 20 High Schools were sampled (and this list of 20 includes all the top Schools for Physics in Jamaica). Another observation is the following: Among the students from the top High Schools, some go overseas, some go directly to Medicine and Engineering, and only some of the remaining take a Physics course at UWI.

IV. CAREER GOALS

Every year, at UWI, around three hundred students do their first year Physics course (Algebra-based Preliminary Physics or Calculus-based Introductory Physics). Why are they doing it? Do they want to major in Physics? If not, what are they hoping to get from their Physics course? The answers are given in Figure 2. For the sake of clarity, only the top 2 areas of interest, along with Physics, are displayed. Among the UWI students, around 30% *have* their eyes on Medical School; the value of 26% for 2011 is unusual. The percentage of students wanting to major in Physics has shown some increase between 1996 and 2000, and a very big jump in 2011. One reason is that recently several Applied Physics areas like Medical Physics, Alternative Energy etc. have been started. Unfortunately, the percentage wanting to be Physics teachers has stayed constant around 2% over the years in spite of the shortage of Physics teachers in High Schools in Jamaica. The major reason for this is the low salary for School teachers. But then, there is a good demand for Physics teachers in both USA and UK, where the salary is quite good. May be, this fact has not been publicized well enough. Further, a substantial difference is seen in the responses between the students from UWI and the HS. In the latter cohort, 47% have their eyes on Medicine and 28% on Engineering. Since Medicine and Engineering have tough entrance requirements, it is seen again that many of the bright minds are siphoned off, even before they come to UWI, as mentioned earlier.

Figure 3 displays the relevance of the first year University Physics course to the career goals of UWI students. (This was not done in 1996, and it does not apply to HS students, who were surveyed in 2012). Majority of the students do find the Physics course relevant to their career goals. On the other hand, while 69% (36% + 33%) found it relevant in 2000, only 53% (31% + 22%) find it relevant in 2011. What is worse is that while 17% (9% + 8%) found it irrelevant in 2000, 30% (17% + 13%) are seeing it that way in 2011. As of now, one explanation for these observations is that between 2000 and 2011, the mathematical background of the incoming students and their work ethic have gone down.

V. VIEWS OF PHYSICS

According to Zukav [3], “Physics, in essence, is simple wonder at the way things are – and a divine interest in how that is so. Mathematics is the tool of Physics. Stripped of Mathematics, Physics becomes pure enchantment.” Einstein spoke of his “rapturous amazement at the harmony of natural law” *i.e.* Physics. How do Jamaican students view Physics, or more accurately what are their *‘feelings’* about it? The answer is given in Figure 4. 26% of the students find Physics “fascinating” while another 39% feel that it is “interesting.” (Note: This question was accidentally omitted in the 2000 survey, and in 1996 it had a different format.) Interestingly, here, the responses from the HS students are very close to those of UWI students.

Figure 5 summarizes the students’ views about the usefulness of Physics to Jamaica. In 2000, 79% (50% + 29%) thought that University Physics was useful to the development of Jamaica; that number has come down a bit to 71% (39% + 32%) in 2011; for the HS students in 2012, that number is 83% (54% + 29%). Thus, it may be safely concluded that the majority of the UWI as well as HS students think that the study of University level Physics is important for the development of Jamaica.

VI. GENDER DIFFERENCES

In many cases, the differences between the male & female responses were minor. However, in the career choices, there is substantial difference in all the four surveys. This is shown in Figure 6. The traditional stereotype that females prefer caring-type Medicine, while males prefer action-type Engineering is evident. 54% *i.e.* majority of the girls in High Schools have their eyes on Medical School. In Jamaica, Medicine is in very high demand and has the toughest entrance requirements. The dramatic difference between females and males dreaming of Medicine is an indication of what is normally called “the marginalization of the Jamaican male.” The percentage of males in UWI being only 30% confirms the above.

Another area where the gender difference shows up is in the view of, or response to, Physics. This is summarized in Figure 7. Among males, 30% from UWI and 36% from

High Schools (HS) find Physics “*fascinating*”, while the corresponding numbers are only 18% and 20% for females. Among females, 18% at UWI and 18% at HS view Physics as “*difficult*”, while the corresponding numbers are only 12% and 5% for males. This again is a reflection of the traditional stereotype. By the way, among the current 12 staff in Physics at UWI, only one is female. On the positive side, this trend is changing. Among the current Physics postgraduates, roughly half are female.

VII. LECTURES

A comparison of the attendance at lectures of the recent students in 2011 and 2012 with that of an earlier generation in the nineteen eighties shows a substantial drop from around 85% to around 50%. There is also a drop in attendance at tutorials; but it is less. Surprisingly, the drop is higher for difficult topics which actually demand greater effort. This implies that some of the students have a low level of stamina for hard work. The above difference cannot be attributed to the usual excuse that the lectures are boring. There is absolutely no evidence for the statement that more teachers from the current generation are boring than from the previous generation. Actually, the evidence, if any, is in the opposite direction. For, in the earlier generation, no one had a personal computer, while now nearly all the lecturers have one and further many lecture rooms are wired. In addition, the Instructional Development Unit which was started on our Campus early this century has been hosting several Workshops to help the lecturers to improve their techniques in teaching.

The behaviour of the students during lectures and tutorials has degenerated substantially during the past 25 years. It is surprising to see some students eating or fiddling with their cell phones right in the middle of the lecture. These students rationalize their behaviour and don't see anything wrong. The sense of guilt is slowly decreasing in society at large, and that is seen even among University students, who are the future leaders! Hence, action is badly needed here – not just by the Church, but by the educational system, and indeed by every concerned citizen. All those who play a big role in the development of the “values system” of the society need to be tapped into – the media, the athletes, sportspersons, musicians, DJ's etc. Needless to say, it would be nice to nurture good role models; for, more people would like to see a sermon than hear one.

VIII. POOR WORK ETHIC AND UNDER-PERFORMANCE

In all Faculties except Medicine, it is seen that during the first two thirds of the semester, majority of the students take things very lightly and do not work hard. As a result, nearly every semester, many students overwork during the final one third of the semester. This leads to underperformance. Less than 3 out of 4 students complete the three year degree programme in three years. This puts an enormous burden

Physics in Jamaica: Some Observations and Recommendations on the Jamaican treasury, which pays 80% of the economic cost of the students. Further, when a large amount of material is learnt/crammed in a short time (and only once, just before the exams), it suffers from indigestion and exits quickly. This shows up in the following semester, when the students are seen to retain very little of the previous semester's material. This problem is not peculiar to Jamaica. It is seen in many other countries as well. In Canada, according to Slavin [4], “a major contributor to the increasing drop-out rate from the Introductory Physics course is deteriorating work ethic and work habits of the students.” The depth of this problem in USA is described by Thornburgh [5] in Time's cover-page article “Dropout Nation.”

Some Universities take attendance in each class. However, this is unpopular in Jamaica. Hence, other avenues need to be explored to solve the problem of underperformance. The approach of the famous author and motivator Dale Carnegie seems relevant here: Create a situation which will make the students want to study right from Day One. As of now, the students are seen working very hard on their own, close to the final exams. Why? The answer is simple: In most of our courses, the lab counts for 20%, the in-course test count 20% and the final exam 60%. This sends the wrong message to the students. They can pass a course without attending any lecture, tutorial or test! It is good to create an ambience which promotes daily, regular, steady, continuous and repetitive learning – which is more likely to be digested and retained. It is useful for the students to learn the beauty of the words of Longfellow [6] below:

*Each morning sees some task begun,
Each evening sees it close;
Something attempted, something done,
Has earned a night's repose.*

For this, the following steps are recommended:

A. Continuous assessment

The 16 weeks in a semester should be split into First Half (8 weeks) + Second Half (8 weeks), each half carrying a credit of 40 points, the remaining 20 coming from the final exam. The students will be assessed continuously – over a small amount of material most of the time. The first 4 weeks carry a credit of 2 points each. This assessment is done through graded tutorials as well as quizzes right in the middle of the class. *e.g.* After explaining a new concept and reinforcing it with an example, a quiz can be given. If the class is large, this quiz could be in an MCQ format. For extra large classes, where scoring will be a tiring job, the “clickers approach” can be employed, as done in USA. Here, each student sends the answer to the MCQ to the staff's laptop by pressing A, B, C, D or E in his/her clicker which has the student's ID. The grading is thus done automatically by the staff's laptop, which goes one step further by displaying a histogram of the answers given. The class will now discuss the quiz question together and arrive at the correct answer – with or without any help from the staff. One great advantage of this is that the students get a

feedback on their performance immediately. At the end of the Fourth Week, the students are given mini-test 1 (with a credit of 7 points) on the material of the previous four weeks. Thus, during the first 4 weeks, the students have revised any topic two times (tutorial & mini-test), and have scored a maximum of 15 points. This is repeated during the second 4 weeks.

At the end of the 8th Week, revision test 1, with a credit of 10 points, is given, covering all the topics of the previous 8 weeks. The Second Half of the semester is just like the First Half. At the end, the students are given a Final Exam with 20 points, covering the material of all the 16 weeks. Thus, during the semester, the students have revised any topic four times (tutorial, mini-test, revision test, final exam) and hence are likely to remember it for a longer time. Further, there is no undue stress at all on the students at any one time; the stress is distributed. A student can miss the final exam (due to sickness or family problems) and still get an “A” grade!

B. Remedial programmes

Among the students who sign up for the first year Physics course at UWI, many are weak in Math and some in Physics. For some of them, this is caused by poor facilities in their High Schools. These students become frustrated and nervous during the semester – due to no mistake of theirs. It would be very wise to arrange a Two Week Intensive Remedial Programme for such students before the start of the classes, so that when the semester begins these students are ready and prepared – not just to learn Physics, but to enjoy it as well.

C. Active and Interactive Strategies

In teaching, we are dealing with students, who are not machines – but human beings with numerous distractions typical of the 21st century. That necessitates the use of expert communication skills and strategies. Are the teachers up to this task? Have they come up to the 21st century? Many teachers seem to be still in the 20th century, when they were born and when they received their training. Many are still following the old paradigm, shown in Figure 8a, where information is pumped into the student in exchange for the tuition fees. True it is that they are using power point presentations using laptops, instead of the transparencies and projectors. But, at the core, it is the same old game of “pumping in”. The new generation needs the new paradigm, as depicted in Figure 8b, where the teacher has experienced with Einstein “a rapturous amazement at the harmony of natural law”, and makes the teaching & learning sessions interactive, warm, lively, passionate – and even dramatic and poetic. In the old paradigm, there is an obvious difference between the teacher and the student: the teacher is the owner of the tank of knowledge, while the student is the receiver of knowledge. The teacher is “up”, while the student is “down”. In the new paradigm, the teacher has become a professional student, realizing that learning never stops.

Communication is more efficient when the parties involved are at the same wavelength. Hence, the teacher in the new paradigm dethrones himself/herself from the traditional pedestal of the teacher and promotes a family atmosphere in the class. Instead of feeling that a teacher should know and that the students are there to be taught, the new teacher behaves like a fellow human being – aware of his/her strengths and weaknesses, knowledge and ignorance. This enables the students to discover soon that their teacher is just an older student in the journey of life; a partner and facilitator in their learning. All these lay the foundation for better communication.

It is very useful to keep the classes interactive and engaging, and to promote active participation of every student in the class – both in small groups and in the larger group, as shown in Figure 8b. It is also helpful to dramatize the events being explained. For this, the new teacher just becomes the electron, proton, or whatever s/he is explaining; gestures and actions then follow freely. After all, the electron in an atom is just performing a dance; and most youngsters do love dance! Further, it is very wise for the new teacher to clarify complex concepts and equations through familiar examples and comparisons from all branches of knowledge, and from everyday life. e.g. While discussing the model of the hydrogen atom, the force of attraction between the electron and the proton (which maintains the atom) can be compared to the attraction between Adam and Eve (which maintains humanity), as described by Milton [7] in *Paradise Lost*.

“ ... I feel
The link of nature draw me; flesh of flesh,
Bone of my bone thou art, and from thy state
Mine never shall be parted, bliss or woe.”

The Instructional Development Unit (IDU) at UWI has been conducting Workshops to train their teaching staff in the arts of the new paradigm. It would be wise to arrange such Workshops for the High School teachers as well.

IX. CONCLUSION

The surveys indicate that since 1996, there is an improvement in High School Physics in Jamaica. Medicine continues to be the Number One goal of the Jamaican students. Majority of the students do find the Physics course relevant to their career goals, and would recommend it to others. However, the size of this majority is coming down. This merits serious consideration. During the past 25 years, a gradual erosion of the work ethic and “values system” has been observed. This needs an urgent intervention by all. The present assessment methods tend to promote procrastination and it is claimed that *Continuous Assessment* would produce better results. Further, a *Two Weeks Remedial Programme for Weak Students* is proposed, to alleviate some of the pains and frustrations by these weak students during the course of the semester. As for the teachers, some active and interactive strategies are proposed for better communication with the students.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author expresses his gratitude to all the students who took part in the surveys, and to the staff and students in the Physics Department at the University of the West Indies for their help in conducting the surveys.

REFERENCES

- [1] Ponnambalam, M. J. and Amarakoon, A., *What Jamaican Students Think about Physics and How We Are Adapting*. American Institute of Physics Conference Proceedings **399**, 827-28 (1997).
- [2] Ponnambalam, M. J., *Relevance of Physics to Jamaica*. 7th Inter-American Conference on Physics Education, Brazil, July 3-7, (2000). Abstract p. 40. Full paper published in the CD IACPE2000, Brazil.
- [3] Zukav, G., *The Dancing Wu Li Masters*, (Bantam Books, New York, 1979), p. 4.
- [4] Slavin, A., *Factors Affecting Student Drop Out from the University Introductory Physics Course*, Physics in Canada **64**, 149-154 (2008).
- [5] Thornburgh, N., *Dropout Nation*. Cover page article. Time **167**, 16 (2006).
- [6] Longfellow, H. W., (1807-1882). *The Village Blacksmith*.
- [7] Milton, J., (1608-74). *Paradise Lost*, Book IX, Lines 913-16.

El método de correlación cruzada de matrices y la generación de un campo de desplazamientos para pequeñas esferas



J. D. Bulnes

Grupo de Mecânica Quântica, Informação Quântica e Física Aplicada, Universidade Federal do Amapá, Rod. Juscelino Kubitschek, Km. 2, Jardim Marco Zero, CEP. 68903-419, Macapá, AP, Brasil.

E-mail: bulnes@unifap.br

(Recibido el 19 de Abril de 2013, aceptado el 27 de Agosto de 2013)

Resumen

En este artículo utilizamos el método de correlación cruzada para construir un campo de desplazamiento a partir de un conjunto de imágenes digitales (matrices) que capturan los movimientos de una mezcla de pequeñas esferas de distintos tamaños.

Palabras clave: Correlación cruzada, procesamiento de imagen digital, campo de desplazamientos, física aplicada.

Abstract

In this paper we use the cross-correlation method for built a displacement field from a set of digital images (matrices) that capture the movements of a mixture of little spheres of different sizes.

Keywords: Cross-correlation, digital image processing, displacement field, applied physics.

PACS: 07.05.Pj, 07.05.Tp, 02.50.-r

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En la física, la descripción del comportamiento dinámico de las ondas (de pequeña amplitud) viene dada por las soluciones de la denominada *ecuación de ondas*; sin embargo, en ciertas situaciones, algunos aspectos o características de ese comportamiento pueden apreciarse a través de métodos no dinámicos, de artificios geométricos, como el identificado por Huygens, que posibilita construir, progresivamente, los frentes de ondas de una onda difractada por una abertura. Por otro lado, a través de la mecánica clásica podemos describir el comportamiento dinámico de sistemas de partículas usando las correspondientes ecuaciones. Si consideramos un sistema muy numeroso de pequeñas esferas cuyos movimientos están limitados por superficies planas transparentes es posible construir, aquí también, representaciones geométricas del correspondiente comportamiento para instantes de tiempo fijos y muy próximos. Equipos y técnicas, de registro y procesamiento, respectivamente, están disponibles para generar los campos de desplazamientos o de velocidades de las ‘partículas’ en contacto con uno de aquellos planos.

El uso de métodos estadísticos de procesamiento de imágenes digitales para la obtención de un campo de velocidades tuvo recientemente, en abril del 2010, una de sus más importantes aplicaciones, en la determinación

aproximada de la cantidad de petróleo que habría sido derramado en el golfo de México, un mes después de la ruptura de una tubería conectada a una plataforma de producción de petróleo, que al hundirse generó una enorme contaminación en la región. La estimación del volumen derramado fue obtenida del procesamiento de imágenes capturadas en la zona de ruptura de la tubería.

En este artículo, después de presentar algunos conceptos relacionados con el método de correlación cruzada de matrices, que aplicamos a secuencias de imágenes digitales capturadas durante el proceso de desplazamiento de un conjunto numeroso de pequeñas esferas (en contacto y limitadas por un vidrio), mostramos un campo de desplazamiento correspondiente a esas imágenes que resultó de la ejecución de un programa computacional (que elaboramos en MATLAB); las ‘partículas’ que usamos corresponden a una etapa de pruebas de tal programa computacional. La estructura y contenido de este artículo es presentada en el siguiente orden: En la sección 2 presentamos las definiciones y la notación que son usadas en los capítulos posteriores. En la sección 3 damos algunas informaciones relevantes sobre el método de procesamiento de imágenes. En la sección 4 presentamos, de una manera inusual, el método de correlación cruzada en términos de una funcional. En la sección 5 presentamos la ideas esencial de como se construyen los vectores de desplazamiento; finalmente, presentamos las conclusiones.

II. DEFINICIONES Y NOTACIÓN

En esta sección vamos a introducir algunas definiciones y establecer una notación para ser usada en las demás secciones a la hora de hacer distintas explicaciones y aclaraciones de etapas específicas del procesamiento de las imágenes a través del método de correlación cruzada, [1]. En la parte superior de cada asunto abordado es colocado, cuando ha sido posible, el 'resumen matemático' del correspondiente contenido.

A. Imágenes \Leftrightarrow matrices

Una imagen digital es siempre registrada como una matriz (o matrices) de números enteros, de manera que a partir de esa matriz (o matrices) puede ser reconstruida la imagen. En el caso de imágenes en blanco y negro se necesita una sola matriz; pero las imágenes a colores son registradas en tres matrices. Los elementos de esas matrices corresponden a las intensidades de la luz reflejada por los distintos "puntos" del objeto fotografiado y que son registradas en la correspondiente imagen. En el caso de una imagen que no sea a colores, dichos valores están entre el 0 y 255, siendo que el valor '0' corresponde al negro (mínima intensidad), 255 al blanco (máxima intensidad) y valores intermedios a los distintos tonos de gris.

B. Notación para las matrices

Con **Imag0** y **Imag1** representamos las matrices correspondientes a las imágenes (que están en blanco y negro y que son del mismo tamaño) capturadas en dos instantes de tiempo muy próximos t_0 y t_1 , respectivamente, donde $t_1 > t_0$.

C. Sub-matrices y patches

Sean A_1 y A_2 dos matrices distintas y del mismo tamaño. Vamos a usar el término *patch* para hacer referencia a una determinada región cuadrada dentro de una matriz (como A_1) pero no a la sub-matriz correspondiente, de manera que, por ejemplo, podamos identificar una sub-matriz de otra matriz (como A_2) o la localización de determinado grupo de partículas (en la imagen) por la ocupación del *patch* correspondiente.

D. $I \subset \text{Imag0}$

Con **I** representamos una sub-matriz cuadrada de **Imag0** que tenga un tamaño adecuado para incluir de 7 a 10 partículas. Muchas matrices **I**, dependiendo de su localización en la matriz **Imag0**, del contenido y de la densidad de partículas en la imagen, pueden no incluir información sobre partículas (por corresponder a regiones en el plano de fondo de la imagen).

E. $\forall I \subset \text{Imag0}, \exists I_p \subset \text{Imag1}$

Con **I_p** representamos cualquier sub-matriz cuadrada de **Imag1** que esté centrada en el *patch* correspondiente a aquel ocupado por la matriz **I** en **Imag0**. El tamaño de la **I_p** (que aquí será considerado múltiplo entero positivo de **I**) deberá ser escogido de manera adecuada para que las partículas que al tiempo t_0 ocupaban el *patch* del centro (en **Imag0**), estén ocupando, al tiempo t_1 , un *patch* que esté en el interior de **I_p** (vea la figura 1).

F. Número de líneas y columnas de las matrices **I** e **I_p**

Con mI y nI vamos a representar el número de líneas y columnas, respectivamente, de la sub-matriz **I** considerada, y con mI_p y nI_p los correspondientes números para la sub-matriz **I_p** que esté siendo considerada. Por simplicidad, vamos a escribir: $y0 = mI - 1$.

G. $\exists \{ I_{run} \} / I_{run} \subset I_p$

Con **I_{run}** representamos toda y cualquier sub-matriz de **I_p** que tiene el mismo tamaño que aquella de **I**. Matrices **I_{run}** "corren" en el interior de **I_p** de acuerdo con cierto criterio definido, por ejemplo, con paso de un *pixel* tanto a lo largo de la dirección vertical como de la dirección horizontal. Entonces, si el tamaño de **I_p** es escogido adecuadamente, una **I_{run}** particular podrá ocupar el mismo *patch* que aquel ocupado por las partículas en el tiempo t_1 . El número máximo de estas **I_{run}**, cuando el paso entre sub-matrices consecutivas, tanto a lo largo de la horizontal como de la vertical, es de un *pixel*, es igual a: $N_{I_{run}} = (mI_p - y0)(nI_p - y0)$.

H. En la física, la evolución dinámica de ciertos eventos puede ser acompañada a través de observaciones hechas desde un determinado referencial fijo. En el caso de los eventos registrados en una secuencia de imágenes tenemos que el referencial, en general, no es fijo; en ese caso, tendríamos que asociar un referencial con cada imagen; sin embargo, existe un caso particular. Para ciertas secuencias de imágenes, puede usarse un único referencial bajo las siguientes condiciones: que todas las imágenes tengan las mismas dimensiones (*pixels*) y que ellas hayan sido obtenidas bajo las mismas condiciones significativas. A continuación vamos a suponer que el arreglo experimental usado (para el registro de las imágenes) posibilita considerar que dichas condiciones son satisfechas. Ese referencial será aquí denominado 'principal'. Ahora definimos el referencial principal de manera que su origen coincida con el vértice superior izquierdo de la imagen (cualquier matriz **Imag0** o **Imag1** de la secuencia de imágenes), y sus direcciones positivas coincidan con las líneas vertical (para abajo) y horizontal (para la derecha), respectivamente. Con relación al referencial principal vamos a definir las posiciones de las distintas sub-matrices consideradas (en el procesamiento de las imágenes) a través de distintos índices de línea y columna, siendo cada par de ellos característico de la matriz de la cual hace parte la sub-matriz usada.

I. Con las letras i e j vamos identificar a posición, en el referencial principal, (del elemento (1,1)) de la sub-matriz **I** de **Imag0** que esté siendo considerada; y con i' e j' representamos la posición (del elemento (1,1)) de la sub-matriz **I_{run}** de **Imag1** siendo considerada. Se puede entonces escribir, para valores adecuados de los índices,

$$\mathbf{Imag0}(i, j) = \mathbf{I}(1,1), \quad (1)$$

$$\mathbf{Imag1}(i', j') = \mathbf{I}_{run}(1,1). \quad (2)$$

J. 'Imagen bien definida'

Una 'imagen bien definida', como deberían ser todas las imágenes que se necesite procesar, significa aquella que tiene las siguientes características: incluye un conjunto de *patches* cuyos centros son bastante intensos, alcanzando, inclusive, la máxima intensidad, además de experimentar una disminución gradual de intensidad conforme nos alejamos (en cualquier dirección) de su centro; y la intensidad media de cada *patch* es mayor que la del correspondiente 'fondo de la imagen', definiendo ello lo que llamamos 'contraste' en la imagen.

III. SOBRE EL PROCESAMIENTO DE IMAGENES DIGITALES

Técnicas experimentales de captura y procesamiento de imágenes digitales, como la PIV, [1], posibilita caracterizar el comportamiento del flujo de un fluido en una determinada sección plana (definida por una lámina de luz laser que es generada para iluminar partículas trazadoras en el fluido), o en una secuencia de secciones paralelas entre sí, a través del establecimiento del campo vectorial de velocidades o de desplazamientos (correspondiente al movimiento, o, más propiamente, a la proyección del movimiento) de pequeñas partículas-albo colocadas en el fluido. La captura de las imágenes es hecha con una cámara filmadora dispuesta perpendicularmente a la sección iluminada. El conjunto de imágenes obtenidas, para cada sección de interés, es procesado de acuerdo con una técnica estadística específica, a través de la cual se comparan, de acuerdo a cierto criterio particular, pares de objetos de una misma naturaleza (en este caso, sub-matrices correspondientes a pequeños sectores de las imágenes donde son registradas algunas pocas partículas), que al ser implementado a través de un algoritmo matemático hace posible la identificación de aquel objeto (sub-matriz) que, en la muestra considerada, se asemeja más al objeto dado. Concretamente, dada una matriz **I**, se toma como muestra el conjunto formada por las sub-matrices **I_{run}** de la correspondiente matriz¹ **I_p**, siendo el objetivo del método determinar aquel *patch* de **Imag1** para donde se desplazaron las partículas inicialmente contenidas en un *patch* dado de **Imag0** (aquel ocupado por la matriz **I**). Luego, identificando

las posiciones de los correspondientes *patches*, en el referencial principal, se puede determinar el vector desplazamiento (o velocidad) para ese pequeño grupo de partículas. El algoritmo debe implementar ese mecanismo considerando todo posible *patch* de **Imag0**. Tal método de correlación cruzada² será presentado en términos matemáticos en la sección 4 y es el que fue implementado computacionalmente

Por otro lado, y como ya fue mencionado brevemente en la sección introductoria, los métodos de preparación, obtención y procesamiento de imágenes digitales, como los del tipo PIV, están siendo adaptados rápidamente a los objetivos, condiciones y materiales que son de interés en otras áreas de investigación, como en la de los procesos que generan el deslizamiento de avalanchas [3] y en la ingeniería geotécnica, en que fueron reportadas las primeras adaptaciones de ese método, algunas de las cuales siendo realizadas en una centrifuga geotécnica [4, 5] y, más recientemente, en los resúmenes de presentaciones en congresos y en diversos artículos, [6, 7]. Adaptaciones de ese método también están siendo usados en investigaciones con modelos de suelo hecho con material sintético y transparente [8].

De otra parte, en cualquier implementación de técnicas del tipo PIV hay varios ítems que tienen que ser experimentalmente definidos. Uno de los más importantes es el intervalo de tiempo considerado adecuado para el registro de las imágenes consecutivas³. Para definir ese intervalo de tiempo tenemos que llevar en consideración el contexto experimental correspondiente y ciertas propiedades de las partículas involucradas. Veamos la siguiente situación simple: Sea un conjunto de pequeñas partículas que se mueven entre dos instantes de tiempo, t_1 y t_2 , siendo registradas en dos imágenes, en esos instantes. Vamos a suponer que cada una de esas partículas presenta caras más o menos planas, de distinta forma y tamaño. En ese contexto, y dependiendo de la magnitud de la diferencia $t_2 - t_1$, puede suceder que cambie la cara de cada una de ellas que está expuesta a la iluminación, como resultado de lo cual, puede cambiar, a su vez, en grado no despreciable, el patrón de la luz reflejada en las mismas. Si ese pequeño conjunto de partículas hace parte de una *masa* casi continua de partículas entonces sería muy difícil (sino imposible) identificar, a través de métodos estadísticos, el desplazamiento de ese grupo específico. La situación mejora si el intervalo de tiempo es 'suficientemente pequeño' como para que las partículas no cambien significativamente su orientación espacial relativa, de manera que el patrón de luz reflejada por ellas sea prácticamente el mismo al registrado en la siguiente imagen; esa situación, junto con el alto contraste en las imágenes, constituyen los elementos más favorables para poder aplicar exitosamente el método de correlación cruzada.

² Además de ser usado en la técnica de PIV, es aplicado, por ejemplo, para hacer comparaciones entre señales eléctricas registradas en trazas de GPR (*Ground Penetrating Radar*) obtenidas en mediciones geofísicas rasas [2].

³ E, complementariamente, a su sincronización con los correspondientes pulsos de luz laser.

¹ La notación que está siendo usada puede revisarse en la sección 2.
 Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013

IV. LA MATEMATICA DE LA CORRELACION CRUZADA

Consideremos un conjunto de matrices reales de tamaño $m \times n$, aquí denotado por $M_{m,n}$. Es posible definir una funcional (sobre el conjunto producto cartesiano de matrices) de la siguiente manera,

$$\mathfrak{F}: M_{m,n} \times M_{m,n} \rightarrow \mathfrak{R}, \quad (3)$$

cuyo valor está dado por la expresión,

$$\mathfrak{F}(A, B) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A(i, j) \cdot B(i, j). \quad (4)$$

La cual, como vemos, es construida a partir de los productos de los elementos correspondientes de las matrices A y B . Por otro lado, tenemos una variante interesante de la situación correspondiente a (4) si consideramos que la matriz B no es fija, sino que 'recorre' el interior de una matriz más grande B , de manera que a cada posible *patch* de la misma que esté siendo ocupado corresponderá una matriz B particular, denotada entonces por B_k , con $k = 1, 2, \dots, \lambda$, siendo⁴ $\lambda = (mIp - y0)(nIp - y0)$, y para las cuales ciertas variables u y v definen la posición relativa de cada B_k en B . En ese contexto, se puede definir una función de dos variables reales, $f_{A,B} \equiv f: \mathfrak{R} \times \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, cuyo valor está dado por la expresión,

$$f(u, v) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A(i, j) \cdot B(i+u, j+v). \quad (5)$$

Donde $u \in [1, p]$ y $v \in [1, q]$. La expresión anterior, para todo posible par ordenado (u, v) , define la denominada función de correlación cruzada de las matrices A y B . Ahora, es fácil percibir que hay una relación entre los valores de la funcional \mathfrak{F} y los valores de la función f :

$$f(u, v) = \mathfrak{F}(A, B_k) \Rightarrow f = \left\{ (u, v; \mathfrak{F}(A, B_k)) / u \in [1, p], v \in [1, q] \right\}, \quad (6)$$

que refleja la correspondencia entre un par ordenado (u, v) y una matriz particular B_k en B . Es con base en la relación anterior que la funcional \mathfrak{F} puede ser denominada funcional de correlación cruzada de las matrices A y B_k . Como consecuencia de esto, y en este caso particular, (el valor de) la función de correlación cruzada puede ser rescrito usando directamente las matrices B_k ,

$$f(u, v) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A(i, j) \cdot B_k(i, j). \quad (7)$$

donde la dependencia de las variables u y v , en el lado derecho de la ecuación (7), se da a través de la relación⁵

$$B_k(1,1) = B(u, v). \quad (8)$$

En la literatura de PIV y de sus variantes, la expresión encontrada para a correlación cruzada de matrices de imágenes tiene la forma (5), pero la forma (7) es completamente equivalente a ella, y es la que aquí fue usada e implementada computacionalmente.

V. IDENTIFICANDO EL DESPLAZAMIENTO

La idea principal de cómo identificar la dirección del desplazamiento de un pequeño grupo de partículas registradas en las imágenes puede entenderse considerando la figura 1.

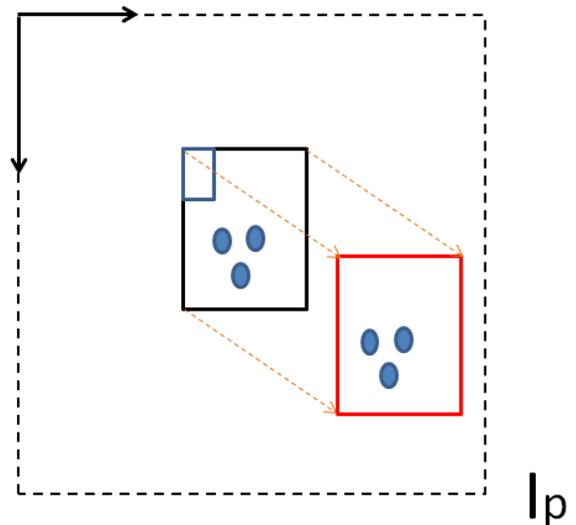


FIGURA 1. Un grupo de partículas está dentro de un *patch* particular (definido por el cuadrado de borde negro) de la matriz **Imag0**. Un instante después, ese mismo grupo de partículas es capturado por la imagen subsiguiente, **Imag1**, mostrando las partículas en una posición relativa distinta, dentro del *patch* rojo. La sub-matriz **Ip** ha sido definida adecuadamente en el sentido de que ella incluye a las partículas desplazadas. A través de la implementación del método de correlación cruzada se comparará la matriz numérica asociada con aquel *patch* de borde negro (en **Imag0**) con cada posible sub-matriz que tenga el mismo tamaño y que se encuentre en **Ip** (en **Imag1**). Identificando la posición relativa de la sub-matriz de **Ip** con la que se alcanza la máxima correlación, se puede determinar el desplazamiento del *patch* de partículas y así colocar un vector en esa dirección. Eso se repite para cada pequeño grupo de partículas contenidas en **Imag0**.

⁴ Vea el ítem F de la sección 2.

⁵ Que resulta de nuestra elección en la definición de la posición de cada B_k en B .

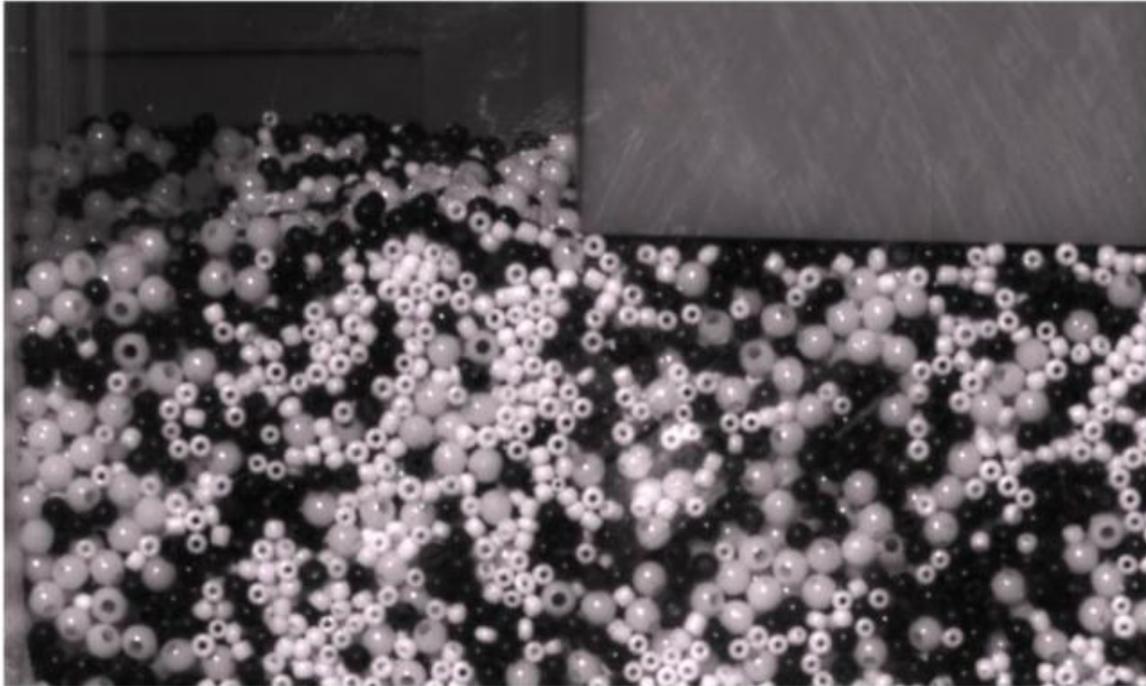


FIGURA 2. Fotografía de las esferitas de plástico (con elevado contraste de sus colores) en contacto con una pared de vidrio y que están siendo desplazadas verticalmente (de arriba para abajo) por un bloque cúbico. Las fotografías fueron capturadas por una cámara digital que registró 50 imágenes por segundo. La superficie de vidrio fue iluminada perpendicularmente por una fuente de luz blanca intensa colocada a una distancia aproximada de 1 metro.

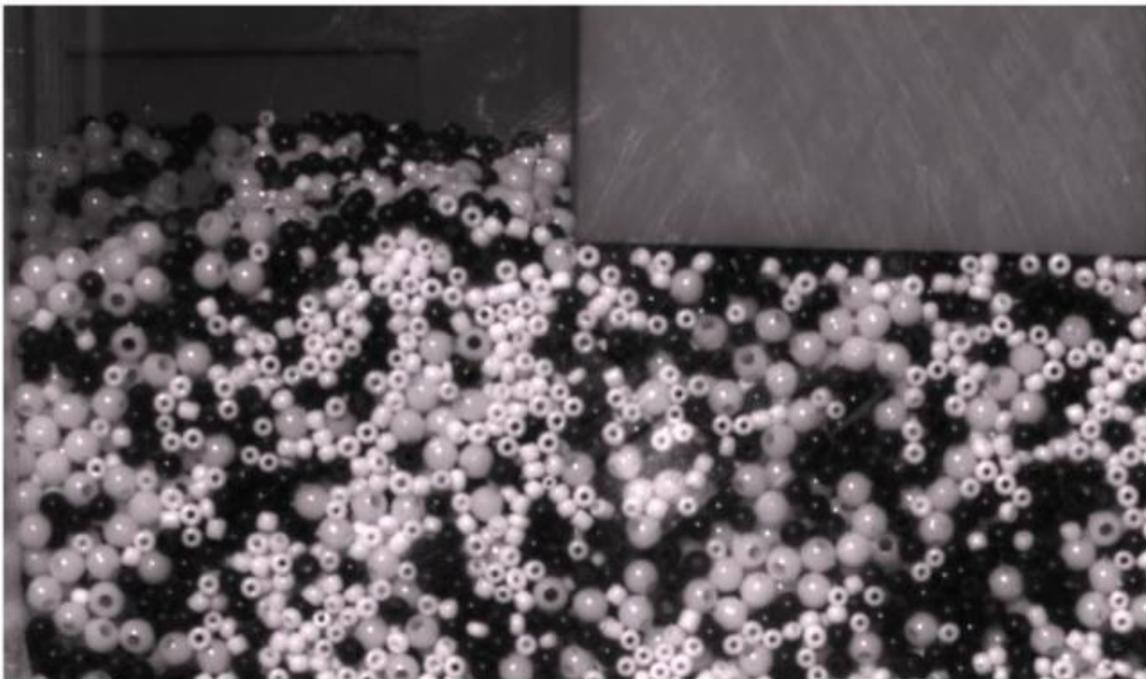


FIGURA 3. Fotografía correspondiente al mismo conjunto de esferas de la figura 2 que fue capturada (aproximadamente) 0,04 segundos después de la fotografía anterior. Al comparar ambas fotografías, si las observamos cuidadosamente, podrá notarse pequeñas diferencias en las posiciones relativas de varias esferitas; en particular, aquellas próximas a los extremos izquierdo y derecho de la base del cubo.

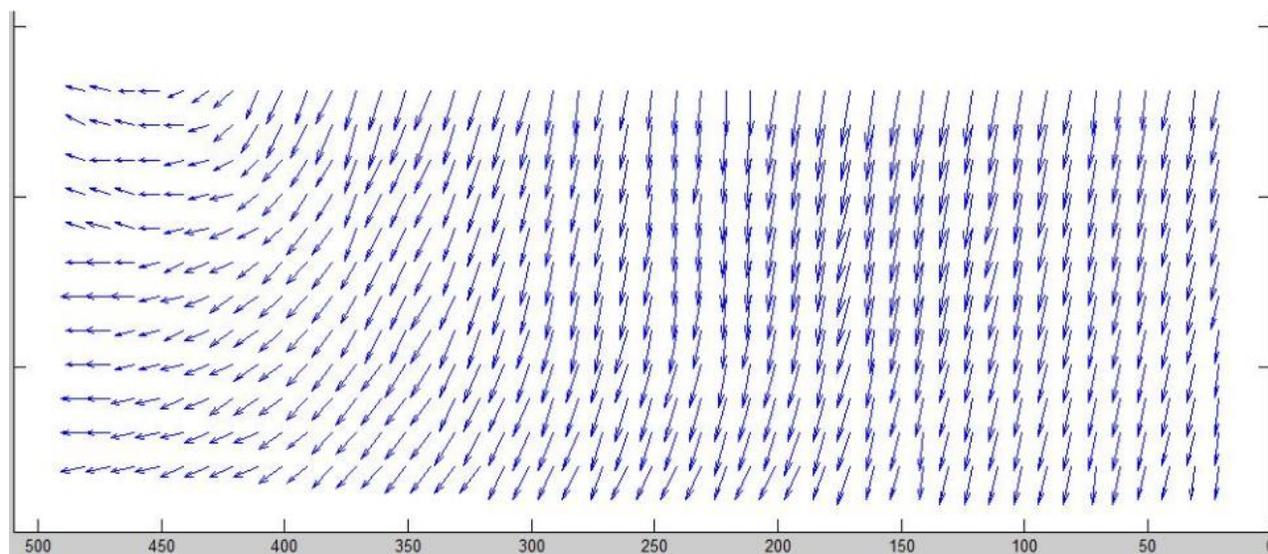


FIGURA 4. Campo vectorial de desplazamiento generado por nuestro programa computacional en el que se implementa el método de correlación cruzada de matrices. El campo vectorial fue generado usando las dos figuras anteriores, **Imag0** e **Imag1**, respectivamente. Puede verse que la mayoría de las esferitas (en contacto con la pared de vidrio) se desplaza verticalmente hacia abajo y que las que se encuentran más a la izquierda de la figura van curvando su movimiento progresivamente.

VI. CONCLUSIONES

El método estadístico de correlación cruzada (*cross-correlation*) aplicado a las matrices correspondientes a imágenes digitales permite establecer de forma eficiente y correcta los campos de desplazamiento (o de velocidades) de partículas en movimiento. Por tratarse de un método estadístico, los diversos parámetros del método (como el tamaño de las sub-matrices **I_p** con relación al de la sub-matriz **I**, el intervalo de tiempo para dos imágenes **Imag0** e **Imag1**, etc.) deben escogerse de manera adecuada, a través de diversos ensayos. El campo de desplazamiento de partículas mostrado puede ser tomado como un nuevo ejemplo que complementa aquellos campos mostrados en los libros de física general.

AGRADECIMIENTOS

A los profesores Dr. Fernando Saboya y Dr. Sérgio Tibana, del *Laboratório de Engenharia Civil (LECIV)*, de la UENF, en Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil, por la muy provechosa interacción y por las diversas informaciones proporcionadas sobre lo que es esperado del uso de los métodos de procesamiento de imágenes en investigaciones geotécnicas en curso; al profesor Dr. Rodrigo Reis por las varias aclaraciones. El autor también agradece al *Programa Nacional de Pós-Doutorado* de la *Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES*, por la beca concedida durante la ejecución del proyecto '*Estudos de Fixação de Plataformas flutuantes (Torpedos)*'.

REFERENCIAS

- [1] Raffel, M., Willert, C., Wereley, S., and Kompenhans, K., *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide* (Springer, 2da Edition, USA, 2007).
- [2] Travassos, J. M., Peche, L. A., Bulnes, J. D., and Martins, S., *Some Examples of EM Phase Velocity Dispersion in Near-surface Layers*, The Meeting of the Americas (AGU 2010), Foz de Iguacu, Paraná, Brazil, (2010).
- [3] Shiva, P., Pudasaini, Kolumban, Hutter, *Avalanche Dynamics* (Springer, USA, 2007).
- [4] Zhang, Y., Tan, T., Leung, C.; *Application of particle image velocimetry (PIV) to centrifuge modelling of uniform clay*, Journal of Physical Modelling in Geotechnics **5**, 15-26 (2005).
- [5] White, D., Take, W., *Discussion on 'Application of Particle Image Velocimetry (PIV) in Centrifuge Testing of Uniform Clay'*, IJPMG-International Journal of Physical Modelling in Geotechnics **4**, 27-31 (2005).
- [6] *Proceedings of the 7th International Conference on Physical Modeling in Geotechnics (ICPMG 2010)*, Zurich, Switzerland, 28 June - 1 July, 2010.
- [7] Ni, Q., Hird, C., Guymer, I., *Physical modelling of pile penetration in clay using transparent soil and particle image velocimetry*, Géotechnique **60**, 121-132 (2010).
- [8] Sadek, S., Iskander, M., Liu, J., *Accuracy of Digital Image Correlation for Measuring Deformations in Transparent Media*, Journal of Computing in Civil Engineering, 88-96, April (2003).

Phase-sensitive detection of signals with non-sinusoidal modulation: The rectangular wave modulation case and its application to the photoacoustic technique



J. B. Rojas-Trigos¹, F. D. Brindis-López^{1,2}, and A. Calderón¹

¹Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, del Instituto Politécnico Nacional. Av. Legaria # 694, Col. Irrigación, C.P. 11500, México D. F.

²Unidad Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas, del Instituto Politécnico Nacional. Av. IPN # 2580, Barrio La Laguna Ticomán, C.P. 07340, México D. F.

E-mail: jrojast@ipn.mx

(Received 2 May 2013, accepted 19 August 2013)

Abstract

The phase-sensitive detection is a powerful mathematical tool in the recovering of signals, at low noise/signal ratio, in many areas of science and engineering. Specifically in Photothermal Science and Techniques (in all its variants) is essential the implementation of a stage of amplification and filtering (for example, by means of a lock-in amplifier) of the obtained photothermal signal from a measurement system, before to analyze the experimental data. Due to the general preference of sinusoidal modulation in the modelling of the generation of the photothermal signal, it is a common practice to neglect the information contained in superior harmonics, since sinusoidal functions are used as reference signals in the phase-sensitive detection stage. However, because the modulation of the optical excitation is often produced by means of a mechanical modulator (or directly by electronic control of a shutter integrated in the laser source, using a TTL signal) the photothermal signal is in fact modulated by a rectangular wave train, and therefore the neglected harmonics could be relevant, depending on the thermal regime in which the measurement is performed, and the thermal relaxation processes involved. In this paper, the phase-sensitive detection is applied to a square-integrable signal with non-sinusoidal modulation, analyzing the influence of the harmonics in the amplified output signal in frequency domain, and it is demonstrate that considering reference functions congruent to the modulations of the photothermal signal, the contribution of the superior harmonics do not vanishes.

Keywords: Fourier analysis, orthogonal functions, Phase-sensitive detection, Photoacoustic technique, Photothermal techniques, Thermal properties.

Resumen

La detección sensible en fase es una herramienta matemática poderosa en la recuperación de señales, a baja razón ruido/señal., en muchas áreas de la ciencia e ingeniería. Específicamente en las ciencias y técnicas Fototérmicas (y en sus variantes existentes), es esencial la implementación de una etapa de amplificación y filtrado (por ejemplo, mediante el uso de un amplificador lock-in) de las señales fototérmicas obtenidas mediante los sistemas de medición, antes de analizar los datos experimentales. Debido a la preferencia generalizada de utilizar una modulación sinusoidal al modelar la generación de la señal Fototérmica, es práctica común el despreciar la información contenida en los armónicos superiores, puesto que en la etapa de detección sensible en fase son usadas señales de referencia sinusoidales. Sin embargo, ya que la modulación de la excitación óptica es frecuentemente producida mediante el uso de moduladores mecánicos (o directamente mediante el control electrónico del obturador de la fuente laser usando una señal TTL), la señal Fototérmica está de hecho modulada mediante un tren periódico de ondas rectangular, y por tanto, los armónicos usualmente despreciados pueden ser de relevancia, dependiendo del régimen térmico dentro del cual se realiza la medición y de los procesos de relajación térmica involucrados. En este trabajo, la detección sensible en fase es aplicada a una señal cuadráticamente integrable, con una modulación no sinusoidal, analizando la influencia de los armónicos en la señal de salida amplificada, en el dominio de la frecuencia y demostrándose que al considerar funciones de referencia congruentes con la modulación de la señal fototérmicas, la contribución de los armónicos superiores no es nula.

Palabras Clave: Análisis de Fourier, Detección sensible en fase, Funciones ortogonales, Propiedades térmicas, Técnica Fotoacústica, Técnicas Fototérmicas.

PACS: 02.30.Nw, 02.30.Jr, 43.58.Kr, 44.05.+e, 44.10.+i, 65.20.+w, 65.40.-b, 60.90.+v

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCTION

The Lock-in amplifier, based on the principle of the Phase-Sensitive Detection (PSD), is an extraordinary tool for signal's recovery, indispensable in many of the measurements systems in today physics. In a general description, the Lock-in amplifier [1, 2, 3] allows to remove, from an electrical input signal, the components which are outside of a very narrow frequency window centred on a reference frequency; which reduces significantly the contamination of the signal by the ambient noise. The almost free-noise signal is then easily amplified, maintaining a very high signal/noise ratio (SNR). This process of filtering and amplification is composed by four basic stages: a) The AC amplification stage; b) The Phase-sensitive detection (PSD) stage; c) The Low-pas filtering (LPF) stage and; d) The DC amplification stage. The Lock-in amplifier block diagram is shown in Figure 1.

In the AC amplification stage, the input signal (scrambled with the ambient noise) is amplified and filtered,

usually by variable band-pass filters. In this first stage, much of the noise is removed from the total signal. From a reference signal, the Lock-in amplifier constructs a time-dependent reference function e_r^{IP} , using the internal oscillator or the reference signal itself (this block is referenced as the in-phase reference generator), and a second reference function e_r^Q by a phase shifting. Every reference function is then multiplied by the signal $f(t) + n(t)$ (out coming from the AC amplification), to generate the pair of functions $f_i^k(t) + n_i^k(t) = [f(t) + n(t)] e_r^k$, with $k = IP, Q$. This is the PSD stage, the main feature of the Lock-in amplifier.

Next, in the LPF stage, the functions $f_i^k(t) + n_i^k(t)$ are filtered by a low-pass filter with transfer function $H(\omega)$, removing all the frequencies above from a cut-off frequency ω_c . The output signals are then almost noise-free, since the LPF is essentially an exponential integrator and the noise is mostly random.

And finally, the signals are passed through a DC amplifier.

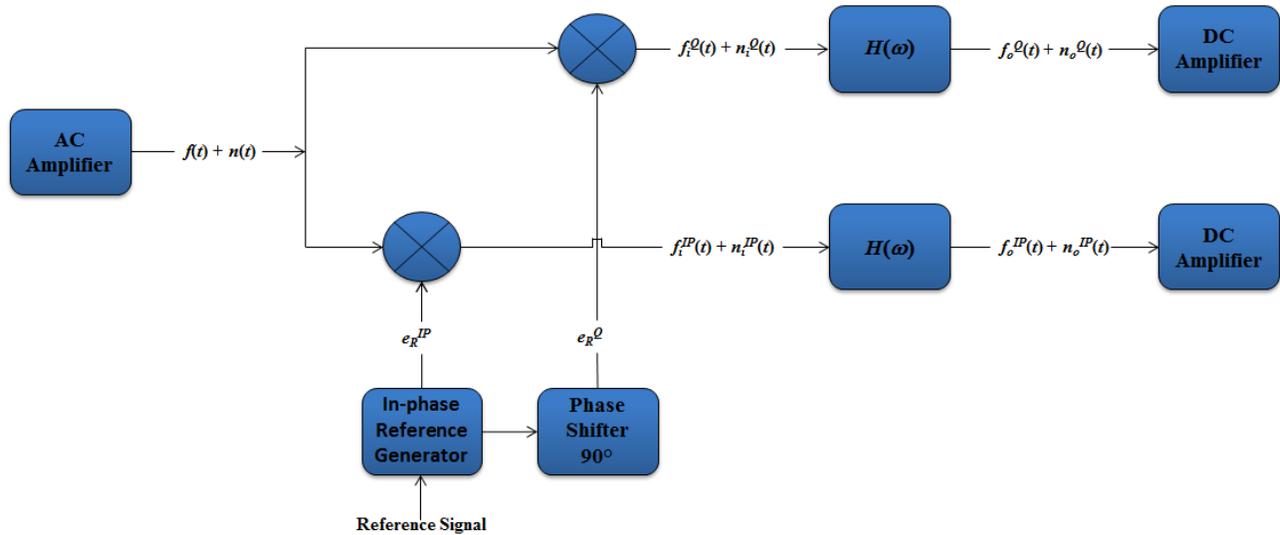


FIGURE 1. Block diagram of the functioning of the Lock-in amplifier. Here, X represents the multiplication blocks.

In this paper we consider that the reference functions e_r^{IP} and e_r^Q are two rectangular waves (the periodic versions of the boxcar function [4]) having the next Fourier expansions:

$$e_r^k(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m^k \cdot e^{i\omega_m t}, \tag{1}$$

$$d_m^k = \frac{\text{Sinc}(m/2)}{2} \cdot [\delta_{k,IP} + e^{-im\pi} \delta_{k,Q}].$$

Where, $\omega_m = m\omega$, being ω the angular modulation frequency of the reference ($\omega = 2\pi f^{-1}$), and Sinc is the cardinal Sine function [4]. Also consider that the input function $f_i(t)$ is a square-integrable (not necessarily periodic) function, having

a Fourier expansion in terms of harmonics of ω , as Eq. (2) shown:

$$f_i(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m(\omega) \cdot e^{i\omega_m t}. \tag{2}$$

In Figure 2, the reference functions (signals) e_r^{IP} and e_r^Q are shown for $\omega = \pi s^{-1}$, calculated for the first 21 harmonics, during a time interval of 1 s. The observed oscillations near to the discontinuity points of the boxcar function (at $t = 0.5$ s for this example) are consequence of the well-known Gibbs's phenomenon. However, the functions expressed in Eq. (1) are differentiable, converging at the discontinuity points to the average values [4, 5]. In fact, both Eq. (1) and Eq. (2) are

analytical, square-integrable functions in the entire time and

frequency domains.

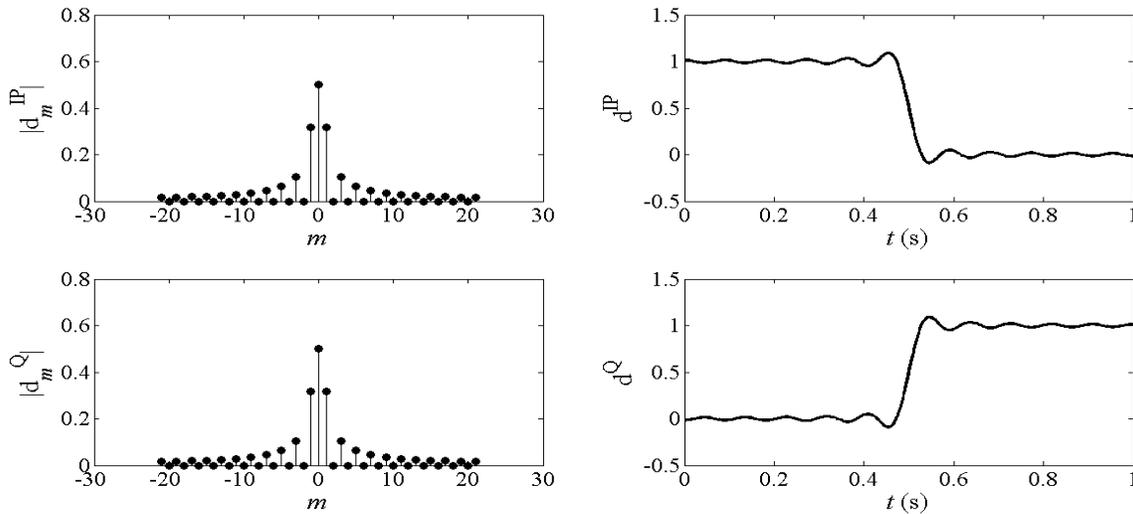


FIGURA 2. Rectangular wave reference functions, and their Fourier coefficients ($m_{\max} = 21$), for $\omega = \pi \text{ s}^{-1}$.

II. CALCULUS FOR THE PSD AND LPF STAGES

Due to many of the Photothermal (PT) techniques are resolved in frequency domain, we focus our attention to the PSD (and mostly of our calculations) in frequency domain. From Eqs. (1, 2), and by means of the unitary Fourier Transform [5], the input signals f_i^k are given as follows:

$$\hat{f}_i^k(\omega') = \sqrt{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_m^k(\omega') \cdot \delta(\omega' - \omega_m), \quad (3)$$

$$D_m^k(\omega') = \sum_{j=-\infty}^{\infty} d_{m-j}^k R_j(\omega').$$

It is well known that the transfer function of the RC first order LPF is given by:

$$H(\omega') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\omega_c}{\omega_c + i\omega'}. \quad (4)$$

In Eq. (4), $\omega_c = (\text{RC})^{-1}$ is the cut-off frequency of the LPF defined by the product of the electrical resistance and capacitance values of the LPF [4]. Using the Convolution Theorem, the output signals from the LPF are calculated to be:

$$\hat{f}_o^k(\omega') = \sqrt{2\pi} \omega_c \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{D_m^k \cdot \delta(\omega' - \omega_m)}{\omega_c + i\omega_m}. \quad (5)$$

And therefore, related to the next Fourier expansion:

$$f_o^k(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m^k(\omega_c, \omega) \cdot e^{i\omega_m t}, \quad (6)$$

where

$$F_m^k(\omega_c, \omega_0) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{d_{m-j}^k \cdot R_j(\omega)}{1 + i \left(\frac{m\omega}{\omega_c} \right)}.$$

To end this section, we would like to establish some useful results for the next section. Be the truncation x_T for a given signal $x(t)$, defined as follows,

$$x_T \equiv \begin{cases} x(t) & |t| \leq T/2, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (7)$$

Where the function $x(t)$ had an expansion in the Fourier basis. From the definition of average power P , we have,

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\hat{x}_T(\omega')|^2}{T} \right] d\omega'. \quad (8)$$

The quantity in brackets in Eq. (8) is called the spectral power density S , *i.e.*

$$S(\omega') \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\hat{x}_T(\omega')|^2}{T}. \quad (9)$$

In the next section, we calculate the spectral power densities S_i^k and S_o^k , and demonstrate how the superior harmonics are relevant in the amplifications of a signal with a rectangular wave modulation.

III. CALCULATION OF THE AVERAGE POWER

Because of the f_i^k and f_o^k signals have an expansion in the Fourier basis, their truncate versions also have an expansion in Fourier basis, and therefore, we can calculate their Fourier transforms,

$$\hat{f}_i^k = T \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_m^k \cdot \text{Sa}((\omega' - \omega_m)T/2), \quad (10)$$

$$\hat{f}_o^k = T \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m^k \cdot \text{Sa}((\omega' - \omega_m)T/2).$$

In Eq. (10), Sa is the modulation function, closely related with the Sinc function. So, from Eqs. (9) and (10), the spectral power densities are written as follows,

$$S_i^k = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} |D_m^k|^2 \cdot \delta(\omega' - \omega_m), \quad (11)$$

$$S_o^k = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} |F_m^k|^2 \cdot \delta(\omega' - \omega_m).$$

In Eq. (11) we use the relation between the Dirac Delta and the Sa function,

$$\delta(\omega' - \omega_m) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T}{2\pi} \cdot \text{Sa}^2((\omega' - \omega_m)T/2). \quad (12)$$

Similar expressions were reported by Mandelis for sinusoidal reference functions for analog LIA [3]. He demonstrates that the relevance of superior harmonics in the total average power is, in fact, negligible. However, the calculations of Mandelis were based in the assumption that the PA signal had sinusoidal modulation, which is inconsistent with an experimental setup where the modulation of the light source is done by using a mechanical modulator (chopper), or by a TTL signal controlling the laser shutter.

IV. PHOTOACOUSTIC SIGNAL FOR SQUARE WAVE MODULATION

Consider an arrangement of three homogenous medium, labelled here by $j = (b), (s), (g)$, with cylindrical symmetries, as shown in Figure 3.

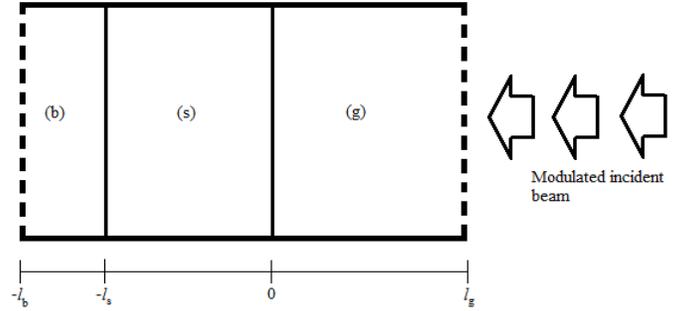


FIGURE 3. Representative scheme of the system studied and the spatial configuration of the different possible medium.

Such medium system will be optically excited by a coherent monochromatic beam, modulated in amplitude by a rectangular wave train, $T_{\text{mod}}(t)$, expressed in Eq. (13) in the exponential Fourier basis:

$$T_{\text{mod}}(t) = \sum_m \frac{\text{Sinc}(m/2)}{2} e^{i\omega_m t}. \quad (13)$$

If the medium (g) is not absorbing in the wavelength of the beam, and the energy of it is absorbed and transformed into heat by non-radiative processes by medium (s), the heat will diffuse along the system. By means of the parabolic heat diffusion equation [6], and proposing that the variations of the temperature distributions Θ_j (measured respect the ambient temperature T_{amb}) are given by,

$$\Theta_j(t, z) = \sum_m R_{jm}(\omega, z) e^{i\omega_m t}. \quad (14)$$

The coefficients R_{jm} are given by the solutions of next ordinary differential equation system:

$$\frac{d^2}{dz^2} R_{jm} - \sigma_{jm}^2 R_{jm} = -g_{jm}. \quad (15)$$

In Eq. (15), α_j , $\sigma_{jm}(\omega) = (im\omega\alpha_j^{-1})^{1/2}$ are the thermal diffusivity and the complex diffusion coefficient for medium j , respectively, and the functions g_{jm} are the expansion coefficients in the Fourier basis of the heat source,

$$G_j(t, z) = \sum_m g_{jm}(z) e^{i\omega_m t}, \quad (16)$$

$$g_{jm}(z) = \frac{g_{sm}(z) \cdot \text{Sinc}(m/2)}{2\kappa_s} \cdot \delta_{j,s}.$$

Where κ_s is the thermal conductivity of the sample, and $g_{sm}(z)$ depends on the thermal relaxation mechanisms under consideration. The solution of Eq. (15) is constrained by continuity conditions of temperature distribution and heat flux at the interfaces $z = -l_s$ and $z = 0$, *i.e.*

$$R_{gm}(\omega, 0) = R_{sm}(\omega, 0),$$

$$R_{bm}(\omega, -l_s) = R_{sm}(\omega, -l_s),$$

(17)

$$\kappa_g \frac{d}{dz} R_{gm}(\omega, z) \Big|_{z=0} = \kappa_s \frac{d}{dz} R_{sm}(\omega, z) \Big|_{z=0},$$

$$\kappa_b \frac{d}{dz} R_{bm}(\omega, z) \Big|_{z=-l_s} = \kappa_s \frac{d}{dz} R_{sm}(\omega, z) \Big|_{z=-l_s}.$$

Solving the Eq. (15) under the specified boundary conditions, the temperature variations Θ_g and Θ_b are given by the following expressions,

$$\Theta_g = \sum_{m \neq 0} R_{sm}(\omega, 0) e^{(i\omega_m t - \sigma_{gm} z)},$$

(18)

$$\Theta_b = \sum_{m \neq 0} R_{sm}(\omega, -l_s) e^{(i\omega_m t + \sigma_{bm}(z+l_s))}.$$

Where,

$$R_{sm}(\omega, 0) = \int_{-l_s}^0 g_{sm}(z') \cdot K_{>}(0, z', \omega) dz',$$

(19)

$$R_{sm}(\omega, -l_s) = \int_{-l_s}^0 g_{sm}(z') \cdot K_{<}(-l_s, z', \omega) dz'.$$

And,

$$K_{>} = \frac{\text{Cosh}(\sigma_{sm}(z'+l_s) + \eta_{bs} \text{Sinh}(\sigma_{sm}(z'+l_s)))}{\sigma_{sm}[\text{Sinh}(\sigma_{sm}l_s) + \eta_{bs} \text{Cosh}(-\sigma_{sm}l_s)]},$$

(20)

$$K_{<} = \frac{\text{Cosh}(\sigma_{sm}z')}{\sigma_{sm}[\text{Sinh}(\sigma_{sm}l_s) + \eta_{bs} \text{Cosh}(-\sigma_{sm}l_s)]}.$$

Where $K_{< >}$ are the Green's functions associate with (15), and the coefficient $\eta_{bs} = \varepsilon_b \varepsilon_s^{-1}$ is the quotient of the thermal effusivities ε_j of the respective medium [7, 8, 9]. The combination of Eqs. (18-20) give us the temperature variations in the mediums (b) and (g). All these expressions are suitable to apply in others PT techniques, such as Photopyroelectric detection and Infrared Photothermal Radiometry detection [11, 12, 13, 14].

V. PHOTOACOUSTIC DETECTION

If the Beer-Lambert Absorption Law is taken into account, and if the heat transport is mainly due to phonon contribution, the function g_{sm} is written as follows:

$$g_{sm}(z) = (1-R)I_0\beta \cdot e^{\beta z}. \quad (21)$$

Where R , β , are the reflection coefficient and the optical absorption coefficient (at the current wavelength), respectively; and I_0 is the power density of the incident beam.

A. Open PA cell configuration

To put it briefly, for this PA configuration the backing medium (b) is the air enclosed in the acoustic chamber (Figure 4a).

Thus, the generated heat will diffuse trough the sample produces modulated adiabatic expansions of a thin boundary layer of the gas in the acoustic chamber that generates acoustic pressure oscillations ΔP_b . In analogy to the Thermal Piston model, developed by Rosencwaig and Gersho [11], the acoustic pressure oscillations are given by:

$$\Delta P_b = \frac{\gamma P_{atm}}{l_b T_{amb}} \sum_{m \neq 0} R_{sm}(\omega, -l_s) \int_{-l_s - 2\pi\mu_{bm}}^{-l_s} e^{\sigma_{bm}(z+l_s)} dz. \quad (22)$$

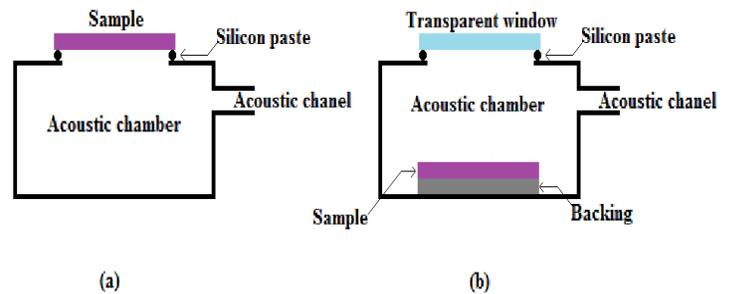


FIGURE 4. Schematics of: (a) An open photoacoustic cell, and (b) a closed photoacoustic cell.

In Eq. (22), P_{atm} is the atmospheric pressure; $l_b, \gamma, \mu_{bm} = (2\alpha_b/\omega_m)^{1/2}$ are the thickness, the adiabatic coefficient and the thermal diffusion length (corresponding to harmonic m) of the enclosed air in the acoustic chamber, respectively. Using the equations (18-22), and considering that the thermal effusivity of a solid is much greater than the thermal effusivity of a gas (therefore, the coefficient $\eta_{bs} \sim 0$), the acoustic pressure takes the form expressed in Eq. (23)

$$\Delta P_b = P_{b0} \sum_{m \neq 0} \frac{\text{Sinc}(m/2)}{m\sigma_{sm}l_s} T_m^T, \quad (23)$$

$$T_m^T = r_{sm} \left[\frac{e^{-\beta l_s} (r_{sm} \text{Cosh} \sigma_{sm} l_s + \text{Sinh} \sigma_{sm} l_s) - r_{sm}}{1 - r_{sm}^2} \right].$$

Where P_{b0} is an amplitude factor independent of the modulation frequency, and $r_{sm} = \beta\sigma_{sm}^{-1}$. If occurs that $\mu_{sm} > \beta^{-1}$ and the sample is optically opaque (meaning that $\beta l_s \gg 1$), it can be demonstrate that the function $T_m^T \cong 1$. In the next Figure, the theoretical acoustic pressure is shown as function

of the relative modulation frequency¹ f/f_c^{-1} . This change of variable is more straightforward for theoretical analysis purposes [7, 8], because the equations becomes independent of the material.

Using Eq. (11) and (23), we calculate the spectral power density for the open PA cell configuration, considering that $\omega_c = n\omega$, for some fixed $n \neq 0$,

$$F_m^k = \frac{\sqrt{2\pi}P_{b0}}{1+ir} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{d_{m-j}^k \cdot \text{Sinc}(j/2)}{j\omega \cdot \text{Sinh}\sigma_{sj}l_s} T_j^T, \quad (24)$$

$$S_o^k = 2\pi \sum_{m \neq 0} |F_m^k|^2 \cdot \delta(\omega' - \omega_m).$$

Where $r = m/n$. From here is clear that, even selecting a cut-off frequency for the LPF equal to an arbitrary multiple of the fundamental frequency, the contributions of superior harmonics does not vanishes. From Eq. (24) it can be seen that the factor r contributes with a multiplicative constant in the F_m^k coefficients, and with a relative phase for each harmonic of \hat{f}_o^k . However, the average power and the true RMS values of \hat{f}_o^k has no phase shifting, and are only relevant the amplitude of the harmonic contributions. In Figure 6, the calculated spectral power densities are shown, as function of the relative frequency.

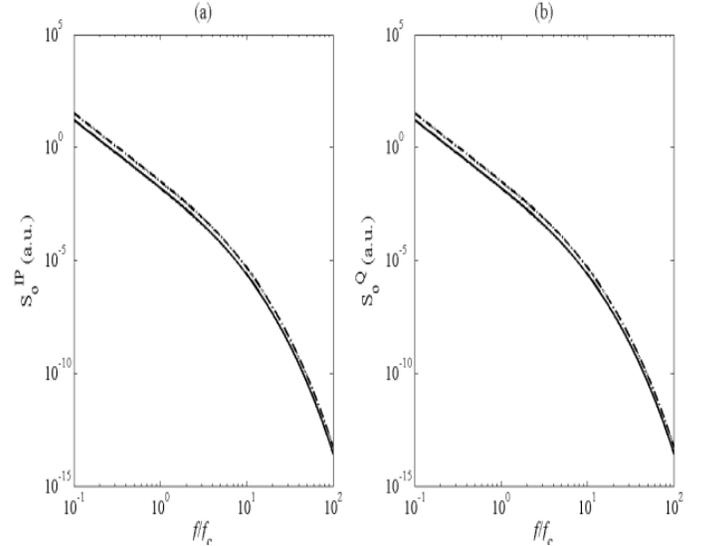


FIGURE 6. Spectral power densities for the OPC configuration: (a) In-phase, and (b) Quadrature components, for values of $n = 1$ (solid line) and $n = 21$ (dashed line).

B. Closed PA cell configuration

In this configuration, the backing medium (b) is a solid, not necessarily a good heat conductor, employed as a support for the sample (and sometimes, closing the air chamber of the PA cell). The medium (g), is the air enclosed in the acoustic chamber. For the diffusion configuration is necessary a transparent window, as shown in Figure 4b.

Based in the Thermal Piston model, the acoustic pressure oscillations are given as follows,

$$\Delta P_g = \frac{\gamma P_{atm}}{l_g T_{amb}} \sum_{m \neq 0} R_{sm}(\omega, 0) \int_0^{2\pi l_{gm}} e^{-\sigma_{gm}z} dz. \quad (25)$$

And, in this way,

$$\Delta P_g = P_{g0} \sum_{m \neq 0} \frac{\text{Sinc}(m/2)}{m\omega} D_m^T. \quad (26)$$

Being P_{g0} an amplitude factor, independent of the modulation frequency. Because the backing medium is a solid, the expression for D_m^T is more complex than T_m^T ,

$$D_m^T = \frac{r_{sm}}{1-r_{sm}^2} \left[1 + \frac{U_{bs}}{\text{Sinh}\sigma_{sm}l_s + \eta_{bs}\text{Cosh}\sigma_{sm}l_s} \right], \quad (27)$$

$$U_{bs} = (r_{sm} - \eta_{bs}) \cdot e^{-\beta l_s} - r_{sm} [\text{Cosh}\sigma_{sm}l_s + \eta_{bs}\text{Sinh}\sigma_{sm}l_s].$$

In Figure 7, we present the theoretical calculations of the acoustic pressure, for the CPC configuration.

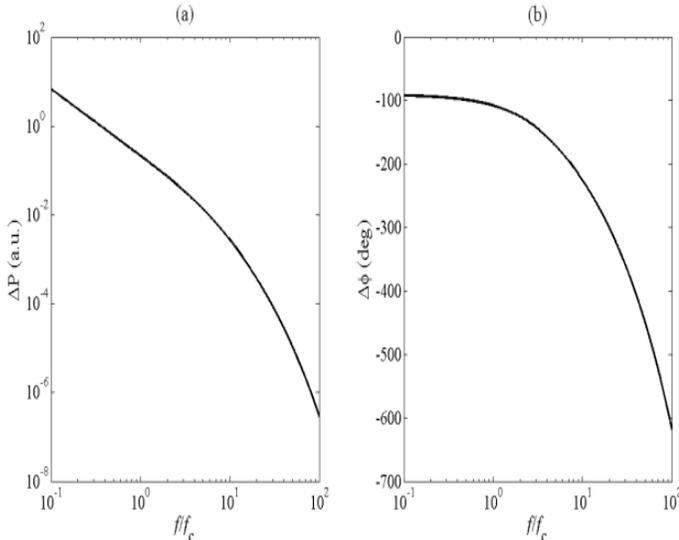


FIGURE 5. Theoretical acoustic pressure, for OPC configuration: (a) Amplitude, and (b) Phase shift.

¹ The characteristic frequency f_c is defined as the value of the modulation frequency, f , at which the thermal diffusion length equals the sample thickness.

superior harmonic amplifies slightly the output power densities.

VI. CONCLUSIONS

We demonstrate that, for reference signals congruent with the modulation type of the optical excitation signal, the contribution of superior harmonics do not vanishes during the PSD and LPF stages of the amplification and filtering processes of the PA signal. The Eqs. (11, 24) demonstrate that even when the cut-off frequency of the LPF is set to a particular harmonic, the spectral power density carries on the influence of all harmonics, being the most relevant those nearest to the cut-off frequency. This enables us to investigate separately the accumulative contribution of the harmonics in the thermal response, especially when complex thermal relaxation processes are present in the PA signal generation, or in general, in the Photothermal signal generation.

REFERENCES

- [1] Marín, E. and Ivanov, R., *LIA in a Nut Shell: How can Trogonometry help to understand Lock-in Amplifier operation?* **3**, 544-546 (2009).
- [2] Spears, B. K. and Tuffillaro, N. B., A chaotic lock-in amplifier, *Am. J. Phys.* **76**, 213-217 (2008).
- [3] Mandelis, A., *Signal-to-noise ratio in lock-in amplifier synchronous detection: A generalized communications systems approach with application to frequency, time and hybrid (rate window) photothermal measurements*, *Rev. Sci. Instrum.* **65**, 3310-3323 (1994).
- [4] Boashash, B., *Time frequency signal analysis and processing: A comprehensive reference*, (Elsevier Inc., Oxford, 2003).
- [5] Arfken, B. G., Weber, H. H. and Harris, F. E., *Mathematical Methods for Physicist*, (Elsevier Inc., Oxford, 2013).
- [6] Carslaw, H. S., Jaeger, J. C., *Conduction of heat in solids*, (Clarendon Press, Oxford UK, 2000).
- [7] Rojas-Trigos, J. B., Calderón, A. and Marín, E., *Heat diffusion in a homogenous slab with an arbitrary periodical heat source: The case of sinusoidal modulation function*, *Lat. Am. J. Phys. Educ.* **5**, 712-719 (2011).
- [8] Rojas-Trigos, J. B., Calderón, A. and Marín, E., *Heat diffusion in a homogenous slab with an arbitrary periodical heat source: The case of heat source with square wave modulation function*, *Lat. Am. J. Phys. Educ.* **6**, 59-66 (2012).
- [9] Mandelis, A., *Diffusion-wave fields. Mathematical methods and Green functions*, (Springer Verlag, New York, 2001).
- [10] Friedman, B., *Principles and techniques of applied Mathematics*, (Dover Publications Inc., New York, 1990).

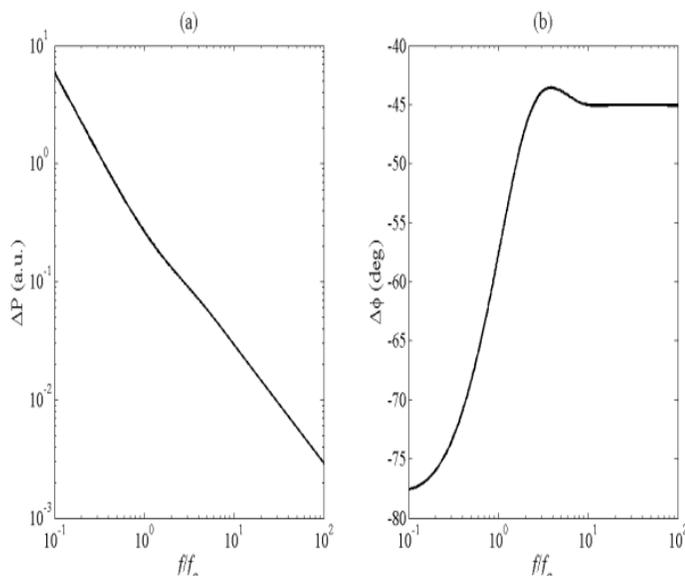


FIGURA 7. Theoretical acoustic pressure, for CPC configuration: (a) Amplitude, and (b) Phase shift.

If occurs that $\mu_{sm} \gg \beta^1$ and the sample is optically opaque (meaning that $\beta_s \gg 1$), it can be demonstrate that the function D_m^T reduces to,

$$D_m^T = \frac{\text{Cosh} \sigma_{sm} l_s + \eta_{bs} \text{Sinh} \sigma_{sm} l_s}{\text{Sinh} \sigma_{sm} l_s + \eta_{bs} \text{Cosh} \sigma_{sm} l_s}. \quad (28)$$

Similar expressions to Eq. (24) can be founded for the calculation of the spectral power densities in the closed PA cell configuration (see Figure 8). In any case, the spectral power density carries the contribution of the superior harmonics as well the fundamental frequency.

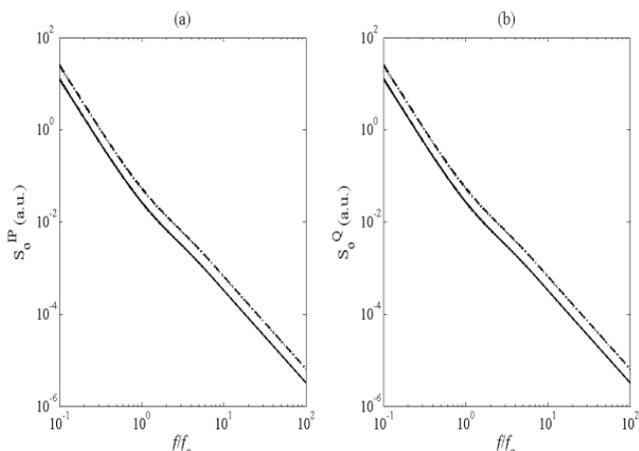


FIGURA 8. Spectral power densities for the CPC configuration: (a) In-phase, and (b) Quadrature components, for values of $n = 1$ (solid line) and $n = 21$ (dashed line).

Note, from Figures 6 and 8, that there is a strong dependence on the modulation frequency of the output power densities (as where expected), and in fact, centering the LPF in a

J. B. Rojas-Trigos, F. D. Brindis-López and A. Calderón

[11] Rosencwaig, A. and Gersho, A., *Theory of the Photoacoustic effect in solids*, J. Appl. Phys. **47**, 64-69 (1976).

[12] Almond, D. P. and Patel, P. M., *Photothermal science and techniques*, (Chapman & Hall, London, 1996).

[13] Marín, E.: in *Thermal Wave Physics and Related Photothermal Techniques: Basic Principles and Recent*

Developments, ed. E. Marín Moares (Transworld Research Network Kerala, India, 2009) Chap. I, p. 1.

[14] Bissieux, C., Pron, H. And Henry, J. F.: in *Thermal Wave Physics and Related Photothermal Techniques: Basic Principles and Recent Developments*, ed. E. Marín Moares (Transworld Research Network Kerala, India, 2009) Chap. X, p. 253.