

Aplicación del software estadístico *R* para evaluar el aprendizaje de conceptos vectoriales en estudiantes de nivel Medio Superior



**Rubén Sánchez-Sánchez, Diego Fernando Becerra-Rodríguez,
César Mora**

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Unidad Legaria. Calzada Legaria #694. Col. Irrigación. Del. Miguel Hidalgo. C.P. 11,500. México, D.F. Tel. 011(52)(55)57296000 Ext. 67737.

E-mail: rsanchezs@ipn.mx

(Recibido el 14 de Diciembre de 2013, aceptado el 4 de Febrero de 2014)

Resumen

Las clases interactivas demostrativas (CID) han sido aplicadas a la clase de Física con buenos resultados por Sokoloff y Thornton. En este trabajo se emplea el uso del lenguaje *R* para ver la eficiencia que se logra usando esta metodología con el Aprendizaje Activo de la Física, empleando de auxiliar el teléfono celular. Aquí se muestra como emplear *R* para obtener estadísticos comparativos de la *t* de Student y poder dar un criterio sobre la efectividad de esta metodología en la ciudad de México.

Palabras clave: Aprendizaje Activo de la Física, teléfonos celulares, lenguaje de programación *R*.

Abstract

Interactive Lecture Demonstration (ILD) has been applied to physics class with good results with Sokoloff and Thornton. In this paper we use *R* to show the efficiency that is achieved using this methodology in Active Learning Physics using the cellular telephone as auxiliary technology. Here is, how we use the software *R* for the comparative Student's *t* and give an opinion on the effectiveness of this methodology in Mexico City.

Keywords: Active Learning Physics, cellular telephones, *R* programming language.

PACS: 01.40.-d, 01.50.H-, 01.50.hv, 01.50.-i, 01.50.ht

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La educación en la ciudad de México casi siempre se ha caracterizado por llevar la enseñanza tradicional a las aulas, en la clase de Física. El profesor cubre un programa de estudios ya aprobado en su unidad académica y se dedica a *transmitir* estos conocimientos a sus alumnos con el empleo de la exposición en el pizarrón de los temas y mediante la resolución de problemas. Las actividades se complementan con las *prácticas de laboratorio*. El profesor se convierte así en una especie de *fuentes de conocimiento absoluto* para sus estudiantes. Y el objetivo, de los cursos es *transmitir* el conocimiento del profesor a sus alumnos de la manera más eficiente, convirtiendo así a la clase de Física en una especie de exposición de la *oratoria* del maestro. Esto es, la clase de Física es una especie de *discurso* donde casi siempre el participante que ocupa la mayor parte del tiempo en hablar, es el profesor.

Sin embargo, este tipo de práctica, donde el profesor (o en algunas ocasiones el libro de texto), es la *autoridad máxima* de conocimiento en el salón de clases, se ha

tornado en una práctica común en los salones de clase, y se le ha conocido comúnmente como la *enseñanza tradicional*.

Las Clases Interactivas Demostrativas (CID) han sido desarrolladas en Estados Unidos por Laws, Sokoloff y Thornton [1, 2, 3, 4], para aplicar el *Aprendizaje Activo de la Física* (AAF).

Se ha demostrado que el AAF auxilia a los estudiantes de Física dentro de su proceso de enseñanza-aprendizaje. Sokoloff y Thornton [5, 6, 7, 8] han llevado su buena práctica docente a ciertas Universidades de Estados Unidos con resultados bastante favorables.

En este trabajo, se resumen los resultados obtenidos con una metodología ajustada con el empleo del teléfono celular, para el aprendizaje del tema de suma vectorial, para estudiantes también de nivel Universitario, y esto aplicado a la cultura mexicana del Valle de México. En particular los estudiantes eran del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyT) No. 11 del Instituto Politécnico Nacional.

Los resultados fueron recolectados por José Orozco Martínez [9] alrededor de septiembre y octubre del año de 2009 en el CECyT No. 11: *Wilfrido Massieu*.

En este trabajo, los autores pretenden mostrar como el uso de una herramienta de software libre llamada *R* puede ser empleada en la parte del análisis estadístico de este trabajo de investigación educativa.

II. INSTALANDO R

Básicamente, para instalar *R* es necesario visitar su página web ubicada en el Uniform Resource Locator (URL) o dirección web www.r-project.org [10], y posteriormente bajar e instalar el paquete. En el margen izquierdo de la página contiene una liga con la leyenda

Download, Packages
CRAN

Una vez que se le da click a la liga, se nos conduce a otra página con los principales servidores o *mirrors* de *R* en el mundo. Desde luego, hay que escoger aquí a un servidor que esté lo suficientemente cerca de nuestra ubicación geográfica.

Los autores del presente escrito están ubicados en la ciudad de México, así que a ellos les conviene escoger el sitio marcado como [11]

<http://cran.itam.mx>

que corresponde al Instituto Tecnológico Autónomo de México. Nuevamente y eligiendo esta liga nos conducimos a tra página web de la misma dirección URL que la liga titulada *The Comprehensive R Archive Network*, en la sección titulada *Download and Install R* encontramos tres ligas enumeradas con viñetas como sigue

- Download R for Linux
- Download R for (Mac) OS X
- Download R for Windows

Dependiendo de nuestro sistema operativo, bajamos el paquete correspondiente y lo instalamos. Para Linux habrá dos paquetes de *R* que corresponden a sus correspondientes versiones de distribución ya sea *debian/deb*, *redhat/rpm*, *suse/rpm*, *ubuntu/deb*. Para instalarlo, por ejemplo, en un sistema tipo *debian*, se abre una terminal en el sistema [12] y se le da el comando *dpkg* siguiente

```
$ sudo dpkg -i r-base-core_2.11.0-1~etchcran.0_i386.deb
```

después de darle la contraseña de superusuario para el comando *sudo* que permite que la instalación se efectúe con los privilegios de un administrador de linux, el programa *R* se instalará en nuestro sistema.

Para un sistema linux tipo *Red Hat* [13] se instala como en el siguiente ejemplo en modo de *superusuario*

```
# rpm -i R-core-2.10.0-2.fc11.i586.rpm
```

En un sistema Windows se le debe de dar doble click al archivo *exe*, en modo de administrador. El archivo al tiempo de este escrito se llama como sigue

```
R-3-0-1-win.exe
```

En un sistema o Mac OS X se baja el paquete llamado

```
R-3-0-1-pkg
```

y se le da doble click, después de lo cual se siguen las instrucciones y después de pasar por varias opciones de configuración, el programa *R* queda instalado.

Para un sistema operativo FreeBSD [14, 15] la instalación de *R* se facilita mediante el empleo de los *puertos*. Primero se cambia el directorio al puerto de *R*, llamado *math/R* con el comando

```
$ cd /usr/ports/math/R
```

y después de dar *enter* se procede a bajar el archivo fuente, a compilarlo, y a instalarlo en el sistema con el comando

```
# make install
```

Acto seguido, es recomendable borrar las trazas del paquete compilado y guardado en el subdirectorio *work* con el comando de limpieza de puerto

```
# make clean
```

Otra opción para FreeBSD es simplemente bajar el paquete ya compilado e instalarlo. Para emplear los *paquetes* en FreeBSD se sigue un esquema muy similar con el comando *pkg_add* y utilizando la opción *-r* que nos permite *capturar* el paquete desde *lejos* en algún servidor de FreeBSD. De modo que en modo de superusuario se ejecuta la orden

```
# pkg_add -r R
```

Orden con la cual, se instala *R* sobre FreeBSD. Uno de los autores, prefiere este sistema operativo debido a su simplicidad y ligereza, además de que es un sistema operativo muy estable que desciende directamente del antiguo sistema UNIX de la AT&T.

III. EL PAQUETE NCSTATS

Dentro del lenguaje *R* se pueden cargar paquetes, que añaden funcionalidad a *R*. Uno de estos paquetes es *NCStats*, que contiene las funciones necesarias de soporte para poder graficar, en nuestro caso, las distribuciones *t* de Student aplicables a los grupos experimental y de control de Orozco. Una descripción del paquete se puede hallar en su página web [16].

El paquete contiene funciones y simulaciones para soportar la Estadística introductoria, que normalmente se da en la Universidad *Northland College* en Ashland, Wisconsin, Estados Unidos, con página web www.northland.edu [17].

Para instalar NCStats dentro de R, es conveniente ejecutar un comando que va a explorar, los sitios de respaldo de R, para descargarlo e instalarlo. El comando es

```
>source("http://www.rforge.net/NCStats/InstallNCStats.R")
```

Después de contestar de qué sitio se quiere descargar el paquete, el comando empieza a instalarlo en R. Cuando la tarea es por fin acabada, se puede cerrar la sesión. En la siguiente sección podemos cargar el paquete mediante el comando

```
> library(NCStats)
```

Y ya podemos empezar a usarlo. Si queremos aprender acerca de las funciones que provee esta librería podemos efectuar el siguiente comando

```
> ?NCStats
```

Que nos mostrará una breve introducción del paquete, como se muestra a continuación

Support for statistics classes at Northland College.

Description:

Functions to support statistics classes at Northland College.

Details:

This package contains functions and simulations to support the Introductory Statistics, Biometry, and Fisheries Science courses at Northland College in Ashland, WI (<URL:<http://www.northland.edu/>>). 'NCStats' has not been included on CRAN because I have not fully proofed all functions - they work with the examples that I have developed but have not been thoroughly checked for all possibilities. Please do not use these functions for research-grade analyses.

Some of the functions in this package are simple modifications of functions from other packages. I have attempted to give the authors of these other packages appropriate credit while still documenting my modifications.

Básicamente nuestro interés particular en NCStats radica en que como R es un lenguaje de programación orientado a objetos, las funciones de graficación como *plot* pueden ser fácilmente modificables dentro de un paquete, de acuerdo a nuestra conveniencia particular. Modificamos la función

plot de R para que sea vicualmente más adecuada para mostrar la distribución *t* de Student que se quiere analizar. Posteriormente, y con un pequeño programa que usa a esta función plot modificada, podremos *personalizar* nuestras gráficas. Esta es en sí, una de las ventajas que podemos lograr con el uso de esta preciosa herramienta estadística de software libre.

TABLA I. Calificaciones de los alumnos para el grupo de control para el pretest y el postest. El grupo de control aprende la suma vectorial de la Física empleando el método didáctico tradicional. Se muestran las calificaciones correspondientes a la pregunta #1 del test aplicado por Orozco.

| Grupo de Control | | |
|------------------|---------|---------|
| Alumno | Postest | Pretest |
| 1 | 100.0 | 100.0 |
| 2 | 100.0 | 100.0 |
| 3 | 77.8 | 33.3 |
| 4 | 44.4 | 33.3 |
| 5 | 100.0 | 100.0 |
| 6 | 44.4 | 33.3 |
| 7 | 33.3 | 33.3 |
| 8 | 66.7 | 22.2 |
| 9 | 77.8 | 77.8 |
| 10 | 22.2 | 33.3 |
| 11 | 66.7 | 33.3 |
| 12 | 33.3 | 33.3 |
| 13 | 100.0 | 100.0 |
| 14 | 33.3 | 77.8 |
| 15 | 11.1 | 77.8 |
| 16 | 33.3 | 33.3 |
| 17 | 11.1 | 77.8 |
| 18 | 00.0 | 55.6 |
| 19 | 00.0 | 22.2 |
| 20 | 00.0 | 100.0 |
| 21 | 33.3 | 22.2 |
| 22 | 11.1 | 11.1 |
| 23 | 22.2 | 22.2 |
| 24 | 33.3 | 100.0 |
| 25 | 00.0 | 33.3 |
| 26 | 44.4 | 33.3 |
| 27 | 100.0 | 100.0 |
| 28 | 33.3 | 11.1 |
| 29 | 22.2 | 22.2 |
| 30 | 33.3 | 66.7 |
| 31 | 22.2 | 66.7 |
| 32 | 33.3 | 00.0 |
| 33 | 33.3 | 00.0 |
| 34 | 33.3 | 00.0 |
| 35 | 33.3 | 33.3 |

IV. RESULTADOS DEL APRENDIZAJE ACTIVO DE LA FÍSICA

José Orozco Martínez [9] aplicó la metodología del Aprendizaje Activo de la Física (AAF) en su grupo experimental y dejó a otro grupo con el método tradicional de aprendizaje, éste último es su grupo de control.

Empezamos a enlistar los resultados obtenidos por él para su grupo de control. En la tabla I se enlistan tanto sus resultados después de aplicar la metodología educativa¹ y antes de aplicarla.² Todo esto se realiza de acuerdo a los resultados obtenidos para la pregunta #1 de su test aplicado, para adaptarlo al uso del teléfono celular como asistente o punto de apoyo tecnológico a la metodología principal de aprendizaje (el AAF).

La pregunta #1 tiene que ver con el concepto de la magnitud de un vector. Aquí se les muestra una gráfica o figura a los alumnos con varios vectores dispuestos en forma horizontal y vertical, y con varias magnitudes. La figura 1, tiene por objeto, tratar de que el alumno entienda el concepto matemático que yace atrás de la magnitud de los vectores, y todo esto encaminado a un mejor entendimiento del concepto de vector, para posteriormente aplicarle operaciones matemáticas, como la suma vectorial. En Física, los conceptos de *vectores* y de *suma vectorial* son fundamentales para el entendimiento de varios fenómenos que tienen en su formulación matemática, la participación de magnitudes vectoriales, y de magnitudes escalares.

TABLA II. Calificaciones de los alumnos del grupo experimental, se muestran los resultados del postest y del pretest cuando se utiliza el Aprendizaje Activo de la Física combinada con el uso del teléfono celular. Aquí se muestran las calificaciones obtenidas de acuerdo a la pregunta #1 del test empleado por Orozco.

| Grupo Experimental | | |
|--------------------|---------|---------|
| Alumno | Postest | Pretest |
| 1 | 33.3 | 33.3 |
| 2 | 11.1 | 00.0 |
| 3 | 55.6 | 33.3 |
| 4 | 00.0 | 00.0 |
| 5 | 44.4 | 22.2 |
| 6 | 33.3 | 11.1 |
| 7 | 77.8 | 00.0 |
| 8 | 100.0 | 100.0 |
| 9 | 77.8 | 100.0 |
| 10 | 00.0 | 00.0 |
| 11 | 33.3 | 00.0 |
| 12 | 33.3 | 55.6 |
| 13 | 100.0 | 100.0 |
| 14 | 100.0 | 100.0 |
| 15 | 33.3 | 33.3 |
| 16 | 33.3 | 00.0 |
| 17 | 100.0 | 11.1 |
| 18 | 33.3 | 33.3 |
| 19 | 100.0 | 100.0 |
| 20 | 100.0 | 100.0 |
| 21 | 77.8 | 33.3 |
| 22 | 22.2 | 00.0 |
| 23 | 100.0 | 33.3 |
| 24 | 22.2 | 33.3 |
| 25 | 11.1 | 11.1 |
| 26 | 100.0 | 11.1 |
| 27 | 33.3 | 33.3 |

¹ Resultados del postest.

² Resultados del pretest.

También es conveniente tener a la mano los resultados del pretest y postest que obtuvo Orozco [9] durante su experimento con el Aprendizaje Activo de la Física y el uso del teléfono celular. En la tabla II enlistamos los resultados obtenidos por cada uno de sus alumnos del grupo experimental. El experimento fue realizado en aras de apoyar a la nueva metodología de aprendizaje, pues en México se tienen generalmente resultados de aprovechamiento de la Física muy bajos.

Al aplicar esta metodología de aprendizaje el investigador busca obtener mejores resultados de aprendizaje que con el método utilizado de antaño.

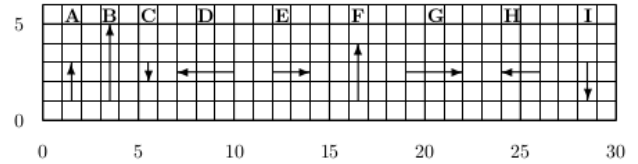


FIGURA 1. Problema #1. En este problema se evalúa el concepto: magnitud de un vector. Aquí mostramos el gráfico del problema y el texto que aplicó Orozco para su primer pregunta del test y que versa así: *En la imagen anterior se aprecian varios vectores, los cuales tienen diferentes magnitudes y arriba de cada uno tiene una letra mediante la cual se le identifica, agrupa las letras de los vectores con igual magnitud, por ejemplo si los vectores x y w tienen igual magnitud la respuesta se escribe como $|x|=|w|$.*

En la siguiente sección exploramos como podemos analizar estos resultados mediante la *t* de Student haciendo uso del software libre R. Para esto, mostramos un pequeño pero útil programa de graficación en R utilizando el paquete NCStats, y posteriormente mostramos los resultados en forma gráfica.

V. INTRODUCIENDO DATOS EN R

La forma de introducir datos en R es a través de *vectores* [18, 19]. Los vectores se construyen en R con el comando *c()* del inglés *concatenate* que en español significa *unir*. Por ejemplo, para construir un vector 3-dimensional *v* con componentes cartesianas $v_x=2$, $v_y=-1$, $v_z=3$, se da el siguiente comando en R.

```
> v <- c(2, -1, 3)
```

Después de introducir este sencillo vector en R, se puede desplegar tan sólo mencionándolo por su nombre

```
> v
[1] 2 -1 3
```

Donde el 1 entre corchetes indica que el *primer* elemento del vector *v* es el número 2, y se *sobreentiende* que las *siguientes* entradas de *v* son: su segunda entrada -1 y su tercer entrada 3. En caso de que el vector no pueda mostrarse en una sola línea, R continuará desplegándolo utilizando la segunda línea del su *display*, iniciándolo con

otro número entre corchetes, que indicaría el número de entrada en el vector que ocuparía la siguiente componente, y así sucesivamente, hasta que el vector quede totalmente desplegado en las líneas de su *display*.

Si queremos ingresar las evaluaciones de los 35 alumnos del grupo de control en el pretest para la pregunta #1 del test de Nguyen & Meltzer [20], podemos construir para el grupo de Orozco el vector³ *al.con.pre.1* como sigue

```
> al.con.pre.1 <- c(100, 100, 33.3, 33.3, 100, 33.3,
33.3, 22.2, 77.8, 33.3, 33.3, 33.3, 100, 77.8, 77.8,
33.3, 77.8, 55.6, 22.2, 100, 22.2, 11.1, 22.2, 100,
33.3, 33.3, 100, 11.1, 22.2, 66.7, 66.7, 0, 0, 33.3,
33.3)
```

Asimismo, si queremos pasar para el mismo grupo y la misma pregunta las evaluaciones correspondientes al posttest podemos construir para este experimento de Orozco al vector *al.con.pos.1* como se indica enseguida

```
al.con.pos.1 <- c(100, 100, 77.8, 44.4, 100, 44.4,
33.3, 66.7, 77.8, 22.2, 66.7, 33.3, 100, 33.3, 11.1,
33.3, 11.1, 0, 0, 0, 33.3, 11.1, 22.2, 33.3, 0, 44.4,
100, 33.3, 22.2, 33.3, 22.2, 33.3, 33.3, 33.3)
```

Similarmente, habrá otros dos vectores *al.exp.pre.1* y *al.exp.pos.1*, correspondientes a las pruebas del pretest y posttest para el grupo experimental de Orozco, como este grupo sólo tiene 27 alumnos los vectores constan correspondientemente de 27 entradas cada uno. Así tenemos, para este grupo de alumnos los siguientes dos vectores de datos, que ingresamos a R

```
> al.exp.pre.1 <- c(33.3, 0, 33.3, 0, 22.2, 11.1, 0,
100, 100, 0, 0, 55.6, 100, 100, 33.3, 0, 11.1, 33.3,
100, 100, 33.3, 0, 33.3, 33.3, 11.1, 11.1, 33.3)
```

```
> al.exp.pos.1 <- c(33.3, 11.1, 55.6, 0, 44.4, 33.3,
77.8, 100, 77.8, 0, 33.3, 33.3, 100, 100, 33.3, 33.3,
100, 33.3, 100, 100, 77.8, 22.2, 100, 22.2, 11.1,
100, 33.3)
```

Después de ingresar los datos en R, se pueden realizar varias operaciones con ellos. Quizá la operación más fundamental en R, sea la de simplemente desplegar los datos, por ejemplo para *al.con.pre.1* tenemos

```
> al.con.pre.1
[1] 100.0 100.0 33.3 33.3 100.0 33.3 33.3 22.2
[9] 77.8 33.3 33.3 33.3 100.0 77.8 77.8 33.3 77.8
[18] 55.6 22.2 100.0 22.2 11.1 22.2 100.0 33.3
```

³ Aquí, se está tratando de ser claro, con la nomenclatura a la hora de escoger un nombre para el vector que contendrá los datos del grupo de control para el pretest. En el nombre escogido: *al.con.pre.1*, la primera parte *al* se refiere a alumnos, la segunda parte *con* se refiere a que los alumnos son del grupo de control, al tercera parte *pre* se refiere a que los resultados se obtuvieron durante el pretest, la cuarta y última parte *1* se refiere a que se están analizando los resultados arrojados cuando los alumnos contestan la pregunta #1 del test de Nguyen y Meltzer.

```
[26] 33.3 100.0 11.1 22.2 66.7 66.7 0.0 0.0 33.3
[35] 33.3
```

Por ejemplo, para sumar los datos se emplea el comando *sum* de esta forma

```
> sum(al.con.pre.1)
[1] 1733
```

Para evaluar su promedio se utiliza la función *mean*

```
> mean(al.con.pre.1)
[1] 49.51429
```

Y para sacar su desviación estándar se usa *sd*, de esta forma tenemos la desviación estándar de los datos en *al.con.pre.1* con

```
> sd(al.con.pre.1)
[1] 32.72413
```

TABLA III. Se muestran varios parámetros estadísticos para las cuatro muestras tomadas por Orozco, tanto para su grupo de control como para el grupo experimental, en sus fases de pretest y posttest, se muestran el número de alumnos de cada grupo, la suma total de las calificaciones alcanzadas por los alumnos de cada grupo y cada fase, su media y su desviación estándar.

| Resultados estadísticos de las muestras | | | | | |
|---|---------|-------|--------|----------|------------|
| Grupo | prueba | # al. | Sum. | Prom. | Desv. Est. |
| Gpo de control | Pretest | 35 | 1733 | 49.51429 | 32.72413 |
| | Postest | | 1443.9 | 41.25429 | 31.15339 |
| Gpo experimental | Pretest | 27 | 988.6 | 36.61481 | 37.59642 |
| | Postest | | 1466.4 | 54.31111 | 35.99287 |

En la tabla III se resumen varios resultados estadísticos que se pueden hallar fácilmente con la ayuda de R [21, 22], tal y como se acaba de mostrar para el grupo de control en su fase de pretest (*al.con.pre.1*) para la pregunta #1 del test.

En la tabla IV se muestra la nomenclatura empleada para distinguir a los vectores de datos utilizados en R para los grupos de control y experimental en cada fase, ya sea de pretest o posttest.

TABLA IV. Nomenclatura utilizada para los vectores de datos empleados en R, y que corresponden a las evaluaciones obtenidas por cada estudiante de los grupos de control y experimental en cada una de las fases de prueba. Esto es, en las fases de pretest y posttest. Y esto se hizo así, para la pregunta #1 del test que aplicó Orozco a sus grupos.

| Nomenclatura utilizada para los vectores de R que se corresponden a los grupos de control y experimental en sus fases de pretest y posttest | | |
|---|---------|-------------------|
| Grupo | Prueba | Nomenclatura en R |
| Grupo de control | Pretest | al.con.pre.1 |
| | Postest | al.con.pos.1 |
| Grupo experimental | Pretest | al.exp.pre.1 |
| | Postest | al.exp.pos.1 |

En la siguiente sección mostraremos como se puede hacer una prueba estadística de la t de Student con este software libre.

VI. CALCULANDO LOS PARÁMETROS DE LA t DE STUDENT

Con el fin de calcular la prueba estadística t de Student de dos muestras de datos, se emplea la función integrada `t.test`. Si queremos pedir ayuda acerca de la manera de usarla, se le puede pedir ayuda a R [23, 24, 25] con el comando

```
> ?t.test
```

que nos muestra la siguiente ayuda

```
t.test      package:stats      R Documentation
```

Student's t-Test

Description:

Performs one and two sample t-tests on vectors of data.

Usage:

```
t.test(x, ...)
```

```
## Default S3 method:
```

```
t.test(x, y = NULL,  
       alternative = c("two.sided", "less", "greater"),  
       mu = 0, paired = FALSE, var.equal = FALSE,  
       conf.level = 0.95, ...)
```

```
## S3 method for class 'formula'
```

```
t.test(formula, data, subset, na.action, ...)
```

Arguments:

`x`: a (non-empty) numeric vector of data values.

`y`: an optional (non-empty) numeric vector of data values.

`alternative`: a character string specifying the alternative hypothesis, must be one of `"two.sided"` (default), `"greater"` or `"less"`. You can specify just the initial letter.

`mu`: a number indicating the true value of the mean (or difference in means if you are performing a two sample test).

`paired`: a logical indicating whether you want a paired t-test.

`var.equal`: a logical variable indicating whether to treat the two variances as being equal. If `"TRUE"` then the pooled variance is used to estimate the variance otherwise the

Welch (or Satterthwaite) approximation to the degrees of freedom is used.

`conf.level`: confidence level of the interval.

`formula`: a formula of the form `'lhs ~ rhs'` where `'lhs'` is a numeric variable giving the data values and `'rhs'` a factor with two levels giving the corresponding groups.

`data`: an optional matrix or data frame (or similar: see `'model.frame'`) containing the variables in the formula `'formula'`. By default the variables are taken from `'environment(formula)'`.

`subset`: an optional vector specifying a subset of observations to be used.

`na.action`: a function which indicates what should happen when the data contain `'NA'`'s. Defaults to `'getOption("na.action")'`.

`...`: further arguments to be passed to or from methods.

Details:

The formula interface is only applicable for the 2-sample tests.

`'alternative = "greater"'` is the alternative that `'x'` has a larger mean than `'y'`.

If `'paired'` is `"TRUE"` then both `'x'` and `'y'` must be specified and they must be the same length. Missing values are silently removed (in pairs if `'paired'` is `"TRUE"`). If `'var.equal'` is `"TRUE"` then the pooled estimate of the variance is used. By default, if `'var.equal'` is `"FALSE"` then the variance is estimated separately for both groups and the Welch modification to the degrees of freedom is used.

If the input data are effectively constant (compared to the larger of the two means) an error is generated.

Value:

A list with class `"htest"` containing the following components:

`statistic`: the value of the t-statistic.

`parameter`: the degrees of freedom for the t-statistic.

`p.value`: the p-value for the test.

`conf.int`: a confidence interval for the mean appropriate to the specified alternative hypothesis.

`estimate`: the estimated mean or difference in means depending on whether it was a one-sample test or a two-sample test.

null.value: the specified hypothesized value of the mean or mean difference depending on whether it was a one-sample test or a two-sample test.

alternative: a character string describing the alternative hypothesis.

method: a character string indicating what type of t-test was performed.

data.name: a character string giving the name(s) of the data.

See Also:

'prop.test'

Examples:

```
require(graphics)
```

```
t.test(1:10, y = c(7:20)) # P = .00001855
t.test(1:10, y = c(7:20, 200)) # P = .1245 -- NOT
significant anymore
```

```
## Classical example: Student's sleep data
plot(extra ~ group, data = sleep)
## Traditional interface
with(sleep, t.test(extra[group == 1], extra[group == 2]))
## Formula interface
t.test(extra ~ group, data = sleep)
```

Como podemos ver, para usarla podemos dar dos argumentos principales, que son los dos conjuntos de datos que queremos comparar, y debemos de decir si los datos están *apareados*⁴ o están *desapareados*.⁵

Para mostrar su uso vamos a realizar una prueba *t* de Student comparando Los datos del postest contra los del pretest para el grupo de control de Orozco. Aquí, los dos grupos de datos representados por los vectores *al.con.pos.1* y *al.con.pre.1* están apareados por tratarse de las evaluaciones para los alumnos del *mismo* grupo de control. Así pues, tenemos que

```
> t.test(al.con.pos.1, al.con.pre.1, paired=TRUE)
```

Lo cual nos arroja el siguiente análisis estadístico para la *t* de Student:

Paired t-test

```
data: al.con.pos.1 and al.con.pre.1
t = -1.4404, df = 34, p-value = 0.1589
alternative hypothesis: true difference in means is not equal
to 0
```

⁴ Pertenecen en este caso al mismo grupo.

⁵ Pertenecen para este caso a dos grupos diferentes. Por ejemplo: unos datos fueron capturados a partir del grupo de control y otros datos (de otro vector) fueron capturados del grupo experimental.

95 percent confidence interval:

```
-19.913614 3.393614
```

sample estimates:

mean of the differences

```
-8.26
```

Lo cual nos muestra la ayuda proporcionada por R [26, 27], para la *t* de Student. Primero nos dice que los datos están apareados, pues estamos comparando dos grupos de datos del mismo grupo de control. Luego nos muestra el valor del parámetro *t*, nos indica que existen 34 grados de libertad, que es el número de datos menos uno.⁶ Nos da el valor *p*. Nos muestra que la hipótesis alternativa es cierta. Es decir, los estudiantes del grupo de control muestran *diferencias* de conocimiento entre el pretest y el postest. Nos muestra el intervalo de confianza al 95%. Y nos da el promedio de la diferencia. Como esta diferencia es negativa, tal parece que el grupo de control de Orozco tuvo muchos problemas para aprender Física con el método tradicional de enseñanza, donde el profesor *expone* el conocimiento que hay que aprender y los estudiantes *aprenden* del profesor, sin cuestionarlo.

Veamos ahora que pasa con su grupo experimental, el grupo que lleva la metodología del Aprendizaje Activo de la Física auxiliado con el teléfono celular, para la pregunta #1 del test de Nguyen y Meltzer [20], tenemos

```
> t.test(al.exp.pos.1, al.exp.pre.1, paired=TRUE)
```

Que arroja la siguiente prueba *t* de Student

Paired t-test

```
data: al.exp.pos.1 and al.exp.pre.1
t = 2.9499, df = 26, p-value = 0.006644
alternative hypothesis: true difference in means is not equal
to 0
95 percent confidence interval:
5.365255 30.027338
sample estimates:
mean of the differences
17.6963
```

Como podemos darnos cuenta es un grupo de 27 alumnos, pues el número de grados de libertad es 26 para el estadístico *t* de Student. Además el valor de la *t* es positivo, a diferencia del primer caso. También es positivo el promedio de la diferencia *comparativa*, entre el grupo experimental después de aplicar la metodología (postest) y antes de aplicarla (pretest). Estos dos valores, como son positivos, nos muestran que los alumnos del grupo experimental de Orozco, si están al menos, aprendiendo algo, con el método del Aprendizaje Activo de la Física auxiliado con el empleo del teléfono celular.

Para finalizar este breve análisis estadístico, nos falta comparar a ambos grupos después de que han llevado el tema de *suma vectorial* y *vectores*. Pero, como

⁶ O el número de alumnos del grupo menos uno.

Rubén Sánchez-Sánchez et al.

manipulamos los datos para la primera pregunta, al menos sabremos lo que pasa en esa pregunta del test aplicado. Nuevamente le pedimos a R que haga la comparación de los postest del grupo experimental contra el grupo de prueba

```
> t.test(al.exp.pos.1, al.con.pos.1, paired=FALSE)
```

Como aquí, se están comparando a *dos* grupos diferentes, los datos *no* están apareados (por eso, el parámetro *paired* en la llamada de la función *t.test*, lo igualamos con *FALSE*, para este caso de comparación). El análisis de R es

Welch Two Sample t-test

```
data: al.exp.pos.1 and al.con.pos.1
t = 1.5006, df = 51.566, p-value = 0.1396
alternative hypothesis: true difference in means is not equal
to 0
95 percent confidence interval:
-4.406868 30.520519
sample estimates:
mean of x mean of y
54.31111 41.25429
```

Lo primero que vemos es que los datos no están apareados. R muestra esto cuando dice:

Welch Two Sample t-test

porque esta vez, estamos comparando a dos grupos diferentes, para la primer pregunta del test: el grupo experimental contra el grupo de control. Como la *t* de Student dió positiva para la pregunta #1 del test de Nguyen, al menos vemos que en este caso, los alumnos del grupo experimental tuvieron una ventaja con respecto a los del grupo de control. Es decir, aún sin una prueba de hipótesis nula, el grupo experimental salió un poco mejor que el de control. Lo cual nos sugiere que al menos en la pregunta #1 del test aplicado, el Aprendizaje Activo de la Física dió mejores resultados que el empleo del aprendizaje tradicional.

VII. PRUEBA DE HIPÓTESIS NULA CON R

Se dice que R es un lenguaje de programación *orientado a objetos*. Pero, ¿qué es un objeto?, nos preguntamos a estas alturas. Bueno, un *objeto* (en un sentido formal y profesional) es una estructura de datos. Pero para entender mejor el concepto, diremos aquí que un objeto es una especie de conjunto, que abraza en su interior, a varios parámetros. En nuestro caso nos sirve esta definición informal, para darnos una idea aproximada de lo que significa un *objeto* en las Ciencias Computacionales. Para

aplicarla a nuestro caso, este conjunto de datos o parámetros los podemos almacenar en una sola variable.

Esto es, cada análisis anterior de la *t* de Student que hicimos con R, es un *objeto*; y por ende, lo podemos asignar a una variable. De manera que podemos *guardar* cada uno de los análisis estadísticos pasados en variables por separado, y así evitamos perder la información.

Vamos ahora a *guardar* cada análisis en una variable de R, así, si queremos almacenar en la variable *tt.al.con.1* al primer análisis escribimos lo siguiente en R

```
> tt.al.con.1 <- t.test(al.con.pos.1, al.con.pre.1,
paired=TRUE)
```

Notamos que esta vez, R no muestra ningún resultado. Esto es porque el resultado se guardó en la variable *tt.al.con.1*. Para mostrar el análisis, simplemente llamamos a *tt.al.con.1*, sobre la línea de comando de R, y el análisis se vuelve a desplegar en la pantalla.

Hacemos lo propio con los otros dos análisis

```
> tt.al.exp.1 <- t.test(al.exp.pos.1, al.exp.pre.1,
paired=TRUE)
> tt.al.pos.1 <- t.test(al.exp.pos.1, al.con.pos.1,
paired=FALSE)
```

Con el objeto de hacer la prueba de hipótesis nula a cada análisis, empleamos las funciones gráficas de R. Para esto, bastaría con simplemente cargar la librería NCStats y llamar a la función *plot* de R, con cada una de las variables anteriores donde hemos guardado los análisis pasados en la forma de *objetos* de programación. Nuevamente como R es un lenguaje de programación orientado a objetos, la función R cambia o sufre *metamorfosis* para hacer las gráficas *t* de Student de cada uno de los análisis pasados. Otro elemento que nos faltaría sería un manejador de dispositivo gráfico que R abre con el comando *pdf()*, y cierra después de haber hecho el gráfico con la función *dev.off()*. De manera, que si queremos graficar el primer análisis basta con emitir los comandos

```
> library(NCStats)
> pdf()
> plot(tt.al.con.1)
> dev.off()
```

En la secuencia pasada de comandos, primero le decimos a R que cargue la librería NCStats, para que nos grafique la *t* de Student según la Universidad de Northland College. Luego, abrimos el manejador de dispositivo gráfico para documentos pdf. Después graficamos la *t* de Student del primer análisis y finalmente le decimos a R que *cierre* el manejador gráfico de dispositivo. Esto tiene el efecto de producir una gráfica en formato pdf de la *t* de Student para el primer análisis en el directorio de trabajo, y le da un nombre por default *Rplots.pdf*. Pero, ¿cuál es el directorio de trabajo? Esto se puede obtener si le

preguntamos a R donde es nuestro directorio de trabajo actual

```
> getwd()
[1] "/home/genesis"
```

En este ejemplo, se está trabajando en el directorio de trabajo `/home/genesis` en un sistema operativo FreeBSD. Si no nos gusta nuestro directorio actual de trabajo lo podemos cambiar con el siguiente comando

```
> setwd("/home/genesis/trabajo")
```

Aquí le estamos dando la orden a R de que cambie el directorio de trabajo a `/home/genesis/trabajo`, para un sistema operativo en FreeBSD.

En el ejemplo pasado, se generó un archivo pdf, pero si quisiéramos generar un archivo png, debemos cambiar el dispositivo gráfico de salida por `png()`, si además le queremos dar un nombre al archivo de salida como `postestControl.png`, entonces la secuencia de comandos sería

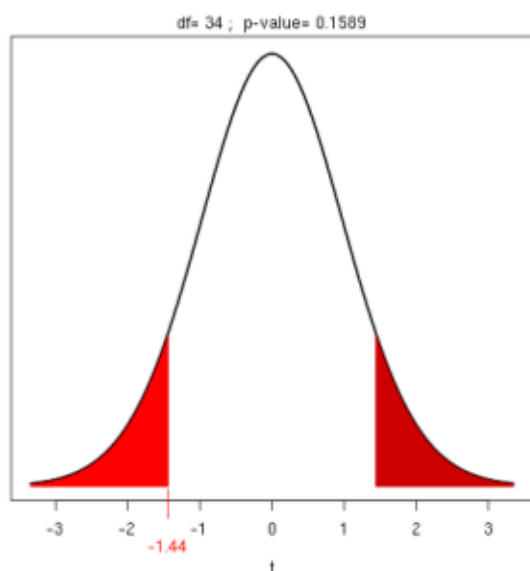


FIGURA 2. Gráfica de la t de Student para el grupo de control.

```
> library(NCStats)
> png(file="postestControl.png")
> plot(tt.al.con.1)
> dev.off()
```

Si queremos refinar los resultados gráficos obtenidos hasta ahora en R, podemos definir la siguiente función gráfica

```
tstudent5 <- function (x, y) {
  png(file = y)
  par(ann=FALSE, font=3, font.axis=3)
  plot(x, smoothness=1000, shade.col="blue3",
  shade.col2="red")
}
```

```
par(mgp=c(3,3,0), col.axis="blue3")
axis(1, at=x$Statistic[1][[1]], labels="t")
alpha12 <- abs(qt(0.975, x$parameter[1][[1]]))
yalpha12 <- dt(alpha12, x$parameter[1][[1]])
text(alpha12, yalpha12+0.05, expression(alpha/2),
adj=c(-0.1,0), col="forestgreen")
text(-alpha12, yalpha12+0.05, expression(-
alpha/2), adj=c(1.1,0), col="forestgreen")
axis(1, at=alpha12*c(-1,1), labels=NA,
col.ticks="forestgreen", tcl=4.0)
title(sub="t de Student", font.sub=4)
}
```

Donde “ x ” denota el objeto del análisis que queremos graficar, y “ y ” denota el nombre del archivo de salida. Recomendamos utilizar la ayuda de R, como lo hemos venido haciendo aquí, para entender, los comandos que intervienen en esta función. Por ejemplo, para producir la gráfica de la t de Student del postest contra el pretest para el grupo de control y la pregunta #1 del test de Nguyen y Meltzer, podemos hacerlo con los comandos

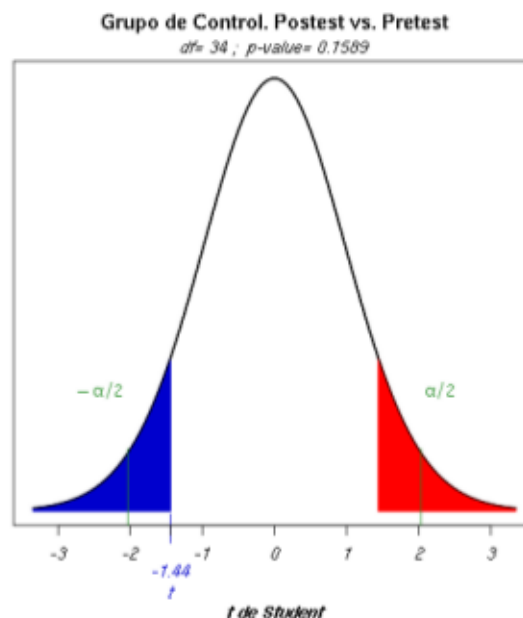


FIGURA 3. Gráfica comparativa t de Student para el grupo de control de Orozco.

```
> tstudent5(tt.al.con.1, "GpoCon.png")
> title(main= "Grupo de Control. Postest vs.
Pretest")
> dev.off()
```

El resultado se puede apreciar en la figura 3. Como se puede apreciar, las características de la gráfica ya se refinaron. El valor límite se muestra en la gráfica.

Como $-\alpha/2 < t < \alpha/2$ el valor de t queda dentro del rango de aceptación de la hipótesis nula (H_0 : No hay diferencia en el conocimiento de los alumnos antes y después de aplicar la metodología tradicional de

Rubén Sánchez-Sánchez et al.

aprendizaje), entonces no hay una diferencia significativa de aprendizaje utilizando el método tradicional de enseñanza.

Hasta ahora hemos hecho la gráfica para los resultados del grupo de control. Si repetimos el mismo procedimiento para el grupo experimental, podemos crear una primera gráfica *postest-experimental.png* utilizando la función *plot* con los comandos

```
> png(file="postestExperimental.png")
> plot(tt.al.exp.1)
> dev.off()
```

Al final, se cierra el dispositivo gráfico *png()* con el comando *dev.off()*, después de lo cual, el archivo *postestExperimental.png* lo encontraremos en nuestro directorio de trabajo (que en este ejemplo corresponde al directorio de FreeBSD para el usuario *genesis*, que es */home/genesis*).

El resultado gráfico preliminar se puede observar en la figura 4.

Aquí el valor de la *t* de Student fue de $t=2.35$, positiva y fuera del rango de aceptación de la hipótesis nula, por lo tanto aquí los estudiantes tuvieron un nivel de aprendizaje mayor, para la pregunta #1 del test, comparada con la obtenida con el grupo de control.

Con el objeto de ilustrar gráficamente el hecho de que en este caso la *t* de Student queda fuera del rango del valor límite $\alpha/2$, generamos la gráfica con refinamientos, empleando nuevamente la función que construimos a mano: *tstudent5()*.

El resultado de la gráfica lo podemos apreciar en la figura 5. Esta gráfica ya incluye los valores de aceptación de hipótesis nula límite conocidos como $-\alpha/2$ y $\alpha/2$.

Ahora, como

$$t \notin [-\alpha/2, \alpha/2].$$

Es decir, *t* no pertenece al intervalo de aceptación, entonces aquí rechazamos la Hipótesis nula (aquí, la hipótesis nula versaría H_0 : *No existe diferencia alguna en los conocimientos de los alumnos en respecto a la pregunta #1 del test, antes de aplicar la metodología del AAF y después de hacerlo*).

Por lo que podemos decir con tranquilidad, que vale la pena intentar una estrategia didáctica alterna como el Aprendizaje Activo de la Física, si se quieren obtener mejores resultados de aprendizaje en los alumnos.

Esta afirmación, fue verificada por los alumnos del grupo experimental de Orozco, al menos en lo concerniente a la pregunta #1 del test de Nguyen y Meltzer.

```
> tstudent5(tt.al.exp.1, "GpoExp.png")
> title(main= "Grupo Experimental. Postest vs.
Pretest")
> dev.off()
```

Aún nos faltaría para cerrar este análisis estadístico, formar la gráfica *t* de Student, comparando ahora, los resultados de aprendizaje obtenidos con el AAF contra los

obtenidos con el método tradicional de aprendizaje, al menos, para esta misma pregunta del test. Así tendremos otro referente estadístico del AAF.

Entonces procedemos a realizar la gráfica normal de la *t* de Student con el paquete NCStats y la función *plot* sin modificar. Los comandos de R, son en este caso

```
> png(file="experimentalVsControl.png")
> plot(tt.al.pos.1)
> dev.off()
```

Para explicarlo: Primero abrimos el controlador gráfico de los archivos *png*, con la primer instrucción y le damos el nombre de *experimentalVsControl.png* al archivo de salida con el parámetro *file* de la función *png()*. Posteriormente graficamos el análisis de la *t* de Student guardada en la variable de objeto llamada *tt.al.pos.1*. La última de las instrucciones sirve para *cerrar* el archivo de salida de R, que en este caso es el archivo *experimentalVsControl.png* que contiene la gráfica generada en el directorio de trabajo de FreeBSD llamado */home/genesis*. Después la podemos incluir en otro documento, como el presente.

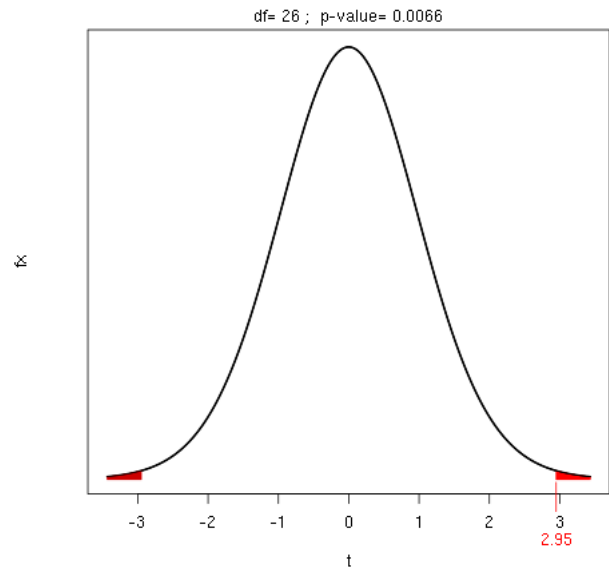


FIGURA 4. Gráfica *t* de Student para el grupo de control.

El resultado de la gráfica para comparar el AAF con la enseñanza tradicional para la pregunta #1 del test, se muestra en la figura 6.

Para refinar más nuestros resultados gráficos debemos de emplear la función que escribimos como *tstudent5()*, pues nos permite escribir

```
> tstudent5(tt.al.pos.1, "Postest.png")
> title(main= "Gpo Experimental vs. Control
(Postest)")
> dev.off()
```

Después de usar nuestra función agregamos un título principal a nuestra gráfica: *Gpo Experimental vs. Control (Postest)*, con el comando *title()* y su argumento *main*. Después volvemos a cerrar el dispositivo gráfico con *dev.off()* y tendremos el archivo gráfico *Postest.png*, generado por R en nuestro directorio de trabajo para FreeBSD /home/genesis.

El resultado gráfico ya mejorado, se muestra en la figura 7. Y muestra los valores límites de $-\alpha/2$ y $\alpha/2$.

Como en este caso la *t* cae en el intervalo de aceptación de hipótesis nula H_0 : *No hay una diferencia notable en el nivel de conocimientos adquiridos por los alumnos entre emplear AAF y la enseñanza tradicional, al menos con respecto a la pregunta #1 del test de Nguyen y Meltzer.*

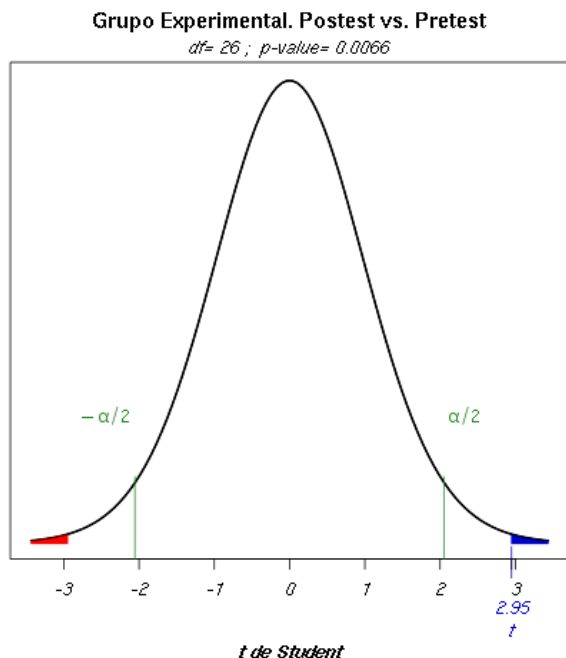


FIGURA 5. Gráfica comparativa para la *t* de Student del grupo experimental de Orozco.

Expresado matemáticamente:

$$t \in [-\alpha/2, \alpha/2].$$

Y aquí no notamos alguna diferencia que sea significativa entre el nivel de aprendizaje de los alumnos del grupo de experimental contra los alumnos del grupo de control. A pesar, de esto, por los resultados de las gráficas anteriores, podemos concluir que el AAF es mejor en general que la metodología usada en la enseñanza tradicional.

VIII. CONCLUSIONES

En este trabajo, hemos mostrado como el Aprendizaje Activo de la Física (AAF) puede alcanzar resultados de *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 8, No. 3, Sept. 2014*

aprendizaje en los alumnos bastante buenos. Para esto, se utilizaron los resultados obtenidos por José Orozco Martínez en sus grupos [9] del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 11 *Wilfrido Massieu*, del Instituto Politécnico Nacional en la ciudad de México. Orozco utiliza el AAF combinado con la asistencia del teléfono celular, para realizar la prueba.

En su grupo de control utilizó la metodología de la enseñanza tradicional, y en su grupo de control utilizó AAF. Se usó el test de Nguyen y Meltzer [20] para el aprendizaje de los conceptos de vectores y suma vectorial.

En este trabajo, utilizamos sólo los resultados obtenidos en la pregunta #1 de este test, para darnos una idea de las ventajas que podemos obtener en el aprendizaje de los alumnos, si utilizamos AAF.

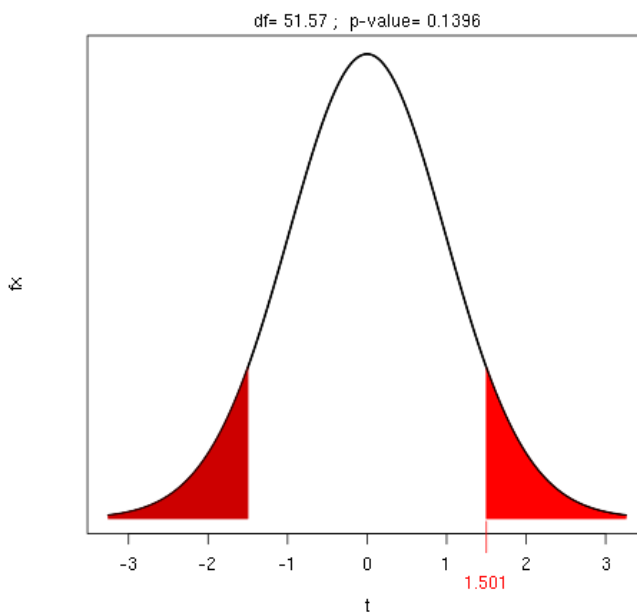


FIGURA 6. Gráfica *t* de Student del grupo experimental vs. el grupo de control.

Después de realizar el análisis estadístico de la *t* de Student en los resultados de Orozco para la primer pregunta, se encontró que los alumnos del grupo de control casi no obtuvieron un conocimiento insatisfactorio del concepto de magnitud vectorial, que es de lo que trata la primer pregunta del test de Nguyen y Meltzer [20].

Sin embargo, los alumnos en el grupo experimental que usaron la AAF para aprender el mismo concepto, si obtuvieron un nivel de conocimiento bastante satisfactorio como lo muestra su análisis de la *t* de Student: Postest vs. Pretest del grupo de control.

Esto, nos mostró en suma, las ventajas de utilizar AAF en lugar de la enseñanza tradicional.

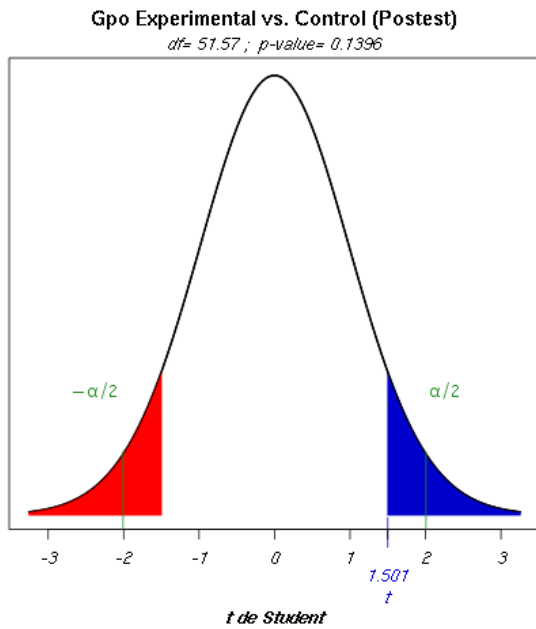


FIGURA 7. Gráfica comparativa de la t de Student, para comparar el nivel de aprendizaje obtenido con la AAF con respecto a la enseñanza tradicional. Se compara el grupo de experimental contra el de control de Orozco.

IX. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer el apoyo recibido por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) de México, en la realización del presente trabajo. Así mismo, quieren también reiterar su agradecimiento a la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional de la ciudad de México por el apoyo recibido en la elaboración de este trabajo, por medio del proyecto SIP20131706.

REFERENCIAS

[1] Laws, P. W., *Workshop Physics, Activity Guide, Module 2, Mechanics II, The Physics Suite*, (John Wiley & Sons Inc., Estados Unidos, 2004).

[2] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *RealTime Physics, Learning Laboratories, Module 1, Mechanics, The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Inc., Estados Unidos, 2004).

[3] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *RealTime Physics, Active Learning Laboratories, Module 3, Electric Circuits, The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Inc., Estados Unidos, 2004).

[4] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *RealTime Physics, Active Learning Laboratories, Module 4, Light and Optics, The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Inc., Estados Unidos, 2004).

[5] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools*, Am. J. Phys. **58**, 858-867 (1990).

[6] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Using Interactive Lecture Demonstrations to Create an Active Learning Environment*, The Physics Teacher **35**, 340-347 (1997).

[7] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Assessing student learning of Newton's laws: The Force and Motion Conceptual Evaluation of Active Laboratory and Lecture Curricula*, Am. J. Phys. **66**, 338-352 (1998).

[8] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Interactive Lecture Demonstrations, Active Learning in Introductory Physics, The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Inc., Estados Unidos, 2006).

[9] Orozco Martínez, J., *El teléfono celular como recurso didáctico en el Álgebra Vectorial para la Física en el nivel Medio Superior*. (Tesis de Maestría en Física Educativa). Disponible en el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Legaria. México, D. F., (2012).

[10] *The R project for Statistical Computing* <<http://www.r-project.org>>, consultado el 26 de agosto de 2013.

[11] *The Comprehensive R Archive Network* <<http://cran.itam.mx/>>, consultado el 26 de agosto de 2013.

[12] Krafft, M. F., *The Debian System*, (No Starch Press, San Francisco, 2005).

[13] Shotts, Jr., W. E., *The Linux Command Line*, (No Starch Press, San Francisco, 2012).

[14] Lucas, M. W., *Absolute FreeBSD, 2nd Edition*, (No Starch Press, San Francisco, 2008).

[15] Lavigne, D., *The Best of FreeBSD Basics*, (Reed Media Services, Estados Unidos, 2007).

[16] *NCStats - Functions to support learning in Northland College statistics courses* <<http://www.rforge.net/NCStats>>, consultada el 26 de agosto de 2013.

[17] *Northland College* <<http://www.northland.edu>>, consultada el 26 de agosto de 2013.

[18] Albert, J., Rizzo, M., *R by Example (Use R!)*, (Springer Verlag, Estados Unidos, 2011).

[19] Spector, P., *Data manipulation with R (Use R!)*, (Springer Verlag, Estados Unidos, 2008).

[20] Nguyen, N. L., Meltzer, D. E., *Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics courses*, Am. J. Phys., **71**, 630-638 (2003).

[21] Chambers, J. M., *Software for Data Analysis: Programming with R (Statistics and Computing)*, (Springer Verlag, Estados Unidos, 2009).

[22] Yau, C., *R tutorial with Bayesian Statistics Using OpenBUGS*. California, (Amazon Digital Services, Inc., California, 2013).

[23] Matloff, N., *The Art of R Programming: A Tour of Statistical Software Design*. (No Starch Press, San Francisco, 2011).

[24] Teetor, P., *25 Recipes for Getting Started with R*, (O'Reilly Media, Inc., Estados Unidos, 2011).

[25] Teetor, P., *R Cookbook*, (O'Reilly Media, Inc., Estados Unidos, 2011).

[26] Verzani, J., *Getting Started with RStudio*, (O'Reilly Media, Inc., Estados Unidos, 2011).

[27] Adler, J., *R in a Nutshell*, (O'Reilly Media, Inc., Estados Unidos, 2010).